En marche normale, les aiguilles sont ouvertes en plein, le jet a, alors, à la sortie des buses, un diamètre de 187 mm. et une vitesse de 72 m. à la seconde. Lorsqu'il est dévié, ce jet vient frapper obliquement une cuirasse courbe en acier, qui se termine par une paroi verticale le long de laquelle l'eau tombe dans le canal de fuite.

Les alternateurs produisent du courant triphasé à 2300 volts et 50 périodes. Leurs axes sont supportés par deux paliers entre lesquels sont calés les inducteurs mobiles, les roues Pelton étant montées en porte à faux. Les coussinets portent, à leur partie inférieure, un certain nombre de petits trous recevant de l'huile à la pression de 70 kgs par cm², de manière à contrebalancer le poids de la partie mobile sur les coussinets.

Les excitatrices ont une puissance de 225 kws, et produisent du courant continu à la tension de 125 volts, à la vitesse de 430 tours par minute.

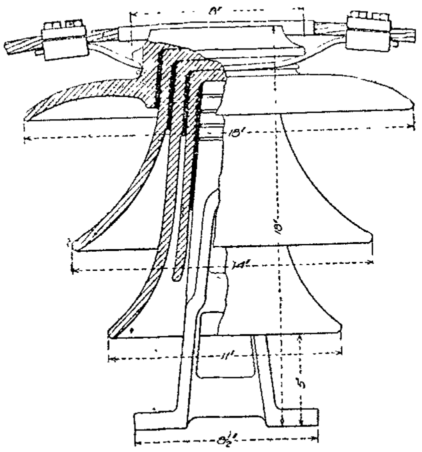

Fig. 2. — Isolateur à 60000 volts.

La station comprend 13 transformateurs monophasés, de 1167 kws, à bain d'huile, qui forment 4 groupes de 3 appareils. Il y a, en outre, un transformateur supplémentaire de réserve. Ils sont connectés en triangle au primaire, où ils reçoivent le courant des alternateurs à 23000 volts entre fils, et sont connectés en étoile au secondaire, où ils élèvent le courant de ligne à 75000 volts. Des bornes ont été ménagées pour pouvoir recueillir du courant à 56250 et 37500 volts. L'huile est envoyée aux transformateurs sous une très légère pression, et elle retourne par gravité aux réfrigérants.

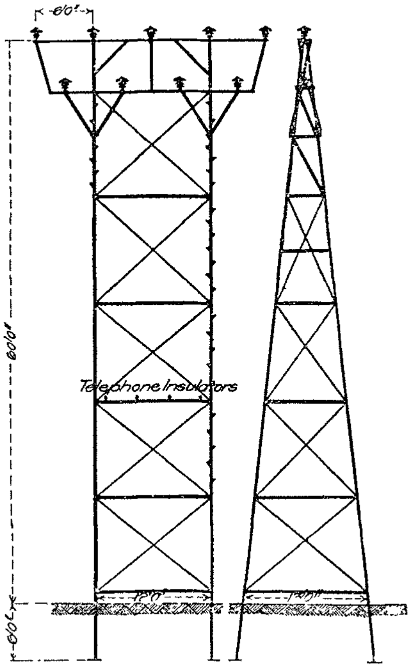

Fig. 3. — Poteau métallique.

Le tableau général domine la salle des machines, et est divisé en 9 panneaux : 1 pour les services auxiliaires, 2 pour les excitatrices, 4 pour les alternateurs, 1 pour les feeders; le dernier est vide pour le moment. Les coupe-circuits à 75000 volts sont logés à raison de 1 par phase dans des cellules séparées en ciment.

Ligne de transmission. — La ligne de transport d'énergie, qui relie l'usine génératrice à la sous-station de Los Angeles, a 188 kms de longueur. Elle est supportée par des pylônes métalliques, ayant de 9 à 18 m. de hauteur, espacés de 210 m. Entre chacun de ces pylônes, se trouvent 2 poteaux en bois, mais les pylônes et les fils sont capables de travailler sous la plus grande portée. Le voltage n'est actuellement que de 60000 volts, mais il sera bientôt porté à la tension de 75000 volts.

La ligne comporte 3 circuits distincts, les fils étant espacés de 1m829. Le cuivre employé a une résistance de rupture de 44 kgs par mm². Les isolateurs ont 437 mm. comme hauteur et comme largeur maxima; ils sont d'ailleurs représentés par la figure 2. Les spécifications de la fourniture stipulaient qu'ils doivent pouvoir résister à une tension de 100000 volts sous une pluie faisant un angle de 30° avec la verticale, et correspondant à une hauteur d'eau tombée de 25,4 mm. en 5 minutes. A sec, la résistance doit être de 150000 volts pendant 30 secondes.

