les villes stipulent leur droit absolu *de se servir de tout procédé nouveau sans aucune indemnité,* même en se liant avec d'autres occupants qu'avec la Compagnie du gaz ; dans ce cas, avons-nous dit, le procès ne devrait même pas se poser. La clause que nous envisageons maintenant est moins formelle, elle laisse même encore supposer que, pour ce procédé radicalement nouveau, la ville est liée avec la Compagnie du Gaz, qu'elle a seulement le droit d'exiger de celle-ci l'emploi de cette innovation.

Mais, il nous semble qu'il n'y a guère dans cette différence qu'une question de mots : qu'une société électrique fasse à la ville des propositions fort nettes d'où il découlera, de toute évidence, que l'emploi de l'électricité amènera l'économie prévue ; la ville pourra mettre en demeure la Compagnie du Gaz de lui fournir la lumière au prix indiqué. Si cette compagnie accepte, elle a évidemment la préférence ; si elle refuse, elle met la commune dans le droit de considérer la concession comme résolue aux torts et griefs de la Compagnie du Gaz, et libre de tout engagement elle peut traiter avec la Compagnie électrique. Et l'on ne peut invoquer à l'encontre de cette opinion, malgré une apparente similitude, l'arrêt rendu par le Conseil d'Etat contre la commune de St-Etienne que nous avons indiqué plus haut. On se rappelle que la ville avait argué du mot « faculté » pour donner d'emblée à la Société Edison les autorisations nécessaires. L'arrêt du 26 décembre 1891 répond que, même pour l'exercice de cette faculté, la ville est liée à la Compagnie concessionnaire. Mais la grosse faute de la ville consistait à avoir tranché de son chef l'interprétation du mot « faculté », de s'être liée avec une Compagnie d'électricité, sans avoir même prévenu la Compagnie du Gaz. (Voir § 2).

Allons même plus loin. Supposons la clause encore plus connue de la fabrication du gaz par un procédé meilleur au point de vue de l'économie. Ici, la Ville et la Compagnie ne prévoyant que le gaz, même dans ses améliorations possibles, semblent avoir voulu, comme on l'a dit, se lier indissolublement l'une à l'autre.

Mais, d'une part, si le contrat est intervenu à une époque où l'application de l'électricité avait déjà passé dans la pratique, la Compagnie sera encore bien plus coupable que la Compagnie de Deville-les-Rouen, de n'avoir pas spécifié quelle serait sa situation en présence *d'un procédé complètement nouveau* puisqu'elle prévoyait un procédé amélioré.

D'autre part, si le contrat remonte à une époque trop ancienne pour admettre cette solution, on aura néanmoins toujours intérêt à faire une mise en demeure. Il est fort probable que le Conseil admettra que la commune intention des parties était, non de prévoir exclusivement un procédé par le gaz, mais un procédé quelconque pourvu qu'il fut plus économique, et cette solution pourra être envisagée comme certaine si l'on prouve que, comme cela s'est très souvent présenté, la Compagnie du Gaz a sollicité *pour elle-même la concession de l'éclairage électrique, que le Conseil municipal ne s'est jamais considéré comme lié envers elle autrement que pour l'éclairage au gaz* ; en un mot, si l'on peut développer victorieusement les considérations permettant aux juges de tenir compte de la commune intention des parties

10. Résumé. — Nous croyons avoir suffisamment expliqué quelle est la marche à suivre dans les procès de cette nature. Il ne faut point oublier que les arrêts rendus sont avant tout des décisions d'espèces. Mais on peut en tirer, après une lecture attentive des indications très utiles pour les procès à venir (1).

Paul BOUGAULT,

Avocat à la Cour d'Appel de Lyon.

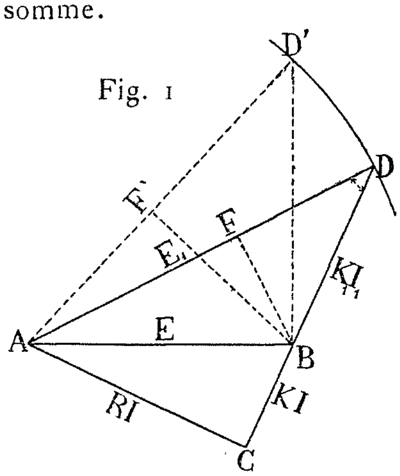
ESSAI

Sur le couplage des Alternateurs à distance.

