

Courants de turbidité

Walter H. Graf, Mustafa S. Altinakar

Laboratoire de Recherches Hydrauliques,
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse

Pour l'écoulement gravitationnel d'un mélange eau-sédiment, on peut distinguer (voir [1], chap. 3) deux cas de mouvement :

i) Les sédiments sont mis en mouvement (entraînés) par l'écoulement turbulent de l'eau. C'est le cas du *transport des sédiments* dans les cours d'eau par charriage ou/et en suspension.

ii) L'eau est mise en mouvement par les sédiments, eux-mêmes mis en suspension par la turbulence créée par ce mouvement (l'auto-suspension de Bagnold). C'est le cas du *courant de turbidité*.

Si la concentration de particules solides dans le courant de turbidité est importante, la mise en suspension est encore augmentée par l'action directe de la collision entre les particules solides. C'est alors le cas de l'*écoulement de débris* ou de *laves* [2].

Il est important de signaler que ce schéma est une simplification de la réalité, où ces différents cas peuvent exister simultanément.

I ■ DESCRIPTION DU COURANT ■

(voir fig. 1)

1) On appelle courant de densité ou de gravité, l'écoulement (biphasique) d'un fluide de densité ρ_f , essentiellement provoqué par l'influence d'une différence de densité $\Delta\rho$, sur la gravité g . Tout se passe comme si la gravité était

réduite par le rapport $\Delta\rho/\rho_a$. On écrit cette gravité réduite — qui est la force motrice d'un courant de densité — comme suit :

$$g' = g \left(\frac{\rho_f - \rho_a}{\rho_a} \right) = g \frac{\Delta\rho}{\rho_a} \quad (1)$$

où ρ_f est la densité moyenne du courant de densité et ρ_a celle du fluide ambiant.

2) La cause de la variation de densité $\Delta\rho$, — dans l'eau comme fluide ambiant — peut être une différence de :

température : $\Delta\rho \approx 2 \text{ [kg/m}^3\text{]}$,

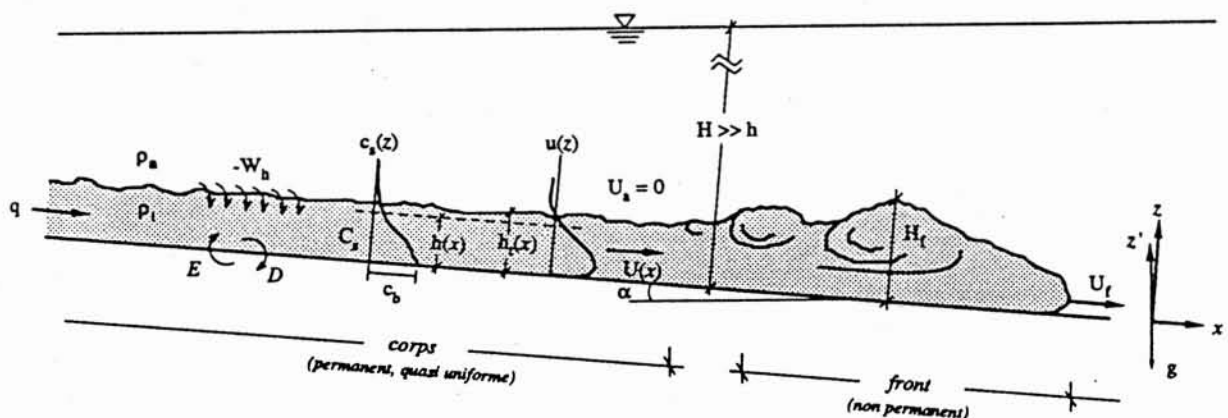
salinité : $\Delta\rho \approx 20 \text{ [kg/m}^3\text{]}$,

turbidité : $\Delta\rho \approx 30 \text{ à } 200 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.

3) Un *courant de turbidité* est donc un courant de densité où le fluide (turbulent) lourd est un mélange de fluide ambiant léger de densité ρ_a , et de matériel granulaire (non cohésif) de densité ρ_s , en suspension. Un tel courant doit générer suffisamment de turbulence pour porter le matériel granulaire en suspension.

La densité moyenne du courant de turbidité est donnée par :

$$\rho_f = C_s \rho_s + (1 - C_s) \rho_a = \rho_a + (\rho_s - \rho_a) C_s \quad (2)$$



1. Schéma d'un courant de turbidité.

où C_s est la concentration volumique du matériel granulaire (voir éq. 11), moyennée sur la hauteur du courant h , (voir fig. 1) ; si $\rho_t > \rho_a$, le courant de turbidité est un courant de fond.

La gravité réduite moyenne, éq. 1, s'écrit donc :

$$g' = g \left(\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right) C_s = g R C_s \quad (3)$$

et la gravité réduite locale :

$$g'_z = g R c_s \quad (3a)$$

où c_s est la concentration locale dans le courant à une hauteur z , du fond. R est la densité spécifique du matériel granulaire submergé.

4) Si la suspension des sédiments dans le courant de turbidité est suffisamment diluée ($\Delta\rho/\rho_a \ll 0,1$, l'approximation de Boussinesq ([3], p. 9) est valable ; ceci implique :

$$-\frac{\Delta\rho}{\rho_a} \approx 0, \text{ devant les termes d'inertie, donc } \rho_t \approx \rho_a,$$

$$-g \frac{\Delta\rho}{\rho_a} \approx g' \neq 0, \text{ devant les termes de gravité } g.$$

5) Pour paramétrer un courant de densité, on écrit le nombre de Froude ([4], p. 295) — le rapport entre les forces d'inertie et les forces de gravité réduites — comme suit :

$$Fr_D = \frac{U}{\sqrt{g'h \cos \alpha}} \quad (4)$$

qu'on appelle aussi nombre de Froude densimétrique. Cependant, on utilise habituellement ([3], p. 12 et 179) :

$$\frac{1}{Fr_D^2} = \frac{g'h \cos \alpha}{U^2} = Ri \quad (5)$$

qui définit le nombre de Richardson global. Pour ces deux nombres, on prend la vitesse U , moyennée sur la hauteur h , (voir éqs. 9 et 10) du courant de turbidité et l'angle d'inclinaison α .

Le nombre de Richardson local, ou de gradient, est défini [3] par :

$$Ri_z = -g \frac{\partial\rho}{\partial z} / \rho \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (5a)$$

où $\partial\rho \equiv d\rho$ représentant la différence de densité entre deux couches distantes de dz .

Comme on le verra plus loin (voir sect. 2), le mouvement d'un courant de turbidité dépend de l'entraînement du fluide ambiant paramétrisé par le coefficient d'entraînement E_w , qui dépend du nombre de Richardson :

$$E_w = f(Ri) \quad (6)$$

6) Le flux sédimentaire réduit par unité de largeur du courant de turbidité est défini :

$$B = g'hU = gR(C_s Uh) = g'q \quad (7)$$

On distingue ensuite :

— les courants de turbidité *conservatifs* :

$$\frac{dB}{dx} = 0 \quad (8)$$

— les courants de turbidité *non conservatifs* :

$$\frac{dB}{dx} \neq 0 \quad (8a)$$

où la variation du flux sédimentaire réduit B est due à l'érosion du lit et/ou au dépôt de matériel en suspension sur le lit. q est le débit unitaire du courant.