Remarques. — Les premières études ont commencé en 1901, et les travaux débutèrent à la fin de 1902, puis se poursuivirent jusqu'en mai 1907, époque à laquelle l'installation a été complètement terminée. La Compagnie Edison ayant installé deux autres usines en 1904, les travaux furent peu activés pendant cette année là. Le 11 mai 1907, l'eau fut mise dans les tunnels, et, le 19 mai, 2500 kws étaient transmis à Los Angeles.

Pendant les travaux, une petite usine de 400 kws fut installée, utilisant une chute de 12 m., au moyed de 2 turbines Mac Cormick à réaction, qui actionnaient chacune un alternateur à 2300 volts. L'Energie était transmise aux divers chantiers à la tension de 10000 volts.

La station réceptrice de Los Angeles contient actuellement 3 groupes électrogènes turbo-alternateurs, du système Curtis, de la *Général Electric C°*, de 2000 et 2300 kws, qui ont été installés en 1903, et un autre horizontal système *Westinghouse-Parsons* de 6000 kws, installé à la fin de 1906.

La *Edison Electric C°* de Los Angeles possède encore 6 autres usines, produisant ensemble 8700 kws et établies sur la Santa Anna River et sur les Mill Creek et Lytle Creek. Elle a, en outre, acquis les droits nécessaires pour l'installation de 4 autres usines sur le cours supérieur de la Kern River, capables de produire 46600 kws. Elle s'est aussi intéressée pour deux tiers dans les droits de riveraineté de la King's River, où l'on pourra produire 95000 kws. La Compagnie alimente actuellement, en énergie électrique, 16 villes ayant au total 420000 habitants. Son capital est de 11200000 dollars, dont 4000000 sous forme d'actions privilégiées.

J. Mathieu.

THÉORIE DU DÉVERSOIR

Notes de M. Boussinesq, de l'Académie des Sciences

(Suite)

Sur la théorie des déversoirs épais, ayant leur seuil horizontal et évasé ou non à son entrée (*).

VI. — Concevons maintenant que la face inférieure de la nappe déversante, au lieu de subir une pression constante donnée, puisse être astreinte, par une conformation appropriée du seuil non plus étroit, mais assez large, à prendre près de la section contractée une certaine courbure, indépendante des pressions qu'elle supportera. Imaginons, par exemple, que, le seuil étant plan et sensiblement horizontal, on parvienne, au moyen d'un évasement convenable de son entrée, à y supprimer les *espaces morts* qu'occupe une eau dormante ou tourbillonnante, c'est-à-dire dont le rayon R_0 de courbure, sur la section contractée, sera dès lors infini, comme l'admettait Bélanger. La troisième formule (15) montre que cette hypothèse revient à poser $k = 1$, et que, plus généralement, la supposition d'un rayon R_0 de courbure en rapport donné constant avec l'épaisseur η équivaut à fixer pour k une certaine valeur connue. Dès lors, l'expres-

(*) Séance du 17 octobre 1887.

sion (16) du débit q, où l'on peut ici poser $\varepsilon = 0$ en transportant l'origine au point le plus haut du seuil, dépend encore des deux hauteurs h, η, et, encore aussi, de η par l'intermédiaire d'une variable auxiliaire : mais cette variable auxiliaire est n, qui se trouvait précédemment constant, et non plus k, devenu constant à son tour; de sorte que le débit effectif ou maximum, dont j'appellerai toujours m le coefficient (quotient de q par $h\sqrt{2gh}$), s'obtiendra en égalant à zéro, non pas $f'(k)$, mais la dérivée de $f(k)$ par rapport à n ou à $k\sqrt{1+n}$. Il viendra ainsi $k^2(1+n) = \frac{1}{3}$, et, par suite :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\eta}{h} = \frac{2}{3} \qquad \frac{R_0}{h} = \frac{2}{3}\frac{k}{1-k} \\ &m = \frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\log k}{k-1} = \frac{2}{3\sqrt{3}}\left(1+\frac{3}{2}\frac{R_0}{h}\right)\log\left(1+\frac{2}{3}\frac{h}{R_0}\right) \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

On voit que le coefficient de débit m varie en sens inverse de k, ou en sens inverse du rayon de courbure R_0 *censé* imposé (sur la section contractée) à la face intérieure de la nappe, tandis que l'épaisseur η de celle-ci reste constante. La plus petite valeur de m, dans les conditions admises (et tant que R_0 se trouve positif), est donc celle :

$$m = \frac{2}{3\sqrt{3}} = 0{,}3849,$$

qui correspond à $k = 1$ ou à $R_0 = \infty$, et que Bélanger avait déjà obtenue directement pour le cas d'un large seuil horizontal.