Avant d'aborder la question du couplage à distance, rappelons comment on établit que la mise en parallèle de divers alternateurs dans une même usine, entraîne un régime stable (2).

« Les grandes usines génératrices comportent généralement plusieurs machines ainsi accouplées. Ces machines, toutes de même force électromotrice, concourent, chacune pour sa part, à la production du courant dans le circuit extérieur. Si les courants des diverses machines sont en concordance de phase, le courant extérieur est égal à leur somme.

Fig. 1



Soit ABC le triangle du circuit extérieur et désignons par I l'intensité du courant total, de direction AC.

Considérons une quelconque des machines, produisant un courant d'intensité I_1. Désignons par K_1 sa réactance et supposons pour simplifier que le fil qui la relie aux bornes du circuit extérieur (et qui comprend le fil de l'induit), ait une résistance négligeable.

On en déduit immédiatement, I_1 et I étant en phase et, par suite, la force électromotrice de self-induction de la machine E_1 se trouvant perpendiculaire à AC, la force électromotrice AD de cette machine.

Le travail correspondant est :

$$T_1 = E_1 I_1 \cos(E_1, I_1) = E_1 . I_1 \cos(E_1, I) = E_1 \frac{BD}{K_1} \cos(E_1, I) =$$
$$= \frac{E_1}{K_1} BD \sin \widehat{D} = \frac{E_1}{K_1} BF$$

(1) Il nous est actuellement impossible de dire, sans violer le secret professionnel, quelles sont les raisons pour lesquelles la jurisprudence du Conseil d'Etat nous paraît devoir être de plus en plus favorable aux communes, mais ce sentiment de réaction est certain.

(2) Théorie élémentaire des courants alternatifs, par J. Voyer, capitaine du Génie (Georges Carré, éditeur).

et, par suite, il est proportionnel à la distance du point B au vecteur de la force électromotrice E_1.

AD représente la force électromotrice de la machine en marche normale. Supposons maintenant que cette machine prenne une certaine avance : sa force électromotrice sera représentée par une droite telle que AD', égale à AD.

Si l'écart n'est pas trop grand et si les autres machines continuent leur marche normale, la différence de potentiel AB aux bornes du circuit extérieur n'aura pas sensiblement varié.

Or, le travail de cette machine devient égal à BF' et il est clair que BF' est $> BF$. Il en résulte qu'à une avance de la machine correspond une augmentation de travail et inversement, à un retard correspond une diminution de travail.

Ce sont bien là les conditions dans lesquelles un régime est stable. »

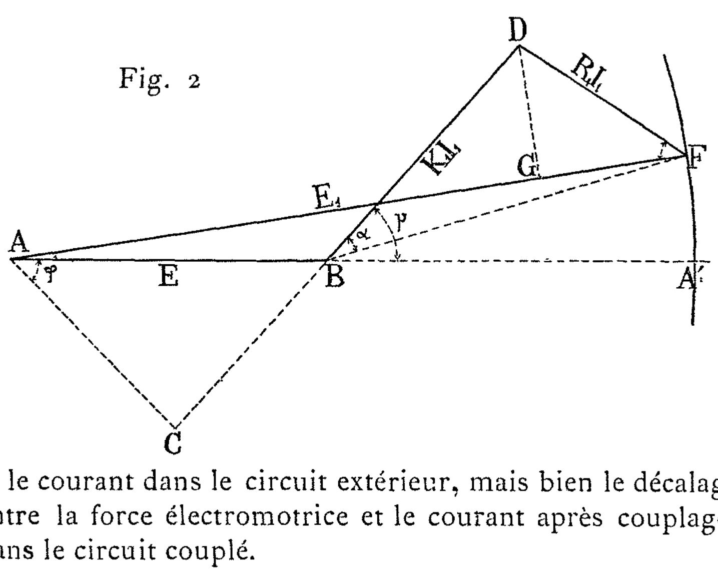
Couplage à distance

I. Sans interposition de transformateurs. — On ne peut négliger dans ce cas, pas plus la résistance que la réactance du circuit de couplage et, par suite, au diagramme du cas précédent, il faut substituer le suivant, où :

R_1 = résistance, K_1 = réactance — du circuit total, que nous désignons sous le nom de circuit de couplage, compris entre l'alternateur à coupler et les bornes du circuit extérieur, au droit du point de couplage.

