



# MISCELLANÉES

## MISCELLANY

AVEC LA COLLABORATION DU PROFESSEUR CYPRIEN LEBORGNE

### LES CONFIDENCES DU GRAND-ONCLE OU LE PROBLÈME DU PÈRE LAPIPE

A propos du problème n° 55 (cf. n°s 6/1952, page 864, 6/1953, page 897 et 2/1954, page 205 <sup>(1)</sup>).

(1) Je rappelle très brièvement le déroulement des expériences du père LAPIPE et le problème posé :

Soit un tube de verre long d'environ 1,20 m et ouvert à ses deux extrémités.

*Première expérience :* On bouche l'extrémité supérieure avec le pouce, puis on plonge le tube de 80 cm environ dans un récipient plein d'eau : on débouche alors brusquement et l'on voit l'eau du tube monter jusqu'en A.

*Deuxième expérience :* L'ouverture supérieure étant laissée libre on plonge le tube de 40 cm, alors seulement on bouche avec le pouce, puis on immerge jusqu'à 80 cm et on débouche brusquement : le niveau monte en B *plus haut que A*.

Ce résultat semble bien surprenant ! Les faits sont pourtant là.

Chers Amis,

Depuis longtemps, le problème du père Lapipe n'excitait plus la verve de mes correspondants... Après les réponses de MM. Fergusson, Racy, puis de M. Junod, un lourd silence pesait sur le problème, comme sur le tonneau (d'eau).

J'en étais fort marri, car nul d'entre vous n'ignore les liens affectueux qui m'unissent à tous mes anciens élèves, et à Jean Aymard en cette qualité ; et je souffrais de ne pouvoir lui apporter les apaisements que me réclamait la fin quelque peu déchirante de sa lettre de décembre 1952... J'en étais arrivé à me dire que mes craintes n'étaient que trop fondées : ce rebutant problème avait découragé même les nombreux signataires du volumineux courrier qui, à l'époque, m'était parvenu de tous les azimuts pour me demander des précisions. Et j'avais les plus sérieuses raisons de consi-

dérer l'infortuné Jean Aymard comme définitivement perdu pour la noble science de l'Hydraulique.

Cependant, au cours de ces longs mois de silence, d'aucuns ont réfléchi à la question ; rencontrant un jour le professeur Lamoën, celui-ci m'avoua que le problème avait fait beaucoup travailler certains de ses collaborateurs. Je demandai, et obtins du professeur Lamoën, à son corps défendant, qu'il consentit à nous communiquer les résultats de ces travaux.

C'est ce qui nous vaut aujourd'hui les nombreuses pièces que MM. Lamoën et Verbist versent au dossier de l'Affaire Lapipe, sans d'ailleurs déposer de conclusions catégoriques. Le mystère Lapipe reste entier... MM. Lamoën et Verbist ont toutefois réuni des éléments de documentation considérables, dont il sera peut-être possible à certains d'entre vous de tirer profit ; vous les en remercirez avec moi.

C. L.



1. Nous avons utilisé 7 tubes en verre dont les caractéristiques sont les suivantes :

TABLEAU I

| Désignation<br>du tube | Long. $l$<br>mm<br>(exp.) | Diam. int. $\phi$<br>mm<br>(exp.) |
|------------------------|---------------------------|-----------------------------------|
| A                      | 1201                      | 2,60                              |
| C                      | 1199,5                    | 2,97                              |
| E                      | 1198                      | 7,92                              |
| F                      | 1199                      | 8,11                              |
| G                      | 1200                      | 8,17                              |
| J                      | 1200                      | 8,59                              |
| K                      | 1200                      | 13,17                             |

En opérant sur des tronçons, nous avons vérifié pour chaque tube que le diamètre reste à peu près constant sur toute sa longueur.

Dans l'en-tête des tableaux, colonnes ou rangées, les vocables « calc. » ou « exp. » indiquent

respectivement qu'il s'agit de résultats calculés ou expérimentaux.

2. Sur le tube J nous avons déterminé, au moyen

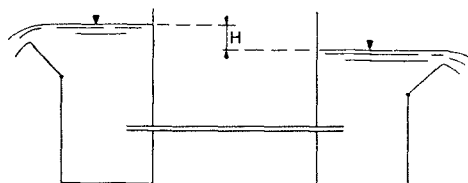


FIG. 1

du dispositif indiqué schématiquement à la figure 1, la loi :

$$Q = f(H)$$

pour un mouvement permanent.  $Q$  est le débit traversant le tube,  $H$  la dénivellation entre les deux réservoirs. Nous l'avons fait d'abord pour le tube entier. Ensuite nous avons divisé ce dernier en deux parties à peu près égales (602 et 598 mm) sur lesquelles nous avons repris les mêmes mesures.

Voici (tableaux II, III, IV) les résultats :

TABLEAU II  
Température de l'eau : 10° C  
(Longueur du tube J = 1200 mm)

| H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) | H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) |
|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------|
| 1,95              | 12,0                              | 55,85             | 79,2                              |
| 6,7               | 23,6                              | 61,2              | 82,7                              |
| 11,55             | 32,3                              | 65,8              | 85,6                              |
| 16,4              | 39,4                              | 65,8              | 86,4                              |
| 16,4              | 39,4                              | 70,8              | 88,9                              |
| 21,25             | 45,3                              | 75,8              | 92,2                              |
| 21,25             | 45,4                              | 80,9              | 95,2                              |
| 26,2              | 51,2                              | 85,9              | 98,0                              |
| 31,1              | 55,3                              | 90,8              | 102,4                             |
| 36,05             | 61,1                              | 90,85             | 102,1                             |
| 41,0              | 65,2                              | 95,85             | 105,0                             |
| 46,0              | 69,5                              | 95,85             | 104,5                             |
| 46,0              | 70,3                              | 100,9             | 107,3                             |
| 50,95             | 74,6                              | 105,9             | 111,1                             |
| 51,0              | 73,5                              | 108,15            | 111,4                             |

Les résultats du tableau II se représentent par la formule :

$$\log Q = + 0,917 + 0,558 \log H \quad (1)$$

$\log$  = logarithme vulgaire,

Q en cm<sup>3</sup>/s, H en cm.

TABLEAU III (Longueur du tube J = 602 mm)

| H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) | T °C<br>(exp.) | H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) | T °C<br>(exp.) |
|-------------------|-----------------------------------|----------------|-------------------|-----------------------------------|----------------|
| 2,3               | 16,5                              | 10             | 51,1              | 94,9                              | 11             |
| 6,8               | 30,8                              | 10             | 56,4              | 100,0                             | 11             |
| 11,4              | 41,0                              | 10             | 62,0              | 105,4                             | 11             |
| 15,7              | 48,8                              | 10             | 66,8              | 109,0                             | 11             |
| 20,9              | 57,3                              | 10             | 70,8              | 113,4                             | 11             |
| 26,1              | 65,3                              | 10             | 75,9              | 117,7                             | 11             |
| 32,1              | 73,2                              | 10             | 80,8              | 122,0                             | 11             |
| 36,2              | 77,8                              | 10             | 85,5              | 125,3                             | 11             |
| 40,7              | 83,5                              | 10             | 90,5              | 129,1                             | 11             |
| 42,9              | 85,6                              | 11             | 95,1              | 133,3                             | 11             |
| 45,7              | 88,8                              | 10             | 100,4             | 135,3                             | 11             |
| 46,0              | 89,4                              | 11             | 105,5             | 139,4                             | 11             |

Pour ce tableau, on trouve :

$$\log Q = + 1,020 + 0,559 \log H \quad (2)$$

TABLEAU IV  
(Longueur du tube J = 598 mm)

| H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) | T °C<br>(exp.) | H<br>cm<br>(exp.) | Q<br>cm <sup>3</sup> /s<br>(exp.) | T °C<br>(exp.) |
|-------------------|-----------------------------------|----------------|-------------------|-----------------------------------|----------------|
| 2,8               | 19,1                              | 10             | 63,2              | 106,8                             | 11             |
| 10,3              | 39,5                              | 10             | 71,3              | 114,3                             | 11             |
| 19,7              | 56,6                              | 10             | 80,7              | 122,9                             | 11             |
| 30,5              | 71,7                              | 10             | 89,3              | 130,4                             | 11             |
| 42,1              | 85,7                              | 11             | 100,6             | 137,9                             | 11             |
| 50,4              | 94,7                              | 11             | 106,8             | 142,5                             | 11             |

$$\log Q = + 1,036 + 0,552 \log H \quad (3)$$

Comme la longueur des trois tubes dépasse 50  $\Phi$ , on peut admettre qu'ils comportent chacun un tronçon, dont l'un des bouts coïncide avec l'extrémité aval, où la distribution des vitesses est la même que celle se produisant dans un tube uniforme de longueur infinie. Comme il est certain, d'autre part, que les conditions de l'écoulement dans les parties influencées par l'entrée ne dépendent que du débit Q, les mesures des tableaux II, III et IV permettent de déterminer, en fonction de Q ou de U = vitesse moyenne =  $4Q/\pi\Phi^2$ , la perte de charge par frottement et la somme  $\xi$  des pertes de charge dues à l'entrée et à la sortie.

Après une analyse des résultats, on arrive finalement aux expressions :

$$\log \zeta = - 2,265 + 1,779 \log U \quad (4)$$

$$\log \xi = - 2,678 + 1,823 \log U \quad (5)$$

qui sont valables pour  $30 \leq U \leq 200$ .

$\zeta$  = perte de charge, en cm d'eau, par mètre de longueur de tube,

$\xi$  = somme des pertes de charge, en cm d'eau, dues à l'entrée et à la sortie,

U = vitesse moyenne en cm/s.

Pour la perte de charge  $\varphi$  à l'entrée on pourrait adopter, faute de mieux :

$$\varphi = \xi - k \frac{U^2}{2g} \quad (6)$$

3. Il n'est pas nécessaire de reprendre l'énoncé du problème, ni de définir ce que nous entendons par l'enfoncement initial  $\alpha$  et par l'enfoncement final  $\beta$ . Dans l'énoncé du père LAPIPE,  $\alpha = 0$  ou 40 cm et  $\beta = 80$  cm.

Afin d'éviter l'influence des parois latérales du récipient, nous opérons toujours au centre à peu près d'un grand réservoir (fig. 2) maçonné pourvu

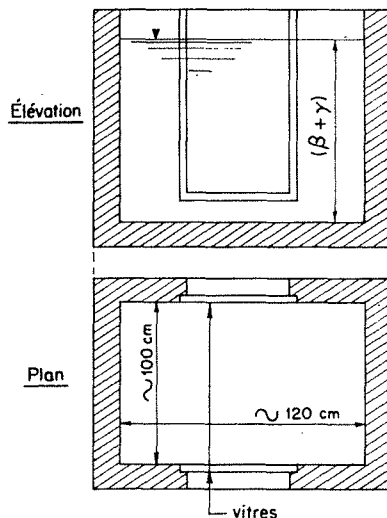


FIG. 2

de deux vitres permettant l'inspection visuelle et les prises de vues cinématographiques. Au § 8 ci-après, nous montrons que le fond du récipient n'a pas influencé non plus les expériences. Nous désignons par  $\gamma$  la distance entre le fond du réservoir et l'extrémité inférieure du tube dans sa position la plus basse, de sorte que  $(\beta + \gamma)$  est la profondeur d'eau dans le récipient.