VII. — Bornons-nous désormais à ce cas d'un seuil plan horizontal et continuons, pour un instant, à y admettre, avec l'absence de tout frottement, un évasement à l'entrée assez parfait pour rendre les filets déjà rectilignes et parallèles sur la section contractée. J'ai remarqué, dans mon *Essai sur la théorie des eaux courantes* (p. 572), que la vitesse $V = \sqrt{2g(h-\eta)}$ existant alors sur toute cette section est justement, d'après la première formule (19) qui donne $h = \frac{3}{2}\eta$, *la* vitesse même, $\sqrt{g\eta}$, avec laquelle s'y propage vers l'amont, par rapport à la masse fluide, la tête aplatie de l'onde négative formée à l'extrémité aval du seuil par la chute de la nappe de déversement. On constate donc directement que cette onde, due à l'abaissement du niveau d'aval jusqu'à la limite où le déversoir cesse d'être noyé, se trouve, dans sa propagation, arrêtée sur la section contractée à l'instant même où, d'après la signification du principe de débit maximum, un très petit abaissement du niveau sur cette section ne se ferait plus sentir à l'amont du déversoir. Or, il fallait bien qu'il en fut ainsi, puisque, d'une part, c'est très sensiblement sur la section contractée qu'expire en effet l'influence d'aval, ou qu'est immobilisée la tête de l'onde négative ascendante sans cesse produite à l'extrémité aval du seuil, et puisque, d'autre part, c'est dès la section contractée que l'on admet ici l'existence de filets rectilignes et parallèles rendant applicable à la vitesse de propagation de cette tête par rapport au fluide la formule connue simple de Lagrange, $\sqrt{g\eta}$, ou mieux une autre plus générale (établie dans le même ouvrage sur les *Eaux courantes*, p. 285), réductible à $\sqrt{g\eta}$ par l'hypothèse de l'égalité de vitesse des filets liquides.

VIII. — Mais, en réalité, l'évasement à l'entrée d'un déversoir épais, à seuil horizontal, n'est jamais assez parfait, pour que, surtout avec des hauteurs h de charge variées, il ne se produise pas certaines contractions sensibles ε de la nappe au-dessus du niveau du point le plus élevé du seuil, avec diffusion d'une eau dormante dans l'espace laissé libre, et pour que, par suite, la face intérieure de la nappe n'acquière pas, à son sommet, un rayon fini R_0 de courbure, sans parler des petites inégalités de vitesse des filets dues surtout au frottement du fond. Donc, le rapport de ε à h, l'écart, que j'appellerai $\varkappa$, de k à sa limite supérieure 1, et l'excédent analogue, que je désignerai par λ, de l'unité sur $k\sqrt{3(1+n)}$, ne seront pas négligeables. Mais nous pourrons, pour simplifier, supprimer des formules leurs carrés et produits, beaucoup moins influents, réduire, par exemple, les expressions de η et de q résultant de (15) et (16), à :

$$\eta = \frac{2}{3}h\left(1+\lambda-\frac{\varepsilon}{h}\right) \qquad q = \frac{2}{3\sqrt{3}}h\sqrt{2gh}\left(1+\frac{\varkappa}{2}-\frac{3}{2}\frac{\varepsilon}{h}\right)$$

Par suite, il faudra aller un peu à l'aval de la section contractée, pour trouver (encore sur le seuil, supposé assez étendu dans le sens d'amont en aval) une section normale où les filets soient approximativement rectilignes, et où l'on puisse appliquer une formule connue de vitesse de propagation pour y exprimer l'arrêt, d'ailleurs bien réel, de la tête de l'onde négative ascendante formée vers l'extrémité aval du seuil par la chute de la nappe de déversement. Cette condition d'immobilité sera (*Eaux courantes*, p. 291) $\alpha' U^2 = gH$ ou $\alpha' q^2 = gH^3$, H désignant la profondeur de l'eau, et U sa vitesse moyenne, sur la section dont il s'agit, tandis que α', coefficient du terme affecté au changement des vitesses dans l'équation du mouvement permanent graduellement varié, est l'excédent, $\int\left(2\frac{u^3}{U^3}-\frac{u^2}{U^2}\right)\frac{dH}{H}$, de deux fois le rapport du cube moyen des vitesses u des filets au cube de la vitesse U, sur le rapport du carré moyen des mêmes vitesses au carré de la vitesse moyenne. Supérieur à l'unité de près de 5 fois l'intégrale $\int\left(\frac{u-U}{U}\right)^2\frac{dH}{H}$, ce coefficient reçoit assez souvent, dans un régime uniforme, la valeur 1,1 environ, qu'il n'atteint pas dans un canal trop court pour qu'un tel régime puisse s'y établir à peu près et les inégalités de vitesse des filets s'y accentuer, mais qu'il dépasse de beaucoup dans les canaux imparfaitement polis ou encore très peu profonds. Nous pourrons, ce semble, d'une manière approchée, lui attribuer la valeur moyenne 1,1, avec des écarts allant à 0,05 de part et d'autre; en sorte que sa plus petite valeur 1,05 tienne le milieu entre sa valeur moyenne 1,1 et sa limite inférieure idéale 1. Son excès $\alpha' - 1$ sur l'unité, étant nul dans le cas d'une entrée parfaitement évasée, devra être supposé de l'ordre des petites quantités $\varkappa$, λ, etc., dont nous négligeons les carrés et les produits.