De plus, la symétrie qui existait dans le cas précédent se trouve rompue et il n'est plus possible d'admettre qu'il y ait simultanéité dans la concordance de phase des forces électromotrices et des courants, de telle sorte que l'angle φ représente, non pas le décalage entre la force électromotrice

Fig. 2



et le courant dans le circuit extérieur, mais bien le décalage entre la force électromotrice et le courant après couplage, dans le circuit couplé.

Traçons maintenant la perpendiculaire DG sur AF. On peut écrire :

$$T_1 = E_1 I_1 \cos(E_1, I_1) = E_1 \frac{DF}{R_1} \cos(E_1, I_1) =$$

$$= \frac{E_1}{R_1} DF \cos \widehat{F} = \frac{E_1}{R_1} FG$$

et, par suite, le travail de cette machine est proportionnel à la distance FG.

Supposons maintenant, comme précédemment, une légère avance de la force électromotrice E_1 n'ayant aucune influence sensible sur la force électromotrice E aux bornes du circuit extérieur.

Cela revient à supposer un léger accroissement $d\mu$ de l'angle $\widehat{DBA'}$, et pour que le couplage entraîne un régime stable, il faut que les variations de FG soient de même sens que celles de l'angle $\widehat{FAA'}$.

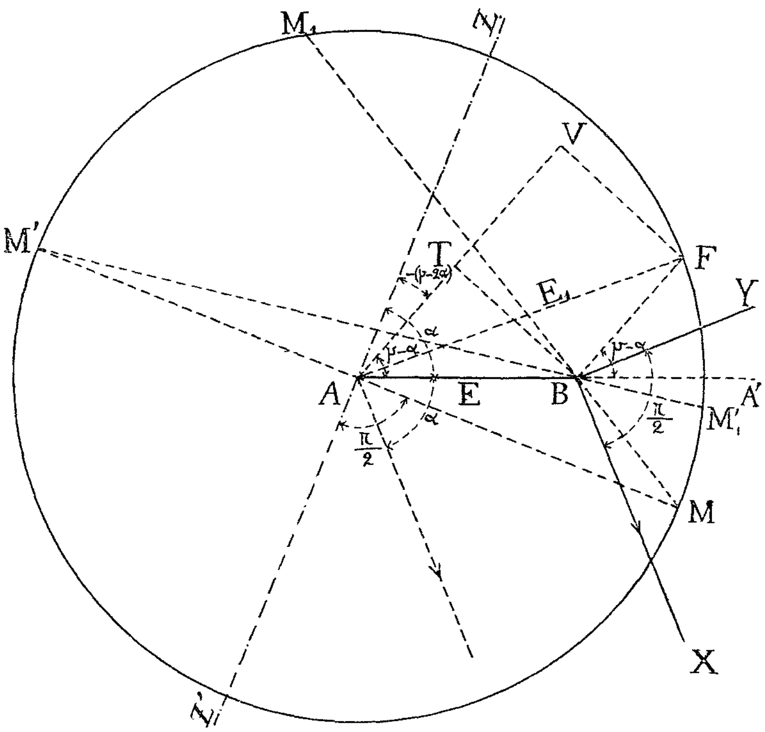


Fig. 3

On voit immédiatement que la stabilité du couplage n'est plus évidente *à priori* et qu'elle doit dépendre des constantes de l'installation.

Observons, tout d'abord, qu'une fois le couplage réalisé, l'angle μ, que nous appellerons « angle de couplage », est le complément de l'angle φ représentant le décalage de la force électromotrice par rapport au courant dans le circuit de couplage. Or, il suffit d'enfermer l'angle φ dans un quadrant, ce qui renferme l'angle complémentaire μ dans les mêmes limites, pour avoir toutes les variations de cet angle qu'il importe de considérer (1).

Cela dit, pour obtenir la solution complète du problème, il faut exprimer la longueur FG, ou bien la longueur AG qui varie en sens contraire (puisque $FG + AG = E_1$), en fonction de E_1, E et des angles α, μ, puis discuter le signe de la dérivée.