Les courants de turbidité sont souvent des courants non conservatifs. Les courants de densité sont toujours des courants conservatifs.

7) Un courant de turbidité (voir fig. 1) est composé d'un *front*, ou tête, qui avance dans le fluide ambiant, suivi par le *corps*.

La force motrice pour la tête est essentiellement le gradient de pression dû à la différence de densité entre le front et le fluide ambiant. L'écoulement est non permanent.

La force motrice pour le corps est la force gravitationnelle du fluide le plus lourd. On admet souvent que ce mouvement est permanent.

La durée du courant de turbidité, donc sa longueur, dépendra du flux sédimentaire réduit B qui l'alimente.

8) L'interface entre le courant de turbidité et le fluide ambiant (voir fig. 1) est difficilement décelable.

Pour cette raison, on définit une hauteur h et une vitesse U , comme échelles intégrales du courant ([3], p. 179) :

$$Uh = \int_0^\infty u \, dz = \int_0^{h_t} u \, dz = \bar{U} h_t = q \quad (9)$$

$$U^2 h = \int_0^\infty u^2 \, dz = \int_0^{h_t} u^2 \, dz = \beta_u \bar{U}^2 h_t \quad (10)$$

où $u(z)$ est la vitesse ponctuelle, h_t la hauteur où la vitesse u est nulle et $\bar{U}$ la vitesse moyenne du courant. β_u est un coefficient (de Boussinesq) de répartition de vitesse.

La variation verticale de la concentration c_s , est graduelle, à l'interface notamment. On définit la concentration moyenne C_s par :

$$C_s Uh = \int_0^\infty (uc_s) \, dz = \int_0^{h_t} (uc_s) \, dz = C_s \bar{U} h_t \quad (11)$$

A travers l'interface, il y a l'entraînement (voir éq. 6) du fluide ambiant.

9) Il s'avère intéressant de comparer un écoulement dans un canal à surface libre avec l'écoulement d'un courant de turbidité dans un fluide ambiant ; à signaler :

i) Pour un écoulement à surface libre, où l'interface (bien définie) sépare l'air et l'eau — $\rho_{\text{eau}} \gg \rho_{\text{air}}$ —, on écrit (voir éq. 1) :

$$g \left(\frac{\rho_{\text{eau}} - \rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{eau}}} \right) \approx g$$

la gravité g , joue un rôle prépondérant.

ii) Pour l'écoulement d'un courant de turbidité, où l'interface (pas bien définie) sépare un fluide lourd et un fluide léger ambiant, on écrit :

$$g \left(\frac{\rho_t - \rho_a}{\rho_a} \right) = g' \quad \text{et} \quad \rho_t \equiv \rho_a \quad (1)$$

la gravité réduite g' , jouant ici un rôle prépondérant.

10) On rencontre des courants de turbidité dans les cours d'eau et les retenues. De tels courants se déplacent à une vitesse souvent importante, indépendante de la vitesse ambiante.

Les courants de turbidité sont souvent causés par une grande masse de sédiment (glissement de terrain) arrivant dans un cours d'eau ou par une forte crue accompagnée d'un important transport de sédiment dans un affluent qui, en entrant dans le cours d'eau principal, garde son identité en restant — vu sa densité ρ_t — près du fond et se mélange ensuite graduellement. Des courants de turbidité importants ont été observés dans des fleuves tels que le Nil, le Colorado et le Mississipi.

Si un cours d'eau $U \neq 0$, transportant une quantité importante de sédiment $C_s \neq 0$, entre dans une retenue d'eau stagnante $U_a = 0$, et claire $C_s = 0$, il se forme une zone de plongée (souvent bien visible) et il est ensuite possible — après une zone de transition — qu'un courant de turbidité, composé des particules fines en suspension, s'établisse (voir fig. 2) au fond de la retenue. Toutefois, des particules moins fines se déposent immédiatement à l'entrée de la retenue en formant un delta.

11) La profondeur d'eau h_p au point de plongée peut être calculée en admettant que les quantités de mouvement (dans le canal et la retenue) sont conservées. Une relation approximative [11] est donnée pour le nombre de Froude au point de plongée :

$$Fr_p = \frac{q_0 / h_p}{(g' h_p)^{1/2}} \approx 0,68$$

valable pour une gamme de pentes de fond $0,017 < J_f < 0,123$; q_0 est le débit unitaire du courant entrant.

12) Un courant de turbidité, lorsqu'il passe à travers une retenue telle qu'un réservoir artificiel, un lac ou un océan, a tendance à déposer son matériel granulaire, provoquant donc de la sédimentation dans la retenue [10]. Des confirmations spectaculaires ont été observées derrière le barrage Hoover et d'Elephant Butte, ainsi que dans le delta du Rhône dans le Léman et le Scripps Submarine Canyon dans l'océan Pacifique.

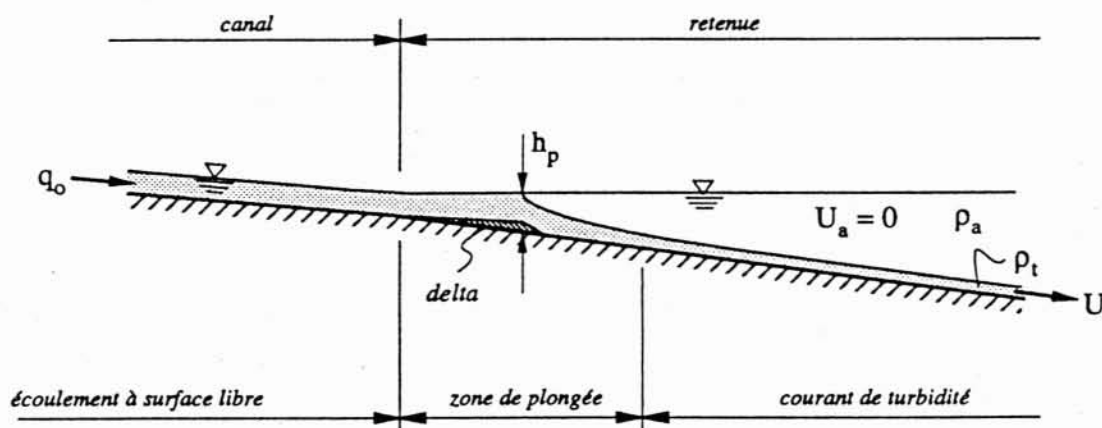
Les courants de turbidité peuvent aussi être bénéfiques pour la durée de vie d'un réservoir artificiel. Pendant les périodes de crue, des masses de sédiments sont susceptibles de créer des courants de turbidité transportant les sédiments vers l'aval, donc vers le barrage. En manœuvrant prudemment les vannes de fond, ces courants de turbidité pourront être évacués.

