Effets du vent sur les nappes liquides

Wind effects on water surface

PAR M. HUNT

CAPTAIN, CORPS OF ENGINEERS, U.S. ARMY
FREEMAN TRAVELING SCHOLAR, AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS

Exposé des conditions présentées par le lac Okeechobee.

I. — Etude analytique et statistique des vents de cyclone dans la zone du lac.

II. — Énoncé des équations régissant le mouvement du lac.

III. — Frottement tangentiel dû au vent. Examen des principes aérodynamiques; influence de diverses variables. — Rappel des recherches antérieures. — Analyse des données, leur comparaison et ses résultats. — Discussion de l'effet du gradient vertical de température.

IV. — Transfert de l'énergie du vent à une surface liquide. Transfert d'énergie par pression normale; analyse expérimentale. — Transfert de l'énergie par frottement tangentiel. — Hauteur limite des vagues en eau peu profonde.

V. — Frottement tangentiel dû au frottement contre le fond. — Analyse des données disponibles; courant laminaire; écoulement turbulent, répartition du coefficient de viscosité turbulente.

VI. — Application des résultats.

Conclusion.

An account of the conditions at lake Okeechobee.

I. — An analytical and statistical examination of cyclonic winds in the region of the lake.

II. — Equations governing the movement of the lake.

III. — Tangential friction caused by the wind. An examination of aerodynamic principles; the effect of various variables. Recapitulation of previous research. Analysis and comparison of data, results. A discussion of the vertical temperature gradient.

IV. — The transference of the wind's energy to the surface of a liquid. The transference of energy via normal pressures; experimental analysis. The transference of energy by tangential friction. The limiting height of waves in shallow water.

V. — Tangential friction caused by friction with the bed; laminar current; turbulent flow, logarithmic distribution, turbulent flow, distribution of the coefficient of turbulent viscosity.

VI. — The application of results.

Conclusion.

INTRODUCTION

Depuis des années, les savants étudient le phénomène de l'élévation d'une surface d'eau libre due à l'effet du vent qui souffle sur cette surface. L'analyse de ce phénomène a une grande importance, parce qu'elle est en relation directe avec la sécurité de la population et le problème économique des ouvrages. On ne saurait oublier le grand désastre du golfe du Bengale en 1885, lorsque environ 100.000 morts ont été causées par les fluctuations de la mer dues au vent, ou le désastre plus récent de février 1953, quand une tempête dans la mer du Nord a porté la

mort et la destruction dans de nombreux ports d'Angleterre et des Pays-Bas.

Le problème de l'effet du vent et des vagues sur le lac Okeechobee en Floride est unique en son genre à cause de la faible profondeur du lac et de la force énorme des vents de cyclone qui balayent le lac. L'histoire du lac Okeechobee n'a pas été non plus exempte de désastres. En 1926, une surélévation d'eau causée par les vents de cyclone a rompu les basses digues qui entourent le lac et a noyé environ 250 personnes. Tandis que les ingénieurs étaient en train d'élaborer des

FIG. 1

mesures pour prévenir le retour d'un tel désastre, un autre cyclone chassa de nouveau l'eau par-dessus les digues existantes, faisant périr environ 2.400 personnes. Comme par ironie, l'effet du vent de la seconde tempête avait dépassé les hauteurs prévues pour la nouvelle digue qui devait être construite. Par la suite, les digues ont été conçues et construites de manière qu'il y a eu une protection efficace depuis 1938.

Le lac Okeechobee est un lac naturel ayant une superficie de 730 milles carrés (le nom Okeechobee signifie « l'endroit de la grande eau »). Il est situé à peu près à mi-chemin entre l'Océan Atlantique et le golfe du Mexique, environ à une centaine de milles au nord de la pointe de la Floride. Le lac est alimenté par trois rivières, la plus grande étant la Kissimmee venant du nord. A l'origine, le lac n'avait pas d'exutoire. Pour cette raison, lorsque les hautes eaux se produisaient, elles se répandaient sur les terres basses du côté sud du lac et continuaient à s'écouler dans un vaste marécage qu'on appelle les Everglades. La composition du sol des marais au voisinage du lac était très riche et favorable à l'agriculture. C'est pour cette raison qu'un projet fédéral des Etats-Unis a été institué en 1930 par décret du Congrès pour assurer une protection contre l'inondation et aménager l'irrigation des terres.

Les plans des travaux exigeaient des digues entourant le lac, des canaux servant à régulariser le débit de l'eau, des vannes de protection contre les tempêtes en tête des grands canaux, des voies navigables et des écluses, des voies d'évacuation des crues et des buses. Cet aménagement a été si réussi, que des projets sont actuellement en cours d'étude pour augmenter la superficie drainée et irriguée par le lac. Il a été possible de mettre en valeur 100.000 acres (40.000 ha) de terres très fertiles à un prix d'environ \$ 100 par acre (\$250 par ha). La technique a transformé une région désolée en une communauté agricole florissante.

Le niveau du lac est actuellement étroitement réglé entre les cotes de 12,5 et 16,5 pieds (3,80 et 5 m) au-dessus du niveau de la mer. Toutefois, afin d'augmenter la superficie des terres irriguées, le niveau du lac devra être rehaussé. Le problème technique qui se pose actuellement est de savoir à quelle hauteur doivent être exhaussées les digues qui entourent le lac, afin d'assurer une protection complète de plusieurs milliers de personnes qui résident au voisinage du lac. Ainsi, les digues doivent être suffisam-

ment hautes et suffisamment résistantes à l'érosion pour pouvoir résister à la combinaison la plus défavorable des niveaux de retenue du lac, de l'effet du vent et de l'action des vagues que l'on peut prévoir; toutefois, eu égard aux grands frais qu'entraîne le rehaussement des digues et qui sont évalués à 1.400.000.000 de francs par pied de surélévation, il est important de ne pas élever les digues à une hauteur inutile.

Le Corps of Engineers (service des Travaux publics de l'Etat américain) cherchant à élaborer un projet économique, mais offrant néanmoins toute sécurité, a entrepris de nombreuses études et a consulté un grand nombre de techniciens renommés. Afin d'obtenir les données nécessaires pour les analyses appropriées de l'effet du vent et des vagues sur le lac Okeechobee, des appareils enregistreurs ont été installés à 17 endroits pour enregistrer le mouvement du vent, la pression barométrique, l'action des vagues et les fluctuations de la surface de l'eau. L'exploitation de cette installation d'appareils de mesure, à elle seule, coûte environ \$ 36.000 par an. De plus, des contrats pour des recherches expérimentales ont été passés avec le National Bureau of Standards, avec l'Université de Californie, avec le Beach Erosion Board et avec la Waterways Experiment Station. Des études du problème ont été faites par des personnalités telles que le professeur BAKHMETEFF, le doyen O'BRIEN, le docteur KEULEGAN, le professeur J. W. JOHNSON et d'autres.

Les renseignements sur le vent et les vagues qui ont été recueillis ont une valeur inestimable. Mon but est de passer en revue ce que les autres ont fait, de coordonner leur œuvre et d'ajouter mes propres études — dans l'espoir de soumettre un projet pratique pour le calcul de l'effet du vent et des vagues d'après des données probables.

La profondeur moyenne du lac n'est actuellement que d'environ 10 pieds (environ 3 m). En 1949, une tempête avait exhaussé le niveau de l'eau, à une extrémité du lac, de 10 pieds (environ 3 m) au-dessus de son niveau d'eau calme et ensuite, dans l'espace de quelques heures, le sens du vent s'étant inversé, le niveau de l'eau à l'extrémité opposée du lac est passé de 7 pieds (2,1 m) au-dessous du niveau d'eau calme à 9 pieds (2,8 m) au-dessus de celui-ci — soit une variation totale du niveau de 16 pieds (environ 4,9 m) dans l'espace de quelques heures. Ce fait est représenté graphiquement sur la figure 1. Il semble donc indiqué d'analyser cette force première — les vents de cyclone — avant d'entrer plus avant dans le sujet.

FIG. 2. — LAC OREECHOBEE.

Porte de protection
contre cyclone n° 3
et une partie
de la digue

Echelle pour la mesure des vagues
installée à la station du lac

Station typique du lac.

CHAPITRE I

ANALYSE DES VENTS DE CYCLONE

De 1901 à 1953, il y a eu 22 cyclones, avec des vents dépassant 75 milles (120 km) par heure, qui ont balayé les côtes de la Floride. Parmi ces cyclones, 18 ont passé à une distance inférieure à 50 milles du lac Okeechobee, suffisamment près pour entraîner une variation de niveau considérable du lac. Les renseignements se rapportant à ces cyclones sont donnés sur le tableau I.

typique sur le lac et une porte de protection contre les cyclones.

Durant la période où les appareils enregistreurs étaient en service, six cyclones, qui ont exercé une influence sur le lac, ont été enregistrés aux époques suivantes : octobre 1950, août 1949, octobre 1948, septembre 1948, septembre 1947, septembre 1945. Le cyclone du mois

TABLEAU I

CYCLONES EN FLORIDE, 1951-1953

A UNE DISTANCE INFÉRIEURE A 50 MILLES DU LAC OKEECHOBEE

DATE	Distance minimum du lac (en milles)	Pression minimum (en pouces de mercure)	Maximum de la vitesse du vent moyenne pour 10 mn (en milles par heure)
12 septembre 1903...	5	29,63	78
12 novembre 1904...	40	29,08	78
17 juin 1906.....	25	»	75
20 octobre 1906.....	10	»	75
18 octobre 1910.....	30	27,80	84
20 octobre 1924.....	50	28,80	100
1 ^{er} décembre 1925....	50	28,90	75
27 juillet 1926.....	50	28,34	89
18 septembre 1926...	50	27,59	110
16 septembre 1928...	0	27,62	117
30 juillet 1933.....	0	29,37	85
3 septembre 1933...	0	27,98	101
15 septembre 1945...	35	28,09	99
17 septembre 1947...	35	27,76	103
12 octobre 1947.....	50	29,27	86
22 septembre 1948...	0	28,41	85
26 août 1949.....	0	28,20	122
17 octobre 1950.....	0	28,20	122

Données d'après référence 5, U.S. Corps of Engineers

C'est en 1935 que le Corps of Engineers avait commencé à recueillir les renseignements sur les cyclones affectant le lac Okeechobee, en installant trois limnigraphes. En 1936, cinq stations sur les rives du lac étaient pourvues d'anémographes, barographes et limnigraphes. D'autres stations étaient ajoutées et maintenues en fonctionnement continu jusqu'en 1949, époque où il a été jugé utile d'ajouter des stations sur le lac, mais ne fonctionnant que durant la saison des cyclones. Actuellement il y a 17 stations qui fonctionnent. La figure 2 montre une station

d'août 1949 a été l'un des plus violents qu'il y ait eu dans la région et une très intéressante série d'observations au voisinage du centre d'un cyclone a été fournie par les appareils enregistrant le vent dans dix stations, sept sur les rives du lac et trois au-dessus du lac.

La Section hydrométéorologique du Bureau météorologique a mis au point une technique pour l'analyse des indications sur la pression et le vent de la tempête de 1949. Cette technique est exposée en détail dans le Rapport hydrométéorologique n° 26 [1]. En résumé, une trajectoire de symétrie

des pressions a été déterminée pour la tempête, basée sur l'hypothèse que le champ de pression était symétrique par rapport au centre de la tempête et qu'il n'y avait pas d'accroissement de pression au centre de la tempête pendant qu'il traversait la région du lac Okeechobee. Une fois que le centre de la tempête a été localisé, une méthode utilisant les observations du vent et de la pression dans quelques stations à divers instants d'observation successifs pour donner l'équivalent d'une carte comprenant un grand nombre de résultats de stations à un moment particulier, a permis d'obtenir les répartitions des vitesses du vent en fonction de la distance au centre et l'angle de déviation en fonction de la distance au centre. La figure 3 donne le champ des directions

FIG. 3

du vent, la répartition de la vitesse du vent et la trajectoire du centre de la tempête déterminés pour la tempête du mois d'août 1949. Ces trois éléments — la trajectoire, la répartition des vitesses du vent et le champ des directions du vent — constituent la caractéristique fondamentale d'un cyclone.

Pour la conception des digues, il était non seulement intéressant de pouvoir reproduire les vents de cyclone, mais encore de pouvoir évaluer les champs du vent résultant de cyclones d'intensité plus grande que ceux qui se sont produits jusqu'à présent. L'existence d'observations de pression relativement nombreuses et les re-

lations fondamentales entre les gradients de pression et les vents théoriques indiquaient l'opportunité d'une définition précise de la répartition des pressions d'un cyclone au moyen d'une expression mathématique, comme le meilleur acheminement vers l'évaluation des vents au-dessus du lac Okeechobee durant le passage d'un cyclone théorique. Etant donné que les répartitions des pressions des cyclones indiquent un accroissement systématique de la pression à partir du centre, il a été généralement admis que le déficit de pression total de la tempête ($p_n - p_0$) doit être un paramètre, lorsque la pression et la distance au centre sont considérés comme variables.

p est la pression à la distance r au centre de la tempête;

p_n est la pression normale à l'extérieur de la périphérie de la tempête;

p_0 est la pression au centre de la tempête.

En employant ces paramètres et R , le rayon des vents maximum, comme indiqué sur la figure 3, une expression a été déterminée empiriquement par la Section hydrométéorologique qui donne une représentation raisonnable de la répartition des pressions d'un cyclone à une distance d'environ 100 milles du centre.

$$\frac{p - p_0}{p_n - p_0} = e^{-R/r} \quad (1)$$

L'équation (1) peut être résolue pour le gradient de pression :

$$\frac{dp}{dr} = (p_n - p_0) \frac{R}{r^2} e^{-R/r} \quad (2)$$

En introduisant cette expression dans la formule générale pour le vent cyclostrophique (vent dans lequel la force de gradient de pression et la force centrifuge sont en équilibre).

$$\frac{U_c^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (3)$$

où U_c est le vent cyclostrophique et

ρ est la densité de l'air.

On obtient :

$$U_c^2 = \frac{1}{\rho} (p_n - p_0) \frac{R}{r} e^{-R/r} \quad (4)$$

L'expression correspondante pour le vent du gradient (vent dans lequel la force centrifuge et la force de Coriolis sont en équilibre avec la force de gradient de pression) est :

$$\begin{aligned} \frac{U_g^2}{r} + 2 \omega \sin \varphi U_g &= \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \\ &= \frac{1}{\rho} (p_n - p_0) \frac{R}{r} e^{-R/r} \end{aligned} \quad (5)$$

en désignant par :

U_g le vent du gradient,

ω la rotation angulaire de la terre, et

φ la latitude.