Ecrivons la valeur de cette dérivée, ou plutôt la valeur de la quantité qui détermine son signe, prise dans une note annexe, où nous donnons le développement complet des calculs :

$$-\left(Z \cos(\mu - 2\alpha) + E \sin(\mu - \alpha) \sin(\mu - 2\alpha)\right)$$

$$\text{avec} \quad Z = \sqrt{E_1^2 - E^2 \sin^2(\mu - \alpha)}$$

(1) Nous négligeons l'influence de la capacité, qui d'ailleurs ne paraît guère susceptible, en pratique, d'infirmer cette hypothèse.

Dans la figure 3 ci-contre, traçons AV parallèle à BF, puis BT et FV perpendiculaires à AV.

On a :

$$FV = BT = E \sin(\mu - \alpha)$$

$$\overline{AV^2} = \overline{AF^2} - \overline{FV^2} = E^2_1 - E^2 \sin^2(\mu - \alpha)$$

$$AV = \sqrt{E^2_1 - E^2 \sin^2(\mu - \alpha)} = Z$$

D'où il résulte que l'expression ci-dessus peut s'écrire :

$$-\left(AV \cos(\mu - 2\alpha) + FV \sin(\mu - 2\alpha)\right)$$

Sous cette forme, il est visible que le terme entre parenthèses représente la projection de la ligne brisée AVF sur la droite $Z'Z$, faisant avec AB et au-dessus, un angle égal à : $\alpha \left(\text{Tg } \alpha = \frac{R_1}{K_1}\right)$.

Mais il faut, bien entendu, tenir soigneusement compte des signes. Or, $AV = Z$ est supposé toujours positif, mais $FV = E \sin(\mu - \alpha)$ est positif ou négatif suivant que l'angle $\mu - \alpha$ ou que le vecteur BF se trouve dans le premier ou le quatrième quadrant $\left(\mu - \alpha \text{ est, en effet, compris entre } -\alpha \text{ et } \frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

D'autre part, le signe de $\sin(\mu - 2\alpha)$ ou de $\cos(\mu - 2\alpha)$ dépend de la valeur de l'angle $\widehat{VAZ}$ ou bien encore de la position relative des vecteurs BF, AZ.

Dans le cas de la figure 3 ci-dessus :

$FV = E \sin(\mu - \alpha)$ est positif.
$AV \cos(\mu - 2\alpha)$ est de même positif,
tandis que $FV \sin(\mu - 2\alpha)$ est négatif.

La valeur de l'expression $AV \cos(\mu - 2\alpha) + FV \sin(\mu - 2\alpha)$ est donc égale à la différence des projections de AV et de FV sur $Z'Z$. De telle sorte que cette expression sera nulle si AF est perpendiculaire à $Z'Z$ et la position correspondante BM du vecteur BF correspond à un maximum ou à un minimum du travail de l'alternateur E_1.

Il est, d'ailleurs, bien clair que la seconde extrémité M' du diamètre MM' constitue une seconde solution, et pour avoir les valeurs de μ qui correspondent à ces deux solutions, il suffit d'annuler la dérivée dont l'expression est donnée ci-dessus, ou d'écrire :

$$Z \cos(\mu - 2\alpha) + E \sin(\mu - \alpha) \sin(\mu - 2\alpha) = 0.$$

On en déduit :

$$\left(E_1^2 - E^2 \sin^2(\mu - \alpha)\right) \cos^2(\mu - 2\alpha) =$$

$$= E^2 \sin^2(\mu - \alpha) \sin^2(\mu - 2\alpha)$$

$$E_1 \cos(\mu - 2\alpha) \pm E \sin(\mu - \alpha) = 0$$

et finalement :

$$\text{Tg } \mu = \frac{\pm E \sin \alpha - E_1 \cos 2\alpha}{\pm E \cos \alpha + E_1 \sin 2\alpha}$$

L'une des solutions correspond aux deux signes + et l'autre aux deux signes —.