13) On rencontre également des courants de turbidité dans l'air (atmosphère), tels que les avalanches, les nuées ardentes, les éboulements de terre ou les tempêtes de sable.

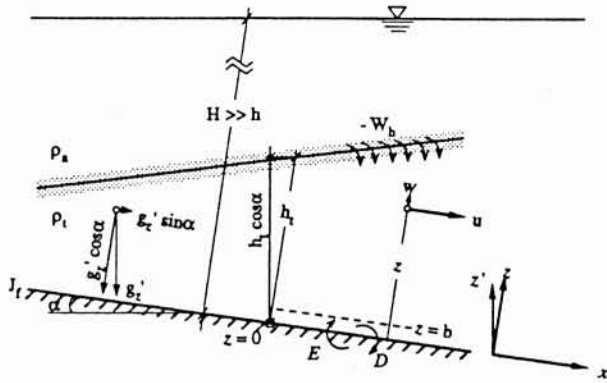
II ■ ÉQUATIONS HYDRODYNAMIQUES ■

1) On considère le corps d'un courant de turbidité bidimensionnel ou plan $\vec{V}(u, 0, w)$, turbulent et incompressible (voir fig. 1 et fig. 3). La hauteur h , la vitesse U et la concentration C_s sont des valeurs moyennes, définies par les échelles intégrales (voir éqs. 9, 10 et 11). Ce courant se déplace dans une direction longitudinale x , sur une pente de fond J_f , ayant un angle d'inclinaison α , sous une couche profonde $H \gg h$, de fluide ambiant au repos, dont la densité ρ_a est légèrement moins importante que la densité du courant de turbidité $\rho_t > \rho_a$.

On admet que l'écoulement est bien établi, continu, permanent et graduellement varié, donc valable pour décrire le mouvement du corps du courant de turbidité. L'équation de mouvement du courant, ainsi que les équations de continuité pour les phases fluide (mélange eau/sédiments) et solide, sont à établir (voir fig. 3). Ce courant, considéré comme mince ($h \ll H$), est un écoulement à couche limite où les conditions de $u \gg w$ et $\partial/\partial z \gg \partial/\partial x$ sont valables.



2. Schéma de la zone de plongée.



3. Schéma du corps d'un courant de turbidité.

2) L'équation de continuité pour la phase fluide s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

où u et w sont les vitesses (ponctuelles) moyennes (en temps) selon les axes x et z .

Après intégration, pour la profondeur $0 < z < h_i$, on écrit :

$$\int_0^{h_i} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_0^{h_i} \frac{\partial w}{\partial z} dz = \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_i} u dz - u_{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x} \right) + w_{h_i} - w_b = 0$$

où u_{h_i} et w_{h_i} sont les composants de la vitesse à l'interface. Par définition, la vitesse horizontale à l'interface et la vitesse verticale à la paroi sont nulles : $u_{h_i} = 0$ et $w_b = 0$. La vitesse verticale à l'interface $w_{h_i} = W_h$ est définie comme la vitesse d'entraînement du fluide ambiant dans le courant de turbidité. Ensuite, en utilisant la définition de l'éq. 9, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} (Uh) = -W_h \quad (13)$$

On admet ([3], p. 179) que la vitesse d'entraînement $-W_h$, est proportionnelle à la vitesse du courant de turbidité U , ce qui donne :

$$-W_h = E_w U \quad (14)$$

où la constante de proportionnalité E_w est le coefficient d'entraînement du fluide ambiant (voir éq. 6), lui-même lié au nombre global de Richardson, Ri .

L'entraînement du fluide ambiant peut être expliqué simplement, au moyen de l'équation de Bernoulli. Dans le milieu ambiant au repos, la pression statique est plus importante que la pression dans un courant en mouvement. Un tel gradient de pression cause donc une pénétration du fluide ambiant dans le courant de turbidité.

3) L'équation de continuité pour la phase solide est donnée par l'équation de diffusion du matériel granulaire ([5], chap. 8.3) :

$$\frac{\partial (uc_s)}{\partial x} + \frac{\partial (wc_s)}{\partial z} = v_{ss} \frac{\partial c_s}{\partial z} + \varepsilon_s \frac{\partial^2 c_s}{\partial z^2} \quad (15)$$

où v_{ss} ($\equiv v_{ss} \cos \alpha$) est la vitesse des particules solides en chute libre et ε_s un coefficient de diffusion du matériel granulaire. Le terme de la diffusion peut être exprimé par la relation d'Elder :

$$\varepsilon_s \frac{\partial^2 c_s}{\partial z^2} \equiv -\frac{\partial}{\partial z} (\overline{c'_s w'})$$

où $(\overline{c'_s w'})$ est le flux de Reynolds de la phase solide, c'est-à-dire : les sédiments.

Après intégration, pour la profondeur $0 < z < h_i$, on écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_i} (uc_s) dz = -v_{ss} c_s|_{z=b} + (\overline{c'_s w'})|_{z=b}$$

Les valeurs sont évaluées à une distance $z = b$, près du fond du lit ; à une distance $z = h_i$, elles sont nulles.

Il est admis [6] que :

$$(\overline{c'_s w'})|_b = v_{ss} E_s = E(b) \quad (16)$$

représente l'érosion du sédiment, avec E_s comme coefficient d'entraînement du sédiment du fond du lit et que :

$$(v_{ss} c_s)|_b = v_{ss} c_b = D(b) \quad (17)$$

représente la déposition du sédiment sur le fond du lit.

Ensuite, en utilisant la définition de l'éq. 11, on obtient :

$$\frac{\partial (C_s U h)}{\partial x} = v_{ss} (E_s - c_b) = E(b) - D(b) \quad (18)$$

Par conséquent (voir éqs. 7 et 8), si :

- i) $E > D$: le courant de turbidité est non conservatif et érosif ;
- ii) $E < D$: le courant de turbidité est non conservatif et dépositif ;
- iii) $E = D$: le courant de turbidité est conservatif et/ou en équilibre.

Le critère de l'autosuspension selon *Bagnold*, s'écrit comme suit :

$$\frac{U \sin \alpha}{v_{ss}} > 1$$

donne aussi une information indicative [1] sur le maintien du courant de turbidité.

Un courant de turbidité peut être autogénérateur, c'est-à-dire qu'après déclenchement, il peut développer suffisamment de vitesse pour entraîner davantage de sédiments ; son flux sédimentaire réduit B augmente ensuite, produisant le mouvement.