L'importance de la relation entre la différence de pressions ($p_n - p_0$) et l'intensité de la tempête ressort du fait que la vitesse maximum du vent cyclostrophique, $U_{c\max}$, obtenue en introduisant $r = R$ dans l'équation (4), est :

$$U_{c\max}^2 = \frac{p_n - p_0}{\rho e} \quad (6)$$

ou, pour la région du lac Okeechobee :

$$U_{c\max} = 72,8(p_n - p_0)^{1/2}$$

$p_n - p_0$ étant exprimé en pouces de mercure et $U_{c\max}$ en milles par heure.

Ainsi la première étape nécessaire pour synthétiser un cyclone est d'établir la répartition prévue des pressions. Ceci peut être fait, en choisissant deux paramètres $p_n - p_0$ et R .

Connaissant la répartition des pressions, on peut en déduire la répartition du vent du gradient. La deuxième étape est de réduire la répartition du vent du gradient au niveau de l'anémomètre. Ceci a été fait par la Section hydrométéorologique et exposé en détail dans ses excellentes publications n°s 31² et 32³.

Il faut répartir les vents au niveau de l'anémomètre en trois catégories de frottement : les vents au-dessus de l'eau découverte (U_0), les vents venant du lac et dirigés vers la rive (U_w) et les vents venant de la terre et dirigés vers le lac (U_L). Les vents au-dessus de l'eau sont de beaucoup les plus importants pour l'emploi dans le calcul de l'effet du vent. Les effets de rive sur les vents venant du lac et les vents venant de la terre diminuent à partir de la rive jusqu'à une distance de quelques milles où ils sont négligeables. Ainsi, pour calculer les effets nets dans les tempêtes qui ont des valeurs appropriées de pression et/ou de vents au-dessus de l'eau, un procédé très précis pour le calcul des effets de vents venant du lac et venant de la terre n'est pas nécessaire. Pour un très petit lac ou une faible masse d'eau, il présenterait évidemment une grande importance.

Le cyclone du mois d'août 1949 a fourni la plupart des indications fondamentales pour le procédé de réduction du vent — mais les indications obtenues durant cinquante ans sur les cyclones dans l'ensemble ont été utilisées pour confirmer les déductions importantes. Dans toute l'analyse, la vitesse moyenne du vent pour une période de dix minutes a été l'unité employée dans le calcul.

Après une étude complète, un diagramme a été établi dont l'emploi permettra de réduire les vents du gradient aux vents au-dessus de l'eau (fig. 4).

Afin de se rendre compte dans quelle mesure la variation du rapport entre le vent au niveau de l'anémomètre et le vent du gradient suivant le rayon de la tempête était dû à la variation de la structure turbulente, on a établi le rapport entre la vitesse moyenne du vent venant du lac et la vitesse du vent de la plus grande rafale enregistrée durant les mêmes dix minutes. Ce rapport devrait être un indice de la structure turbulente. Or, on a trouvé que ce rapport était constant et on en a déduit que la variation de la vitesse du vent au-dessus de l'eau à la vitesse de vent du gradient (fig. 4) suivant le rayon de la tempête était une fonction seulement de la dynamique du cyclone. Ceci conduit aussi à la déduction importante que, pour les grandes vitesses de vent, la structure turbulente est essentiellement indépendante de la vitesse du vent.

On a établi les rapports entre les vitesses du vent venant du lac et les vitesses du vent au-dessus de l'eau. On a trouvé que le rapport moyen était de 89 %, que les variations de ce rapport étaient faibles et que la valeur U_w/U_0 ne dépendait pas de la vitesse du vent.

On a trouvé que les rapports entre les vents soufflant de la terre et les vents au-dessus de l'eau varient beaucoup avec la vitesse du vent, ainsi qu'avec l'emplacement, étant donné que la topographie et, par conséquent, la rugosité varient. Les résultats de ces deux déterminations sont indiqués sur la figure 5.

Un résumé des procédés discutés pour la réduction du vent du gradient au vent au niveau de l'anémomètre sur le lac Okeechobee donne les indications suivantes :

1. Obtenir les vents au-dessus de l'eau en appliquant les rapports donnés par la figure 4;
2. Obtenir les vents sur la rive en calculant :
 - a) les vents soufflant du lac pour des expositions découvertes, par la multiplication du vent au-dessus de l'eau par 0,89;
 - b) les vents soufflant de la terre, par l'emploi de la courbe de la figure 5.

Du fait de la forme du lac et de la topographie autour du lac, certaines trajectoires, que le vent pouvait suivre en soufflant par dessus le lac, sont plus dangereuses que d'autres. Ainsi, la condition de direction du vent la plus dangereuse résulterait probablement d'une direction constante suivant un fetch critique. Dans tous les cyclones étudiés, il paraissait y avoir un angle de déviation moyen assez constant dans la partie extérieure de la tempête (fig. 3). Un angle de déviation moyen de 35° était le plus courant.

En utilisant des cyclones théoriques, la trajectoire du cyclone devrait être orientée de manière à maintenir les vents parallèles au fetch critique. Il est évident que plus est lente la progression d'un cyclone, plus est durable la persistance des vents de grande vitesse au-dessus du lac. L'analyse de la vitesse d'avancement des cyclones indique une vitesse moyenne de 10 milles par heure.

En étudiant les données fournies par l'ensemble des stations de mesure du Corps of Engineers [4], il est possible non seulement de retrouver les répartitions des vents des cyclones réels, mais encore de prévoir la répartition des vents des cyclones possibles et d'orienter la trajectoire de ces cyclones de manière à produire les conditions critiques pour les études de projets. Il est intéressant de noter que la trajectoire du grand cyclone du mois d'août 1949 était orientée de manière à produire les conditions critiques. Ce cyclone, à cause de ses vents violents et de sa trajectoire critique, et du fait

de l'abondance de bonnes indications qui le concerne, sera analysé dans ce rapport.

Il existe un grand nombre d'autres études et conclusions concernant le comportement des cyclones; mais elles n'ont pas un rapport direct avec le calcul de l'effet du vent ou de l'action des vagues. Dans l'étude qui suit, on utilisera beaucoup les données exposées dans cette partie.

Une mise en garde peut être faite maintenant quant aux résultats des travaux de recherches de ceux qui ont utilisé dans le passé la vitesse de vent indiquée par les anémomètres situés sur terre au voisinage d'une masse d'eau. Les études sur le lac Okeechobee ont indiqué de manière concluante que les vents soufflant de la terre ou du lac sont fortement réduits par rapport aux vents soufflant au-dessus de l'eau. Le fait que la vitesse du vent apparaît dans les équations de la dénivellation comme une quantité au second degré rend l'emploi de données incorrectes encore plus sensible. La figure 18 est une des centaines de répartitions tracées qui montrent graphiquement la réduction de la vitesse du vent au-dessus de la terre. D'autre part, le rapport entre les vents au-dessus de l'eau et les vents du gradient, d'environ 65 % pour des distances quelque peu éloignées du rayon des vents maximums (fig. 4), concorde d'une manière générale avec les constatations de nombreux météorologistes.

Il pourrait être intéressant de noter que des études statistiques et analytiques de tous les cyclones qui se sont produits durant le dernier demi-siècle ont conduit les ingénieurs du district de Jacksonville de l'U.S. Corps of Engineers [5] à choisir comme suit un cyclone standard pour les études de projets :

PRESSION AU CENTRE (en pouces de mercure)	PRESSION EXTÉRIEURE (en pouces) de mercure)	RAYON DES VENTS MAXIMUMS (en milles)
p_0	p_n	R
27,50	30,00	30

Ceci donne pour un cyclone théorique une vitesse maximum moyenne du vent au-dessus de toute la surface du lac (750 milles carrés), (1.922 km²) de 84,7 milles (135 km) par heure. La vitesse maximum de vent cyclostrophique est de 115 milles (185 km) par heure. Bien que cette tempête puisse paraître très sévère, le cyclone de septembre 1928 qui a passé directement au-dessus du lac était d'une intensité légèrement plus grande.

CHAPITRE II

LES ÉQUATIONS QUI RÉGISSENT LE MOUVEMENT DU LAC

La surface libre du lac est soumise à un frottement tangentiel lorsque le vent souffle au-dessus du lac. La force du vent résulte partiellement des inégalités des pressions d'air sur les versants au vent et sous le vent des vagues et partiellement du frottement tangentiel à la surface de l'eau. L'équation générale de la surface est l'équation différentielle du déplacement superficiel d'un volume d'eau.

Bien que dans le cas du lac Okeechobee il y ait une inclinaison de la surface de l'eau à angle droit avec la direction du vent due à la répartition du gradient de pression atmosphérique, la pente de la surface de l'eau perpendiculairement à la direction du vent est faible en comparaison avec la pente de la surface de l'eau dans la direction du vent et, pour simplifier l'étude, le problème sera considéré comme celui d'un mouvement à deux dimensions.

Les autres forces, qui agissent sur la masse d'eau et qui peuvent être considérées, sont la force de Coriolis et la pesanteur. EKMAN [6] a fait une étude approfondie de l'influence de la rotation de la terre sur la grandeur absolue de l'inclinaison de l'eau due à l'effet du vent. Il a trouvé que l'inclinaison de l'eau diminuait avec le rapport D' entre la profondeur d'eau et la « profondeur d'influence de frottement ».

$$D' = \pi \sqrt{\frac{2\mu}{\rho \omega \sin \varphi}}$$

ω est la vitesse angulaire de la terre,
 φ est la latitude.

On peut conclure d'après son étude que la réduction de l'inclinaison pour une eau peu profonde, c'est-à-dire dans le cas où la valeur de la profondeur d'eau est inférieure à $1/2 D'$, est négligeable.

Dans les équations du mouvement d'un fluide visqueux (LAMB [7]), il est possible de faire des hypothèses simplificatrices générales et d'aboutir à une équation du type :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (9)$$

En intégrant cette équation sur toute la profondeur du lac, il sera possible de simplifier les équations considérablement; parce que la variable verticale disparaîtra. De plus, pour le mo-

ment, la répartition des vitesses n'a pas à être précisée. Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{D+h} u \, dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{D+h} u^2 \, dz \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} (D+h) + \frac{1}{\rho} (\tau_s - \tau_b) \end{aligned} \quad (10)$$

Les indices s et b se rapportent respectivement à la surface et au fond (fig. 6).

FIG. 6

Pour les vents de cyclone, on peut considérer qu'il existe une condition d'état stable, lorsque la direction du vent soufflant au-dessus du lac ne varie pas rapidement avec le temps. C'est généralement le cas, sauf quand le centre du cyclone passe près de la surface de l'eau. Pour l'étude d'un projet, l'état instable ne présente pas d'intérêt, car l'effet maximum du vent ne se produit pas dans ces conditions.

Il peut être démontré que la variation horizontale de la quantité de mouvement peut être négligée si :

$$\frac{u_s^2}{gD} \ll 1 \quad (11)$$

C'est, en fait, le cas, comme on le verra plus loin.

La pression atmosphérique au-dessus du domaine formé par le lac n'est pas constante, mais continue à varier avec la distance au centre de la tempête. Si on tient compte de la pression du lac, l'équation finale du déplacement de la surface devient :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\tau_b + \tau_s}{\rho g (D+h)} \quad (12)$$

Tous ceux qui ont fait l'étude et quelle que soit leur méthode d'acheminement arrivent invariablement à une équation semblable à l'équation ci-dessus comme équation fondamentale de-

vant être employée pour le calcul de l'effet du vent. On peut admettre que la profondeur en tout point du lac est connue avec précision. Par conséquent, les deux facteurs inconnus dans

l'équation (12) sont l'effort de frottement de surface que le vent exerce sur l'eau et l'effort de frottement au fond causé par le courant de gradient dû à l'inclinaison de la surface de l'eau.

CHAPITRE III

FROTTEMENT TANGENTIEL DU AU VENT

Il y a deux méthodes possibles pour la détermination du frottement tangentiel que le vent exerce sur une surface d'eau libre. L'une consiste à mesurer le gradient vertical de la vitesse horizontale moyenne du vent et à calculer par une théorie appropriée du frottement tangentiel d'après le gradient mesuré. L'autre méthode consiste à intégrer les équations du mouvement, comme on l'avait fait précédemment, et à déterminer l'effort de frottement en introduisant les valeurs connues de la pente de la surface d'eau libre et de la profondeur d'eau. Cette méthode utilise le fait que la composante de la gravité sur le plan de la surface libre équilibre le frottement tangentiel à la surface et au fond.

EXAMEN DES PRINCIPES AÉRODYNAMIQUES :

L'écoulement de l'air au voisinage de la surface de la terre peut être comparé à l'écoulement turbulent au voisinage d'une paroi solide, qui a été si complètement étudié en laboratoire. Pour cette raison, un grand nombre de théories de l'aérodynamique a été appliqué au problème météorologique. L'écoulement laminaire a lieu rarement dans la nature; au lieu de cela, l'écoulement est caractérisé par des oscillations et des tourbillons par lesquels les masses fluides sont continuellement transportées dans des régions de vitesses différentes. Ceci implique l'existence de fluctuations de vitesses qui se produisent au hasard et rapidement, de manière que la vitesse en un point à un moment donné peut être exprimée comme suit :

$$u = \bar{u} + u' \quad (13)$$

en désignant par :

$\bar{u}$ la vitesse moyenne en ce point pour un intervalle de temps donné, et par

u' la vitesse turbulente ou tourbillonnaire qui, pour un intervalle de temps suffisamment long, est égale à zéro.

COUCHE LIMITE :

La vitesse d'un fluide visqueux dans la zone de contact avec une paroi solide doit être égale

à celle de la paroi solide. Ainsi un courant d'air libre se déplaçant avec une vitesse u le long d'une paroi solide fixe doit avoir une vitesse nulle contre la paroi et une vitesse u à une certaine distance de celle-ci. Lorsqu'il existe un gradient de vitesse, le mouvement turbulent conduit à un transport de quantité de mouvement à travers les surfaces normales au gradient de vitesse. Un frottement tangentiel est exercé sur une surface à travers laquelle un transfert de quantité de mouvement a lieu. La couche relativement mince où le gradient de vitesse est grand est appelée *couche limite*.

Non seulement le régime de l'écoulement fluide, laminaire ou turbulent, est important, mais encore la nature de la paroi joue un rôle important. Dans l'écoulement turbulent, il existe une couche très mince, appelée *sous-couche laminaire*, contre la paroi où le gradient de vitesse est constant. Si les aspérités de la surface limite solide ont une hauteur plus grande que l'épaisseur de la sous-couche laminaire, la répartition des vitesses est modifiée et on dit que la surface est aérodynamiquement rugueuse. Dans l'analyse qui suit, l'écoulement sera toujours considéré comme étant turbulent, mais il reste à déterminer si la surface est aérodynamiquement rugueuse ou lisse.