IX. — Comme une distance petite mais sensible, séparera de l'entrée du seuil la section sur laquelle on a $\alpha' U^2 = gH$, il est à craindre que le déversoir ne soit un peu noyé à l'entrée, et que le principe du maximum de débit ne s'y trouve pas applicable avec une exactitude suffisante. Et, cependant, une équation sera nécessaire pour relier à H et à U, qui concernent cette section d'aval, la profondeur $\eta + \varepsilon$ de la section contractée, prolongée inférieurement jusqu'au seuil, et la vitesse moyenne, que j'appellerai U_0, à travers sa partie *vive*, ou supérieure, de hauteur η. C'est, comme dans les deux questions classiques de l'écoulement par un orifice avec ajutage et du ressaut, le principe des quantités de mouvement, appliqué à tout le fluide compris entre les deux sections dont il s'agit, qui la fournira. Si la pression, sur la section contractée, variait hydrostatiquement, comme elle le fait sur la section d'aval, cette équation serait (*Eaux courantes*, p. 130, formule 120 *ter*) :

$$\frac{q}{g}(\alpha' U - \alpha'_0 U_0) = \frac{1}{2}\left[(\eta + \varepsilon)^2 - H^2\right] \qquad (21)$$

α'_0 désignant ce que devient le coefficient α' pour la section contractée, de hauteur η, où la vitesse moyenne est U_0. Mais, d'après (1), (14 et (15), la pression p, sur la section contractée, dépasse sa valeur hydrostatique $\rho g\,(\eta + \varepsilon - \zeta)$ de la quantité suivante (22) :

$$\rho g\left(h - \varepsilon - \eta - \frac{V^2}{2g}\right) = \rho g (h - \varepsilon)(1 + n)\left[k^2 - \frac{R^2_0}{(R_0 + \zeta - \varepsilon)^2}\right]$$

qui devient $\rho g\ (h - \varepsilon)(1 + n)(k^2 - 1)$ sur toute la partie inférieure ou *morte*, de hauteur ε, et qui, divisée par ρg, donne en somme, pour joindre au second membre de (21), le terme :

$$\left.\begin{aligned}&(h - \varepsilon)(1 + n)\left((k^2 - 1)\varepsilon + \int_{\varepsilon}^{\varepsilon+\eta}\left[k^2 - \frac{R^2_0}{(R_0 + \zeta - \varepsilon)^2}\right]d\zeta\right)\\ &= (h - \varepsilon)(1 + n)(k - 1)\left[k\eta + (k + 1)\varepsilon\right]\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Or, ce terme peut, à cause de son petit facteur $k - 1 = -\varkappa$, être évalué en y réduisant ε, $1 + n$, $k\eta$ à leurs valeurs de première approximation 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}h$; ce qui le réduit lui-même à $-\frac{2}{9}h^2\varkappa$. On évaluera tout aussi aisément, d'après (20), et au moyen de la relation $gH^3 = \alpha' q^2$, qui donnera :

$$H = \frac{2}{3}h\left(1 + \frac{\alpha' - 1}{3} + \frac{\varkappa}{3} - \frac{\varepsilon}{h}\right),$$

les termes du second membre de (21) et aussi, dans le premier membre, les quotients qu, qU_0, de q^2 par H et par η, quotients encore réductibles à leurs parties linéaires en $\alpha' - 1$, $\varkappa$, etc. Enfin, le coefficient α'_0, relatif à la section contractée, se calcule en observant que la formule (14) donne la vitesse V des filets fluides, entre les limites $\zeta = \varepsilon$ et $\zeta = \varepsilon + \eta$ de cette section, inversement proportionnelle à $R_0 + \zeta - \varepsilon$. Il vient :

$$\alpha'_0 = \frac{1}{k}\left(\frac{k - 1}{\log. k}\right)^2\left(\frac{1 + k}{k}\frac{k - 1}{\log. k} - 1\right),$$