Il est, de plus, évident que les secondes extrémités M_1, M'_1 des cordes MB, $M'B$ satisfont également à la relation précédente, car ces points M_1, M'_1 correspondent à des angles $\pi + \mu$ (ayant par suite la même tangente que l'angle μ), attendu qu'au vecteur BM relatif à l'angle $\mu_m - \alpha$ correspond bien le vecteur opposé BM_1, relatif à l'angle $\pi + \mu_m - \alpha$.

En résumé, les quatre points M, M_1, M', M'_1 déterminés par la construction très simple qui vient d'être indiquée, correspondent à des maxima ou minima du travail de l'alternateur E_1, c'est-à-dire que la variation du travail de cet alternateur change de sens chaque fois que le vecteur BF franchit l'un des secteurs déterminés par les quatre vecteurs BM, BM_1, BM', BM'_1. Mais il est bien clair que le point M est seul intéressant dans l'évolution des grandeurs de μ entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, et c'est le signe du produit $-\left(AV \cos(\mu - 2\alpha) + FV \sin(\mu - 2\alpha)\right)$ qui déterminera dans chaque cas si ce point M correspond à un maximum ou à un minimum.

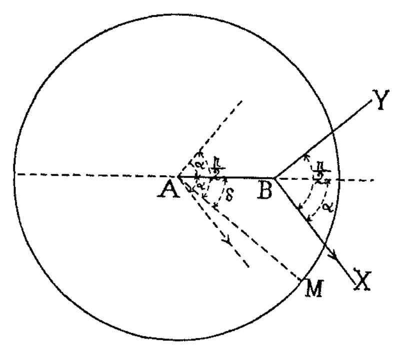


Fig. 4

Remarquons maintenant que l'angle $\mu - \alpha$ s'annule pour $\mu = \alpha$, de telle sorte que l'origine des angles μ se trouve déterminée par la droite BX parallèle à une droite faisant avec AB, mais cette fois au-dessous de AB, un angle égal à α. Les angles μ étant d'ailleurs croissants dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, c'est la perpendiculaire BY au-dessus de BX qui limitera les variations de l'angle μ.

Dès maintenant, le problème que nous nous sommes posé se trouve complètement résolu.

Il suffit, en effet, de construire la figure très simple que nous reproduisons ci-dessus et de déterminer si le point M, contenu ou non dans l'angle YBX, correspond à un maximum ou à un minimum.

Les secteurs de stabilité ou d'instabilité s'en déduiront immédiatement puisque le travail de l'alternateur E_1 doit croître en même temps que μ, c'est-à-dire dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

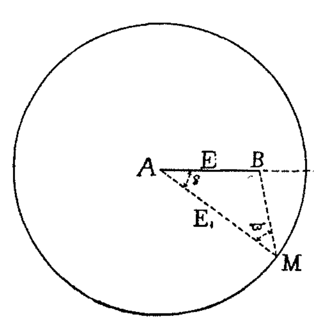


Fig. 5

Cette recherche, qui peut être faite dans chaque cas particulier, entraîne dans le cas général, une discussion que nous allons exposer.

Remarquons que l'angle α étant compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, les vecteurs AM et BX se trouvent nécessairement au-dessous de AB. Mais ils arrivent ou non à se rencontrer, suivant le sens de l'inégalité :

$\pi + \delta \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - \delta$, en désignant par δ le complément de l'angle α, c'est-à-dire le décalage dû à l'inductance propre du circuit de couplage.

On a d'autre part :

$$\frac{E}{\sin \pi} = \frac{E_1}{\sin (\pi + \delta)}$$

D'où l'on déduit :

$$E\ (\sin \pi \cos \delta + \sin \delta \cos \pi) = E_1 \sin \pi.$$

$$\operatorname{Tg} \pi = \frac{E \sin \delta}{E_1 - E \cos \delta}$$

L'inégalité précédente peut en conséquence s'écrire :

$$\frac{\dfrac{E \sin \delta}{E_1 - E \cos \delta} + \dfrac{\sin \delta}{\cos \delta}}{1 - \dfrac{E \sin \delta}{E_1 - E \cos \delta}\ \dfrac{\sin \delta}{\cos \delta}} \lessgtr \operatorname{Tg} \alpha$$

$$\frac{E_1 \sin \delta}{E_1 \cos \delta - E} \lessgtr \frac{\cos \delta}{\sin \delta}.$$

$$0 \lessgtr E_1 \cos 2\delta - E \cos \delta.$$

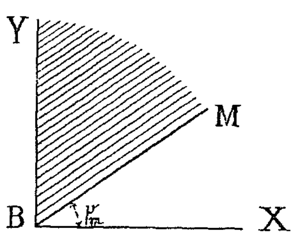
Et enfin : $$\frac{E_1}{E} \gtrless \frac{\cos \delta}{\cos 2\delta}.$$

Dans le premier cas le point M est à l'intérieur, et dans le second à l'extérieur, de l'angle YBX.