TENSIONS DE REYNOLDS :

Si nous introduisons dans les équations dynamiques du mouvement les vitesses turbulentes, des termes supplémentaires apparaîtront, qui dépendront des vitesses tourbillonnaires. Ces termes supplémentaires $\rho u', w', \rho u', v', \rho u'^2$, etc.) sont appelés tensions de Reynolds et sont les expressions de l'effet des variations par rapport à l'écoulement turbulent moyen (u', v', w') dans le transport de la quantité de mouvement à travers les surfaces fluides.

COEFFICIENT DE VISCOSITÉ TURBULENTE :

Dans l'écoulement laminaire, la tension par aire de surface est proportionnelle à la variation de la vitesse le long d'une ligne normale à cette surface :

$$\tau = \mu \frac{du}{dz} \quad (14)$$

Le facteur de proportionnalité μ est une propriété du fluide et ne varie pas avec l'état de mouvement du fluide. Par analogie, dans le cas d'écoulement turbulent, la tension de REYNOLDS peut s'écrire :

$$\tau = -\overline{\rho u' w'} = \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dz} \quad (15)$$

où ε , appelé souvent coefficient de viscosité turbulente, correspond à la viscosité dynamique, mais dépend de l'état de mouvement du fluide en ce qui concerne sa valeur.

PRANDTL [8] a introduit la notion de longueur de mélange qui est la distance que parcourt un tourbillon depuis son point de départ du mouvement moyen jusqu'à ce qu'il reprenne le mouvement moyen de la masse principale du fluide. Il définit la longueur de mélange l par l'expression :

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right)^2 \quad (16)$$

Il est commode de définir la « vitesse de frottement » U_* par l'expression :

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (17)$$

On a alors :

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{U_*}{l} \quad (18)$$

et :

$$\varepsilon = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| \quad (19)$$

VON KARMAN [9, 10] a trouvé d'après son principe statistique de la similitude de la turbulence que :

$$l = k \frac{d\bar{u}/dz}{d^2\bar{u}/dz^2} \quad (20)$$

où k est une constante universelle caractérisant la turbulence et est égale à 0,40.

EQUATION DE LA RÉPARTITION DES VITESSES :

Si l'on introduit l'équation (20) dans l'équation (18), il est possible d'obtenir par intégration l'expression :

$$\frac{\bar{u}}{U_*} = \frac{1}{k} l_n \frac{z}{z_0} \quad (21)$$

dans laquelle z_0 est une constante d'intégration obtenue par la condition $u = 0$ quand $z = z_0$. L'équation n'a pas de signification pour les petites valeurs de z .

L'équation (21) aurait pu être aussi établie, si l'on avait admis que la quantité de mélange turbulent était proportionnelle à la distance à la paroi solide, c'est-à-dire :

$$l = kz \quad (22)$$

VARIATION DE LA RUGOSITÉ DE LA SURFACE
ET DU GRADIENT VERTICAL DE TEMPÉRATURE :

Il y a deux points de vue auxquels l'écoulement au-dessus de la surface de la terre diffère considérablement de l'écoulement à travers un long tuyau droit si souvent mesuré au laboratoire. D'abord, la densité de l'air n'est pas constante. Il y a des variations journalières marquées du gradient vertical de température dans les couches les plus basses de l'atmosphère. Le gradient de température est un facteur gouvernant important pour la quantité de turbulence dans l'atmosphère. Ensuite, la surface ou paroi au-dessus de laquelle passe l'air est variable en ce qui concerne le type et le degré de la rugosité présente. Lorsqu'on considère un écoulement au-dessus de l'eau, le degré de rugosité varie même avec la vitesse de l'air par suite de la croissance des vagues à la surface de l'eau.

Pour le moment, nous allons considérer un gradient de température adiabatique. Le gradient de température est considéré adiabatique lorsque la variation de la température de l'air est due seulement à celle de la pression. Le gradient adiabatique sec est d'environ 5,5° F par 1.000 pieds d'élévation (0,98° C par 100 m). Si l'air est saturé, c'est-à-dire que l'humidité relative est 100%, le gradient adiabatique humide est de 3,2° F par 1.000 pieds d'élévation. L'air est considéré stable lorsque le gradient de température est inférieur à l'adiabatique. L'instabilité a lieu lorsque le gradient dépasse le gradient adiabatique. L'air est conditionnellement instable si le gradient est compris entre les gradients adiabatiques sec et humide. Le gradient normal ou moyen à un endroit donné est toujours le même, 3,3° F par 1.000 pieds. Toutefois, le gradient à un moment donné peut varier considérablement.

FROTTEMENT TANGENTIEL CONSTANT
DANS LA PARTIE INFÉRIEURE DE L'ATMOSPHÈRE :

SUTTON [12] a montré que, si l'écoulement au voisinage de la surface de la terre est considéré comme un écoulement permanent dans lequel le mouvement moyen a la même direction dans tous les points et dans lequel la turbulence est uniforme dans toutes les directions et, si l'on néglige les tensions dues à la viscosité en comparaison à la tension de Reynolds, on a :

$$\tau = \tau_0 + z \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (23)$$

τ_0 étant le frottement tangentiel, lorsque $z \rightarrow 0$.

Le gradient de la pression peut être considéré comme une petite quantité et, pour cette raison, au voisinage de la surface de la terre, le frottement tangentiel est constant, lorsque l'altitude varie, et égal à sa valeur à la surface. CALDER [13] a étudié ce fait en détail et a déterminé que τ est constant à 6 % près jusqu'à une altitude de 25 m au-dessus de la surface de la terre. Par conséquent, dans ce mémoire, pour un vent donné, U_* sera considéré comme étant constant et la vitesse moyenne sera une fonction seulement de l'altitude.

ÉCOULEMENT CLASSÉ SUIVANT LES CONDITIONS DE LA SURFACE :

Suivant les effets aérodynamiques qu'elles produisent, les parois solides sont généralement classées comme lisses, rugueuses ou ondulées. La valeur de z_0 dans l'équation (21) peut être exprimée sous une forme différente pour chacun de ces types. KEULEGAN [14] a eu recours à l'analyse dimensionnelle pour obtenir l'expression demandée de z_0 .

Surface lisse :

Des considérations dimensionnelles donnent la relation :

$$\frac{z_0 U}{\nu} = K$$

K étant une constante.

La substitution dans l'équation (9) donne :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{k} l_n \left(\frac{U_* z}{k \nu} \right) = a_s + \frac{1}{k} l_n \frac{U_* z}{\nu} \quad (24)$$

Cette équation a été confirmée expérimentalement avec des tuyaux lisses par NIKURADSE [15]. Il a déterminé :

$$z_0 = \frac{\nu}{9 U_*} \quad (25)$$

Surface rugueuse :

Des considérations dimensionnelles donnent la relation :

$$\frac{z_0 U_*}{\nu} = \varphi \left(\frac{\varepsilon U_*}{\nu} \right)$$

où ε est la hauteur des aspérités.

La substitution dans l'équation (21) donne :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{k} l_n \frac{U_* z}{\varepsilon \nu} = a_R + \frac{1}{k} l_n \frac{U_* z}{\nu} \quad (26)$$

SCHLICHTING [16] et NIKURADSE [17] ont déterminé expérimentalement que a_R varie avec la forme et la répartition des aspérités. Pour une surface de sable bien tassé, a_R est tel que :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 8,5 + \frac{1}{k} l_n \frac{z}{\varepsilon_s} \quad (27)$$

$$z_0 = \frac{\varepsilon_s}{30} \quad (28)$$

Pour une surface aérodynamiquement rugueuse nous pouvons conclure que l'effet de viscosité est négligeable et z_0 dépend seulement de la dimension et du type des aspérités.

SCHLICHTING et d'autres [18] ont montré qu'une surface peut être considérée comme étant aérodynamiquement lisse si :

$$\frac{U_* \varepsilon_s}{\nu} < 3,09,$$

et aérodynamiquement rugueuse si :

$$\frac{U_* \varepsilon_s}{\nu} > 75.$$

ROSSBY et MONTGOMERY [19], utilisant l'œuvre de PRANDTL, ont admis qu'au-dessus d'une surface rugueuse le mouvement turbulent s'étend jusqu'à la surface même. Ainsi, à la surface, la longueur de mélange a une valeur finie que l'on peut admettre comme étant proportionnelle à la hauteur moyenne des aspérités. Alors :

$$l = k(z + z_0) \quad (29)$$

La substitution dans l'équation (21) donne :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{k} l_n \frac{z + z_0}{z_0} \quad (30)$$

avec $z_0 = \varepsilon_s/30$.

Avec cette formule, la condition limite $u = 0$, lorsque $z = 0$, est vérifiée.

Surface ondulée :

Des considérations dimensionnelles donnent :

$$\frac{z_0 U_*}{\nu} = \varphi \left(\frac{h}{L} \right)$$

où h est la hauteur d'onde,

et L est la longueur d'onde.

La substitution dans l'équation (21) donne :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{k} l_n \frac{U_* z}{\nu \varphi(h/L)} \quad (31)$$

$$z_0 = \frac{\nu}{U} \varphi(h/L) \quad (32)$$

FORMULES DU TYPE z^β :

Les formules indiquées jusqu'à présent ont été du type logarithmique. De nombreux investigateurs ont trouvé qu'au voisinage du sol et pour un taux de décroissement adiabatique, la répartition logarithmique était valable. Toutefois, il a été démontré, pour des vents au-dessus de la terre, que dès que le gradient vertical de température s'écarte sensiblement de l'adiabatique, le tracé de U en fonction de $\log z$ n'est plus linéaire. Il a été trouvé par DEACON [20] et d'autres que la courbe de U en fonction de $\log z$ est convexe vers l'axe des U dans des conditions instables et concave vers l'axe des U dans des conditions stables. DEACON a proposé l'expression :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{k} \frac{1}{(1-\beta)} \left[\left(\frac{z}{z_0} \right)^{1-\beta} - 1 \right] \quad (33)$$

qui devient logarithmique, quand $\beta \rightarrow 1$.

$\beta > 1$ conditions instables;

$\beta = 1$ taux de décroissement neutre;

$\beta < 1$ conditions stables.

GRADIENTS DE TEMPÉRATURE VERTICAUX
VARIABLES :

Il a été observé par DEACON et d'autres que le rapport des vitesses de vent à deux altitudes fixes au-dessus d'une surface donnée accusait une variation marquée avec la variation du gradient de température vertical, lorsque le vent était faible, mais, qu'avec une vitesse de vent croissante, l'effet diminuait progressivement par suite de la prépondérance croissante des forces de frottement dans l'écoulement sur les forces de poussée verticale provoquées par la stratification thermique. RICHARDSON [21] a proposé un facteur sans dimension (appelé le « nombre de RICHARDSON ») pour indiquer si la turbulence augmente ou diminue.

$$Ri = \frac{g (dT/dz)}{T (d\bar{u}/dz)^2} \quad (34)$$

où dT/dz est le gradient vertical de température absolue.

En considérant l'effet de stabilité dans les couches à la surface, ROSSBY et MONTGOMERY ont établi pour la longueur de mélange l'expression :

$$l = \frac{kz}{(1 + \sigma Ri)^{1/2}} \quad (35)$$

dans laquelle σ est une constante concernant la stabilité.

HOLZMAN a fait plus tard une transformation intuitive qui a très bien concordé avec les observations, si $\sigma = 7$:

$$l = kz (1 - \sigma Ri)^{1/2} \quad (36)$$

VALEUR MESURÉE DE k :

La résistance que la surface de la terre exerce sur le vent a été mesurée directement par SHEPPARD [22], en observant la déviation d'une plaque horizontale flottant sur de l'huile. Il a fait des mesures simultanées de la répartition des vitesses au-dessus de la surface et, en utilisant l'équation (21), il déduit l'expression suivante de k :

$$k = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{\ln(z_1/z)}{U_1 - U}$$

La valeur obtenue avec une stratification atmosphérique modérément instable était 0,46, ce qui est considéré comme concordant bien avec la valeur de NIKURADSE de 0,40. SHEPPARD présente aussi une preuve qui montre que la constante de VON KARMAN varie considérablement avec la stabilité atmosphérique. Sa figure représentant la variation de k avec la stabilité est reproduite sur la figure 7.

FIG. 7

Le résultat de cette variation de k avec la stabilité est que le frottement tangentiel pour une vitesse de vent donnée à une altitude donnée tend à être constant au lieu d'accuser des variations marquées pour des conditions atmosphériques instables, adiabatiques et stables.

**

Recherches antérieures

UTILISATION DE LA PENTE DE LA SURFACE DE L'EAU :

En utilisant l'équation (12), il est possible de déterminer τ_s si l'on connaît la pente de la surface et la profondeur de l'eau et les propriétés du fluide et si l'on fait une hypothèse en ce qui concerne la valeur de τ_b .

EKMANN [6] a employé en 1905 une équation établie par COLDING d'après des données sur une tempête sur la mer Baltique pour déterminer τ_s . Il a trouvé :

$$\tau_s = 0,00246 \rho_a U^2 \quad (37)$$

L'altitude à laquelle U était mesuré n'est pas indiquée, mais SVERDRUP [23] dit que l'équation est probablement applicable pour des vitesses de vent d'environ 20 m/s à une altitude de 15 m.

PALMEN et LAURILA [24] ont fait une étude de l'effet du vent dans le golfe de Bothnie, dont la profondeur est d'environ 50 m, et on a trouvé :

$$\tau_s = 0,0024 \rho_a U^2 \quad (38)$$

La Commission du Zuydersée (MAZURE) [25] a établi la formule :

$$h = \frac{a U^2 L \cos \theta}{D} \quad (39)$$

qui, pour un vent soufflant dans la direction du fetch et la valeur généralement admise de $a = 0,036$, donne :

$$\tau_s + \tau_b = 0,00277 \rho_a U^2$$

Tous les investigateurs n'ont pas trouvé que la dénivellation varie comme le carré de la vitesse du vent.

HAYFORD [25] a trouvé :

$$h = k U^{2,4} \quad (40)$$

et HELLSTRÖM [26] :

$$h = k U^{1,8}$$

Par des essais en laboratoire, KEULEGAN [27] a déterminé que la dénivellation observée pouvait être divisée en deux parties; la première due au frottement superficiel et la deuxième à la résistance de forme des crêtes de vagues. Il a trouvé :

$$\frac{h}{L} = 3,3 \cdot 10^{-6} \frac{U^2}{gD} + 2,08 \cdot 10^{-4} \frac{(U - U_0)^2}{gD} \left(\frac{D}{L} \right)^{1/2} \quad (42)$$

La signification dynamique de U_0 n'a pas été discutée et il a été désigné sous le nom de vitesse caractéristique de la formule.

FRANCIS et BAGNOLD [28] ont noté dans des essais en laboratoire une vitesse de vent limite à laquelle les vagues se forment et ont incorporé cette vitesse dans l'équation :

$$\tau = C_D \rho_a (U - U_0)^2 \quad (43)$$

D'autres essais ont été effectués par VAN DORN [29], HELLSTRÖM [30] et SIBUL [31].