Finalement, le symbole  $\Delta$  représente l'ascension

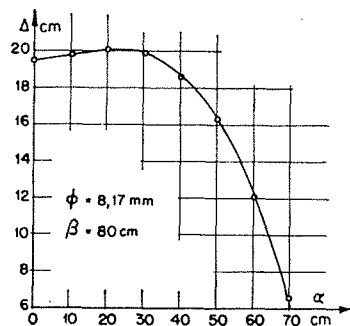


FIG. 3

TABLEAU V ( $\phi = 8,17$  mm; temp. de l'eau = 19° C (fig. 3))

| $\alpha$<br>cm<br>(exp.) | Valeurs mesurées de $\Delta$ , en cm<br>(exp.)                      | $\Delta$ moy.<br>cm<br>(exp.) |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 0                        | 19,3 - 19,5 - 19,4 - 19,7 - 19,5 - 19,6 - 19,3 - 19,7 - 19,6 - 19,4 | 19,50                         |
| 10                       | 19,8 - 19,7 - 20,0 - 19,8 - 19,9 - 19,7 - 19,7 - 19,9 - 19,7 - 19,8 | 19,80                         |
| 20                       | 19,9 - 20,0 - 20,0 - 20,0 - 19,8 - 19,9 - 20,0 - 19,9 - 20,1 - 20,1 | 19,97                         |
| 30                       | 19,8 - 20,0 - 19,9 - 20,0 - 19,8 - 20,0 - 20,0 - 19,9 - 19,9 - 19,8 | 19,91                         |
| 40                       | 18,7 - 18,5 - 18,7 - 18,4 - 18,6 - 18,7 - 18,5 - 18,6 - 18,5 - 18,7 | 18,59                         |
| 50                       | 16,3 - 16,2 - 16,2 - 16,4 - 16,3 - 16,4 - 16,2 - 16,3 - 16,2 - 16,4 | 16,29                         |
| 60                       | 12,2 - 12,0 - 12,3 - 12,0 - 12,1 - 12,3 - 12,1 - 12,2 - 12,0 - 12,1 | 12,13                         |
| 70                       | 6,6 - 6,5 - 6,5 - 6,7 - 6,8 - 6,6 - 6,7 - 6,5 - 6,7 - 6,5           | 6,61                          |

maximum de la colonne d'eau dans le tube au-dessus du plan d'eau du réservoir.

#### 4. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE J, DE DIAMÈTRE $\phi = 8,59$ mm.

Nous avons pris  $\beta = 80$  cm et obtenu comme premier résultat, avec des notations évidentes :

$$\Delta(\alpha = 0 \text{ cm}) = \Delta(\alpha = 40 \text{ cm}) = 20,16 \text{ cm},$$

ce qui ne semble pas appuyer particulièrement la proposition LAPIPE.

Nous avons ensuite placé l'extrémité inférieure du tube au centre d'une plaque horizontale carrée de 10 cm de côté, de sorte que l'eau affluente ne provenait pratiquement que du demi-espace ayant la plaque comme limite supérieure. Dans ce cas (deuxième résultat) :

$$\Delta(\alpha = 0 \text{ cm}) = 21,33 \text{ cm}$$

$$\Delta(\alpha = 40 \text{ cm}) = 21,06 \text{ cm}$$

Quand on compare avec le premier résultat, on constate l'influence de l'embouchure du tube, influence sur laquelle nous reviendrons au § 8.

#### 5. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE G, DE DIAMÈTRE $\phi = 8,17$ mm.

Etant donné le premier résultat peu concluant du § 4, nous avons, pour  $\beta = 80$  cm, fait varier  $\alpha$  de 0 cm à 80 cm. Pour  $\alpha = 80$  cm, il n'y a pas d'oscillation et  $\Delta$  devient égal à l'ascension capillaire. Nous ne tenons évidemment compte que des résultats obtenus sur le tube intérieurement mouillé.

A l'inspection de la figure 3, on remarque que le maximum de  $\Delta$  se présente pour  $\alpha > 0$  cm, ce qui vérifie la proposition LAPIPE. Mais il faut s'écarter un peu de l'énoncé primitif donné dans la Houille Blanche, puisque :

$$\Delta(\alpha = 0 \text{ cm}) > \Delta(\alpha = 40 \text{ cm}).$$

Nous avons également mesuré la durée  $T$  de la première montée. Voici les résultats :

TABLEAU VI (Déterminations très grossières)

| $\alpha$ cm<br>(exp.) | Valeurs mesurées de T, en secondes<br>(exp.)                                                                           | T moy<br>(exp.)<br>en secondes |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| 0                     | 0,8 - 0,8 - 1,0 - 1,0 - 0,8 - 0,6 - 0,8 - 0,8 - 1,0 - 1,0<br>1,0 - 1,2 - 0,8 - 1,0 - 0,8 - 0,8 - 1,2 - 1,0 - 1,0 - 1,0 | 0,92                           |
| 40                    | 1,2 - 0,8 - 1,2 - 0,8 - 1,2 - 0,8 - 1,0 - 1,0 - 1,0 - 1,0<br>1,0 - 1,0 - 1,0 - 1,2 - 0,8 - 0,4 - 1,2 - 0,8 - 1,2 - 0,8 | 0,97                           |

$x_i$  = hauteur d'eau dans le tube à l'instant  $t = 0$ , début de l'oscillation.

Les longueurs  $\Delta$  et  $x_i$  sont mesurées dix fois jusqu'au mm près; ensuite on prend les valeurs moyennes, ce qui explique l'apparition de la deuxième décimale.

#### 6. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE F, DE DIAMÈTRE $\Phi = 8,11$ mm.

TABLEAU VII

( $\Phi = 8,11$  mm; fig. 4; exp.)

| T °C | Pression<br>atm. en<br>millibars | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\nu$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------------------------|----------------|---------------|-------------|----------------|-------------|
| 17   | 1018,0                           | 0              | 80            | 31,2        | 20,17          | 8,21        |
| 17   | »                                | 10             | »             | »           | 20,41          | 16,33       |
| 17   | »                                | 20             | »             | »           | 21,41          | 24,88       |
| 17   | »                                | 30             | »             | »           | 21,59          | 33,22       |
| 17   | »                                | 35             | »             | »           | 20,96          | 38,27       |
| 17   | »                                | 40             | »             | »           | 20,33          | 42,72       |
| 18   | 1014,0                           | 50             | »             | 31,0        | 17,25          | 52,17       |
| 18   | »                                | 60             | »             | »           | 12,93          | 61,22       |
| 18   | »                                | 70             | »             | »           | 7,02           | 70,61       |
| 18   | 1014,0                           | 0              | 60            | 51,0        | 18,96          | 5,87        |
| 18   | »                                | 10             | »             | »           | 18,54          | 14,53       |
| 18   | 1010,4                           | 20             | »             | 50,5        | 18,58          | 23,32       |
| 18   | »                                | 30             | »             | »           | 16,63          | 32,44       |
| 18   | »                                | 40             | »             | »           | 12,83          | 41,61       |
| 18   | »                                | 50             | »             | »           | 7,00           | 50,96       |
| 18   | 1014,0                           | 0              | 40            | 70,5        | 15,17          | 4,24        |
| 18   | »                                | 10             | »             | »           | 14,52          | 12,70       |
| 17   | 1010,4                           | 20             | »             | »           | 11,84          | 21,72       |
| 17   | »                                | 30             | »             | »           | 6,92           | 31,03       |

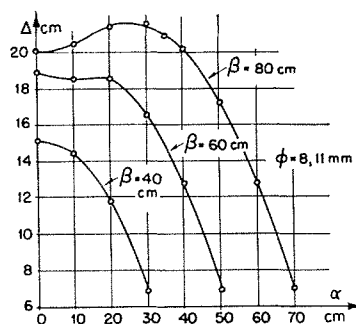


FIG. 4

#### 7. CONTINUATION DES ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE F, DE DIAMÈTRE $\Phi = 8,11$ mm.

La première ascension de la colonne liquide a été filmée, dans les cas ( $\beta = 80$  cm;  $\alpha = 0$  cm) et ( $\beta = 80$  cm;  $\alpha = 20$  cm), au moyen d'un appareil prenant  $\approx 64$  images à la seconde.

Simultanément on filmait le plateau d'un gramophone tournant à une vitesse angulaire constante et connue. Sur ce disque on avait tracé un trait bien apparent passant par l'axe du gramophone.

$x$  = distance entre le sommet de la colonne liquide et l'extrémité inférieure du tube.

TABLEAU VIII

( $\Phi = 8,11$  mm; fig. 5;  $\beta = 80$  cm;  $\alpha = 0$  cm)

| t<br>s<br>(exp.) | $x$<br>cm<br>(exp.) | U<br>cm/s<br>(calc.) | t<br>s<br>(exp.) | $x$<br>cm<br>(exp.) | U<br>cm/s<br>(calc.) |
|------------------|---------------------|----------------------|------------------|---------------------|----------------------|
| 0,00             | 8,00                | 0,0                  | 0,44             | 78,60               | 108,8                |
| 0,02             | 8,90                | —                    | 0,48             | 82,65               | 101,3                |
| 0,04             | 10,90               | 100,0                | 0,52             | 86,10               | 86,3                 |
| 0,06             | 14,05               | 157,5                | 0,56             | 89,00               | 72,5                 |
| 0,08             | 18,95               | 245,0                | 0,60             | 91,50               | 62,5                 |
| 0,10             | 23,80               | 242,5                | 0,64             | 93,65               | 53,8                 |
| 0,12             | 28,50               | 235,0                | 0,68             | 95,45               | 45,0                 |
| 0,14             | 32,90               | 220,0                | 0,72             | 97,00               | 38,8                 |
| 0,16             | 36,95               | 202,5                | 0,76             | 98,20               | 30,0                 |
| 0,18             | 40,85               | 195,0                | 0,80             | 99,10               | 22,5                 |
| 0,20             | 44,70               | 192,5                | 0,82             | 99,45               | 17,5                 |
| 0,24             | 51,95               | 181,3                | 0,84             | 99,70               | 12,5                 |
| 0,28             | 58,40               | 161,3                | 0,86             | 99,85               | 7,5                  |
| 0,32             | 64,20               | 145,0                | 0,88             | 99,90               | 2,5                  |
| 0,36             | 69,50               | 132,5                | 0,90             | 99,90               | 0,0                  |
| 0,40             | 74,25               | 118,8                | 0,92             | 99,90               | 0,0                  |

NOTE : le premier intervalle de temps, débutant à l'instant  $t = 0$ , est probablement inférieur aux 0,02 secondes indiquées.