Si nous reprenons maintenant l'expression $-\big(AV \cos (\mu - 2\alpha) + FV \sin (\mu - 2\alpha)\big)$, nous avons déjà vérifié qu'elle est négative après le point M, de telle sorte que le point M correspond à un maximum de la longueur AG et, par suite, à un minimum du travail de l'alternateur E_1.

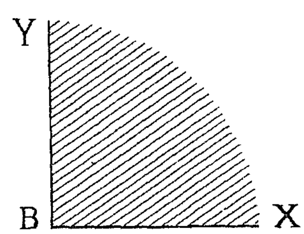
Les secteurs de stabilité s'en déduisent comme l'indiquent les schémas ci-après :

$$\frac{E_1}{E} > \frac{\cos \delta}{\cos 2\delta}$$



Stabilité partielle (entre μ_m et $\frac{\pi}{2}$)

$$\frac{E_1}{E} < \frac{\cos \delta}{\cos 2\delta}$$



Stabilité totale.

Quant à la valeur de μ_m, elle est définie dans le cas présent, comme il est facile de le voir en remontant à la détermination précédemment donnée de cette valeur, par la relation suivante :

$$\operatorname{Tg} \mu_m = \frac{E_1 \cos 2\alpha + E \sin \alpha}{-E_1 \sin 2\alpha + E \cos \alpha}$$

$$\mu_m = \operatorname{Arc\,Tg} \frac{E_1 \cos 2\delta - E \cos \delta}{E_1 \sin 2\delta - E \sin \delta}$$

A côté de ces résultats, qui représentent la solution analytique de la question, on peut placer la solution géométrique suivante :

Reprenons le cas limite $\frac{E_1}{E} = \frac{\cos \delta}{\cos 2\delta}$ (1)

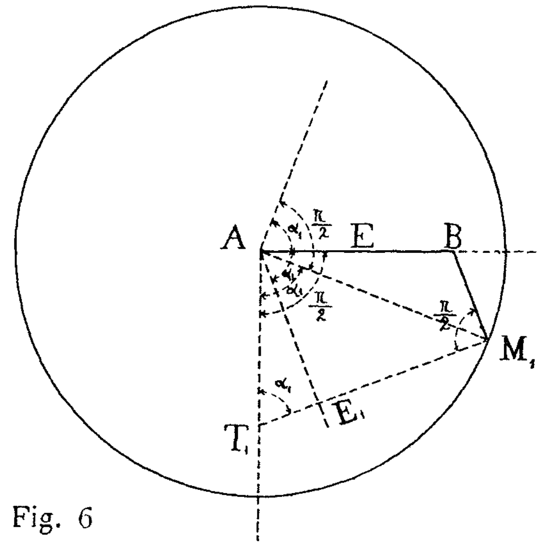


Fig. 6

Si on trace $M_1\,T_1$ perpendiculaire à M_1B et AT_1 perpendiculaire à AB, on reconnaît immédiatement que les deux angles $\widehat{M_1AT_1}$ et $\widehat{M_1T_1A}$ sont l'un et l'autre égaux à α_1, de telle sorte que le triangle AM_1T_1 est isocèle et $M_1T_1 = AM_1 = E_1$.

Or, il sera évidemment très simple de tracer par tâtonnements, le vecteur BM qui satisfait à cette condition.