c'est-à-dire, en développant suivant les puissances de $1 - k = \varkappa$, $\alpha'_0 = 1 + \frac{5}{12}\varkappa^2 + \ldots$, ou $= 1$ au degré d'approximation convenu. Et l'équation (21), accrue à son second membre du terme (23), c'est-à-dire de $-\frac{2}{9}h^2\varkappa$, est, elle-même, après des réductions évidentes :

$$\varkappa = 3\frac{\varepsilon}{h} - 2(\alpha' - 1) \qquad (24)$$

X. — Ainsi se trouve déterminée la petite quantité $\varkappa$ et, par suite, la variable $k = 1 - \varkappa$, la seule des deux k, $k\sqrt{1 + n}$ entrant dans la valeur générale (16) de q, dont dépende ici sensiblement cette expression devenue la seconde (20); car les petites variations de $k\sqrt{1 + n}$, proportionnelles à λ, ne la modifie pas du maximum relatif à cette variable $k\sqrt{1 + n}$. Or, la valeur (24) de $\varkappa$, portée dans la seconde relation (20), en élimine ε non moins que $\varkappa$, et il en résulte simplement, comme coefficient m du débit :

$$m \text{ ou } \frac{q}{h\sqrt{2gh}} = \frac{2}{3\sqrt{3}}(2 - \alpha') = 0{,}3849\,(2 - \alpha') \qquad (25)$$

Il vient donc, pour $\alpha' = 1{,}1$, c'est-à-dire, en moyenne, la valeur, bien pen différente de 0,35 que l'on admet d'ordinaire, $m = 0{,}346$, avec des écarts de part et d'autre allant environ aux 0,05 de 0,3849 ou à 0,019; ce qui donne à peu près $m = 0{,}365$ dans les cas de barrages juste assez étendus d'amont en aval pour que les filets fluides y approchent beaucoup de l'horizontalité, et $m = 0{,}327$ dans ceux où la largeur du seuil est suffisante pour y permettre l'établissement d'un régime sensiblement uniforme. Mais, il faut, dans ce dernier cas, qu'une certaine pente du seuil d'amont en aval, s'élevant à quelques millièmes, rende ce régime *torrentueux*; sans quoi la condition $\alpha' U^2 = gH$ ne se réaliserait que près de l'extrémité aval du seuil, trop loin de la section contractée pour ne pas laisser, dans l'intervalle, les frottements extérieurs changer la nature du phénomène, et la presque totalité du déversoir, notamment toute la partie située du côté d'amont, serait *noyée*, contrairement à la supposition fondamentale du problème traité ici.

Le défaut d'évasement de l'entrée diminue m en accroissant α' par les résistances qu'il crée; mais la *contraction*, rapport de ε à h, qui le mesure en quelque sorte, ne paraît pas, comme on voit par (25), dans le coefficient $2 - \alpha'$ de réduction du débit, ou, du moins, n'y introduit que des termes de l'ordre des carrés et produits négligés. Une formule de mes *Eaux courantes* (p. 595), qui donne la valeua $2\alpha' - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{h - \varepsilon}\right)^2$ pour le carré de l'inverse de ce coefficient de réduction (désigné là par k) dans l'hypothèse simple $R_0 = \infty$ à laquelle on s'était borné jusqu'à présent, permet de juger qu'ils sont peu influents en effet; car, même en supposant une absence totale d'évasement, et en attribuant alors au rapport de ε à $h - \varepsilon$ sa valeur 0,163 observée pour les nappes libres, le carré en question ne serait que $2\alpha' - 1 + (0{,}163)^2 = 1 + 2\,(\alpha' - 1) + 0{,}0266$, expression peu supérieure à $1 + 2\,(\alpha' - 1)$ et conduisant à un coefficient de réduction du débit sensiblement égal à $1 - (\alpha' - 1)$, ou conforme à (25), vu surtout l'entre-destruction presque complète, qui s'y opère, des termes du second ordre de petitesse, quand $\alpha' - 1$ reçoit sa valeur moyenne 0,1.

Sur une forme de déversoir en mince paroi, analogue à l'ajutage rentrant de Borda, pour laquelle le relèvement de la face inférieure de la nappe liquide, à la sortie du déversoir, peut être déterminé théoriquement (*).