On a :  $\Delta = 99,9$  cm et  $T \approx 0,88$  s.

Quoique le calcul n'en soit pas très précis, nous avons encore estimé les accélérations  $dU/dt$ . Les résultats sont consignés au tableau VIII<sup>bis</sup>. Pour l'instant initial, nous avons pris :

$$\frac{dU}{dt} = g \frac{(80,0 - x_i)}{(x_i + 3 \Phi)} = g \frac{(80,0 - 8,0)}{10,433}$$
$$= 6770 \text{ [voir équation ci-après (11)]}$$

TABLEAU VIII<sup>bis</sup>

( $\Phi = 8,11 \text{ mm}$ ; fig. 5;  $\beta = 80 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 0 \text{ cm}$ )

| t<br>s<br>(exp.) | d U/dt<br>cm/s <sup>2</sup><br>(exp.) | t<br>s<br>(exp.) | dU/dt<br>cm/s <sup>2</sup><br>(exp.) |
|------------------|---------------------------------------|------------------|--------------------------------------|
| 0,00             | 6770                                  | 0,44             | — 188                                |
| 0,04             | 2875                                  | 0,48             | — 375                                |
| 0,06             | 4375                                  | 0,52             | — 345                                |
| 0,08             | — 125                                 | 0,56             | — 250                                |
| 0,10             | — 375                                 | 0,60             | — 218                                |
| 0,12             | — 750                                 | 0,64             | — 220                                |
| 0,14             | — 875                                 | 0,68             | — 155                                |
| 0,16             | — 375                                 | 0,72             | — 220                                |
| 0,18             | — 125                                 | 0,76             | — 188                                |
| 0,205            | — 373                                 | 0,795            | — 167                                |
| 0,24             | — 500                                 | 0,82             | — 250                                |
| 0,28             | — 408                                 | 0,84             | — 250                                |
| 0,32             | — 313                                 | 0,86             | — 250                                |
| 0,36             | — 343                                 | 0,88             | — 125                                |
| 0,40             | — 250                                 |                  |                                      |

TABLEAU IX

( $\Phi = 8,11 \text{ mm}$ ; fig. 6;  $\beta = 80 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 20 \text{ cm}$ )

| t<br>s<br>(exp.) | x<br>cm<br>(exp.) | U<br>cm/s<br>(calc.) | t<br>s<br>(exp.) | x<br>cm<br>(exp.) | U<br>cm/s<br>(calc.) |
|------------------|-------------------|----------------------|------------------|-------------------|----------------------|
| 0,00             | 24,90             | 0,0                  | 0,56             | 90,20             | 75,0                 |
| 0,02             | 25,45             | —                    | 0,60             | 92,85             | 66,3                 |
| 0,04             | 26,90             | 72,5                 | 0,62             | 94,00             | 57,5                 |
| 0,06             | 28,90             | 100,0                | 0,64             | 95,10             | 55,0                 |
| 0,08             | 31,25             | 117,5                | 0,66             | 96,10             | 50,0                 |
| 0,10             | 33,85             | 130,0                | 0,68             | 97,05             | 47,5                 |
| 0,12             | 36,70             | 142,5                | 0,70             | 97,85             | 40,0                 |
| 0,14             | 39,70             | 150,0                | 0,72             | 98,50             | 32,5                 |
| 0,16             | 42,80             | 155,0                | 0,74             | 99,10             | 30,0                 |
| 0,18             | 46,00             | 160,0                | 0,76             | 99,70             | 30,0                 |
| 0,20             | 49,10             | 155,0                | 0,78             | 100,20            | 25,0                 |
| 0,24             | 55,15             | 151,3                | 0,80             | 100,60            | 20,0                 |
| 0,28             | 61,10             | 148,8                | 0,82             | 100,90            | 15,0                 |
| 0,32             | 66,60             | 137,5                | 0,84             | 101,15            | 12,5                 |
| 0,36             | 71,70             | 127,5                | 0,86             | 101,30            | 7,5                  |
| 0,40             | 76,10             | 110,0                | 0,88             | 101,40            | 5,0                  |
| 0,44             | 80,10             | 100,0                | 0,90             | 101,45            | 2,5                  |
| 0,48             | 83,80             | 92,5                 | 0,92             | 101,50            | 2,5                  |
| 0,52             | 87,20             | 85,0                 |                  |                   |                      |

NOTE : le premier intervalle de temps, débutant à l'instant  $t = 0$ , est probablement inférieur aux 0,02 secondes indiquées.

On a :  $\Delta = 101,5 \text{ cm}$  et  $T \approx 0,92 \text{ s}$ .

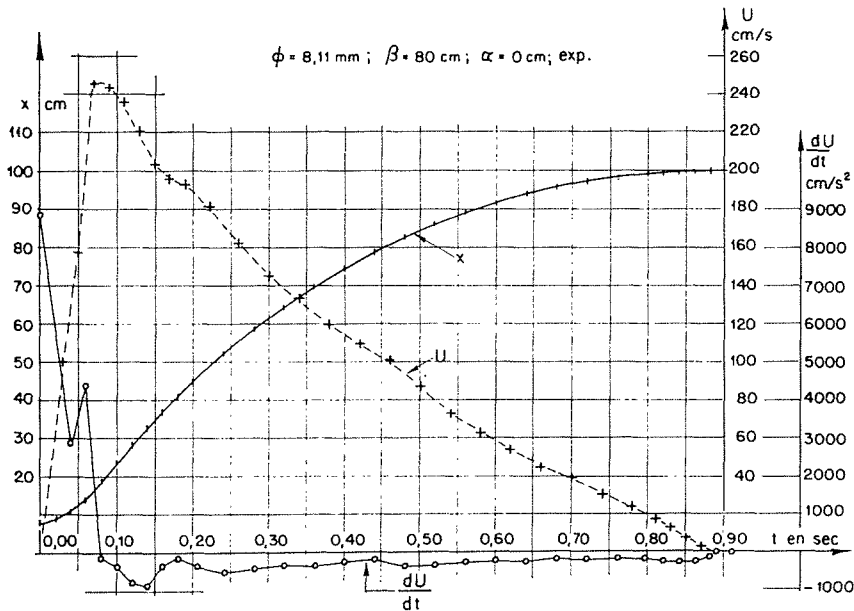


FIG. 5

Courbes expérimentales

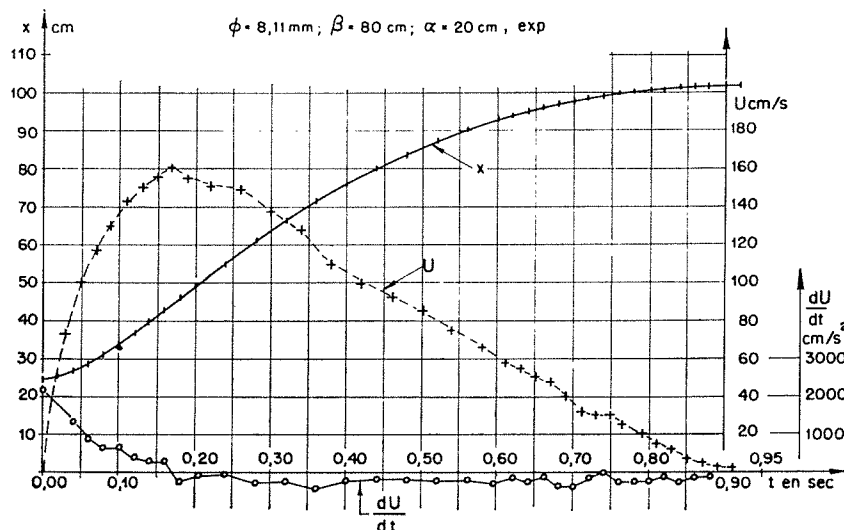


FIG. 6

Courbes expérimentales

Le cas  $\alpha = 20$  cm a été considéré parce qu'il nous rapproche de la valeur maximum de  $\Delta$ .

En comparant les figures 5 et 6, on remarque que la courbe  $x(t; \alpha = 20$  cm) reste constamment au-dessus de  $x(t; \alpha = 0$  cm).

Les accélérations  $dU/dt$  sont données au tableau IX<sup>bis</sup>.

Pour  $t = 0$ , on a :

$$\frac{dU}{dt} = g \frac{(80,0 - x_i)}{(x_i + 3\Phi)} = g \frac{(80,0 - 24,9)}{27,333} = 1978 \quad [\text{équation (11)}]$$

TABLEAU IX<sup>bis</sup>

| t<br>s<br>(exp.) | $dU/dt$<br>cm/s <sup>2</sup><br>(exp.) | t<br>s<br>(exp.) | $dU/dt$<br>cm/s <sup>2</sup><br>(exp.) |
|------------------|----------------------------------------|------------------|----------------------------------------|
| 0,00             | 1978                                   | 0,52             | — 250                                  |
| 0,04             | 1375                                   | 0,56             | — 218                                  |
| 0,06             | 875                                    | 0,595            | — 293                                  |
| 0,08             | 625                                    | 0,62             | — 125                                  |
| 0,10             | 625                                    | 0,64             | — 250                                  |
| 0,12             | 375                                    | 0,66             | — 125                                  |
| 0,14             | 250                                    | 0,68             | — 375                                  |
| 0,16             | 250                                    | 0,70             | — 375                                  |
| 0,18             | — 250                                  | 0,72             | — 125                                  |
| 0,205            | — 123                                  | 0,74             | 0                                      |
| 0,24             | — 63                                   | 0,76             | — 250                                  |
| 0,28             | — 283                                  | 0,78             | — 250                                  |
| 0,32             | — 250                                  | 0,80             | — 250                                  |
| 0,36             | — 438                                  | 0,82             | — 125                                  |
| 0,40             | — 250                                  | 0,84             | — 250                                  |
| 0,44             | — 188                                  | 0,86             | — 125                                  |
| 0,48             | — 188                                  | 0,88             | — 125                                  |

#### 8. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE E, DE DIAMÈTRE $\Phi = 7,92$ mm.

TABLEAU X

( $\Phi = 7,92$  mm; fig. 7; exp.)

| T °C | Pression<br>atm. en<br>millibars | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\gamma$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|-------------|
| 14   | 1021,2                           | 0              | 80            | 30,8           | 19,86          | 8,12        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 20,48          | 16,49       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 21,12          | 25,21       |
| »    | »                                | 25             | »             | »              | 21,31          | 29,67       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 20,99          | 34,10       |
| »    | »                                | 40             | »             | »              | 19,86          | 43,03       |
| »    | »                                | 50             | »             | »              | 16,97          | 52,18       |
| »    | »                                | 60             | »             | »              | 12,49          | 61,42       |
| »    | »                                | 70             | »             | »              | 7,02           | 70,76       |
| 14   | 1021,2                           | 0              | 60            | 50,8           | 18,16          | 6,23        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 18,56          | 14,97       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 18,27          | 23,64       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 16,19          | 33,74       |
| »    | »                                | 40             | »             | »              | 12,82          | 41,62       |
| »    | »                                | 50             | »             | »              | 7,16           | 50,81       |
| 14   | —                                | 0              | 40            | 70,8           | 14,97          | 4,23        |
| »    | —                                | 10             | »             | »              | 14,41          | 13,12       |
| »    | —                                | 20             | »             | »              | 11,92          | 21,98       |
| »    | —                                | 30             | »             | »              | 6,65           | 30,99       |

Afin d'examiner l'influence du fond du réservoir, nous avons porté  $\gamma$  de 30,8 à 5,2 cm en posant un bloc de béton à l'aplomb du tube. On a trouvé les résultats du tableau XI qui ne s'écartent guère de la courbe  $\beta = 80$  cm de la figure 7.