UTILISATION DU GRADIENT DE VITESSE VERTICAL DE L'AIR.

Surface aérodynamiquement lisse :

ROSSBY [32] a constaté que, pour de faibles vitesses de vent, la surface de la mer pouvait

être considérée comme étant lisse et la tension déterminée par les équations 24 et 25.

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 2,5 \ln 9 \frac{U_* z}{v} \quad (24)$$

En analysant les données obtenues dans la mer du Nord, ROLL [33] a trouvé que la même formule était applicable, mais avec une constante différente :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 2,5 \ln 2,1 \frac{U_* z}{v} \quad (44)$$

Surface aérodynamiquement rugueuse :

ROSSBY et MONTGOMERY ont analysé les mesures de WUST [34] et de SCHOULEJKIN et ont conclu qu'aux vitesses de vent modérées et grandes, la surface de la mer pouvait être considérée comme étant rugueuse avec un paramètre de rugosité constant de $z_0 = 0,6$ cm.

SVERDRUP introduit $z_0 = 0,6$ cm et $z = 15$ m dans l'équation (21) pour obtenir la formule qui est souvent citée et très utilisée :

$$\tau_s = 0,0026 \rho_a U_{15}^2 \quad (45)$$

Il est intéressant de noter que certains investigateurs ont indiqué que le coefficient de rugosité diminue lorsque la vitesse du vent augmente (KEULEGAN [35], NEWMANN, ROLL), tandis que d'autres ont observé que la rugosité augmente avec la vitesse (FRANCIS).

MODEL [36] en adoptant l'équation (38) de PALMEN et en utilisant les données de VON BRUCH [37], a établi la formule :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 2,5 \ln 30 \frac{z}{2} \quad (46)$$

Il a conclu, comme ROSSBY, que la rugosité est constante et donne $z_0 = 2$ cm.

Surface ondulée :

ROLL a affirmé qu'une base ondulée est dans un certain sens une transition entre une surface rugueuse et une surface lisse. Il cite les résultats obtenus par MOTZFELD par des essais en tunnel aérodynamique.

Au-dessus des vagues avec profils effilés, le vent se décolle des sommets et des tourbillons se forment. D'après MOTZFELD :

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 2,5 \ln \frac{7,25 z}{h} \quad (47)$$

$z_0 = h/7,25$, h étant la hauteur de la vague.

Avec un profil de vague à crête arrondie, tel qu'un profil trochoïde ou sinusoidal, il n'y avait pas de décollement de l'écoulement, mais plutôt

une répartition de vitesse qui était semblable à l'écoulement au-dessus de surfaces lisses.

$$\frac{U}{U_*} = 2,5 \ln \frac{3 U_* z}{\nu 10^{18,2 \operatorname{tg} \alpha_m}} \quad (48)$$

$\operatorname{tg} \alpha_m$ étant l'inclinaison maximum de la tangente au profil de la vague.

Pour une courbe sinusoïdale $\operatorname{tg} \alpha_m = h/L$ et pour une trochoïde :

$$\operatorname{tg} \alpha_m \approx \pi \frac{h}{L} \left[1 + \frac{\pi}{2} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right]$$

Ainsi le coefficient de rugosité est du type déterminé par l'analyse dimensionnelle.

$$z_0 = \frac{\nu}{U_*} \varphi \left(\frac{h}{L} \right) = \frac{\nu}{U_*} \frac{10^{18,2 \operatorname{tg} \alpha_m}}{3}$$

ESSAIS DE TAYLOR :

D'après une étude des données obtenues au moyen d'un ballon-pilote au-dessus de la plaine de Salisbury, TAYLOR [33] a conclu que :

$$\tau_s = \rho_a C_D U_z^2 \quad (49)$$

U_z est la vitesse du vent;

C_D est une constante dépendant de l'altitude à laquelle U_z est mesuré.

Dans ses essais, C_D variait entre 0,0022 et 0,0032, lorsque la vitesse était mesurée à l'altitude de 30 m.

La plupart des formules citées n'indiquent pas l'altitude spécifique au-dessus de la surface de l'eau à laquelle la vitesse du vent était mesurée. La vitesse du vent dans la couche limite turbulente augmente avec l'altitude et il est impératif que le vent soit mesuré à une altitude donnée. Cette valeur de z est généralement prise de manière à désigner l'altitude au-dessus de la surface moyenne d'eau calme; mais dans les équations (46), (47) et (48), c'est la hauteur au-dessus de la crête des vagues.

*
**

Analyse des données

DONNÉES SUR LE LAC OKEECHOBEE :

L'important réseau de stations situées sur et autour du lac a permis, grâce aux enregistrements du niveau de l'eau, de reproduire les lignes de niveau de la surface d'eau libre pendant la durée des cinq cyclones précédents. De la pente de la surface et de la vitesse du vent enregistré, le frottement tangentiel peut être déduit approximativement. Plusieurs anémomètres multiples ont été installés récemment, de sorte que le gra-

dient vertical de la vitesse du vent peut être mesuré. Depuis leur installation en 1953, il n'y a pas eu de cyclone au voisinage du lac, ce qui fait que des vitesses de vent extrêmement élevées n'ont pas été enregistrées, mais des répartitions de vent normal ont été mesurées. L'emploi simultané de la méthode des pentes de la surface de l'eau et du gradient de vitesse vertical pour la détermination du frottement tangentiel à la surface devrait donner des résultats comparatifs et offrir un excellent contrôle.

DONNÉES SUR LE LAC HEFNER :

Trois départements du Gouvernement des Etats-Unis [39] ont mené conjointement des recherches sur le problème des pertes d'eau et ils ont installé une station assez importante sur le lac Hefner dans l'Oklahoma pour recueillir des renseignements. La superficie du lac Hefner est d'environ 4 milles carrés et la profondeur moyenne est de 27 pieds. Un chaland était ancré au voisinage du centre du lac et les vitesses de vent et les températures étaient mesurées à des altitudes de 2, 4, 8 et 16 m au-dessus de la surface de l'eau. Les différences de température étaient mesurées avec un thermocouple à cinq prises ayant une précision de $\pm 0,02^\circ \text{C}$. Les répartitions des vitesses suivant la verticale étaient obtenues avec des anémomètres à fil chaud ayant une précision de $\pm 2\%$. La température du lac était mesurée au moyen d'un thermocouple fixé à un flotteur à environ 1/4 de pouce au-dessous de la surface et la température enregistrée devrait être représentative de l'interface. Les données recueillies sur le lac Hefner constituent l'ensemble le plus considérable et le plus soigneusement contrôlé qui ait été recueilli jusqu'à présent sur les gradients de vitesse de vent et de température au-dessus de l'eau. Bien que les limites supérieures des vitesses ne soient pas de l'ordre de grandeur de celles qui sont à prévoir sur le lac Okeechobee, ces données sont intéressantes à analyser et peuvent être employées en combinaison avec les grandes vitesses du lac Okeechobee, lorsqu'elles seront obtenues.

INDICATIONS POUR L'ANALYSE :

La mesure du frottement tangentiel du vent, lorsqu'il souffle au-dessus d'une surface d'eau, est plus compliquée que lorsqu'un vent souffle au-dessus de la terre, car le profil de la surface varie avec l'accroissement de la vitesse du vent du fait de la présence des vagues. Il est à prévoir que, pour des vitesses de vent très faibles, incapables de produire des vagues, la surface de l'eau relativement lisse donnerait une répartition de vitesse de vent suivant la verticale différente de celle de la surface rugueuse couverte de vagues.

De plus, dans aucune des équations discutées jusqu'à présent, il n'y a eu de terme qui tiendrait compte du fait que la *surface limite a une vitesse finie*. KEULEGAN et FRANCIS ont indiqué tous les deux une vitesse caractéristique, mais ils n'ont pas poussé l'idée plus loin. La vitesse de la surface limite pourrait être considérée comme la vitesse de dérive des particules de la surface de l'eau ou la célérité avec laquelle les vagues se propagent ou une combinaison des deux. A mon avis, il ne peut y avoir de solution exacte au problème du calcul du frottement tangentiel à la surface à moins que le mouvement de la surface limite ne soit pris en considération.

ANALYSE DE MARCIANO ET HARBECK [39] :

MARCIANO et HARBECK ont discuté les résultats de la première analyse des données sur le lac Hefner. Les mesures des gradients de vent et de température indiquaient qu'il y a de très grandes fluctuations instantanées des mesures dues à la structure turbulente du vent. Il est donc nécessaire d'employer des valeurs moyennes pour un intervalle de temps donné. Durant l'étude du lac Hefner, plus de 23.000 répartitions verticales particulières de vent ont été mesurées. Ces données ont été groupées en valeurs moyennes pour trois heures, chaque moyenne pour trois heures étant la moyenne de six observations d'une demi-heure. Le tableau II a été dressé d'après l'analyse de 98 moyennes pour trois heures dans lesquelles le taux de décroissement

entre la surface et l'altitude de 8 mètres était essentiellement adiabatique. Les différences de température, $T_s - T_0$, étaient considérées comme adiabatiques pour $-0,2^\circ \text{C}$, $-0,1^\circ \text{C}$ et 0°C . Nous citons :

« En raison du nombre limité de cas adiabatiques, une variante du procédé a été employée pour contrôler les résultats. Une analyse de régression multiple a été faite, en employant U_s/U_2 , $T_s - T_0$ et U_s comme variables. Il a été alors possible d'utiliser toutes les données et de séparer les effets de température et de vent, obtenant ainsi des valeurs de U_s/U_2 (et, par conséquent, aussi de z_0) pour des conditions adiabatiques.

« Deux conclusions assez inattendues peuvent être tirées du tableau 2 :

« 1) la surface du lac est aérodynamiquement rugueuse en tout temps;

« 2) le paramètre de rugosité z_0 et le coefficient de résistance $(U_*/U_s)^2$ augmente avec la vitesse du vent. »

La conclusion que la surface est aérodynamiquement rugueuse en tout temps est basée sur le critérium de SCHLICHTING :

$$\frac{U_* \varepsilon_s}{\nu} > 75$$

VITESSE CRITIQUE DE TRANSITION DE L'ÉCOULEMENT LISSE A L'ÉCOULEMENT RUGUEUX :

Plusieurs auteurs (MUNK [46], ROSSBY) ont indiqué qu'il y a une transition brusque entre

TABLEAU II

RÉPARTITIONS DES VITESSES DU VENT SUIVANT LA VERTICALE
DANS DES CONDITIONS ADIABATIQUES AU-DESSUS DU LAC HEFNER

U_s (cm/s ⁻¹)	U_s/U_2	U_* (cm/s ⁻¹)	z_0 (cm)	ε (cm)	$\frac{U_* z_0}{\nu}$	$(U_*/U_s)^2$	Surface
100	1,239	5,5	0,58	17,4	21,4	0,00306	Rugueuse
200	1,241	11,3	0,63	18,9	47,5	0,00320	»
300	1,243	17,1	0,66	19,8	75,2	0,00325	»
400	1,245	22,8	0,69	20,7	105,2	0,00326	»
600	1,250	34,7	0,77	23,1	178,2	0,00335	»
1.000	1,259	59,2	0,94	28,2	371,0	0,00350	»
1.200	1,265	72,8	1,05	31,6	510,0	0,00366	»
1.500	1,269	91,9	1,15	34,6	704,0	0,00375	»

D'après référence 39.

l'écoulement lisse et l'écoulement rugueux à une vitesse d'environ 7 m/s mesurée à une altitude de 6 à 8 m. MARCIANO et HARBECK ont appliqué tous les criteriums connus et ont décidé qu'il n'y avait pas de vitesses de transition. Je pense qu'il devrait y avoir une échelle de rugosité différente pour une surface d'eau lisse et une surface d'eau ondulée; par conséquent, il devrait y avoir une transition perceptible.

TRACÉ DE U_z EN FONCTION DE U_* :

J'ai constaté que presque toutes les données disponibles peuvent être représentées sous forme d'un tracé de U_z en fonction de U_* . Un tracé tel que celui-ci devrait reproduire toute variation du frottement de surface due à une variation de la rugosité de la surface. Le tracé pour les données adiabatiques du lac Hefner (fig. 8) comporte deux droites distinctes, l'une pour les

FIG. 8

faibles vitesses de vent et passant par l'origine, et, l'autre, pour les vitesses de vent plus grandes et coupant l'axe des U au point 65 cm/s. La transition d'une droite à l'autre n'est pas brusque, mais très continue. Il est tout à fait possible d'adapter une courbe à tous les points, obtenant ainsi une seule relation entre U et U_* . C'est ce qui a été fait de façon erronée par les investigateurs dans le passé. Les formules des deux droites sur la figure 8 sont :

$$\frac{U_s}{U_*} = 17,5 \quad (50)$$

$$\frac{U_s - 65}{U_*} = 15,7 \quad (51)$$

COMPARAISON AVEC D'AUTRES INVESTIGATIONS :

Le fait que la transition entre les deux lignes est si progressive exige une vérification supplémentaire d'après les données et expériences d'autres investigateurs pour justifier l'hypothèse de l'existence de deux lois différentes. Pour cette raison, j'ai analysé toutes les données dont je

dispose, en les représentant sous la forme de U en fonction de U_* .

1. HELLSTRÖM [30] a fait des recherches en laboratoire en faisant passer de l'air au-dessus d'une surface d'eau et en mesurant le profil de la surface d'eau. La figure 9 donne les résultats

FIG. 9

de ses essais déduits de sa figure 106. Les points se situent tout à fait régulièrement autour de droites coupant toutes l'axe des abscisses à peu près au même point, mais ayant des pentes différentes. Il convient d'attirer l'attention sur le fait qu'à mesure que la hauteur d'eau augmentait, l'espace d'air diminuait, et il en résultait que la vitesse du vent dans chaque essai était mesurée à une altitude différente au-dessus de la surface de l'eau.

2. Sur le lac Okeechobee, les enregistrements du niveau de l'eau et les vitesses du vent ont été relevés pour cinq cyclones. D'après la pente de la surface et la vitesse du vent, il a été possible de déduire U_{10m} en fonction de U_* (fig. 10).

FIG. 10

3. HELA [41] a analysé l'effet du vent sur la Baltique et donne des valeurs de la pente, de la vitesse du vent et de la profondeur d'eau. D'après ses valeurs, on peut déduire $\sqrt{\tau_s/\rho}$ (fig. 11).