4) L'équation de mouvement du courant de turbidité, — en utilisant l'équation de continuité, éq. 12, et les conditions de l'écoulement à couche limite — s'écrit :

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_t} \frac{\partial}{\partial x} (p_t + \rho_t g z') + \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (19)$$

où les tensions tangentielles pour l'écoulement turbulent sont exprimées par :

$$\tau_{zx} = -\rho_t (\overline{u'w'}) \quad (20)$$

On décompose la pression dans le fluide p_t , en une pression p_a , dans le milieu ambiant et un supplément $p_s = p_t - p_a$, dû à la présence des sédiments. Ensuite on admet que la répartition verticale de la pression, due au milieu ambiant, est hydrostatique, donc $(p_a + \rho_a g z') = \text{Cte}$, et on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (p_t + \rho_t g z') &= \frac{\partial}{\partial x} (p_a + \rho_a g z') + \frac{\partial}{\partial x} (p_s + \Delta p g z') \\ &= \frac{\partial p_s}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_t g z')}{\partial x} \\ &= \rho_t g R \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} \int_z^H c_s dz - \rho_t g R c_s \sin \alpha \end{aligned} \quad (21)$$

où $g R c_s = g'_z$ (voir éq. 3a), $z' = z \cos \alpha$,

$$(-dz'/dx) = \sin \alpha \quad \text{et} \quad g \Delta \rho = \rho_t g'$$

Après intégration, pour la profondeur $0 < z < h_t$, on écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_t} u^2 dz - u_b^2 \frac{\partial h_t}{\partial x} + (u_{h_t} w_{h_t} - u_b w_b) &= \\ = -g R \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_t} c_s (H - z) dz + g R \sin \alpha \int_0^{h_t} c_s dz - u_{sb}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Par définition, la vitesse horizontale à l'interface et la vitesse verticale à la paroi sont nulles : $u_{h_t} = 0$ et $w_b = 0$. La vitesse de frottement u_{sb} , près du fond du lit est obtenue ainsi :

$$\begin{aligned} \int_b^{h_t} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz &= -\tau_{zx}|_{z=b} + \tau_{zx}|_{z=h_t} \cong \\ &= -\tau_{zx}|_{z=b} + 0 = -\rho_t u_{sb}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

Ensuite en utilisant les échelles intégrales (voir éqs. 9, 10 et 11), on obtient :

$$\frac{\partial (U^2 h)}{\partial x} = -\frac{1}{2} S_1 \cos \alpha \frac{\partial (g' h^2)}{\partial x} + S_2 g' h \sin \alpha - u_{sb}^2 \quad (24)$$

où $g' = g R c_g$ (voir éq. 3). Les coefficients du profil de concentration S_1 et S_2 , sont définis par :

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{2}{g' h^2} \int_0^{h_t} (g R c_s) (H - z) dz \\ S_2 &= \frac{1}{g' h} \int_0^{h_t} (g R c_s) dz \end{aligned} \quad (25)$$

L'hypothèse que $S_1 \cong 1$ et $S_2 \cong 1$ est souvent admise ([6] et [7]) comme une bonne approximation.

Les termes à droite dans l'éq. 24 représentent la force de pression sur le courant de turbidité due à la variation de sa profondeur, la force de gravité réduite accélérant le courant de turbidité et la force de frottement sur le fond du lit. Au cas où les forces de pression et de résistance n'interviennent pas, on obtient un cas simple de l'équation de mouvement, éq. 24 ; donc :

$$\frac{\partial (U^2 h)}{\partial x} = g' h \sin \alpha \quad (26)$$

5) Les équations intégrées verticalement sur le corps d'un courant de turbidité unidimensionnel et permanent, mais non conservatif, sur une pente $J_f = \sin \alpha$, sont alors :

$$\frac{d}{dx} (U h) = E_w U \quad (13a)$$

$$\frac{d}{dx} (C_s U h) = v_{ss} (E_s - c_b) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (U^2 h) &= -\frac{1}{2} g R \cos \alpha \frac{d}{dx} (C_s h^2) + \\ &+ (g R c_s h) \sin \alpha - u_{sb}^2 \end{aligned} \quad (24a)$$

Les équations étant intégrées sur la verticale, on peut remplacer les dérivées partielles en x par les dérivées ordinaires.

Il y a trois inconnues h , U et C_s et trois équations, éqs. 13a, 18 et 24a. Les relations empiriques pour les paramètres E_w , E_s , v_{ss} , c_b et u_{sb} , doivent encore être développées.

A noter que pour un courant de turbidité conservatif, le système d'équations, éqs. 13a, 18 et 24a, reste valable, mais le terme souligné dans l'éq. 18 sera nul.

Ce système d'équations peut être complété par l'équation de l'énergie turbulente [6].

III ■ FORME DE L'INTERFACE ■

1) L'évolution du courant de turbidité dh/dx , donne la forme de l'interface entre le courant h , et la couche profonde H , de l'eau ambiante (voir fig. 1).

En utilisant les équations de continuité, éq. 13a et éq. 18, ensemble avec l'équation de mouvement, éq. 24a, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} &= \frac{1}{(1 - Ri)} \left\{ \frac{1}{2} (4 - Ri) E_w + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} Ri \frac{v_{ss}}{U C_s} (E_s - c_b) - Ri \tan \alpha + \left(\frac{u_{sb}}{U} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

avec le nombre de Richardson global :

$$Ri = \frac{g' h \cos \alpha}{U^2} = \frac{g R c_s h \cos \alpha}{U^2} \quad (5)$$

2) Le nombre de Richardson Ri , donne aussi une paramétrisation du flux sédimentaire réduit B (voir éq. 7) ; on écrit :

$$Ri = \frac{g' h U \cos \alpha}{U^3} = \frac{B \cos \alpha}{U^3} \quad (5b)$$

La variation du nombre de Richardson Ri , donc du flux sédimentaire réduit B , s'obtient ensuite ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{h}{3 Ri} \frac{d Ri}{dx} &= \frac{1}{(1 - Ri)} \left\{ \left[E_w + \frac{1}{3} \frac{v_{ss}}{U C_s} (E_s - c_b) \right] \times \right. \\ &\left. \times \frac{1}{2} (2 + Ri) - Ri \tan \alpha + \left(\frac{u_{sb}}{U} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

3) A noter que pour un courant de turbidité conservatif, ces relations, éq. 27 et éq. 28, restent valables ([3], p. 180), mais les termes soulignés sont nuls.

Un tel courant est en *équilibre* si le nombre de Richardson est indépendant de la distance x ; alors $dRi/dx = 0$. En conséquence, la solution entre les relations, éq. 27 et éq. 28, donne :

$$\frac{dh}{dx} = E_w$$

qui, après intégration, décrit une croissance linéaire du courant :

$$h = E_w (x - x_0) + h_0$$

où l'indice zéro se réfère au point de départ. On obtient ensuite la vitesse du courant avec l'éq. 5b :

$$U = \left(\frac{B \cos \alpha}{Ri} \right)^{1/3} = \left(\frac{g' q \cos \alpha}{Ri} \right)^{1/3}$$

4) Pour un courant de turbidité conservatif à pente très faible, donc sans entraînement de fluide ambiant $E_w \equiv 0$, l'éq. 27 s'écrit :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{(u_{*b}/U)^2 - Ri J_f}{(1 - Ri)} \quad (27a)$$

Cette relation est à comparer avec l'équation de la surface libre pour l'écoulement non uniforme dans un canal ([8], chap. 4), si l'on admet que :

- la gravité remplace la gravité réduite : $g' \Rightarrow g$;
- le nombre de Froude densimétrique devient le nombre de Froude (voir éq. 5) :

$$Ri = \frac{1}{Fr_D^2} \Rightarrow \frac{1}{Fr^2}$$

- le coefficient de frottement est exprimé par :

$$\left(\frac{u_{*b}}{U} \right)^2 = \frac{g}{C^2}$$

où C est le coefficient de Chézy.