Comme, par ailleurs, la valeur minimum de  $\gamma$  a toujours été de l'ordre de 25 à 30 cm, on est certain que le fond n'a jamais pu influencer les résultats des expériences.

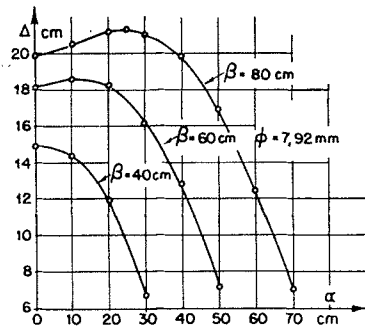


FIG. 7

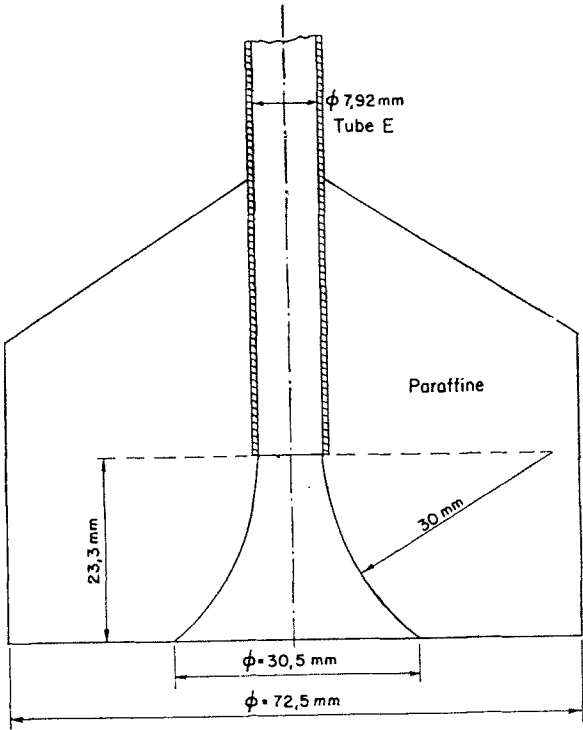


FIG. 8

TABLEAU XI  
( $\Phi = 7,92$  mm; exp.)

| T °C | Pression atm. en millibars | $\alpha$ cm | $\beta$ cm | $\gamma$ cm | $\Delta$ cm | $x_i$ cm |
|------|----------------------------|-------------|------------|-------------|-------------|----------|
| 14   | 1019,1                     | 0           | 80         | 5,2         | 19,93       | 8,04     |
| »    | »                          | 10          | »          | »           | 20,59       | 16,65    |
| »    | »                          | 20          | »          | »           | 21,20       | 25,41    |
| 13,5 | 1014,7                     | 25          | »          | »           | 21,20       | 29,67    |
| »    | »                          | 30          | »          | »           | 20,92       | 34,04    |
| »    | »                          | 40          | »          | »           | 19,81       | 42,99    |
| »    | »                          | 50          | »          | »           | 17,12       | 52,02    |
| »    | »                          | 60          | »          | »           | 12,31       | 61,25    |
| »    | »                          | 70          | »          | »           | 6,74        | 70,60    |

L'effet de l'embouchure du tube a fait l'objet des expériences consignées aux tableaux XII et XII<sup>bis</sup>. Le tuyau E a été pourvu (fig. 8) d'une embouchure en paraffine. On continue à mesurer les quantités  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $x$  et  $x_i$  à partir de l'extrémité inférieure du tube en verre.

TABLEAU XII

( $\Phi = 7,92$  mm; fig. 9; embouchure en paraffine; exp.)

| T °C | $\alpha$ cm | $\beta$ cm | $\gamma$ cm | $\Delta$ cm | $x_i$ cm |
|------|-------------|------------|-------------|-------------|----------|
| 16   | 0           | 80         | 29,5        | 24,38       | 8,06     |
| 17   | 2           | »          | »           | 25,18       | 9,79     |
| 16   | 4           | »          | »           | 26,04       | 11,45    |
| »    | 6           | »          | »           | 26,43       | 13,22    |
| »    | 8           | »          | »           | 26,73       | 15,00    |
| »    | 10          | »          | »           | 27,04       | 16,47    |
| »    | 15          | »          | »           | 28,04       | 20,67    |
| »    | 20          | »          | »           | 29,24       | 26,13    |
| 17   | 25          | »          | »           | 30,39       | 29,56    |
| »    | 30          | »          | »           | 30,45       | 33,91    |
| »    | 35          | »          | »           | 28,55       | 38,36    |
| »    | 40          | »          | »           | 25,68       | 42,84    |
| »    | 50          | »          | »           | 19,76       | 51,98    |
| »    | 60          | »          | »           | 13,45       | 61,16    |
| »    | 70          | »          | »           | 6,90        | 70,56    |
| »    | 75          | »          | »           | 3,67        | 75,19    |

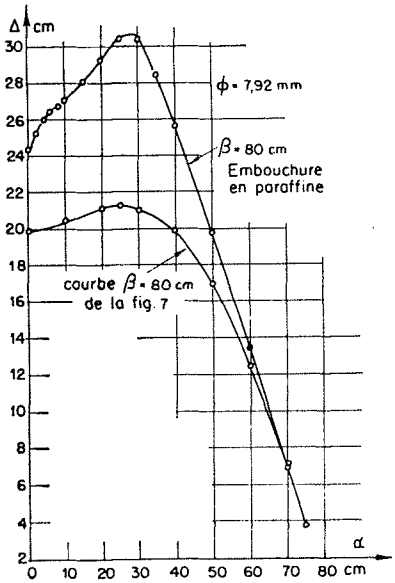


FIG. 9

A la figure 9 on compare la courbe  $\Delta(\alpha)$  de ce tableau XII avec la courbe  $\beta = 80$  cm de la figure 7. On remarque que l'embouchure bien profilée en paraffine augmente considérablement l'ascension  $\Delta$  de la colonne d'eau au-dessus du plan d'eau du réservoir.

Pour dire toute la vérité, nous devons avouer

(tableau XII<sup>bis</sup>) d'autres résultats encore, plus irréguliers que ceux du tableau XII. Il se peut que cette divergence ait été amenée dans l'essai du tableau XII<sup>bis</sup> par un manque d'étanchéité entre la paroi extérieure du tube en verre et le bloc en paraffine. Quoi qu'il en soit, ces expériences devraient être reprises, mais on peut néanmoins affirmer que la forme de l'embouchure du tube a une grande influence sur la valeur de  $\Delta$ .

TABLEAU XII<sup>bis</sup>

( $\Phi = 7,92$  mm; fig. 9; embouchure en paraffine; exp.)

| T °C | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\gamma$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------|---------------|----------------|----------------|-------------|
| 19   | 5              | 80            | 28,0           | 25,03          | 12,08       |
| »    | 10             | »             | »              | 23,15          | 16,45       |
| »    | 15             | »             | »              | 24,62          | 20,71       |
| »    | 20             | »             | »              | 23,89          | 25,12       |
| »    | 25             | »             | »              | 31,12          | 29,47       |
| »    | 30             | »             | »              | 23,43          | 33,81       |
| »    | 35             | »             | »              | 22,59          | 38,24       |
| »    | 40             | »             | »              | 21,44          | 42,84       |
| »    | 50             | »             | »              | 18,02          | 51,89       |
| »    | 60             | »             | »              | 13,17          | 61,12       |
| »    | 70             | »             | »              | 6,93           | 70,41       |

9. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE K, DE DIAMÈTRE  $\Phi = 13,17$  mm.

TABLEAU XIII ( $\Phi = 13,17$  mm; fig. 10; exp.)

| T °C | Pression<br>atm. en<br>millibars | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\gamma$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|-------------|
| 13,5 | 1016,7                           | 0              | 80            | 25,8           | 30,16          | 8,27        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 29,72          | 16,87       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 29,23          | 25,62       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 27,39          | 34,36       |
| »    | »                                | 40             | »             | »              | 24,38          | 43,14       |
| »    | »                                | 50             | »             | »              | 20,05          | 52,05       |
| »    | »                                | 60             | »             | »              | 14,39          | 61,22       |
| »    | »                                | 70             | »             | »              | 7,62           | 70,58       |
| 14   | 1016,7                           | 0              | 60            | 45,6           | 25,30          | 6,49        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 24,37          | 14,88       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 22,57          | 23,92       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 19,00          | 32,60       |
| »    | 1023,1                           | 40             | »             | »              | 13,86          | 41,66       |
| »    | »                                | 50             | »             | »              | 7,63           | 50,68       |
| 14   | 1023,1                           | 0              | 40            | 65,2           | 19,56          | 4,36        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 17,59          | 12,98       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 13,41          | 21,81       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 7,56           | 30,87       |

10. ESSAI D'OSCILLATION SUR LE TUBE C, DE DIAMÈTRE  $\Phi = 2,97$  mm. (Tableaux XIV et XIV bis.)

Il ne faut pas attacher trop d'importance aux chiffres relatés aux §§ 10 et 11 pour les très petits diamètres. Quand on répète un essai avec un  $\Phi$  petit (tubes A et B), on rencontre des divergences qui ne s'expliquent pas toujours par une différence dans la température de l'eau. Mais l'allure générale des courbes  $\Delta(\alpha)$  subsiste constamment.