Le relèvement ε éprouvé, à la sortie d'un déversoir en mince paroi et sans contraction latérale, par la face inférieure de la veine ou nappe liquide, est dû à la continuité avec laquelle change de direction la vitesse des molécules qui décrivent cette face après avoir glissé sur celle d'amont du déversoir. Il doit donc croître avec l'angle total mesurant ce changement de direction jusqu'à la traversée de la section contractée où les filets sont horizontaux, angle négligeable dans le cas d'une face amont du déversoir presque horizontale ou en contrepente à peine sensible, droit pour une face amont verticale, enfin atteignant la valeur maxima de deux droits, ou représentant un renversement complet du sens des filets, quand le déversoir, alors analogue à *l'ajutage rentrant* de Borda dans l'écoulement par un orifice, a sa face amont tellement concave que sa partie supérieure, constituée par une mince et large paroi, atteigne à peu près l'horizontalité sans être cependant noyée en dessus, de manière à diriger vers l'amont les filets fluides qui y glissent. Le rapport du relèvement ε à la hauteur h du niveau d'amont au-dessus du seuil, nul dans le premier de ces cas et, d'après les observations de M. Bazin, égal à 0,14 environ dans le deuxième, atteindra donc sa valeur la plus forte dans le troisième.

Je me propose ici de calculer cette plus forte valeur, en combinant ma théorie approchée des déversoirs (*Comptes rendus*, 4 juillet, 10 et 17 octobre 1887), établie dans la supposition d'un rapport $\frac{\varepsilon}{h}$ constant, mais fourni par l'expérience, avec le principe des quantités de mouvement appliqué comme on le fait pour démontrer le coefficient $\frac{1}{2}$ de la contraction produite par l'ajutage rentrant de Borda. Je me bornerai, pour plus de simplicité, à l'hypothèse d'une nappe déversante libre, c'est-à-dire supportant à sa face inférieure, comme à sa face supérieure, la pression atmosphérique, dont on fait abstraction dans les calculs.

Il faudra donc considérer toute la masse liquide qui, à l'époque t, se trouve comprise à l'amont de la section contractée, de hauteur η, jusqu'à une autre section normale élevée de h au-dessus du seuil, juste assez distante de la première pour que les vitesses y soient partout insensibles ou les pressions hydrostatiquement réparties, et égaler la quantité de mouvement acquise par cette masse durant un instant dt, c'est-à-dire, sensiblement (pour l'unité de largeur), la quantité de mouvement, $\rho dt \int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} V^2 d\zeta$, que possède, à l'époque $t + dt$, la tranche d'eau $dt \int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} V d\zeta$ sortie par la section contractée, à l'impulsion totale, suivant le sens horizontal de l'écoulement à travers cette section, des pressions exercées sur toute la surface limitant la masse dont il s'agit. Or, le plan horizontal mené par le seuil divise cette surface en deux parties, dont l'une, la partie inférieure, est partout en contact avec un fluide sensiblement en repos et, dès lors, soumis à des pressions dont l'impulsion se neutralise, si l'on excepte toutefois la surface, presque horizontale, voisine du seuil, près de laquelle les vitesses sont notables, et où, en conséquence, il y a lieu, même dans l'hypothèse d'un bord tranchant sans aire appréciable, de tenir quelque compte de la petite composante horizontale de partie non hydrostatique, négative, des pressions qu'y exerce la paroi, peut-être aussi de son frottement, supposé, il est vrai, négligeable dans les autres équations du problème. D'ailleurs, ce frottement extérieur, de sens contraire aux filets qu'il sollicite et qui refluent vers l'amont, facilite l'écoulement général de la masse, ou accroît la quantité de mouvement considérée, tout comme la composante horizontale de la partie non-hydrostatique et négative de la pression exercée aux mêmes points. Il faudra donc joindre un petit terme positif à l'excédent, $\frac{1}{2}\rho g h^2 - \int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} p d\zeta$ (pour l'unité de largeur), de la pression $\frac{1}{2}\rho g h^2$ supportée par la partie supérieure de la section d'amont, sur la pression $\int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} p d\zeta$ qu'éprouve la section contractée. Si l'on représente ce terme positif par $\rho g h^2 f$, f étant une très petite fraction inconnue, l'impulsion totale exercée, qu'on devra égaler à la quantité de mouvement acquise $\rho dt \int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} V^2 d\zeta$, sera :

$$\left[\frac{1}{2}\rho g h^2(1+2f) - \int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta} p\, d\zeta\right] dt$$

et, en divisant par $\frac{1}{2}\rho g dt$, puis transposant un terme, il viendra l'équation cherchée :

$$h^2(1+2f) = 2\int_\varepsilon^{\varepsilon+\eta}\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{g}\right) d\zeta \qquad (1)$$