FIG. 11

4. PALMEN et LAURILA [24] ont également analysé l'effet du vent sur la Baltique et en ont déduit :

$$\tau_s = 0,0024 \rho_a U^2 \quad (38)$$

Si on examine leur diagramme de dh/dL en fonction de U^2 , on voit, qu'en supposant que $dh/dL = 0$, quand $U = 0$, la parabole $dh/dL = 0,0063 U^2$ peut être adaptée tout à fait bien aux points portés. Lorsqu'on détermine le frottement tangential d'après la pente de la surface, il est tout à fait naturel que les conditions aux faibles vitesses ne soient pas étudiées, parce que les faibles vitesses de vent ne produisent pas un effet mesurable. En portant U_* en fonction de U , tels qu'ils ont déterminés par les mêmes données, on voit figure 12 qu'une droite coupant

FIG. 12

l'axe des ordonnées au point 150 cm/s correspond aux données.

Le docteur PALMEN m'a signalé que les mesures ont été faites dans des conditions extrêmement instables, $T_{\text{air}} - T_{\text{eau}} \sim 5^\circ \text{C}$. Les mesures du vent ont été faites sur des bateaux-feux, des stations terrestres, etc., et il est difficile de fixer l'altitude à laquelle le vent était mesuré.

5. FRANCIS [28], dans son excellent mémoire, donne la valeur du frottement tangential mesuré dans un tunnel aérodynamique de laboratoire (fig. 13).

FIG. 13

6. KEULEGAN [27] a fait quelques essais de laboratoire très intéressants. Il a trouvé que l'addition d'un détergent dans l'eau empêchait la formation des vagues. Ainsi il a pu faire passer de l'air à 12 m/s au-dessus de la surface de l'eau sans qu'il y ait une formation de vagues. Les essais de KEULEGAN étaient destinés principalement à mesurer l'effet du vent et il a trouvé que, pour la même vitesse de vent, une surface avec des vagues était sujette à une dénivellation plus grande qu'une surface exempte de vagues. Ceci était à prévoir à cause de l'énergie supplémentaire fournie au liquide par les pressions normales exercées sur les vagues asymétriques. La figure 18 de son mémoire a été tracée sous forme de U_* en fonction de U sur la figure 14. On

FIG. 14

peut y voir nettement que U_* est nul pour une vitesse de vent nulle, lorsqu'il n'y a pas de vagues et que la présence de vagues provoque un frottement tangential supplémentaire qui donne un tracé semblable à celui du lac Hefner.

7. VAN DORN [29] a fait une série d'essais sur

un petit bassin d'environ 220 m de longueur pour voir s'il pouvait vérifier les résultats de KEULEGAN. Il a obtenu les mêmes résultats après avoir soigneusement mesuré les vitesses du vent à trois altitudes et la pente de la surface d'eau (fig. 15).

FIG. 15

8. Jusqu'à présent, les frottements tangentiels ont été tous déterminés en mesurant la pente de la surface liquide. J'ai analysé la masse de données obtenues avec l'anémomètre multiple sur le lac Okeechobee dans l'intervalle de temps du 27 janvier au 3 mars 1954. Les vitesses de vent utilisées étaient les moyennes horaires des moyennes de dix minutes. Elles étaient groupées suivant la vitesse du vent et les valeurs moyennes ainsi obtenues étaient portées sous forme de U en fonction de $\log z$. La droite la plus appropriée était tracée par les points portés et U_* était déterminé d'après l'équation :

$$U_b - U_a = \frac{U_*}{k} \ln \frac{z_b}{z_a} \quad (52)$$

Ces valeurs de U_* sont portées en fonction de U_s sur la figure 16. On a obtenu encore une fois

FIG. 16

un tracé comme celui qui avait été obtenu pour les données du lac Hefner. On n'avait pas fait de mesures de température sur le lac Okeechobee et il est très probable que les conditions n'étaient pas adiabatiques.

CONCLUSIONS A TIRER DE LA COMPARAISON DES DONNÉES.

D'après les huit différents cas présentés et les données du lac Hefner, on peut conclure avec certitude que :

1. Pour les faibles vitesses de vent, la loi suivante est valable :

$$\frac{Uz}{U_*} = K_s \quad (53)$$

2. Pour les grandes vitesses de vent, la loi suivante est valable :

$$\frac{U_z - C}{U_*} = K_u \quad (54)$$

3. Conformément aux recherches de VAN DORN et KEULEGAN, l'équation (53) est applicable lorsqu'il n'y a pas de vagues, et l'équation (54) est applicable lorsqu'il y a des vagues.

FIG. 17

LES PROFILS DE VITESSES SE COUPENT EN UN POINT :

Quand on porte les données du lac Hefner pour le cas adiabatique sous forme de U en fonction de $\log z$ (fig. 17), il ressort le fait intéressant que

grand nombre d'investigateurs ont utilisé la vitesse mesurée dans une station sur terre. L'analyse des vents au-dessus du lac Okeechobee a montré d'une manière concluante qu'il y a un grand accroissement de vitesse, lorsque le vent passe de la surface de la terre à celle de l'eau

FIG. 18

les lignes de répartition des vitesses suivant la verticale pour $U_s > 6$ m/s se coupent toutes au point ($z = 1,5$ cm, $U = 65$ cm/s). En introduisant ces valeurs dans l'équation (21), on trouve :

On a vu dans le tableau II que la valeur de z_0 augmente avec la vitesse du vent. La détermination de z_0 pour différentes vitesses de vent présente un grand problème. Cette difficulté a conduit les investigateurs dans le passé à choisir une valeur moyenne raisonnable de z_0 pour l'emploi dans toutes les conditions. Le fait que toutes les lignes de répartition des vitesses suivant la verticale se coupent en un point élimine la nécessité de déterminer z_0 ; il suffit de connaître la vitesse du vent à une altitude pour calculer U_* .

$$\frac{U_s - 65}{U_*} = 15,7 \quad (51)$$

RAISON DES DIVERGENCES DANS LES TRACÉS DE U_z EN FONCTION DE U_* :

Un coup d'œil sur les diagrammes de U_z en fonction de U_* déduits des données d'autres investigateurs (fig. 9 à 16) montre que les tracés ($U_s > 6$ m/s) ne coupent pas l'axe des U au point correspondant à 65 cm/s et qu'ils n'ont pas une pente de 15,7. Toutefois, ceci s'explique facilement comme résultant de trois facteurs. Tout d'abord, il y a la méthode pour laquelle les données sur la vitesse du vent ont été obtenues. Un

et des erreurs considérables peuvent résulter de l'emploi de données incorrectes (fig. 18). L'emploi des cartes météorologiques n'est absolument pas assez précis pour ce type de mesure. Deuxièmement, toutes les vitesses de vent n'étaient pas mesurées à la même altitude. L'altitude à laquelle le vent est mesuré a une importance primordiale pour la détermination de la pente du tracé de U en fonction de U_* . Les recherches au laboratoire ont de si nombreux effets d'échelle qu'il est virtuellement impossible de déterminer une altitude dans la nature correspondant aux mesures dans le tunnel aérodynamique. Troisièmement, la stabilité de l'air doit être prise en considération. Il est certain qu'il y a peu de mesures, si tant est même qu'il y en ait, qui aient été faites avec un gradient neutre.

Les deux premiers facteurs principaux causant des divergences peuvent être corrigés, en mesurant les vitesses de vent au-dessus de l'eau à une altitude donnée. L'influence de la stabilité doit être étudiée.

Discussion de l'effet du gradient vertical de température

DONNÉES :

J'ai reçu de M. HARBECK, de la Water Resources Division du Department of Interior, des don-

nées relevées sur le lac Hefner dans des conditions atmosphériques stables et instables. Ces données sont indiquées sur le tableau III. Elles sont ordonnées suivant la différence de température à la surface et à l'altitude de 8 mètres ($T_s - T_0$). On a fait la moyenne de toutes les moyennes de trois heures comprises dans un groupe de vitesses et on a déterminé les rapports des vents U_4/U_2 et U_8/U_2 .

PRÉSENTATION DES DONNÉES :

Des faits, dont certains seront exposés plus loin, m'ont amené à penser que le facteur $T_z - T_0$ est très important pour la détermination des effets de stabilité. Le nombre de Richardson et le facteur S de Marciano et Harbeck, dont on a montré qu'il avait une relation directe avec le nombre de Richardson, comprennent tous les deux $T_z - T_0$.

$$S = \frac{T_z - T_0}{U_z^2} \quad (55)$$

TABLEAU III (1)

8-90-1
(Revised 1-75)
COMPLETION FORM-DOUBLER

TABLE 3.
UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR
GEOLOGICAL SURVEY

T-to negative
FILE _____

Lake Hefner, Okla. Grouped wind and temperature data

0-1.9					2-3.9					4-5.9					6-7.9					7-8.9					
U _z knots	N	U _z knots	T _s -T ₀ °C	U ₄ / U _z	U ₈ / U _z	N	U _z knots	T _s -T ₀ °C	U ₄ / U _z	U ₈ / U _z	N	U _z knots	T _s -T ₀ °C	U ₄ / U _z	U ₈ / U _z	N	U _z knots	T _s -T ₀ °C	U ₄ / U _z	U ₈ / U _z	N	U _z knots	T _s -T ₀ °C	U ₄ / U _z	U ₈ / U _z
0-1.9	11	1.51	-1.14	1.180	1.194	7	1.44	-2.77	1.116	1.206	5	1.66	-4.44	1.177	1.290	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-
2-3.9	44	2.96	-1.05	1.177	1.230	52	3.12	-2.85	1.113	1.172	21	3.12	-4.67	1.057	1.120	6	3.78	-6.73	1.099	1.144	1	3.5	-11.1	1.071	1.250
4-5.9	97	5.00	-1.10	1.093	1.209	74	4.93	-2.87	1.101	1.150	52	5.00	-4.72	1.071	1.119	20	5.18	-7.00	1.077	1.136	6	5.00	-9.55	1.091	1.194
6-7.9	98	6.94	-1.07	1.100	1.186	102	6.84	-2.93	1.093	1.160	67	7.01	-4.74	1.075	1.136	29	6.94	-6.16	1.088	1.135	12	6.27	-7.09	1.087	1.150
8-9.9	70	9.05	-1.02	1.119	1.212	80	8.90	-2.89	1.082	1.159	52	8.85	-4.84	1.105	1.164	21	9.01	-6.49	1.109	1.173	21	9.00	-10.75	1.092	1.173
10-11.9	58	10.90	-1.03	1.130	1.218	77	10.95	-2.75	1.096	1.179	36	10.92	-4.74	1.092	1.162	17	11.05	-6.99	1.120	1.208	15	11.03	-10.27	1.102	1.216
12-13.9	61	12.80	-0.99	1.115	1.213	36	12.98	-3.01	1.104	1.205	24	12.62	-4.81	1.112	1.173	18	12.90	-6.68	1.125	1.186	19	12.89	-10.42	1.126	1.209
14-15.9	50	14.84	-0.90	1.115	1.217	30	15.00	-2.83	1.117	1.209	22	14.82	-4.61	1.096	1.181	8	14.90	-6.78	1.106	1.191	12	14.79	-12.91	1.104	1.205
16-17.9	61	16.93	-0.94	1.120	1.236	22	16.93	-2.87	1.136	1.236	9	16.87	-5.11	1.131	1.215	7	16.71	-7.66	1.112	1.203	7	16.44	-11.99	1.125	1.230
18-19.9	29	18.84	-1.03	1.138	1.261	19	18.97	-2.78	1.144	1.243	10	18.75	-4.62	1.130	1.215	10	19.09	-6.83	1.171	1.279	9	18.65	-9.98	1.185	1.304
20-21.9	10	20.71	-0.77	1.131	1.240	12	20.94	-2.90	1.134	1.272	5	21.26	-4.88	1.134	1.234	5	21.08	-7.06	1.099	1.246	5	21.26	-10.26	1.087	1.284
22-23.9	3	23.33	-0.87	1.123	1.248	0	-	-	-	-	6	22.62	-4.87	1.114	1.254	7	22.90	-6.76	1.124	1.230	2	23.30	-10.50	1.140	1.268
24-25.9	8	25.16	-0.80	1.126	1.271	2	24.90	-3.05	1.000	1.248	1	25.3	-4.2	1.122	1.339	2	24.75	-6.50	1.161	1.266	6	24.90	-10.62	1.123	1.304
26-27.9	0	-	-	-	-	1	26.4	-2.7	1.107	1.282	3	26.40	-4.73	1.162	1.287	2	27.10	-4.55	1.086	1.316	3	27.00	-10.23	1.153	1.324
28-29.9	0	-	-	-	-	1	28.8	-2.2	1.163	1.327	1	29.0	-4.9	1.145	1.355	1	29.4	-7.7	1.188	1.313	3	29.60	-12.27	1.173	1.321
30-31.9	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	1	30.4	-4.4	1.167	1.299	0	-	-	-	-	2	30.25	-11.65	1.226	1.384
32-32.9	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	2	32.60	-13.00	1.236	1.378
600	10.26	-1.02	1.119	1.216	5.5	9.32	-2.87	1.100	1.179	31.5	9.62	-4.76	1.092	1.160	153	11.50	-6.84	1.105	1.183	12.4	14.14	-10.71	1.117	1.218	

TABLE 3

TABLE 3

TABLEAU III (2)

TABLE 3

UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR
GEOLOGICAL SURVEY

$T_s - T_a$ positive

FILE

Lake Hefner, Okla.
COMPUTATION FORM—DOUBLE

Grouped wind and temperature data

$T_s - T_a$ → 0-1.9				2-3.9				4-5.9				6-7.9				8-9.9				
U_s knots	N	U_g knots	$T_s - T_a$ °C	U_s/U_g	U_s/U_g	N	U_g knots	$T_s - T_a$ °C	U_s/U_g	U_s/U_g	N	U_g knots	$T_s - T_a$ °C	U_s/U_g	U_s/U_g	N	U_g knots	$T_s - T_a$ °C	U_s/U_g	U_s/U_g
0-1.9	10	1.53	0.85	1.122	1.210	4	1.50	2.80	1.054	1.283	0	-	-	-	-	1	1.1	7.7	1.125	1.315
2-3.9	40	3.19	.80	1.146	1.251	22	3.12	2.67	1.227	1.430	7	3.07	4.80	1.229	1.397	3	3.23	6.73	1.284	1.474
4-5.9	42	5.04	.91	1.154	1.309	26	5.00	3.73	1.174	1.357	15	5.15	4.81	1.228	1.471	3	5.37	7.17	1.283	1.411
6-7.9	58	6.85	.97	1.123	1.256	51	6.78	2.79	1.192	1.370	20	6.82	4.78	1.230	1.473	7	7.14	6.61	1.204	1.397
8-9.9	64	8.82	.95	1.114	1.225	35	8.91	2.90	1.161	1.336	29	9.01	4.71	1.191	1.389	13	8.95	6.72	1.172	1.359
10-11.9	56	11.09	.91	1.127	1.254	53	10.97	2.94	1.140	1.292	28	10.96	4.79	1.191	1.377	11	10.95	6.66	1.185	1.368
12-13.9	66	12.93	.96	1.123	1.254	63	12.98	2.93	1.139	1.280	32	12.98	4.77	1.183	1.304	14	13.03	6.78	1.168	1.342
14-15.9	68	15.04	1.10	1.130	1.260	37	15.14	2.93	1.133	1.263	40	15.14	4.75	1.148	1.290	20	15.08	6.91	1.183	1.300
16-17.9	56	16.80	1.13	1.128	1.249	49	16.95	2.96	1.130	1.263	24	16.59	4.82	1.146	1.292	23	16.84	6.84	1.177	1.347
18-19.9	32	18.73	.90	1.129	1.265	32	18.95	2.90	1.133	1.252	36	18.77	4.93	1.134	1.279	20	18.89	6.92	1.157	1.304
20-21.9	11	21.05	1.08	1.115	1.270	23	20.71	3.07	1.137	1.276	9	20.97	5.02	1.140	1.278	16	20.85	7.05	1.143	1.299
22-23.9	9	22.83	1.31	1.102	1.267	16	22.66	2.99	1.136	1.268	11	22.81	4.79	1.140	1.278	8	22.61	6.68	1.151	1.305
24-25.9	2	24.10	1.00	1.164	1.263	3	24.83	3.07	1.138	1.281	7	24.60	4.77	1.158	1.301	3	25.17	6.60	1.184	1.297
26-27.9	1	26.0	.7	1.124	1.238	2	22.30	3.05	1.184	1.336	0	-	-	-	-	4	26.10	7.10	1.123	1.237
28-29.9	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	2	28.75	6.90	1.168	1.282
30-31.9	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-
32-33.9	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	-	-	-	-

515 11.27 0.98 1.132 1.256 416 12.56 2.90 1.131 1.307 258 13.62 4.83 1.167 1.340 148 15.64 6.26 1.167 1.285 149 16.21 10.42 1.185 1.392

Ce sont des moyennes pondérées

e.g. $11.27 = \frac{1.52 \cdot 10 + 3.19 \cdot 40 + 5.04 \cdot 42 + \dots + 24.10 \cdot 2 + 26.0 \cdot 1}{515}$

TABLE 3

Note: No. of 3-hour averages in group. Wind ratios are averages of individual ratios.