11. ESSAIS D'OSCILLATION SUR LE TUBE A, DE DIAMÈTRE  $\Phi = 2,60$  mm. (Tableau XV.)

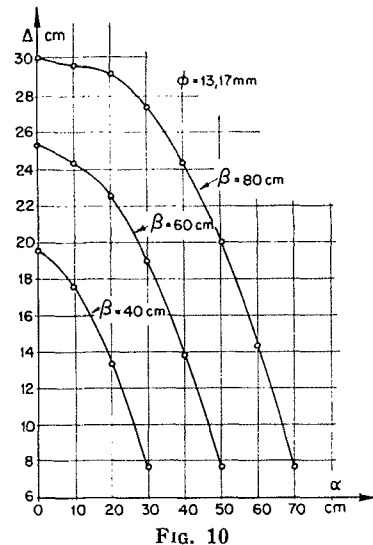


FIG. 10

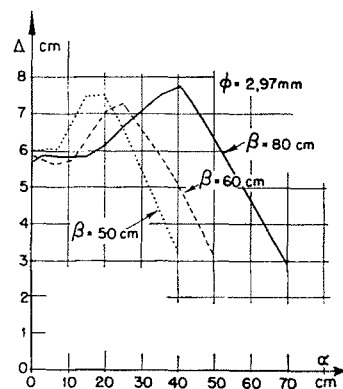


FIG. 11

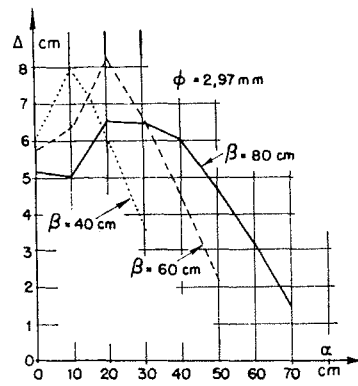


FIG. 12

TABLEAU XIV ( $\Phi = 2,97$  mm; fig. 11; exp.)

| T °C | $\alpha$ cm | $\beta$ cm | $\gamma$ cm | $\Delta$ cm | $x_i$ cm | T °C | $\alpha$ cm | $\beta$ cm | $\gamma$ cm | $\Delta$ cm | $x_i$ cm |
|------|-------------|------------|-------------|-------------|----------|------|-------------|------------|-------------|-------------|----------|
| 21   | 0           | 80         | 29,1        | 5,66        | 8,48     | 18   | 0           | 60         | 47,3        | 5,86        | 6,14     |
| »    | 2           | »          | 28,7        | 5,81        | 9,67     | »    | 2           | »          | »           | 5,75        | 7,98     |
| »    | 4           | »          | »           | 5,89        | 11,53    | »    | 4           | »          | »           | 5,75        | 9,76     |
| »    | 6           | »          | »           | 5,85        | 13,36    | »    | 6           | »          | »           | 5,66        | 11,52    |
| »    | 8           | »          | »           | 5,87        | 14,96    | »    | 8           | »          | »           | 5,69        | 13,24    |
| »    | 10          | »          | »           | 5,85        | 16,95    | »    | 10          | »          | »           | 5,73        | 15,02    |
| »    | 15          | »          | »           | 5,85        | 21,30    | »    | 15          | »          | »           | 6,30        | 19,26    |
| »    | 20          | »          | »           | 6,19        | 25,50    | »    | 20          | »          | »           | 7,09        | 23,50    |
| »    | 25          | »          | »           | 6,69        | 29,82    | »    | 25          | »          | »           | 7,27        | 28,20    |
| »    | 30          | »          | »           | 7,12        | 34,31    | »    | 30          | »          | »           | 6,53        | 32,63    |
| »    | 35          | »          | »           | 7,51        | 38,79    | »    | 35          | »          | 45,8        | 5,89        | 37,65    |
| »    | 40          | »          | »           | 7,76        | 43,24    | »    | 40          | »          | »           | 5,09        | 42,23    |
| »    | 45          | »          | »           | 7,19        | 47,88    | »    | 50          | »          | »           | 3,14        | 51,33    |
| 20,5 | 50          | »          | 28,6        | 6,32        | 52,58    | 18,5 | 0           | 50         | 58,5        | 6,00        | 5,54     |
| »    | 60          | »          | »           | 4,70        | 61,74    | »    | 2           | »          | »           | 5,97        | 7,38     |
| »    | 70          | »          | »           | 2,91        | 71,19    | »    | 4           | »          | »           | 6,04        | 9,07     |
| 18   | 0           | 70         | 35,8        | 5,35        | 7,35     | »    | 6           | »          | »           | 6,01        | 10,77    |
| »    | 2           | »          | »           | 5,42        | 9,29     | »    | 8           | »          | »           | 6,26        | 12,51    |
| »    | 4           | »          | »           | 5,43        | 11,03    | »    | 10          | »          | »           | 6,56        | 14,16    |
| »    | 6           | »          | »           | 5,47        | 12,53    | »    | 15          | »          | »           | 7,50        | 18,66    |
| »    | 8           | »          | »           | 5,40        | 14,16    | »    | 20          | »          | »           | 7,51        | 23,18    |
| »    | 10          | »          | »           | 5,32        | 15,75    | »    | 25          | »          | »           | 6,58        | 27,57    |
| »    | 15          | »          | »           | 5,53        | 20,18    | »    | 30          | »          | 58,3        | 5,47        | 32,25    |
| »    | 20          | »          | »           | 6,17        | 24,60    | »    | 40          | »          | »           | 3,30        | 41,44    |
| »    | 25          | »          | »           | 6,90        | 29,04    | 18,5 | 0           | 40         | 68,3        | 6,20        | 4,53     |
| 18,5 | 30          | »          | 38,5        | 7,65        | 33,85    | »    | 2           | »          | »           | 6,22        | 6,36     |
| »    | 35          | »          | »           | 7,27        | 38,35    | »    | 4           | »          | »           | 6,33        | 8,16     |
| »    | 40          | »          | »           | 6,53        | 42,78    | »    | 6           | »          | »           | 6,59        | 10,02    |
| »    | 50          | »          | »           | 4,76        | 51,93    | »    | 8           | »          | »           | 7,03        | 11,72    |
| »    | 60          | »          | »           | 2,86        | 61,21    | »    | 10          | »          | »           | 7,38        | 13,50    |

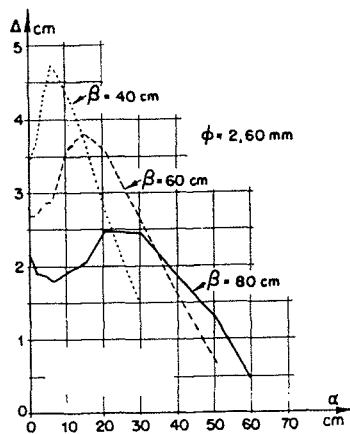


FIG. 13

12. RÉSUMÉ DES VALEURS TROUVÉES POUR  $x_i$ .

Résumons encore en un tableau (tableau XVI) les valeurs trouvées pour  $x_i$ , valeur initiale de  $x$ , quand  $\beta = 80$  cm.

## 13. CONCLUSIONS DE L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE (§§ 1 à 12).

## a) Pour :

$$l = 120 \text{ cm; } \beta = 80 \text{ cm; } \Phi \approx 8 \text{ mm,}$$

la valeur maximum de  $\Delta$ , soit  $\Delta_{max}$ , se présente pour  $\alpha > 0$ , ce qui confirme la proposition LAPIPE.

b) Une théorie correcte du phénomène doit, entre autres conditions, conduire, pour :

$$l = 120 \text{ cm; } \beta = 80 \text{ cm; } \Phi \approx 8 \text{ mm,}$$

— à des valeurs de  $\Delta$  et  $T$  du même ordre de grandeur que celles des tableaux V et VI;

— à une courbe  $\Delta(\alpha)$  dont le maximum se produit pour  $\alpha > 0$ .

c) Nous pensons que, pour :

$$l = 120 \text{ cm; } \beta = 80 \text{ cm, on aura :}$$

$\Delta(\alpha = 0) > \Delta$  (toute valeur de  $\alpha$  comprise entre 0 et  $\beta$ ),

si  $\Phi$  dépasse une certaine valeur. Nous n'avons que l'essai (§ 9, fig. 10) sur un tube de 13,17 mm de diamètre pour étayer cette assertion. Le temps nous a fait défaut pour faire des expériences avec  $\Phi \approx 26$  mm.

d) La forme de l'embouchure du tube a une influence notable sur la valeur de  $\Delta$ .

e) Voici encore un résultat qui peut sembler curieux. Lorsque  $l$  et  $\Phi$  sont donnés, on peut écrire  $\Delta_{max}(\beta)$  en indiquant par là que la montée maximum n'est plus fonction que de  $\beta$ . On

TABLEAU XIV<sup>bis</sup> ( $\Phi = 2,97$  mm; fig. 12; exp.)  
*Répétition de certains essais du tableau XIV.*

| T °C | Pression<br>atm. en<br>millibars | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\gamma$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|-------------|
| 13,5 | 1013,0                           | 0              | 80            | 46,0           | 5,18           | 8,59        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 5,06           | 17,20       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 6,54           | 25,81       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 6,44           | 34,98       |
| 14   | 1018,2                           | 40             | »             | 27,0           | 5,99           | 43,92       |
| »    | »                                | 50             | »             | »              | 4,68           | 52,61       |
| »    | »                                | 60             | »             | »              | 3,17           | 61,81       |
| »    | »                                | 70             | »             | »              | 1,50           | 70,96       |
| 18,5 | 1015,9                           | 0              | 60            | 25,9           | 5,76           | 6,96        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 6,37           | 15,55       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 8,21           | 24,33       |
| »    | »                                | 25             | »             | »              | 7,57           | 28,70       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 6,60           | 33,44       |
| »    | »                                | 40             | »             | »              | 4,48           | 42,29       |
| 19   | »                                | 50             | »             | »              | 2,22           | 51,41       |
| 19   | 1015,9                           | 0              | 40            | 45,9           | 6,02           | 5,05        |
| »    | »                                | 10             | »             | »              | 7,93           | 13,53       |
| »    | »                                | 15             | »             | »              | 7,23           | 17,98       |
| »    | »                                | 20             | »             | »              | 6,06           | 22,43       |
| »    | »                                | 30             | »             | »              | 3,59           | 31,49       |

TABLEAU XV ( $\Phi = 2,60$  mm; fig. 13; exp.)

| T °C | $\alpha$<br>cm | $\beta$<br>cm | $\gamma$<br>cm | $\Delta$<br>cm | $x_i$<br>cm |
|------|----------------|---------------|----------------|----------------|-------------|
| 15   | 0              | 80            | 31,2           | 2,14           | 8,71        |
| »    | 2              | »             | »              | 1,92           | 10,45       |
| »    | 4              | »             | »              | 1,89           | 11,97       |
| »    | 6              | »             | »              | 1,81           | 13,86       |
| »    | 8              | »             | »              | 1,84           | 15,45       |
| »    | 10             | »             | 30,8           | 1,91           | 17,22       |
| »    | 15             | »             | »              | 2,05           | 21,39       |
| »    | 20             | »             | »              | 2,47           | 25,61       |
| »    | 30             | »             | »              | 2,47           | 34,40       |
| »    | 40             | »             | »              | 1,86           | 43,37       |
| »    | 50             | »             | »              | 1,34           | 52,24       |
| »    | 60             | »             | »              | 0,48           | 61,78       |
| 15,5 | 0              | 60            | 50,4           | 2,68           | 6,69        |
| »    | 2              | »             | »              | 2,70           | 8,22        |
| »    | 4              | »             | »              | 2,85           | 9,84        |
| »    | 6              | »             | »              | 2,88           | 11,58       |
| »    | 8              | »             | »              | 3,16           | 13,57       |
| »    | 10             | »             | »              | 3,54           | 15,44       |
| »    | 15             | »             | »              | 3,78           | 19,73       |
| »    | 20             | »             | »              | 3,59           | 24,11       |
| »    | 30             | »             | »              | 2,66           | 32,91       |
| »    | 40             | »             | »              | 1,63           | 42,04       |
| »    | 50             | »             | »              | 0,71           | 51,39       |
| 15,5 | 0              | 40            | 70,4           | 3,36           | 4,67        |
| »    | 2              | »             | »              | 3,71           | 6,19        |
| »    | 4              | »             | »              | 4,29           | 7,98        |
| 17   | 6              | »             | 69,4           | 4,70           | 9,89        |
| »    | 8              | »             | »              | 4,58           | 11,77       |
| »    | 10             | »             | »              | 4,36           | 13,61       |
| »    | 15             | »             | »              | 3,68           | 17,89       |
| »    | 20             | »             | »              | 2,84           | 22,41       |
| »    | 30             | »             | »              | 1,50           | 31,49       |

TABLEAU XVI (exp.)