5) On voit donc qu'il y a une analogie entre l'écoulement (interne) du courant de turbidité et l'écoulement (externe) dans un canal à surface libre.

Par conséquent, tout ce qui a été présenté pour les écoulements non uniformes à surface libre ([8], chap. 4) va rester valable — si la gravité réduite g' , et les mécanismes d'entraînement E_w et E_s , sont respectés — pour les calculs de l'interface, du ressaut interne, des décrochements sur le fond, des déversoirs, etc. ([3], p. 64).

Aussi, une distinction peut-elle être faite entre l'écoulement subcritique, où $Ri > 1$ ou $Fr_D < 1$, et supercritique, où $Ri < 1$ ou $Fr_D > 1$ ([3], p. 181 et p. 64).

6) Sous certaines conditions, l'écoulement non uniforme décrit par l'éq. 27 peut être approximé par un *écoulement uniforme* ; donc $(dh/dx) = 0$. Ainsi, il faut admettre que le courant de turbidité est conservatif (le terme souligné dans l'éq. 27 devient zéro) et que l'entraînement du fluide

ambiant est négligeable ($E_w \equiv 0$, admis pour les pentes faibles). On écrit donc l'éq. 27a comme suit :

$$0 = -Ri \tan \alpha + \left(\frac{u_{*b}}{U} \right)^2 \quad (29)$$

En utilisant la définition du nombre de Richardson (voir éq. 5) et en sachant $J_f \equiv \sin \alpha$, on a :

$$g' h J_f = u_{*b}^2 \quad (29a)$$

Si la vitesse de frottement u_{*b} , est exprimée avec un coefficient de frottement (voir éq. 3.8), on obtient la vitesse du courant (voir éq. 9) :

$$U = \sqrt{8/f_{CT}} \sqrt{g' h J_f} \quad (30)$$

Cette relation est à comparer avec l'équation de Weisbach-Darcy ([8], chap. 3) établie pour l'écoulement dans les canaux.

7) Le coefficient de frottement f_{CT} , pour le mouvement d'un courant de turbidité est à déterminer ([10]) :

i) en première approximation, on peut prendre les coefficients de frottement pour les écoulements dans les canaux à surface libre, soit $f_{CT} \equiv f$; on néglige ainsi totalement le frottement du courant de turbidité à l'interface ;

ii) selon Harleman, qui considère que le courant de turbidité est freiné sur le fond du lit et également à l'interface, on prend :

$$f_{CT} = f(1 + \alpha_H)$$

où f est le coefficient de frottement donné par le diagramme de Moody-Stanton ([4], p. 438) et $\alpha_H \equiv 0,43$ pour l'écoulement turbulent.

IV ■ COEFFICIENTS D'ENTRAÎNEMENT ■

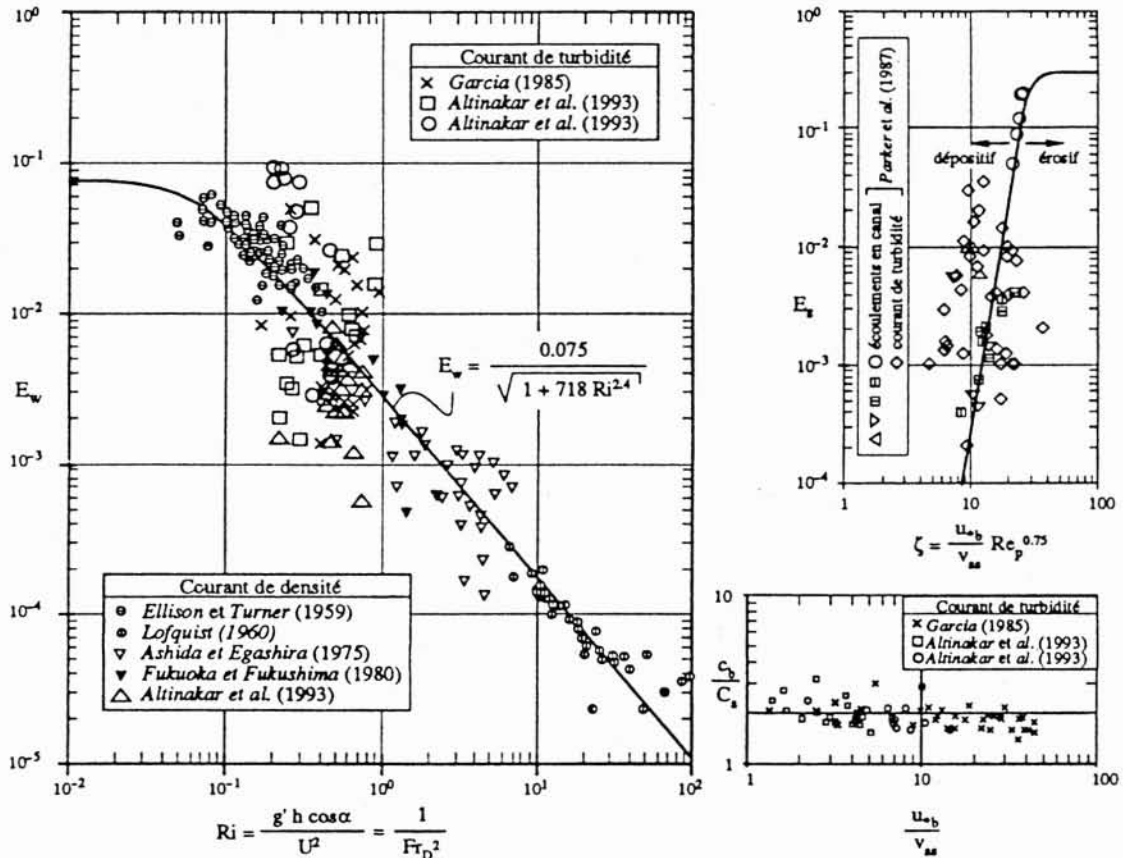
1) Dans les trois équations, eqs. 13a, 18 et 24a, qui décrivent les courants de turbidité, il faut encore spécifier les paramètres d'entraînement E_w , v_{ss} ($E_s - c_b$), et la vitesse de frottement, u_{*b} . Tous ces paramètres sont donnés par des relations empiriques.

2) Dans l'équation de continuité pour la phase fluide, éq. 13, il faut prévoir une valeur pour le coefficient d'entraînement E_w , du fluide ambiant.

De nombreuses expériences (en laboratoire) avec différents types de courants de densité et de turbidité à grand nombre de Reynolds ont été faites et sont résumées sur la figure 4 ([3] et [7]). Ce coefficient E_w , lié au nombre de Richardson global, Ri , est donné par :

$$E_w = 0,075 (1 + 718 Ri^{2,4})^{-0,5} \quad (31)$$

qui est une relation empirique [6] obtenue par régression ; la dispersion expérimentale est toutefois considérable. On note une décroissance rapide de E_w avec une croissance de Ri , la pente du fond du lit jouant un rôle prépondérant.