UNE RUGOSITÉ GÉNÉRALE EST MISE EN ÉVIDENCE :

Le fait que les lignes de répartition des vitesses suivant la verticale pour les cas stables, instables et adiabatiques dans le tracé de U en fonction de $\log z$, étaient toutes sujettes à se rencontrer en un point où $z = 1,5$ cm, m'a conduit à conclure que pour des vitesses de vent capables de produire des vagues, il se produit un type de rugosité qui existe toujours à la surface de l'eau. La valeur de $C = 65$ cm/s ne peut être séparée de la valeur de $z = 1,5$ cm. Qu'est-ce alors que C ? C'est évidemment une vitesse. Il est douteux que la vitesse de la surface de l'eau soit de 65 cm/s avec des faibles vitesses de vent de $U_s \approx 6$ à 8 m/s. Il est certain que les grandes vagues, qui se produisent avec des vitesses de vent $U_s \approx 12$ m/s et plus, se propagent beaucoup plus rapidement qu'à 65 cm/s. Par conséquent, C pourrait avoir un rapport avec la vitesse des petites rides qui existent toujours à la surface de l'eau avec des vitesses de vent moyennes et grandes. J'ai observé au cours de l'année dernière des canaux, des lacs, des ports

et des océans et j'ai constaté que, pour presque toute vitesse de vent sensible, la surface de l'eau est couverte de ces petites rides qui se superposent aux vagues plus grandes et moins raides.

J.R.D. FRANCIS, de l'Imperial College, m'a précisé dans une lettre qu'il avait mesuré la vitesse de ces rides dans un tunnel aérodynamique, en analysant un film cinématographique (120 images par seconde). Il a trouvé que, pour des vitesses de vent de 734 à 1.450 cm/s, mesurées à 10 cm au-dessus de la surface de l'eau, la valeur moyenne de la vitesse des rides était de 48 cm/s. Cette valeur concorde assez bien avec $C = 65$ cm/s étant donné qu'il pourrait y avoir un retardement de la vitesse des rides dû aux effets de frottement des parois latérales du petit tunnel (7,6 cm de largeur). Il est certain que c'est une simplification excessive que de considérer que la valeur de $C = 65$ cm/s puisse être due uniquement à un seul type de rides. Plus loin, dans la discussion, cette notion sera modifiée, mais on peut considérer que les rides jouent en fait un rôle important dans la mesure du frottement tangentiel.

FIG. 19

VALEUR INCONNUE DE LA CONSTANCE DE VON KARMAN :

Une question importante, qui reste encore sans réponse, est de savoir quelle est la valeur de la constante de VON KARMAN, *k*, pour des conditions atmosphériques non adiabatiques. Etant donné que la valeur de *k* reste incertaine, il est préférable d'utiliser les valeurs de *U_s/k*, pente de ligne de répartition des vitesses suivant la verticale sur le tracé de *U* en fonction de log *z*.

U en fonction de *U_s/k* lorsque *U_s* > 6 m/s :

Le fait que les lignes de répartition des vitesses du vent convergent en un point où *z*=1,5 cm, signifie que la pente du tracé de *U_s* en fonction de *U_s/k* est constante, *K_{u_s}* = *l_n* *z/z'* = 6,27. Par conséquent, les tracés pour les différentes stabilités seront tous parallèles, l'unique variable étant le segment intercepté sur l'axe des *U_s*. Si nous désignons par (*C — M*) la valeur de *U_s*, lorsque *U_s/k* est nul, nous avons :

$$U_s - (C - M) = \frac{U_*}{k} \ln \frac{z'}{z} \tag{56}$$

Les valeurs de (*C — M*) obtenues pour les diverses stabilités sont indiquées sur le tableau IV.

TABLEAU IV

<i>T_s — T₀</i> °C	Valeurs de <i>K_{u_s}</i> dans l'équation de la droite pour de faibles vitesses de vent $U_s = \frac{U_*}{k} K_{u_s}$	Valeur approchée de <i>z₀</i> cm	Valeurs de <i>K_R</i> et de (<i>C — M</i>) dans l'équation de la droite pour de grandes vitesses de vent : $U_s - (C - M) = \frac{U_*}{k} K_{u_s}$	
			(<i>C — M</i>)cm/s	<i>K_R</i>
Neg. = 8.....	11,30	0,007	165	6,27
Neg. 6 - 7,9.....	11,30	0,007	165	6,27
Neg. 4 - 5,9.....	11,30	0,007	165	6,27
Neg. 2 - 3,9.....	9,80	0,05	113	6,27
Neg. 0 - 1,9.....	7,80	0,30	77	6,27
Adiabatique.....	7,00	0,72	65	6,27
Pos. 0 - 1,9.....	6,40	1,3	50	6,27
Pos. 2 - 3,9.....	5,30	4,0	20	6,27
Pos. 4 - 5,9.....	4,60	8,0	— 10	6,27
Pos. 6 - 7,9.....	pas net	pas net	— 60	6,27
Pos. = 8.....	4,40	10,00	— 145	6,27

Notez que, dans le cas instable, il y a limite pour la valeur de $(C-M)$, indiquant qu'il y a une limite pour la quantité de turbulence induite par le gradient vertical de température.

U en fonction de U_*/k lorsque $U_s < 6 \text{ m/s}$:

Le lieu des points U en fonction de U_*/k peut être confondu avec une droite passant par l'origine. Ceci indique une loi du type déterminé précédemment :

$$U_z = \frac{U_*}{k} K_{s_z} \quad (53)$$

Du fait de la répartition logarithmique :

$$K_{s_z} = \ln \frac{800}{z_0},$$

la figure 20 donne les diagrammes obtenus d'après

FIG. 20

les données. Les valeurs de K_{s_z} et z_0 correspondant à ces diagrammes sont indiquées sur le tableau IV. Il y a des différences considérables dans les valeurs de z_0 . Par conséquent, pour des conditions différentes des conditions adiabatiques, z_0 dépend non seulement de la rugosité, mais encore, dans une grande mesure, de la stabilité.

Remarquez de nouveau qu'à mesure que l'instabilité $(T_s - T_0)$ augmente, il semble qu'il y ait limite pour la valeur de K_{s_z} . A ces faibles vitesses de vent, le frottement tangentiel est très faible, ce qui corrobore le fait qu'il semble y avoir une limite supérieure pour la turbulence causée par l'instabilité atmosphérique.

LA SURFACE DE L'EAU EST AÉRODYNAMIQUEMENT RUGUEUSE :

Il est intéressant de chercher à déterminer si la surface liquide peut être considérée aérodynamiquement lisse ou rugueuse pour l'intervalle des valeurs s'appliquant à l'équation (53).

Si nous considérons le cas adiabatique et utilisons les équations (25) et (50), nous obtenons :

$$\frac{U_s}{U_*} = 2,5 \ln \frac{9 U_* (800)}{v} = 17,5$$

$$U_* = 0,023.$$

Ceci est une solution banale et indique que la surface est aérodynamiquement rugueuse.

RÉSULTATS DU LAC HEFNER COMPARÉS AUX AUTRES DONNÉES :

On dispose de très peu d'ensembles de données sur le vent ou de mesures précises de pente de la surface de l'eau avec lesquelles il est possible de comparer quantitativement les résultats du lac Hefner.

L'analyse que j'ai faite des enregistrements

FIG. 21

d'anémomètres multiples du lac Okeechobee donne l'expression suivante :

$$U_s - 300 = \frac{U_*}{k} \ln \frac{800}{1,5} \quad (51)$$

Les lignes de répartition des vitesses de vent suivant la verticale peuvent être assimilées à des droites qui tendent à converger à une altitude $z = 1,5$ cm où $U = 300$ cm/s (fig. 21).

Les lignes de répartition des vitesses de vent obtenues pour le lac Corpus Christi dans le Texas ont été publiées par THORNTHWAITE et HALSTEAD [42]. Les lignes de répartition des vitesses obtenues durant le jour, lorsque le gradient vertical de température peut être supposé instable, sont tracées sur la figure 22. Ces lignes

tendent à converger au voisinage de l'altitude de 1,5 cm où $U = 275$ cm/s. Par conséquent :

$$U_s - 275 = \frac{U_*}{k} \ln \frac{800}{1,5} \quad (58)$$

Les données des deux lacs n'ont pas été classées suivant les différences de température; et quant aux données pour le lac Corpus Christi,

on n'a pas établi de moyennes pour une longue période d'essais, ayant parfois une seule moyenne d'une heure. Par conséquent, la sûreté des résultats n'est pas aussi bonne que celle des résultats du lac Hefner, mais ils sont suffisamment précis pour permettre des comparaisons.

Les données de VAN DORN, prises sur un bassin de modèles de yachts en Californie, se prêtent facilement à l'analyse. Les valeurs théoriques de K_{rz} pour les altitudes de 25, 100 et 1.000 cm, obtenues en prenant $z' = 1,5$ cm, peuvent être comparées avec des valeurs qu'il avait réellement obtenues au-dessus du bassin :

$$K_{rz} = \ln \frac{z}{z'}$$

Valeur théorique

Valeur réelle

$$U_{25} - (C - M) = \frac{U_*}{k} 2,8 \quad U_{25} - 250 = \frac{U_*}{k} 2,7$$

$$U_{100} - (C - M) = \frac{U_*}{k} 4,2 \quad U_{100} - 250 = \frac{U_*}{k} 4,1$$

$$U_{1000} - (C - M) = \frac{U_*}{k} 6,5 \quad U_{1000} - 250 = \frac{U_*}{k} 8,3$$

La concordance pour les deux premières est excellente, mais il y a un grand écart entre la valeur théorique et la valeur réelle pour $z = 1.000$ cm. L'anémomètre à 1.000 cm était placé sur un mât au-dessus du toit d'un bâtiment voisin, tandis que les anémomètres à 25 et 100 cm étaient montés sur un support au bord sous le vent du lac. Le fetch pour l'anémomètre à 1.000 cm était plutôt au-dessus du sable qu'au-dessus de l'eau. On peut présumer que l'emplacement de l'anémomètre a été la cause majeure de la divergence.

Pour le lac Okeechobee, le lac Corpus Christi et le bassin à yachts, la valeur de z' était d'environ 1,5 cm, bien que $(C - M)$ variât.

La valeur de z_0 obtenue d'après les lignes de répartition des vitesses du vent est $z_0 \approx 0,03$ pour tous les trois ensembles de données qui viennent d'être discutés. Cette valeur est en accord avec les valeurs de z_0 du lac Hefner pour les conditions instables.

$T_{\text{air}} - T_{\text{eau}}$ EST UN BON CRITERIUM POUR MESURER U :

VAN DORN a mesuré la différence entre la température de l'air $T_{7m} - T_{1m}$ et a trouvé que la différence instantanée de température était uniformément $-0,1^\circ \text{C}$. C'est le gradient adiabatique. On a trouvé que la température de l'eau prise d'après un prélèvement à seau était toujours plus élevée que celle de l'air. Les valeurs de $C - M$ déterminées d'après ses données mon-

trent aussi que le gradient de température $T_{\text{air}} - T_{\text{eau}}$ était instable. Le même phénomène a été observé sur le lac Hefner où $T_s - T_2$ était essentiellement adiabatique, tandis que $T_s - T_0$ était instable. J'ai conclu, par conséquent, que pour trouver une formule générale pour la détermination du frottement tangentiel, il est important de considérer la différence de température air-eau.

Pour le moment, le terme simple :

$$\left(m \frac{T_s - T_0}{T_0} \right)$$

est ajouté à l'équation générale de la vitesse (21) pour tenir compte des effets de stabilité.

$$U_z \approx \frac{U_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} - m \frac{T_s - T_0}{T_0} \quad (60)$$

et :

$$U_{z2} - U_{z1} = \frac{U_*}{k} \ln \frac{z_2}{z_1} - m \frac{T_{z2} - T_{z1}}{T_0}$$

soit :

$$z_2 = 800 \text{ cm} \quad U_1 = C = 65 \text{ cm/s}$$

$$z_1 = 1,5 \text{ cm} \quad T_{z1} \approx T_0$$

Alors :

$$U_s - C = \frac{U_*}{k} 6,27 - m \frac{T_s - T_0}{T_0} \quad (61)$$

On voit que le M de l'équation (56) est :

$$M = m \frac{T_s - T_0}{T_0} \quad (62)$$

VÉRIFICATION DE L'ÉQUATION POUR TENIR COMPTE DU GRADIENT VERTICAL DE TEMPÉRATURE :

Si l'équation (61) est valable, les calculs devraient montrer que la valeur de m est constante pour toutes les conditions de stabilité. Malheureusement, la Water Resources Division ne dispose pas de valeurs de T_0 pour les données figurant sur le tableau III et il faut calculer les valeurs de m/T_0 au lieu de m . Toutefois, la température absolue ne varie pas beaucoup et la détermination de m/T_0 ne nuit pas à la valeur du calcul.