(Valeurs mesurées de  $x_i$  en cm;  $\beta = 80$  cm)

| $\alpha$<br>cm | Diamètre $\Phi$ en mm |      |      |                |                                  |                |       |
|----------------|-----------------------|------|------|----------------|----------------------------------|----------------|-------|
|                | 13,17                 | 8,59 | 8,17 | 8,11           | 7,92                             | 2,97           | 2,60  |
| 0              | 8,27                  | —    | —    | 8,21<br>8,00   | 8,12<br>8,04<br>8,06             | 8,48<br>8,59   | 8,71  |
| 2              | —                     | —    | —    | —              | 9,79                             | 9,67           | 10,45 |
| 4              | —                     | —    | —    | —              | 11,45                            | 11,53          | 11,97 |
| 5              | —                     | —    | —    | —              | 12,08                            | —              | —     |
| 6              | —                     | —    | —    | —              | 13,22                            | 13,36          | 13,86 |
| 8              | —                     | —    | —    | —              | 15,00                            | 14,96          | 15,45 |
| 10             | 16,87                 | —    | —    | 16,33          | 16,45<br>16,49<br>16,65<br>16,47 | 16,95<br>17,20 | 17,22 |
| 15             | —                     | —    | —    | —              | 20,67<br>20,71                   | 21,30          | 21,39 |
| 20             | 25,62                 | —    | —    | 24,88<br>24,90 | 26,13<br>25,21<br>25,41<br>25,12 | 25,50<br>25,81 | 25,61 |
| 25             | —                     | —    | —    | —              | 29,67<br>29,56<br>29,47          | 29,82          | —     |
| 30             | 34,36                 | —    | —    | 33,22          | 34,10<br>34,04<br>33,91<br>33,81 | 34,31<br>34,98 | 34,40 |
| 35             | —                     | —    | —    | 38,27          | 38,36<br>38,24                   | 38,79          | —     |
| 40             | 43,14                 | —    | —    | 42,72          | 42,84<br>43,03<br>42,99<br>42,84 | 43,24<br>43,92 | 43,37 |
| 45             | —                     | —    | —    | —              | —                                | 47,88          | —     |
| 50             | 52,05                 | —    | —    | 52,17          | 51,89<br>52,18<br>52,02<br>51,98 | 52,58<br>52,61 | 52,24 |
| 60             | 61,22                 | —    | —    | 61,22          | 61,12<br>61,42<br>61,25<br>61,16 | 61,74<br>61,81 | 61,78 |
| 70             | 70,58                 | —    | —    | 70,61          | 70,41<br>70,76<br>70,60<br>70,56 | 71,19<br>70,96 | —     |
| 75             | —                     | —    | —    | —              | 75,19                            | —              | —     |

constate que  $\Delta_{max} (\beta < 80 \text{ cm})$  peut dépasser  $\Delta_{max} (\beta = 80 \text{ cm})$  lorsque  $\Phi$  est suffisamment petit.

#### 14. RÉFLEXIONS SUR LA THÉORIE DES OSCILLATIONS CONSIDÉRÉES.

Nous admettons que tous les vecteurs vitesse se trouvent en des plans passant par l'axe vertical du tuyau en verre et que les phénomènes sont identiques en tous ces plans. Ainsi se trouve exclue toute rotation autour de l'axe du tuyau. Nos moyens ne nous permettaient guère de vérifier l'absence d'une telle rotation sur la majeure partie du parcours  $0 \leq x \leq \beta$ , mais on observait en tout cas facilement qu'elle n'existait pas sur le trajet  $\beta \leq x \leq \beta + \Delta$ .

Nous admettons encore l'existence de filets, ou tubes de courant, immuables, dans lesquels le débit n'est fonction que du temps. A l'intérieur du tuyau, dès que l'on dépasse un peu son embouchure, lesdits filets sont partout verticaux quand on néglige le déversement radial qui peut se produire au sommet de la colonne d'eau ascendante du fait que les particules liquides montent avec des vitesses qui, à tout instant, sont fonction de leur distance à l'axe du tuyau.

Pour chaque filet, on peut écrire,  $\bar{\chi}$  étant la perte de charge :

$$\beta = \bar{x} + \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{1}{g} \int \frac{\partial u}{\partial t} ds + \bar{\chi} \quad (7),$$

les limites pour le calcul des termes :

$$\frac{1}{g} \int \frac{\partial u}{\partial t} ds$$

et  $\bar{\chi}$  étant, d'une part, un point suffisamment éloigné du tuyau pour que la vitesse y soit pratiquement nulle et, d'autre part, le sommet de la colonne montante.

La formule (7) suppose que ledit sommet est soumis à la pression atmosphérique. Les nouveaux symboles introduits ont la signification suivante :

$\bar{x} = f(t)$  = dénivellation entre le sommet de l'eau qui monte dans le filet et l'extrémité inférieure du tuyau,

$\bar{u} = f(t)$  = vitesse au sommet de l'eau dans le filet,

$u = f(t)$  = vitesse le long du filet.

L'apport à l'intégrale  $1/g \int (\partial u / \partial t) ds$  de la partie du filet contenue dans le tuyau dépasse  $(1/g) (d\bar{u}/dt) \bar{x}$  car, dans la section contractée, l'accélération vaut  $\approx (1/\mu) (d\bar{u}/dt)$ , le coefficient de contraction  $\mu$  valant environ 0,62. Supposons, sur une longueur  $n\Phi$ , une valeur moyenne  $(1/\mu') (d\bar{u}/dt)$ , avec  $\mu' > \mu$ , et sur  $(\bar{x} - n\Phi)$  la valeur  $d\bar{u}/dt$  de l'accélération. L'apport en question deviendra :

$$\frac{n\Phi}{g} \frac{1}{\mu'} \frac{d\bar{u}}{dt} + \frac{(\bar{x} - n\Phi)}{g} \frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{(\bar{x} + \varepsilon n\Phi)}{g} \frac{d\bar{u}}{dt}$$

en posant  $\varepsilon = [(1/\mu') - 1]$ .

Prenons, comme chiffres possibles,  $\varepsilon = 0,2$  et  $n = 10$ . Nous trouvons :

$$\frac{(\bar{x} + 2\Phi)}{g} \frac{d\bar{u}}{dt}$$

valeur qui ne sera pas, croyons-nous, trop éloignée de la valeur exacte.

Pour l'apport de la zone extérieure au tuyau nous ne pouvons offrir qu'un ordre de grandeur, soit  $5/8 \Phi/g \, d\bar{u}/dt$ .

On peut donc espérer ne pas trop se tromper en adoptant, pour l'intégrale totale :

$$\frac{1}{g} \int \frac{\partial u}{\partial t} ds \approx \frac{(\bar{x} + 3\Phi)}{g} \frac{d\bar{u}}{dt}$$

de sorte que l'équation (7) devient :

$$\beta = \bar{x} + \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{(\bar{x} + 3\Phi)}{g} \frac{d\bar{u}}{dt} + \bar{\chi} \quad \dots (8)$$

Supposons maintenant que la relation (8) s'étende de la façon suivante à la totalité du courant dirigé vers et s'engageant dans le tuyau ( $k$  et  $k'$  sont des coefficients) :

$$\beta = x + k \frac{U^2}{2g} + \frac{(x + 3\Phi)}{g} k' \frac{dU}{dt} + \chi \quad \dots (9)$$

Si les pertes de charge sont les mêmes qu'en mouvement permanent, il vient :

$$\beta = x + \frac{(x + 3\Phi)}{g} k' \frac{dU}{dt} + \frac{x\chi}{100} + \xi \quad \dots (10)$$

en admettant en outre, ce qui n'est probablement pas rigoureux, que la somme de toutes les pertes de charge (continue, entrée et sortie) soit toujours donnée par l'expression :

$$\frac{x\chi}{100} + \xi$$

quand même  $x$  est inférieur à  $50\Phi$ , longueur sur laquelle l'embouchure est censée exercer une influence. Ce dernier point pourrait être élucidé dans une certaine mesure en reprenant les expériences du § 2 sur des tronçons de tube de plus en plus petits.