Remplaçons-y $\frac{p}{\rho g}$ et ensuite V par leurs valeurs respectives $h - \zeta - \frac{V^2}{2g}$ et $\sqrt{2g(h-\varepsilon)}\,\frac{R_0}{R_0+\zeta-\varepsilon}$ tirées des équations (1) et (4) de la note citée du 4 juillet (*). Alors, l'intégration, immédiatement effectuable, indiquée au second membre, transformera cette équation (1) en celle-ci :

$$h^2(1+2f) = (h-\varepsilon)^2 \frac{\eta}{h-\varepsilon}\left(2 + 2\frac{R_0}{R_0+\eta} - \frac{\eta}{h-\varepsilon}\right) \qquad (2)$$

que les valeurs $1-k^2$, $k+k^2$ de $\frac{\eta}{h-\varepsilon}$ et de $\frac{R_0}{h-\varepsilon}$, données par les formules (6) et (7) de la même Note, réduiront à

$$h^2(1+2f) = (h-\varepsilon)^2(1-k)(1+k)^3 \qquad (3)$$

Il en résulte, pour la fraction $\frac{h-\varepsilon}{h}$, la valeur très approchée :

$$\frac{1+f}{\sqrt{(1-k)(1+k)^3}}$$

et le rapport cherché $\frac{\varepsilon}{h}$ est enfin donné par la formule :

$$\frac{\varepsilon}{h} = 1 - \frac{1+f}{\sqrt{(1-k)(1+k)^3}} \qquad (4)$$

(*) Séance du 24 octobre 1887.

(*) Voir *La Houille Blanche* de mai 1908.

On voit d'ailleurs, avant les relations (11) de la même Note, que, pour les déversoirs à nappe libre auxquels je me borne en ce moment, $k = 0{,}46854$; et, en effectuant les calculs dans (4), autant que possible, il vient :

$$\frac{\varepsilon}{h} = 0{,}2292 - 0{,}77 f \qquad (5)$$

On ne connaît pas la très petite fraction f ni, par suite, le terme négatif $- 0{,}77 f$. Mais, comme ce terme représente l'influence de forces presque aussi faibles que les frottements, reconnus négligeables dans les phénomènes de contraction des veines fluides, il est difficile de lui attribuer une valeur absolue dépassant 0,01. On pourra donc prendre simplement $\frac{\varepsilon}{h} = 0{,}22$ (*).

Si la face amont du déversoir était moins profondément creusée qu'on ne l'a admis, ce ne serait plus seulement près de sa partie supérieure presque horizontale que le fluide aurait des vitesses V sensibles, mais aussi contre sa partie montante et, d'après le principe de D. Bernouilli, les valeurs de la pression y décroîtraient de $\frac{V^2}{2g}$. L'effet, sur la masse liquide, de ce déficit de pression, de même sens que celui du petit frottement exercé par la partie supérieure, et de la composante horizontale de sa pression non-hydrostatique, reviendrait donc à accroître f et $0{,}77 f$ dans un très grand rapport, ou à rendre la contraction $\frac{\varepsilon}{h}$ de la partie inférieure de la nappe déversante notablement moindre que 0,22. Ainsi, cette valeur 0,22 est bien un maximum.

Supposons que l'on voulût en déduire celle qui est relative au cas d'un barrage vertical, en se basant sur les analogies évidentes respectives d'un tel barrage, et du barrage concave étudié ici, avec un orifice vertical rectangulaire à à bords horizontaux percé en mince paroi plane indéfinie, et avec un tel orifice armé d'un ajutage rentrant de Borda, cas pour lesquels on connaît les contractions $\left(\text{pareilles à } \frac{\varepsilon}{h}\right)$ du bas de la veine d'écoulement, qui sont $\frac{1}{2}(1 - 0{,}62) = 0{,}19$ et $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 0{,}25$. Une proportion qui exprimerait ces analogies conduirait à prendre, pour le déversoir à face d'amont verticale, $\frac{\varepsilon}{h} = \frac{0{,}22 \times 0{,}19}{0{,}25} = 0{,}167$, valeur un peu plus forte que celle, 0,14, résultant des mesurages directs de M. Bazin.

(A suivre.)

(*) Pour une nappe déprimée ou soulevée, mais non adhérente au barrage ni noyée en dessous, l'équation, établie de même, serait, avec les notations de ma note du 10 octobre.

$$\left\{2n + \left[1 - k^2(1+n)\right]\left[-n + (1+n)(1+k)^2\right]\right\} X^2 - 2nX - (1+2f) = 0$$

X y désignant, pour abréger, la différence $1 - \frac{\varepsilon}{h}$ et la partie $2nX^2 - 2nX$, ou $-2n\frac{(h-\varepsilon)\varepsilon}{h^2}$, du premier membre, provenant de la la *non-pression*, $n\rho g(h - \varepsilon)$ par unité d'aire, exercée sur la couche d'air confiné, de hauteur ε, comprise, au-dessus du barrage, en amont du prolongement inférieur de la section contractée, couche qu'il convient alors d'adjoindre à la masse fluide dont on considère la quantité du mouvement.