On a vu précédemment qu'il y a une limite pour la quantité de turbulence induite par l'instabilité thermique. Cette limite paraît être, avec des gradients de température de $T_s - T_0$, de

TABLEAU V

1	2	3	4	5	6	7
$T_s - T_0$ °C	(C - M)	C	M	Moyenne $T_s - T_0$	$\frac{m}{T_0}$	(C - M) recalculé
Neg. = 8.....	+ 165	65	- 100	- 10,71	»	»
Neg. 6 - 7,9.....	+ 165	65	- 100	- 6,84	»	»
Neg. 4 - 5,9.....	+ 165	65	- 100	- 4,76	21,00	+ 145
Neg. 2 - 3,9.....	+ 113	65	- 48	- 2,87	16,70	+ 113
Neg. 0 - 1,9.....	+ 77	65	- 12	- 1,02	11,80	+ 82
Adiabatique.....	+ 65	65	0	»	»	»
Pos. 0 - 1,9.....	+ 50	65	+ 15	+ 0,98	15,30	+ 49
Pos. 2 - 3,9.....	+ 20	65	+ 45	+ 2,90	15,50	+ 16
Pos. 4 - 5,9.....	- 10	65	+ 75	+ 4,83	15,50	- 16
Pos. 6 - 7,9.....	- 60	65	+ 125	+ 6,86	18,20	- 50
Pos. = 8.....	- 145	65	+ 210	+ 10,42	20,10	- 110

$$\frac{m}{T_0} \text{ moyen : } 16,8$$

TABLEAU VI

UNITED STATES
DEPARTMENT OF THE INTERIOR
GEOLOGICAL SURVEY

File No. _____ Washington
District _____

Lake Hefner, Okla. Data from 3-hourly summaries.

S group	Avg S. $\times 10^2$	N	T ₁ °C	T ₂ °C	T ₃ °C	T ₄ °C	T ₅ °C	U ₁ Knots	U ₂ Knots	U ₃ Knots	U ₄ Knots	T _B -T ₀ °C
1-40	1.110	7	6.95	9.83	10.53	11.30	12.11	2.12	3.00	3.70	4.52	4.35
1-40	900	8	8.58	12.71	13.72	14.47	15.23	3.15	3.90	4.69	4.80	5.69
1-40	723	11	10.16	15.03	15.52	16.09	16.59	3.67	4.46	5.16	5.80	5.93
1-40	520	23	8.96	12.42	12.85	13.26	13.86	3.79	4.66	5.36	6.16	4.40
1-40	399	24	13.22	16.80	17.37	17.95	18.65	4.47	5.38	6.31	7.32	4.73
1-40	290	35	11.23	15.40	15.89	16.39	16.81	5.41	6.48	7.69	8.58	5.16
1-40	1.917	95	12.00	16.53	17.00	17.51	17.87	7.11	8.47	9.79	10.75	5.51
1-40	1.212	118	13.49	18.35	18.77	19.12	19.61	9.57	11.08	12.66	13.65	5.63
1-40	.0729	180	12.94	16.82	17.13	17.46	17.83	11.11	12.75	14.47	15.52	4.52
1-40	0.0236	254	15.36	16.52	16.65	16.79	16.96	11.56	13.07	14.54	15.59	1.43
1-40	-0.049	229	16.26	14.84	15.25	16.77	14.83	11.81	13.34	14.59	15.39	-1.49
1-40	-0.0718	192	16.89	13.60	13.32	13.23	13.20	10.81	12.17	13.12	13.76	-3.66
1-40	-1.020	115	17.49	14.21	14.05	14.01	14.06	8.25	9.07	9.74	10.23	-3.48
1-40	-1.241	173	16.98	12.53	12.29	12.23	12.29	7.69	8.52	9.08	9.52	-4.75
1-40	-2.245	104	18.11	13.60	13.39	13.33	13.37	6.46	7.09	7.55	7.95	-4.78
1-40	-3.393	54	17.92	12.89	12.39	12.71	12.72	5.83	6.34	6.70	7.12	-5.24
1-40	-5.25	50	16.63	10.80	10.57	10.52	10.65	5.43	5.93	6.28	6.63	-6.11
1-40	-6.92	35	15.07	10.51	10.37	10.31	10.42	4.33	4.70	4.95	5.27	-4.76
1-40	-8.90	22	16.05	11.55	11.42	11.41	11.54	3.97	4.30	4.47	4.84	-4.64
1-40	-1.118	12	16.18	11.14	10.87	10.82	10.87	3.70	3.98	4.18	4.37	-5.36

$S = \frac{(T_5 - T_0)}{U_5}$ T in °C, U in cm sec⁻¹

N=7 indique que 7 moyennes de 3 heures (ou 42 observations d'une demi-heure) ont été employées pour déterminer les valeurs moyennes portées sur le tableau.

TABLE 6

l'ordre de -4 à $-5,9^{\circ}\text{C}$ et, par conséquent, tous les gradients de température de $T_s - T_0 > -5,9^{\circ}\text{C}$ ne seront pas considérés dans l'analyse.

Le tableau V est établi d'après les données des tableaux III et IV. Les valeurs de m/t_0 , calcu-

lées en divisant M par $T_s - T_0$, sont portées dans la colonne 6 du tableau V. Les résultats accusent une très bonne uniformité, bien meilleure que celle à laquelle on s'attendait, vu les données et la complexité des phénomènes. La valeur moyenne de m/T_0 était 16,8. En utilisant cette

valeur moyenne et $T_s - T_0$, une nouvelle valeur de $C - M$ (colonne 7) a été calculée; employée en combinaison avec $z' = 1,5$ cm, elle donne des résultats satisfaisants, en reproduisant les données initiales.

L'EMPLOI DU PARAMÈTRE DE STABILITÉ S DANS L'ANALYSE DES DONNÉES :

Les données sur le vent et la température pour le lac Hefner ont été aussi résumées sous forme de tableau, en utilisant le facteur $S = (T_s - T_0)/U_8^2$ (équation 55) comme mesure de la stabilité atmosphérique. Les données groupées suivant les limites de classe de S sont indiquées sur le tableau VI.

Considérons les classes négatives de S sur le tableau 6. Pour toutes les classes, sauf S (0 à $-0,049$), la différence de température est d'environ -5°C et la moyenne $-4,75^\circ \text{C}$. Si les données sur le vent sont portées sur un graphique de U en fonction de $\log z$ (fig. 23), on voit que les lignes de répartition des vitesses tendent à converger en un point ($z = 1,5$, $U = 145$). La ligne de répartition des vitesses pour laquelle $T_s - T_0$ est $-1,49^\circ \text{C}$, tombe, comme elle devrait le faire, à gauche du point $U_{1,5} = 145$. Les lignes

FIG. 23

FIG. 24

de répartition des vitesses pour $U_8 < 400$ cm/s semblent converger en un point $z_0 \approx 0,03$.

Considérons les classes positives de S sur le tableau 6. Pour toutes les classes, sauf S (10 à $+0,049$), la différence de température est d'environ $+5^\circ \text{C}$ et la moyenne $+5,15^\circ \text{C}$. Les lignes de répartition des vitesses (fig. 24) accusent de nouveau les mêmes tendances que lorsqu'elles étaient tracées en employant $T_s - T_0$ comme paramètre, mais se montrent plus sensibles aux variations de température.

Les figures 23 et 24 prouvent que l'emploi du facteur S n'est pas efficace pour la prévision de la répartition des vitesses. Les valeurs moyennes de S variaient de cinquante fois, alors que les mêmes résultats sont obtenus avec une valeur constante de $T_s - T_0$.

LIMITE DE LA COUCHE LIMITE :

En considérant les figures 23 et 24, on voit que la vitesse à l'altitude de 16 m est généralement plus faible, et jamais plus grande, que la vitesse prédite, en prolongeant la ligne tirée par les points à l'altitude de 2,4 et 8 m. Ceci est vrai tant pour les conditions atmosphériques stables,

qu'instables. Ce fait est inattendu et curieux. Il peut s'expliquer, si l'épaisseur de la couche limite ne s'étend qu'à une hauteur comprise entre 8 et 16 m. Une telle hypothèse est très vraisemblable pour un petit lac, comme le lac Hefner; mais pour des masses d'eau plus grandes, la couche limite s'étend certainement à des altitudes beaucoup plus grandes.

RÉPARTITION DES TEMPÉRATURES INDICUÉES SUR LE TABLEAU VI :

On peut déduire du tableau VI les chiffres suivants :

	$T_z - T_0$ négatif	$T_z - T_0$ positif
$(T_{16} - T_2)_{\max.} \dots$	$-0,40^\circ \text{ C}$	$+2,52^\circ \text{ C}$
$(T_{16} - T_2)_{\text{moyen}} \dots$	$-0,18^\circ \text{ C}$	$+1,51^\circ \text{ C}$
$(T_{16} - T_0)_{\text{moyen}} \dots$	$-4,35^\circ \text{ C}$	$+5,24^\circ \text{ C}$

Pour les cas instables, $T_{16} - T_0$ est grand, mais $T_{16} - T_2$ est appréciable et une analyse montre que la variation de température entre 2 et 16 m est essentiellement logarithmique.

DIFFÉRENCE DES VITESSES A DIFFÉRENTES ALTITUDES :

La différence de vitesse entre 2 et 8 m peut être écrite d'après l'équation (60) comme suit :

$$U_8 - U_2 = \frac{U_*}{k} \ln \frac{800}{200} - \frac{m}{T_0} (T_8 - T_2) \quad (60)$$

Le facteur de correction $m/T_0 (T_8 - T_2)$ est négligeable pour le cas instable et donne des corrections légères pour le cas stable.

Comme il a été indiqué précédemment, les ré-

FIG. 25

partitions des vitesses de vent pour des gradients non adiabatiques de température mesurés au-dessus du sol indiquent que les tracés sous forme de $\log z$ en fonction de U ne sont pas linéaires, mais sont, pour les conditions stables, convexes vers l'axe des U et, pour des conditions instables, concaves vers l'axe des U (fig. 25).

Les données du tableau VI indiquent que les répartitions adiabatique et non adiabatique sont linéaires, mais que le facteur de correction $m/T_0 (T_2 - T_0)$ donne une très légère courbure à la répartition stable.

Si U_2 et U_*/k sont connus, la valeur calculée de U_8 serait comme indiquée sur la figure 25, mais à cause de la légère correction, elle est déplacée vers la gauche. Comme exemple numérique, considérons la classe S (+0,100 à +0,149) du tableau VI et calculons la correction :

$$m/T_0 (T_8 - T_0) :$$

$$\frac{m}{T_0} (T_8 - T_2) = 16,8 (19,12 - 18,35) = 13 \text{ cm/s}$$

RAPPORT DES VITESSES :

Le rapport des vitesses à 2 et 8 m peut s'écrire comme suit :

$$\frac{U_8}{U_2} = \frac{\frac{U_*}{k} \ln \frac{800}{1,5} + (C - M)}{\frac{U_*}{k} \ln \frac{200}{1,5} + (C - M)} \quad (63)$$

Les valeurs de U_8/U_2 ont été calculées et portées sur le tableau VII pour différentes valeurs de U_*/k et les valeurs de $(C - M)$ déterminées pour les conditions de stabilité variable sur le lac Hefner. U_*/k égal à 100 est pris comme limite inférieure pour l'application de la formule 63. U_*/k égal à 148 et 230 correspond au cas adiabatique du lac Hefner pour les vitesses de vent respectives de 12 et 15 m/s. U_*/k égal à 468 correspond à une vitesse de vent pour le cas adiabatique de 30 m/s, qui est la vitesse de vent normale au-dessus du lac Okeechobee durant un cyclone.

Le tableau VII fait ressortir les faits suivants :

1. Aux faibles vitesses du vent ($U_*/k = 100$), il y a une grande variation de U_8/U_2 avec différents gradients de température;

2. A mesure que les vitesses de vent augmentent, les variations de U_8/U_2 diminuent progressivement;

3. Dans l'intervalle de températures de $+3,9^\circ \text{ C}$ à $-3,9^\circ \text{ C}$, il y a une très faible différence du rapport U_8/U_2 .

TABLEAU VII
VALEURS DE U_8/U_2

Intervalle de $T_s - T_0$	(C — M)	U_*/k 100	U_*/k 148	U_*/k 230	U_*/k 468
Pos. ≥ 8	— 145	1,39	1,35	1,32	1,30
Pos. 6 - 7,9	— 60	1,32	1,30	1,30	1,29
Pos. 4 - 5,9	— 10	1,29	1,28	1,28	1,28
Pos. 2 - 3,9	+ 20	1,27	1,27	1,27	1,28
Pos. 0 - 1,9	+ 50	1,25	1,26	1,27	1,28
Adiabatique	+ 60	1,25	1,26	1,27	1,275
Neg. 0 - 1,9	+ 77	1,24	1,25	1,26	1,27
Neg. 2 - 3,9	+ 113	1,23	1,24	1,25	1,27
Neg. 4 - 5,9	+ 165	1,21	1,23	1,24	1,265
Neg. 6 - 7,9	+ 165	1,21	1,23	1,24	1,265
Neg. ≥ 8	+ 165	1,21	1,23	1,24	1,265

$$\frac{U_8}{U_2} = \frac{\frac{U_*}{k} \ln \frac{800}{1,5} + (C - M)}{\frac{U_*}{k} \ln \frac{700}{1,5} + (C - M)}$$

CONCLUSIONS GÉNÉRALES :

Par conséquent, on peut conclure qu'avec l'accroissement des vitesses du vent, les forces de frottement dans l'écoulement deviennent beaucoup plus grandes que les forces de poussée verticale causées par la stratification thermique. Cette diminution de l'effet du gradient vertical de température est causée par l'accroissement du terme $\partial U / \partial z$ dans la formule de détermination du frottement tangentiel. Le gradient de température $\partial T / \partial z$ tient compte des forces de poussée verticale supplémentaire aux faibles vitesses du vent, mais sa valeur devient insignifiante aux grandes vitesses du vent. Ainsi, pour déterminer le frottement tangentiel, il y a deux facteurs : un qui dépend du frottement et l'autre de la poussée verticale.

$$\frac{U_*}{l} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{m}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (64)$$

Pour être correcte au point de vue des dimensions, la force de poussée verticale par déplacement vertical unitaire doit être : $(g/\theta) \cdot (d\theta/dz)$,

g étant l'accélération de la pesanteur et θ la température potentielle.

La valeur de g est comprise dans la constante m et on ne diminue pas la précision, en remplaçant la température potentielle par la température absolue.