Si  $\xi$  est estimé au moyen de (5), il est évident, d'après la façon dont cette dernière relation a été obtenue, que l'on tient compte des pertes de

TABLEAU XVII

$\zeta$  et  $\xi$  en fonction de U  
Tube J, de diamètre  $\Phi = 8,59$  mm

| U<br>cm/s | $\zeta$<br>cm<br>(calc.) | Accr.<br>de $\zeta$<br>cm<br>(calc.) | $\xi$<br>cm<br>(calc.) | Accr.<br>de $\xi$<br>cm<br>(calc.) | Observations                            |
|-----------|--------------------------|--------------------------------------|------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------|
| 0         | 0                        |                                      | 0                      |                                    | Interpolation<br>linéaire<br><br>— d° — |
| 10        | 0,77                     | 0,77                                 | 0,34                   | 0,34                               |                                         |
| 20        | 1,54                     | 0,77                                 | 0,69                   | 0,35                               |                                         |
| 30        | 2,31                     | 0,77                                 | 1,04                   | 0,35                               |                                         |
| 40        | 3,85                     | 1,54                                 | 1,71                   | 0,67                               |                                         |
| 50        | 5,72                     | 1,87                                 | 2,62                   | 0,91                               |                                         |
| 60        | 7,91                     | 2,19                                 | 3,66                   | 1,04                               |                                         |
| 70        | 10,40                    | 2,49                                 | 4,85                   | 1,19                               |                                         |
| 80        | 13,21                    | 2,81                                 | 6,18                   | 1,33                               |                                         |
| 90        | 16,29                    | 3,08                                 | 7,67                   | 1,49                               |                                         |
| 100       | 19,64                    | 3,35                                 | 9,29                   | 1,62                               |                                         |
| 110       | 23,28                    | 3,64                                 | 11,04                  | 1,75                               |                                         |
| 120       | 27,17                    | 3,89                                 | 12,94                  | 1,90                               |                                         |
| 130       | 31,33                    | 4,16                                 | 15,00                  | 2,06                               |                                         |
| 140       | 35,73                    | 4,40                                 | 17,14                  | 2,14                               |                                         |
| 150       | 40,36                    | 4,63                                 | 19,45                  | 2,31                               |                                         |
| 160       | 45,29                    | 4,93                                 | 21,88                  | 2,43                               |                                         |
| 170       | 50,47                    | 5,18                                 | 24,43                  | 2,55                               |                                         |
| 180       | 55,85                    | 5,38                                 | 27,10                  | 2,67                               |                                         |
| 190       | 61,52                    | 5,67                                 | 29,92                  | 2,82                               |                                         |
| 200       | 67,45                    | 5,93                                 | 32,89                  | 2,97                               |                                         |
| 210       | 73,45                    | 6,00                                 | 35,89                  | 3,00                               | Extrapolation<br><br>— d° —             |
| 220       | 79,80                    | 6,35                                 | 39,08                  | 3,19                               |                                         |
| 230       | 86,50                    | 6,70                                 | 42,36                  | 3,28                               |                                         |
| 240       | 93,11                    | 6,61                                 | 45,81                  | 3,45                               |                                         |
| 250       | 100,2                    | 7,09                                 | 49,32                  | 3,51                               |                                         |
| 260       | 107,4                    | 7,20                                 | 52,97                  | 3,65                               |                                         |

charge provenant des frottements à l'extérieur du tuyau.

Posons encore :

$$g/k' = g'$$

L'accélération  $g'$  vaut  $935 \text{ cm/s}^2$  quand  $k' = 1,05$ , valeur que nous admettrons.

Nous pouvons maintenant appliquer l'équation (10) au tuyau J et écrire :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{935}{(x + 2,58)} \left[ 80 - x - \frac{x\zeta}{100} - \xi \right] \quad \dots (11)$$

Nous traiterons les cas  $\alpha = 0 \text{ cm}$  et  $\alpha = 20 \text{ cm}$ . Les valeurs de  $x$ , obtenues par application de la loi de Boyle-Mariotte, sont respectivement 7,84 et 25,05 cm et concordent suffisamment avec ce que l'on trouve au tableau XVI. Les résultats sont peu différents quand on adopte la loi adiabatique.

Pour faciliter les calculs, nous dressons d'abord le tableau XVII qui donne  $\zeta$  et  $\xi$  en fonction de U, d'après les formules (4) et (5).

Aux tableaux XVIII et XIX, nous calculons respectivement les cas ( $\beta = 80 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 0 \text{ cm}$ ) et ( $\beta = 80 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 20 \text{ cm}$ ). Le symbole [ ] y désigne la quantité  $[80 - x - (x\zeta/100) - \xi]$ .

TABLEAU XVIII

( $\Phi = 8,59 \text{ mm}$ ;  $\beta = 80 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 0 \text{ cm}$ ; fig. 14; calc.)

| t<br>s | $x$<br>cm | U<br>cm/s | $\zeta$<br>cm | $x\zeta/100$<br>cm | $\xi$<br>cm | [ ]<br>cm | $dU/dt$<br>cm/s <sup>2</sup> |
|--------|-----------|-----------|---------------|--------------------|-------------|-----------|------------------------------|
| 0,00   | 7,84      | 0,0       | 0,00          | 0,00               | 0,00        | 72,16     | 6475                         |
| 0,01   | 8,15      | 61,7      | 8,33          | 0,68               | 3,86        | 67,31     | 5865                         |
| 0,02   | 9,03      | 114,0     | 24,84         | 2,24               | 11,80       | 56,93     | 4585                         |
| 0,03   | 10,37     | 153,2     | 41,94         | 4,35               | 20,23       | 45,05     | 3253                         |
| 0,04   | 12,04     | 180,3     | 56,02         | 6,74               | 27,18       | 34,04     | 2177                         |
| 0,05   | 13,93     | 198,1     | 66,32         | 9,24               | 32,33       | 24,50     | 1387                         |
| 0,06   | 15,97     | 209,2     | 72,97         | 11,65              | 35,65       | 16,73     | 843                          |
| 0,07   | 18,09     | 215,7     | 77,07         | 13,94              | 37,71       | 10,26     | 464                          |
| 0,08   | 20,26     | 219,0     | 79,17         | 16,04              | 38,76       | 4,94      | 202                          |
| 0,09   | 22,46     | 220,1     | 79,87         | 17,94              | 39,11       | 0,49      | 18                           |
| 0,10   | 24,66     | 219,6     | 79,55         | 19,62              | 38,95       | — 3,23    | — 111                        |
| 0,11   | 26,85     | 218,0     | 78,53         | 21,09              | 38,44       | — 6,38    | — 203                        |
| 0,12   | 29,02     | 215,6     | 77,01         | 22,35              | 37,68       | — 9,05    | — 268                        |
| 0,13   | 31,16     | 212,7     | 75,16         | 23,42              | 36,75       | — 11,33   | — 314                        |
| 0,14   | 33,27     | 209,4     | 73,09         | 24,32              | 35,71       | — 13,30   | — 347                        |
| 0,15   | 35,35     | 205,8     | 70,93         | 25,07              | 34,63       | — 15,05   | — 372                        |
| 0,16   | 37,39     | 202,0     | 68,65         | 25,67              | 33,49       | — 16,55   | — 387                        |
| 0,18   | 41,35     | 194,1     | 63,95         | 26,44              | 31,14       | — 18,99   | — 403                        |
| 0,20   | 45,15     | 186,0     | 59,25         | 26,75              | 28,79       | — 20,69   | — 405                        |
| 0,30   | 61,84     | 147,6     | 39,30         | 24,30              | 18,92       | — 24,83   | — 364                        |
| 0,40   | 74,92     | 114,1     | 24,84         | 18,61              | 11,80       | — 25,33   | — 306                        |
| 0,50   | 84,91     | 85,6      | 14,93         | 12,68              | 7,01        | — 24,60   | — 264                        |
| 0,60   | 92,23     | 60,9      | 8,13          | 7,50               | 3,77        | — 23,50   | — 232                        |
| 0,70   | 97,22     | 38,8      | 3,67          | 3,57               | 1,63        | — 22,42   | — 210                        |
| 0,80   | 100,08    | 18,3      | 1,41          | 1,41               | 0,63        | — 22,12   | — 202                        |
| 0,8935 | 100,94    | 0,0       | 0,00          | 0,00               | 0,00        | — 20,94   | — 189                        |

Le résultat est donc  $T = 0,89$  s et  $\Delta = 20,94$  cm qui ne s'éloigne pas trop de la valeur expérimentale  $\Delta = 20,16$  cm (cfr. § 4).

TABEAU XIX  
( $\Phi = 8,59$  mm;  $\beta = 80$  cm;  $\alpha = 20$  cm; fig. 15, calc.)

| t<br>s | x<br>cm | U<br>cm/s | $\xi$<br>cm | $x\xi/100$<br>cm | $\xi$<br>cm | [ ]<br>cm | dU/dt<br>cm/s² |
|--------|---------|-----------|-------------|------------------|-------------|-----------|----------------|
| 0,00   | 25,05   | 0,0       | 0,00        | 0,00             | 0,00        | 54,95     | 1860           |
| 0,01   | 25,14   | 18,4      | 1,42        | 0,36             | 0,63        | 53,87     | 1817           |
| 0,02   | 25,41   | 36,2      | 3,26        | 0,83             | 1,46        | 52,30     | 1747           |
| 0,03   | 25,86   | 53,1      | 6,40        | 1,66             | 2,94        | 49,54     | 1629           |
| 0,04   | 26,47   | 68,7      | 10,08       | 2,67             | 4,70        | 46,16     | 1486           |
| 0,05   | 27,23   | 82,8      | 14,07       | 3,83             | 6,60        | 42,34     | 1328           |
| 0,06   | 28,12   | 95,3      | 18,07       | 5,08             | 8,53        | 38,27     | 1166           |
| 0,07   | 29,13   | 106,2     | 21,90       | 6,38             | 10,38       | 34,11     | 1006           |
| 0,08   | 30,24   | 115,5     | 25,42       | 7,69             | 12,09       | 29,98     | 854            |
| 0,09   | 31,43   | 123,3     | 28,54       | 8,97             | 13,62       | 25,98     | 714            |
| 0,10   | 32,70   | 129,8     | 31,25       | 10,22            | 14,96       | 22,12     | 586            |
| 0,11   | 34,02   | 135,1     | 33,57       | 11,42            | 16,09       | 18,47     | 472            |
| 0,12   | 35,39   | 139,3     | 35,42       | 12,54            | 16,99       | 15,08     | 371            |
| 0,13   | 36,80   | 142,6     | 36,93       | 13,59            | 17,74       | 11,87     | 282            |
| 0,14   | 38,24   | 145,0     | 38,05       | 14,55            | 18,30       | 8,91      | 204            |
| 0,15   | 39,70   | 146,7     | 38,83       | 15,42            | 18,69       | 6,19      | 137            |
| 0,16   | 41,17   | 147,8     | 39,34       | 16,20            | 18,94       | 3,69      | 79             |
| 0,18   | 44,13   | 148,4     | 39,62       | 17,51            | 19,08       | — 0,72    | — 14           |
| 0,20   | 47,09   | 147,4     | 39,16       | 18,44            | 18,85       | — 4,38    | — 83           |
| 0,30   | 61,04   | 131,6     | 32,03       | 19,55            | 15,34       | — 15,93   | — 234          |
| 0,40   | 73,00   | 107,5     | 22,37       | 16,33            | 10,60       | — 19,93   | — 247          |
| 0,50   | 82,56   | 83,6      | 14,32       | 11,82            | 6,72        | — 21,10   | — 232          |
| 0,60   | 89,81   | 61,4      | 8,26        | 7,42             | 3,83        | — 21,06   | — 213          |
| 0,70   | 94,93   | 40,9      | 4,02        | 3,82             | 1,79        | — 20,54   | — 197          |
| 0,80   | 98,06   | 21,6      | 1,66        | 1,63             | 0,75        | — 20,44   | — 190          |
| 0,90   | 99,30   | 3,1       | 0,24        | 0,24             | 0,11        | — 19,65   | — 180          |
| 0,9172 | 99,33   | 0,0       | 0,00        | 0,00             | 0,00        | — 19,33   | — 178          |

On trouve comme résultat  $\Delta = 19,33$  cm et  $T = 0,92$  s.