4. Coefficient d'entraînement $E_w(Ri)$, du fluide ambiant et $E_s(\zeta)$, des sédiments ; concentration de référence c_p .

On peut aussi obtenir ([3], p. 180) une relation indicative en combinant éqs. 13 et 14 et l'éq. 26 :

$$E_w = Ri \tan \alpha$$

valable pour des pentes de fond importantes $\alpha > 12^\circ$, quand le courant est en équilibre.

Sur la figure 4, on constate :

i) si $Ri \rightarrow 0$, $E_w \equiv 0,075$

valeur obtenue pour un jet d'impulsion où l'effet de la gravité réduite est négligeable, donc un écoulement sans stratification.

ii) si $Ri \approx 1$, $E_w \approx 0,003$

l'entraînement du fluide ambiant est négligeable, notamment pour $Ri > 1$, quand l'écoulement est subcritique, c'est-à-dire sur des pentes à fond faible.

iii) pour $Ri > 0,05$

une relation simple est proposée [9] :

$$E_w = 0,0015 Ri^{-1} \quad (31a)$$

Il n'y a quasiment pas de mélange à travers l'interface (stable) si $Ri > 1$, mais des ondes de gravité internes peuvent être créées par la moindre perturbation ([3], p. 14).

S'il s'agit d'une onde interne longue, de faible amplitude, la célérité est donnée par :

$$c_i^2 = g'h$$

Cette relation peut être comparée à la célérité $c > c_i$ de l'onde à la surface. Le déplacement vertical η_p de l'onde interne est plus important que celui η , de l'onde de surface, ceci avec un facteur de :

$$\frac{\eta}{\eta_i} \equiv O\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_a}\right)$$

De telles ondes internes peuvent déferler, contribuant faiblement au mélange (entraînement), si le critère de Keulegan ([3], p. 108) :

$$\frac{Ri}{Re} = \frac{vg'}{U^3} < (0,18)^3$$

se vérifie, l'écoulement du courant de turbidité reste turbulent.

3) Dans l'équation de continuité pour la phase solide, éq. 18, il est nécessaire de donner une valeur pour le paramètre d'entraînement de sédiment $v_{ss}(E_s - c_p)$.

Les expériences faites pour des écoulements en canal avec transport des sédiments [11], et aussi pour des cou-

rants de turbidité [7], montrent que la relation empirique, proposée par Parker et al. [6] peut être utilisée (voir fig. 4) :

$$E_s = \frac{3 \cdot 10^{-11} \zeta^7}{1 + 10^{-10} \zeta^7} \quad (32)$$

En utilisant le nombre de Reynolds de particule Re_p , on écrit :

$$\zeta = \frac{u_{*b}}{v_{ss}} Re_p^{0.75} \quad \text{avec} \quad Re_p = \frac{d_{50} \sqrt{g R d_{50}}}{\nu}$$

Cette relation, éq. 32, est plutôt raide et atteint une valeur maximale constante là où le coefficient d'entraînement est de $E_s \approx 0,3$.

4) La concentration de référence c_b , évaluée à une distance près du fond $b \approx 0,05 h_f$, ([5], p. 173) est donnée par :

$$\frac{c_b}{C_s} = f \left(\frac{u_{*b}}{v_{ss}} \right)$$

A la suite d'expériences avec les courants de turbidité [7] et [6], on a trouvé (voir fig. 4) que :

$$\frac{c_b}{C_s} \approx 2 \quad (33)$$

Cette valeur reste à peu près constante pour $1 < u_{*b}/v_{ss} < 50$, C_s étant la concentration moyenne dans la section.

5) La vitesse de sédimentation des particules v_{ss} peut être calculée par les méthodes figurant dans la littérature ([5], chap. 4) ; elle est donnée par :

$$v_{ss} = \sqrt{\frac{4}{3} g \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{1}{C_D} d} \quad (34)$$

où C_D est le coefficient de traînée ([4], p. 388) et d le diamètre de la particule solide.

6) La vitesse de frottement u_{*b} , sur le fond est exprimée ainsi :

$$u_{*b}^2 = \frac{\tau_0}{\rho} = \left(\frac{f}{8} \right) U^2 \quad (35)$$

où f est le coefficient de frottement de Weisbach-Darcy, donné par l'éq. 3.13. On peut également utiliser le coefficient de Chézy ou de Manning, ou tout autre coefficient de frottement ([8], chap. 3).

V ■ FRONT DU COURANT ■

1) L'écoulement quasi uniforme et permanent forme le corps du courant. Ce dernier est précédé par un front, constitué par un écoulement non permanent (voir fig. 1).

Au moyen de ce front, le courant de turbidité déplace le fluide ambiant dans lequel il pénètre. La force motrice est essentiellement le gradient de pression dû à la différence de densité $\Delta \rho$, entre le front ρ_f et le fluide ambiant, ρ_a .

Le front a une forme caractéristique (voir fig. 5), et sa hauteur H_f est le point le plus élevé et plutôt bien défini. Le front — qui est irrégulier — est une région où le mélange entre le courant et le fluide ambiant est très actif. La vitesse U_f du front est la célérité d'avancement du front. Le front a un nez situé à une certaine distance h_f du fond.

2) La vitesse du front U_f du courant peut être obtenue par des considérations hydrauliques simples ([3]), p. 73). On admet que le courant de turbidité est quasi uniforme sur une pente horizontale sans frottement et que le mélange (entraînement) est négligeable. La différence de pression hydrostatique — loin avant et après le front — donne : $g(\rho_f - \rho_a)h$. Cela provoque une pression dynamique au point de stagnation : $1/2 \rho_f U_f^2$. Par conséquent, on obtient — en admettant que $\rho_f \approx \rho_a$ — :

$$U_f = \sqrt{2 \left(\frac{\rho_f - \rho_a}{\rho_a} \right) gh} = \sqrt{2gh} \quad (36)$$

3) En utilisant les différentes expériences avec des courants de turbidité — et également avec des courants de densité — pour une gamme de pentes du fond avec différentes rugosités, on a proposé une relation simple et utile [12] :

$$U_f = 0,75 \sqrt{g'H_f} \quad (37)$$

où H_f et la hauteur du front du courant.