Par exemple, dans les deux cas où l'on a $k = 0{,}3$, $k = 0{,}6$, et où les différences des pressions supportées par les deux faces de la nappe sont très sensibles (d'après le tableau de la fin du n° III de la même note), il vient, pour h, en négligeont f, les deux valeurs 0,175 et 0,252, dont les écarts, assez modérés d'ailleurs, d'avec la précédente 0,229, sont bien dans les sens prévus au n° II de cette note du 10 octobre. (Voir *Là Houille Blanche* de mai 1908)

Si la nappe était ou adhérente au barrage, ou noyée en dessous, une couche d'eau tourbillonnante, à l'intérieur de laquelle la pression croîtrait de $\rho g\varepsilon$ depuis son sommet jusqu'à sa base, remplacerait l'air confiné où la pression est, au contraire, sensiblement constante; d'où l'adjonction, à la somme des forces sollicitant la masse fluide considérée, d'un terme négatif $-\frac{1}{2}\rho g\varepsilon^2$, pour tenir compte de ce surcroît de pression sur le prolongement inférieur ε de la section contractée. Par suite de cette circonstance, l'équation en $X = 1 - \frac{h}{\varepsilon}$ si l'on y suppose $f = 0$, est divisible par X et donne simplement :

$$\frac{\varepsilon}{h} = 1 - \frac{2(1+n)}{1 + 2n + \left[1 - k^2(1+n)\right]\left[-n + (1+n)(1+k)^2\right]}$$

Pour $k = 0{,}3$, il vient, par cette formule, $\frac{\varepsilon}{h} = 0{,}181$, fraction à peine supérieure à la précedente, 0,175. Pour $k = 0{,}2$, on trouve de même $h = 0{,}128$, au lieu de 0,127 qu'on aurait sans cette substitution de l'eau à l'air sous la nappe ; etc.

Les écarts relatifs des valeurs ainsi obtenues d'avec celle, 0,229, qui appartient à une nappe libre, permettront d'apprécier, pour les divers cas, dans quels rapports la non-pression (positive ou négative) produite sous la nappe y réduit la contraction $\frac{\varepsilon}{h}$ En admettant ensuite, du moins provisoirement, la persistance des mêmes rapports pour les déversoirs à face d'amont non plus creuse, mais verticale, où la contraction dont il s'agit égale 0,14 quand la nappe est libre, on calculera facilement les valeurs qu'il convient, jusqu'à ce que des expériences directes aient pu être faites, d'y attribuer à $\frac{\varepsilon}{h}$, dans les cas de nappes déprimées, soulevées, adhérentes, ou noyées en dessous.

Nouvel Eclissage à mors conique, sans boulons

Les joints sont, comme on le sait, le point faible de toutes les voies de chemins de fer et de tramways. Avec l'éclissage le plus généralement employé aujourd'hui, composé d'éclisses, soit plates, soit à cornières, il se produit très rapidement, par suite des trépidations résultant du passage des trains, un desserrage du boulon servant à relier ces éclisses, et, par suite, un martelage et un cisaillement de celles-ci. Il en résulte au joint une dénivellation du champignon des deux rails se faisant face, des usures inégales de ces champignons, et des chocs au passage des roues des véhicules. Ces défauts ne font que s'aggraver avec le temps, et finissent par donner à la voie une grande instabilité contre laquelle on ne peut lutter que par un entretien soigneux et coûteux.

La cause principale de cette instabilité du joint réside dans le défaut de *solidarité absolue* entre les rails à jonctionner et l'éclisse, malgré le serrage des boulons. Ce qu'il faut donc, c'est empêcher toute dénivellation des champignons des rails aux joints, au moment du passage des roues, et, pour cela, soutenir les patins ou les champignons inférieurs des rails par une semelle commune et enchâssant les deux patins de manière à les solidariser l'un avec l'autre.

Une autre condition est la suppression de la liaison des deux éclisses au moyen des boulons dont le desserrage, toujours à craindre, est une des causes du cisaillement des éclisses et de l'instabilité du joint.

En ce qui concerne les tramways à traction électrique, une condition essentielle est la conductibilité parfaite du joint.

Le système d'éclissage que nous allons décrire a précisément pour but de satisfaire à ces conditions essentielles. (Voir fig. 1 et 2.) Il se compose :

(a). — D'un bâti ou coquille, formé d'un sommier S et de deux joues à gorges P.

(b). — De deux coins K, appelés mors ou mordaches.