Quoique les diamètres des tubes soient légèrement différents (8,11 mm et 8,59 mm), nous croyons que les figures 5-14 et 6-15 sont respectivement comparables.

Quand on superpose les figures 5 et 14, on remarque la coïncidence quasi parfaite des courbes  $x$ . Pour  $\tau = (*) 0,15$  s  $\leq t \leq T$ , les points expérimentaux obtenus pour  $U$  se rangent bien sur la courbe calculée. Mais la concordance n'est plus bonne pour  $0 \leq t \leq \tau$ . On remarque, entre autres, que le maximum calculé de  $U$  reste assez bien inférieur au maximum observé tandis que, comme par un heureux hasard, il se fait que les valeurs théorique et expérimentale de  $\int_0^\tau U dt$  se confondent sensiblement. Dans le domaine  $0 \leq t \leq \tau$ , les valeurs expérimentales de  $U$  sont parfois inférieures aux valeurs théoriques. Nous croyons pouvoir conclure que l'équation (11) semble suffisamment conforme au phénomène pour  $\tau \leq t \leq T$ , période de décélération, tandis qu'elle ne convient pas pour  $0 \leq t \leq \tau$ , période occupée principalement par l'accélération. Notons encore que l'on a :

$\Delta$  mesuré = 19,90 cm,

$\Delta$  calculé = 20,94 cm,

$\Delta$  calculé =  $\Delta$  mesuré + 1,04 cm.

La comparaison des figures 6 et 15 montre que les vitesses théoriques et expérimentales se confondent pratiquement pour  $\tau \approx 0,35$  s  $\leq t \leq T$ , tandis que la vitesse théorique est constamment

(\*) Nous désignons par  $t = \tau$  l'instant à partir duquel les valeurs expérimentales et théoriques de  $U$  se rejoignent.

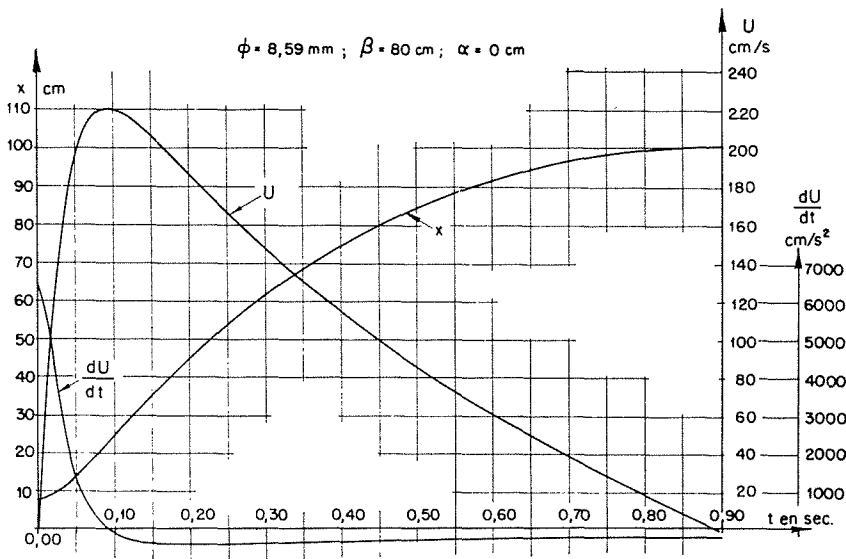


FIG. 14  
Courbes calculées

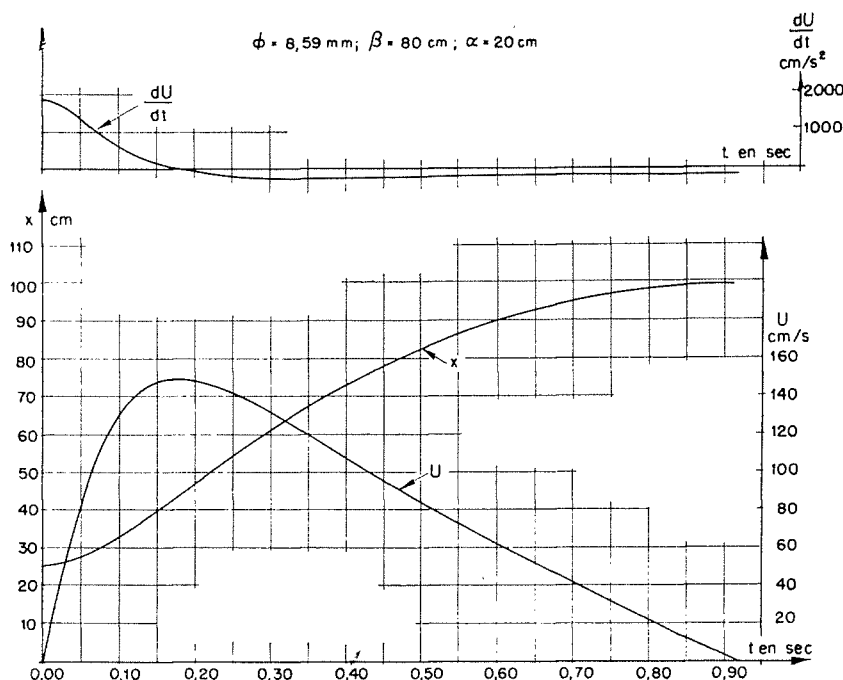


FIG. 15. — Courbes calculées

inférieure à la vitesse expérimentale pour  $0 \leq t \leq \tau$ .

On a donc forcément :

$$\int_0^{\tau} U dt \text{ exp.} > \int_0^{\tau} U dt \text{ théorique}$$

mais, pour  $\tau \leq t \leq T$ , une translation verticale permet de faire correspondre à peu près les courbes observée et calculée de  $x$ . La conclusion ci-dessus, obtenue pour le cas  $\alpha = 0$  cm, peut être maintenue : l'équation (11) semble convenir pour  $\tau \leq t \leq T$ , période de décélération, tandis qu'elle ne décrit pas bien le phénomène pour  $0 \leq t \leq \tau$ , laps de temps pendant lequel l'accélération intervient. Notons encore que :

$$\begin{aligned} \Delta \text{ mesuré} &= 21,50 \text{ cm,} \\ \Delta \text{ calculé} &= 19,33 \text{ cm,} \\ \Delta \text{ calculé} &= \Delta \text{ mesuré} - 2,17 \text{ cm.} \end{aligned}$$

De plus :

$$\tau(\alpha = 20 \text{ cm}) > \tau(\alpha = 0 \text{ cm})$$

ce qui est en accord avec le fait, vérifié aussi bien par le calcul que par la mesure, que la période d'accélération est plus longue pour  $\alpha = 20$  cm que pour  $\alpha = 0$  cm.

C'est un fait connu que la loi de la résistance à l'écoulement d'un liquide peut différer selon que le mouvement est permanent ou non permanent. Ce dernier cas, en régime laminaire, a été traité par divers auteurs qui considèrent un tuyau circulaire infiniment long, complètement rempli de liquide et présentant un rayon cons-

tant. Nos résultats nous suggèrent les hypothèses suivantes auxquelles nous n'attachons cependant pas trop de prix; elles peuvent être mises en défaut ou confirmées par des recherches ultérieures. A notre avis, ces études devraient surtout être expérimentales et comporter l'usage de moyens cinématographiques perfectionnés.

a) On sait que l'accélération  $[(dU/dt) > 0]$  favorise l'apparition du régime laminaire et que la décélération  $[(dU/dt) < 0]$ , au contraire, favorise l'établissement du régime turbulent. Jusqu'à preuve du contraire, nous supposons que le mouvement dans le tube est laminaire, quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds, lorsque  $[(dU/dt) > 0]$ ; qu'il y a transition au régime turbulent entre le moment où se produit la vitesse maximum et l'instant  $\tau$  et que finalement, pour  $\tau \leq t \leq T$ , le régime est turbulent.

b) Pour le régime laminaire non permanent, notre évaluation de la résistance essayée par le courant liquide est excessive, de sorte que la vitesse maximum dépasse le résultat du calcul.

c) Pour le régime turbulent non permanent, notre évaluation de la résistance se rapproche suffisamment de la réalité.

d) Il faut donc introduire une autre loi (que nous appellerons la loi «  $da$  ») pour le calcul du frottement (action entre la paroi du tube et le liquide) dans le cas b (régime laminaire non permanent). On pourrait s'inspirer de ce qui a déjà été fait pour le tube indéfini, mais il faudrait

pouvoir tenir compte aussi de ce qui se passe aux extrémités de la colonne liquide et notamment de la perte de charge à l'entrée. Mais, en plus de cela, il nous semble qu'il convient d'invoquer encore une nouvelle cause de freinage (loi «  $db$  ») et ici nous songeons, à première vue, à la tension superficielle qui peut entraver la montée de l'eau si le sommet de la colonne liquide présente l'allure indiquée à la figure 16.

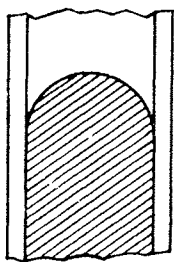


FIG. 16

La force freinante croît alors en même temps que la courbure de la surface libre.

En effet, supposons que l'amendement de la théorie se limite à la seule introduction d'une loi  $da$  et que l'on ait réussi de cette façon à faire correspondre les courbes  $x$  pour  $\alpha = 20$  cm. En appliquant la même loi  $da$  au cas  $\alpha = 0$  cm, on verra la courbe  $x$  théorique dépasser sensible-

ment la courbe expérimentale. Ce n'est qu'en adoptant deux lois,  $da$  et  $db$ , que l'on aura des chances de faire coïncider les courbes  $x$  dans les deux cas,  $\alpha = 0$  cm et  $\alpha = 20$  cm. A moins que, pour  $\alpha = 0$  cm, interviennent d'autres phénomènes encore, par exemple des dislocations fugaces de la colonne liquide et les chocs qui peuvent en résulter. Ce point ne pourrait être élucidé que par un examen cinématographique plus poussé que celui auquel nous avons pu nous livrer.

Bien entendu, les points  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ne sont rapportés ici qu'à titre de simples hypothèses, dont certaines font songer peut-être à un *deus ex machina*.

Dans l'expérience du père LAPIPE, on imprime également des accélérations à l'air situé au-dessus de la colonne liquide. Quand on se limite à l'air contenu dans le tube et qu'on néglige la compressibilité et le frottement, on trouve que la pression sur la surface libre s'accroît de :

$$\frac{\delta'}{\delta} \cdot \frac{(120 - x)}{g} \cdot \frac{dU}{dt}$$

où  $\delta'$  et  $\delta$  désignent respectivement les poids spécifiques de l'air et de l'eau. Ce terme doit être ajouté au second membre de l'équation (10). Comme il fallait s'y attendre, il n'a pratiquement aucune influence, mais nous avons cependant vérifié ce point par le calcul.

J. LAMOEN et F. VERBIST.