4) Une comparaison entre la vitesse du front et celle du corps — en admettant que l'écoulement est uniforme — peut être faite en utilisant l'éq. 30 et l'éq. 36 :

$$\frac{U_f}{U} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{8/f_{CT}} \sqrt{ghJ_f}} = \frac{\sqrt{f_{CT}}}{\sqrt{4J_f}}$$

En prenant des valeurs raisonnables pour le coefficient de frottement — soit $f = 0,03$ — on a :

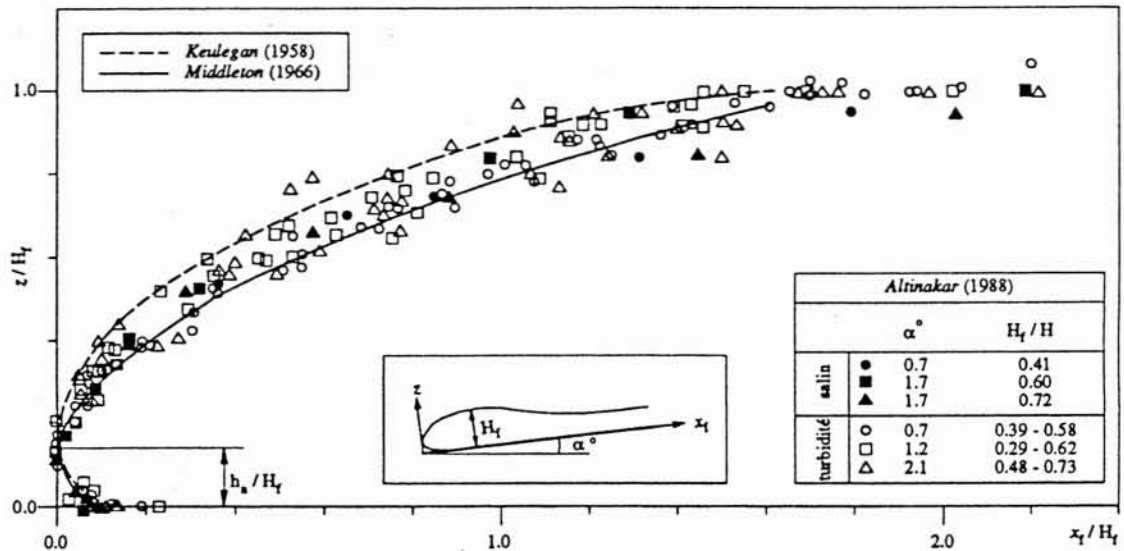
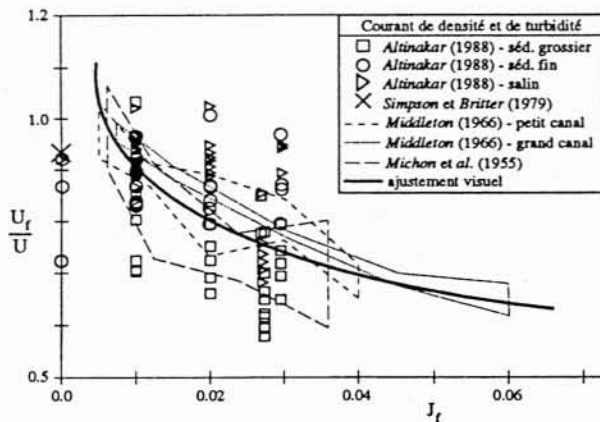
$$f_{CT} = f(1 + 0,43) \approx 0,04$$

On voit donc que — pour la pente de fond $J_f \geq 0,01$ ($\alpha \geq 0,7^\circ$) — la vitesse du front est toujours moins importante que la vitesse du corps $U_f < U$. Cette inégalité croît si la pente de fond J_f augmente (voir fig. 6). Pour maintenir la continuité, la hauteur du front est plus importante que celle du corps $H_f > h$.

5) En outre, on a observé [13] et [12] que la vitesse du front U_f reste raisonnablement constante quelle que soit la distance parcourue, c'est-à-dire que la force de gravité réduite compense la force de frottement (voir éq. 24). On constate cependant que le front du courant décélère légèrement, ceci seulement pour les faibles inclinaisons du fond $\alpha \leq 0,5^\circ$, et pour les courants de turbidité dépositifs. La hauteur du front H_f augmente avec la distance parcourue ; cette croissance est due au mélange eau-sédiment du corps du courant entrant et à l'entraînement du fluide ambiant.

6) La vitesse du front U_f peut être aussi exprimée en fonction du flux sédimentaire réduit $B_0 = g'_0 q_0$, du courant entrant et de l'angle d'inclinaison du fond α :

$$U_f = (g'_0 q_0)^{1/3} f(\alpha) \quad (38)$$

5. Front du courant de turbidité ; hauteur adimensionnalisée du front H_f .6. Rapport entre la vitesse du front et celle du corps U_f/U , en fonction de la pente du fond J_f .

La rugosité du fond f_{CT} et le coefficient d'entraînement E_w , ainsi que le nombre de Reynolds $Re = Uh/v$, peuvent également avoir une influence.

Pour déterminer cette relation éq. 38, les données, obtenues avec des courants de densité et de turbidité ont été utilisées (voir fig. 7) ; la dispersion est toutefois très importante. On peut désormais voir que :

i) pour les pentes importantes [13] :

$$5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \Rightarrow \frac{U_f}{B_0^{1/3}} = 1,5 \pm 0,2$$

la vitesse adimensionnelle reste essentiellement constante ;

ii) pour les pentes faibles [12] :

$$\alpha < 5^\circ \Rightarrow 0,7 < \frac{U_f}{B_0^{1/3}} \leq 1,5$$

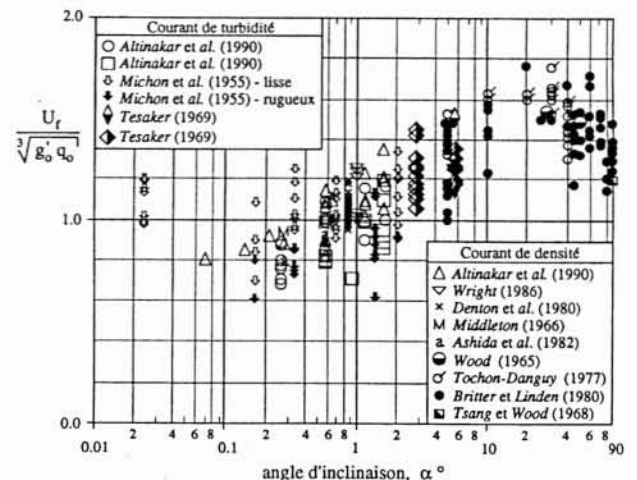
la vitesse adimensionnelle varie linéairement.