L'ANALYSE PRÉCÉDENTE N'EST PAS PRÉCISE :

Il ne faut conclure en aucun cas que les constantes numériques indiquées sont considérées comme précises à tous points de vue. Des petites erreurs dans les données peuvent produire de grandes variations. Toutefois, les erreurs ont été réduites au minimum par l'emploi des moyennes pour trois heures sur une longue période de temps, en fait seize mois. Les données sur le lac Hefner ont été recueillies sur un radeau et toute inclinaison du radeau pouvait entraîner des erreurs dans les enregistrements. Le radeau même a pu avoir une influence sur la détermination de l'altitude z' . J'ai essayé de comparer les résultats que j'avais obtenus pour le lac Hefner de proche en proche avec d'autres données disponibles. Les conclusions concordent bien. Les

équations obtenues pour le lac Hefner peuvent ou ne peuvent pas être applicables à d'autres masses d'eau, mais on montrera que l'application des principes généraux donne d'excellents résultats pour le vent de cyclone au-dessus du lac Okeechobee. Il reste cependant constant qu'il n'y a eu absolument aucune analyse théorique ou empirique de la valeur du frottement tangentiel dû au vent soufflant au-dessus de l'eau, et tenant compte des stabilités atmosphériques, que l'ingénieur aurait pu utiliser, en abordant ce problème important et extrêmement complexe.

APPLICATION A D'AUTRES MASSES D'EAU :

Les termes $\partial U/\partial z$ et $(m/T) \cdot (\partial T/\partial z)$ dans l'équation (64) tiennent compte des forces de frottement et de poussée causées par le contact d'une masse d'air mobile avec la surface d'un liquide. Une masse d'air venant de la terre et passant au-dessus de l'eau a été influencée par des rugosités beaucoup plus grandes, telles que les arbres et les bâtiments, que celles que présente la surface d'un liquide, et souvent par des gradients verticaux de température beaucoup plus grands. Lorsque l'air passe au-dessus d'une *petite masse* d'eau, ces effets de frottement et de poussée verticale dus au sol ne sont pas amortis immédiatement. Pour cette raison, il est possible que les valeurs de $(C - M)$, obtenues pour le petit bassin de VAN DORN (250 cm/s) et le lac Corpus Christi (275 cm/s) soient plus grandes que la valeur limite pour le lac Hefner (165 cm/s).

Il est également probable que la circulation cyclonique des vents dans un cyclone induise une turbulence plus grande que la turbulence moyenne. C'est, peut-être, pour cette raison que les valeurs de $(C - M)$ déterminées pour le lac Okeechobee sont comprises entre 200 et 300 cm/s, légèrement au-dessus de celle du lac Hefner.

Les valeurs de $(C - M)$ déterminées dans les essais au laboratoire étaient 410, 330 et 160 cm/s. Dans un tunnel aérodynamique, l'influence des parois latérales et la nature artificielle du vent produit par une ventilation provoquent certainement une turbulence supplémentaire par rapport à celle qu'on trouve dans une masse d'air naturelle. Il est aussi difficile, sinon impossible, de transposer par similitude les mesures faites.

Avant d'appliquer la formule (56) à une masse d'eau, il faut évaluer la quantité de ces forces turbulentes étrangères présentes. Nous pensons que les données du lac Hefner peuvent être appliquées avec une précision raisonnable à une grande masse d'eau soumise à l'effet d'un vent de surface normal. On doit être prudent, lorsqu'on applique les résultats à des petites masses d'eau ou à des essais en laboratoire. Dans un proche avenir, des données supplémentaires se-

ront fournies par les études en cours sur le lac Mead et le lac Okeechobee avec lesquelles on pourra comparer les conclusions obtenues pour le lac Hefner.

FROTTEMENT TANGENTIEL A LA SURFACE :

Le but de l'étude des aspects météorologiques du problème a été d'établir la valeur du frottement tangentiel exercée par le vent à la surface de l'eau. D'après l'équation (56) :

$$\tau = \rho_a \frac{1}{K_{\tau}^2} [U_s - (C - M)] \quad (65)$$

Si l'on prend $k = 0,40$:

$$\tau = \rho_a (0,0040) [U_s - (65 - M)]^2 \quad (66)$$

avec :

$$M \approx 16,8 (T_s - T_0)$$

Si $T_s - T_0 = + 5^\circ \text{ C}$:

$$\tau = \rho_a (0,0040) (U_s + 19)^2 \quad (67)$$

Si $T_s - T_0 = - 5^\circ \text{ C}$:

$$\tau = \rho_a (0,0040) (U_s - 149)^2 \quad (68)$$

Les formules (67) et (68) indiquent que le frottement tangentiel est plus grand pour un gradient stable que pour un gradient instable. Etant donné qu'il y a davantage de mélange vertical de tourbillons avec un gradient instable, on pourrait s'attendre à ce que le frottement tangentiel soit plus grand pour la condition instable. Il se peut que la constante de VON KARMAN varie suivant la stabilité, comme l'a suggéré SHEPPARD (fig. 7). Il ne faudrait pas une très grande variation de k pour produire des différences considérables dans la valeur du frottement tangentiel, parce que celui-ci est proportionnel à k^2 . L'évaluation de k est une question très importante et mérite une attention spéciale. La valeur de k pourrait être facilement vérifiée dans un tunnel aérodynamique en soufflant de l'air chaud au-dessus de l'eau froide et en comparant les résultats avec le cas adiabatique. Des observations faites par des navires d'observations météorologiques dans l'Atlantique et dans la mer du Nord tendent à prouver que les vagues produites lorsque $T_s - T_0 < 0$ sont plus grandes que lorsque $T_s - T_0 > 0$.

Toutefois, il est bien connu que, pour un gradient de pression à la surface donnée, la vitesse du vent à une altitude donnée décroît considérablement en passant d'une condition atmosphérique instable à une condition atmosphérique stable. Ainsi, bien que le frottement tangentiel, pour une vitesse de vent donnée, puisse être plus grand pour une condition atmosphérique stable, le frottement tangentiel, pour un

gradient horizontal de pression, est grandement réduit. Des vitesses de vent très grandes se produisent dans des conditions atmosphériques instables.

COEFFICIENT DE FROTTEMENT TANGENTIEL :

La plupart des investigateurs ont présenté leurs résultats à la manière de TAYLOR :

$$\tau = \rho_a C_D U_s^2 \quad (49)$$

Les recherches ont été remarquables par leur manque d'unanimité dans les conclusions; certains trouvent que C_D augmente avec U , d'autres que C_D diminue avec U , et encore d'autres trouvent que C_D est constant. En considérant la stabilité et le mouvement de la surface limite, je pense obtenir les trois résultats... Pour comparer ma formule avec celles du type de l'équation de TAYLOR, je dois évaluer les équations (49) et (66).

$$\tau = \rho_a (0,0040) [U_s - (C - M)]^2 = \rho_a C_D U_s^2$$

d'où :

$$C_D = 0,0040 \frac{[U_s - (C - M)]^2}{U_s^2} \quad (69)$$

Le diagramme de C_D en fonction de U pour différentes valeurs de M est donné par la figure 26. On peut voir que le coefficient de frot-

tement tangentiel (C_D) varie de manière prononcée avec la stabilité. Pratiquement, il est très important de noter que, pour les cas adiabatique et instable, C_D augmente avec la vitesse du vent. Pour un ingénieur étudiant le projet d'un ou-

FIG. 26

vrage qui doit résister aux surélévations de la surface de l'eau causées par de forts vents, l'emploi d'une valeur de C_D constante ou décroissante avec la vitesse du vent pourrait être désastreux, s'il est vrai qu'en réalité C_D augmente avec la vitesse du vent. On démontre plus loin que C_D augmente certainement avec la vitesse du vent dans l'intervalle des vitesses de vent qui se sont produites sur le lac Okeechobee.

(A suivre.)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Analysis of Winds over Lake Okeechobee During Tropical Storm of August 26-27, 1949. *Hydrometeorological Report n° 26*, Washington, 1951;
- [2] Analysis and Synthesis of Hurricane Wind Patterns Over Lake Okeechobee, Florida. *Hydrometeorological Report n° 31*, Washington, 1954.
- [3] Characteristics of United States Hurricanes Pertinent to Levee Design for Lake Okeechobee Florida. *Hydrometeorological Report n° 32*, Washington, 1954.
- [4] Waves and Wind Tides in Inland Water, Lake Okeechobee, Florida. *United States Corps of Engineers, Project Bulletin n° 1 through 7, Office of the District Engineer, Jacksonville, Florida.*
- [5] Design Memorandum Hurricane Winds over Lake Okeechobee. *United States Corps of Engineers, Partial Definite Project Report, Central and Southern Florida Project, Part IV, Supplement 2, Section 2*, Jacksonville, 1953.
- Design Memorandum Wind Tides Produced by Hurricanes. *IBID, Part IV, Supplement 2, Section 3*, Jacksonville, 1954.
- Design Memorandum Wave Action Coincident With Wind Tides. *IBID, Part IV, Supplement 2, Section 4*, Jacksonville, 1954.
- [6] EKMAN, V. W. — On the Influence of the Earth's Rotation on Ocean Currents. *Ark. Mat. Astr. Fys. Vol. 2 (11)*, Stockholm, 1905.
- [7] LAMB, Sir Horace. — *Hydrodynamics*, 6th Edition, New-York, 1945.
- [8] PRANDTL, L. — "The Mechanics of Viscous Fluids", in *Aerodynamic Theory*, W. F. DURAND, éd., Vol. III, Berlin, 1935.
- [9] BAKHMETEFF, B. A. — *The Mechanics of Turbulent Flow*, Princeton Univ., 1936.
- [10] KARMAN, Th. V. — Turbulence and Skin Friction, *J. Aeron. Sci.*, 11, 1934.
- [11] DORN, W. L. — *Meteorology*, McGraw-Hill, 1951.
- [12] SUTTON, O. G. — *Atmospheric Turbulence and Diffusion*, Compendium of Meteorology, *Am. Met. Soc.*, 1951.
- [13] CALDER, K. L. — A note on the constancy of horizontal turbulent shearing stress in the lower layers of the atmosphere, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 65 : 537-541, 1939.
- [14] KEULEGAN, G. H. — Laws of Turbulent Flow in Open Channels, *J. of Research Nat. Bur. of Standard*, Vol. 21, 1938.

- [15] NIKURADSE, J. — Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren.
VDI Forsch 356, 1932.
- [16] SCHLICHTING, H. — Experimentelle Untersuchungen zum Rauigkeitsproblem.
Ing. Archiv., 7, 1936.
- [17] NIKURADSE, J. — Strömungsgesetze in rauen Röhren.
VDI Forsch. 361, 1933.
- [18] GOLDSTEIN, S. — ed. Modern Developments in Fluid Dynamics, Vol. 2, Oxford, 1938.
- [19] ROSSBY, C. G. and MONTGOMERY, R. B. — The layer of Frictional Influence in Wind and Ocean Currents.
Papers in Physical Oceanography and Meteorology, MIT, Vol. 3, n° 3, 1935.
- [20] DEACON, E. L. — Vertical Diffusion in the Lowest Layers of the Atmosphere.
Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 75 : 89-103, 1949.
- [21] RICHARDSON, L. F. — Turbulence and Vertical Temperature Difference near trees,
Phil. Mag. 49 : 81-90, 1935.
- [22] SHEPPARD, P. A. — The Aerodynamic Drag of the Earth's Surface and the Value of Von Karman's Constant in the Lower Atmosphere.
Proc. Roy. Soc. A 188 : 208-222, 1947.
- [23] SVERDRUP, JOHNSON and FLEMING. — The Oceans, p. 490, Prentice Hall, N. Y. 1942.
- [24] PALMEN, E. and LAURILA, E. — Über die Einwirkung eines Sturmes auf den hydrographischen Zustand im nördlichen Ostseegebiet.
Soc. Sci. Fen., Com. Phys. Mat., Vol. 10, n° 1, Helsingfors, 1938.
- [25] SCHALKWIJK, W. F. — A Contribution to the Study of Storm Surges on the Dutch Coast.
Kon. Ned. Met. Inst., De Bilt, 1947.
- [26] HELLSTROM, B. — Wind Effect on Ringkøbing Fjord.
Trans. Am. Geophys. Union, 34, n° 2, 194-198, 1953.
- [27] KEULEGAN, G. H. — Wind Tides in Small Closed Channels.
J. of Research, N.B.S. Vol. 46, 1951.
- [28] FRANCIS, J.R.D. — The Aerodynamic drag of a free water surface.
Proc. Roy. Soc. A, 206, 1951.
- [29] VAN DORN, W. G. — Wind Stress Over Water.
Scripps Inst. of Oceanography.
- [30] HELLSTROM, B. — Wind Effect on Lakes and Rivers.
Ing. Vetén. Akad. n° 158, Stockholm, 1941.
- [31] SIBUL, O. — Interim Report on Laboratory Studies of Wind Tides in Shallow Water.
IER, Univ. of C., 1954.
- [32] ROSSBY, C. G. — On the frictional force between air and water and on the occurrences of a laminar boundary layer next to the surface of the sea.
Papers in Physical Oceanography and Meteorology, MIT, Vol. 4, n° 3, 1936.
- [33] ROLL, H. U. — Wassernahes Wind profile und Wellen auf dem Wattenmeer.
Annalen der Meteorologie n° 4 and 5, 1948.
- [34] WUST, G. — Die Verdunstung auf dem Meere.
Berlin Univ., Institut f. Meereskunde, Heft 6, 1920.
- [35] KEULEGAN, G. H. — Hydrodynamic Effects of Gales on Lake Erie.
J. of Research, NBS, Vol. 50, Washington, 1953.
- [36] MODEL, F. — Die Rauigkeit der Meeresoberfläche,
Gerlands Beiträge zur Geo., Bd 59, Berlin, 1942.
- [37] BRUCH, H. VON. — Die vertikale Verteilung von Windgeschwindigkeit und Temperatur in den untersten Metern über der Wasseroberfläche.
Ver. des Inst. für Meereskunde, Berlin, Neue Folge, H. 38, 1940.
- [38] TAYLOR, G. I. — Skin-Friction of the Wind on the Earth's Surface.
Proc. Roy. Soc. A 92 : 196-199, 1916.
- [39] Lake Hefner Studies Technical Report.
Geological Survey Circular 229, Water-Loss Investigations, Vol. I, Washington, 1952.
- [40] MUNK, W. H. — A Critical Wind Speed for Air-sea Boundary Processes.
Sears Found. Journ. Mar. Res.
- [41] HELA, I. — On the Stress of the Wind on the Water Surface.
Geophysical Soc. of Finland, 70 : 146-161, 1948.
- [42] THORNTHWAITE, C. W. — and HALSTEAD, D., Note on the Variation of Wind with Height in the Layer near the Ground.
Trans Am. Geophysical Union, p. 248, 1942.