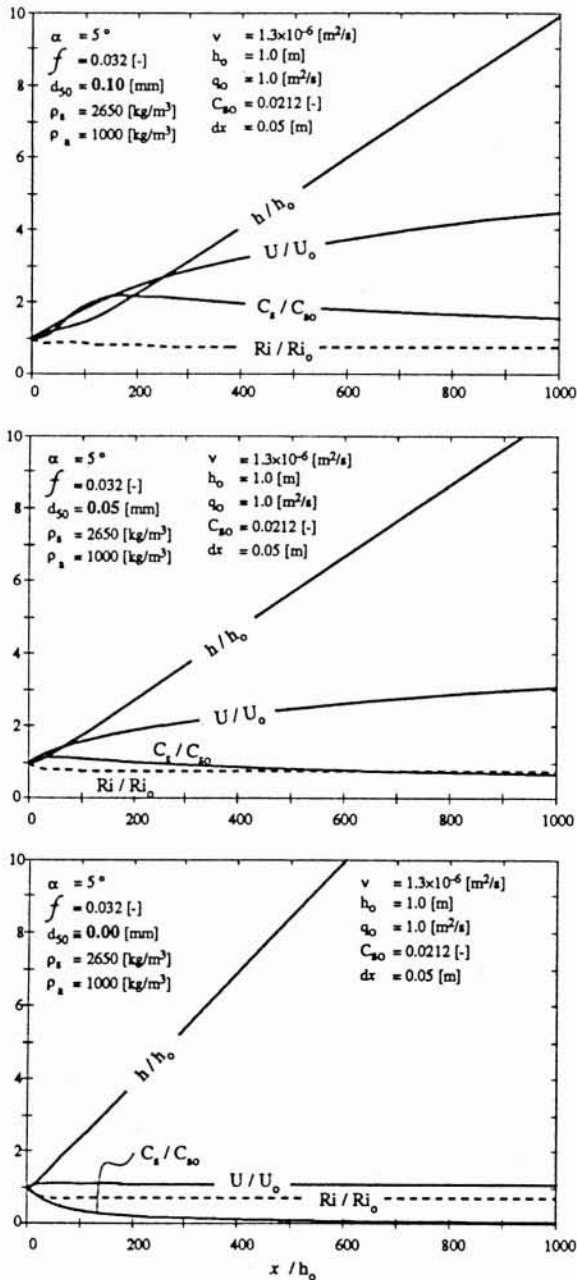
VI ■ UNE APPLICATION ■

1) On se propose d'étudier trois différents courants de gravité passant au fond d'un réservoir où des mesures ont été faites (voir légende sur la fig. 8) dans une certaine section (initiale).

2) Le système des trois équations dh/dx (voir éq. 27), dRi/dx (voir éq. 28) et dC_s/dx (voir éq. 18) peut être résolu simultanément par des méthodes numériques. Des relations supplémentaires pour E_w , u_{sb} , v_{ss} , E_s et c_b sont nécessaires pour compléter le système.

3) Ces trois équations sont des équations différentielles ordinaires. Il existe plusieurs méthodes numériques pour les résoudre, dont la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, qui sera utilisée en prenant un pas de $dx = 0,05$ [m]. La solution numérique va débiter à la station de mesure $x_0 = 0$, où toutes les informations h_0 , U_0 , C_{s0} , etc., sont connues, en progressant vers l'aval — parce que le courant est torrentiel — jusqu'à la station $L = 1\,000$ [m].

7. Vitesse adimensionnelle du front $U_f/B_0^{1/3}$, en fonction de l'angle d'inclinaison du fond α .



8. Evolution de la profondeur h , de la vitesse U , de la concentration des sédiments C_s , et du nombre de Richardson Ri , pour trois courants de gravité.

Un programme en FORTRAN IV a été décrit pour résoudre le système des équations ; il a été tourné pour trois différents sédiments $d_{50} = 0,05, 0,10$ et $0,00$ [mm].

4) La figure 8 donne pour les trois courants l'évolution des paramètres adimensionnels h/h_0 , Ri/Ri_0 , C_s/C_{s0} et U/U_0 , en fonction de la distance adimensionnelle x/h_0 .

5) En étudiant les trois courants (voir fig. 8), on peut faire les observations suivantes :

i) Un courant atteint son équilibre si le nombre de Richardson est indépendant de la distance ou $dRi/dx = 0$. Ceci est le cas pour :

courant de turbidité ($d_{50} = 0,05$ [mm]) après $x' > 125$ [m]

courant de turbidité ($d_{50} = 0,10$ [mm]) après $x' > 225$ [m]

courant de densité ($d_{50} \equiv 0,00$ [mm]) après $x' > 50$ [m]

A partir de cette distance x' , la profondeur h , du courant a une croissance linéaire. Chacun de ces courants est torrentiel $Ri < 1$ ou $Fr_D > 1$, et accélératif ; il n'y a pas de dépôt de sédiment.

ii) Le taux de croissance de la profondeur dh/dx , augmente si le diamètre des sédiments diminue.

iii) Le taux de croissance de la vitesse dU/dx , augmente si le diamètre des sédiments augmente.

iv) La concentration moyenne C_s augmente au début — pour $d_{50} = 0,10$ [mm] notamment —, mais diminue ensuite.

v) Le flux sédimentaire réduit $B = gR(C_s U h)$, — qui est la combinaison des arguments décrite auparavant — augmente continuellement (de façon quasi linéaire) le long de la distance ; ceci est dû à l'entraînement actif des sédiments E_s .

Bibliographie

- [1] MIDDLETON G.V. (1984). — *Mechanics of Sediment Movement ; Short Course*. Soc. Econ. Paleont. et Mineral., Providence, R.I., USA.
- [2] TAKAHASHI T. (1991). — *Debris Flow*. IAHR-Monograph ; A. Balkema Publ., Rotterdam, NL.
- [3] TURNER J.S. (1973). — *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, GB.
- [4] GRAF W.H. & ALTINAKAR M.S. (1991). — *Hydrodynamique*. Eyrolles, Paris, F.
- [5] GRAF W.H. (1971, 1984). — *Hydraulics of Sediment Transport*. McGraw-Hill, New York ; Water Res. Publ., Littleton, CO, USA.
- [6] PARKER G., GARCIA M., FUKUSHIMA Y. et YU W. (1987). — *Experiments on Turbidity Currents over an Erodible Bed*. J. Hydr. Res., Vol. 25, No 1, NL.
- [7] ALTINAKAR M.S., GRAF W.H. et HOPFINGER E.J. (1993). — *Water and Sediment Entrainment in weakly depositing Turbidity Currents on Small Slopes*. Proc., XXV Congress, Int. Ass. Hydr. Research, Vol. 2, Tokyo, J.
- [8] GRAF W.H. & ALTINAKAR M.S. (1993). — *Hydraulique fluviale*, Tome 1 Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, CH.
- [9] EGASHIRA S. et ASHIDA K. (1980). — *Studies on the Structure of Density Stratified Flows*. Bull. Disaster Prevention Res. Inst., Vol. 29, Kyoto, J.
- [10] GRAF W.H. (1983). — *The Behaviour of a Silt-Laden Current*. Water Power and Dam Construction, Vol. 35, No. 9, GB.
- [11] AKIYAMA J. et STEFAN H. (1985). — *Turbidity Current with Erosion and Deposition*. Proc., Am. Soc. Civil Engrs., Vol. 111, HY12, USA.
- [12] ALTINAKAR M.S., GRAF W.H. et HOPFINGER E.J. (1990). — *Weakly depositing Turbidity Current on small Slopes*. J. Hydr. Res., Vol. 28, No 1, NL.
- [13] BRITTER R.E. et LINDEN P. (1980). — *The Motion of the Front of a Gravity Current Head*. J. Fluid Mechanics, Vol. 88, part 3, GB.
- [14] BONNEFILLE R. et GODDET J. (1959). — *Etude des courants de densité en canal*. Proc., VIII Congress, Int. Ass. Hydr. Research, Vol. 2, Montreal, C.