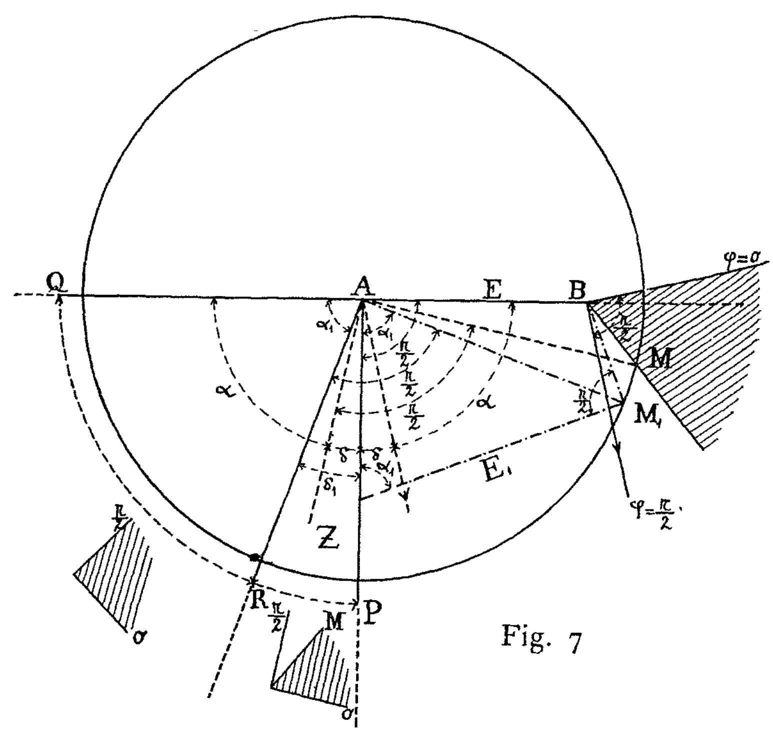


Fig. 7

D'autre part, l'inégalité $\frac{E_1}{E} \gtrless \frac{\cos \delta}{\cos 2\delta}$ équivaut à $\alpha \gtrless \alpha_1$.

Dans la figure ci-contre, traçons maintenant AR perpendiculaire à AM_1 ; l'angle $\widehat{QAR}$ est égal à α_1 et $\widehat{RAP}$ à δ_1.

---

(1) Cette égalité correspond tout simplement à $\mu_m = 0$ et l'inégalité conditionnelle équivaut de même à $\mu_m \lessgtr \frac{\pi}{2}$, comme il est facile d'ailleurs de le vérifier.

Les angles α et δ étant compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, on aura tous les cas qui peuvent se présenter en supposant une rotation du vecteur AZ de AQ vers AP.

Jusqu'à AR, la stabilité est complète ; elle est ensuite partielle jusqu'à AP, où elle cesse d'exister. En d'autres termes et inversement, quand le vecteur AZ balaie l'espace de AP vers AQ dans le sens des aiguilles d'une montre, le vecteur du travail *minimum* de l'alternateur E_1, balaie dans le sens des décalages croissants, le quadrant dans lequel se meut le vecteur du courant dans le circuit couplé.

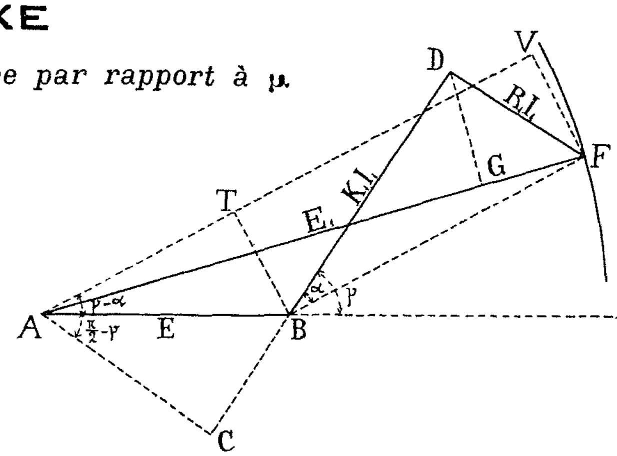
Cette épure, très simple, mérite donc bien le nom d'épure de stabilité, et la construction en traits discontinus montre comment on détermine pour chaque valeur de δ, par le tracé de quelques lignes, le secteur de stabilité.

(*A suivre*).

P. Dumas,
Ingénieur des Ponts et Chaussées.

NOTE ANNEXE

Détermination de AG et de sa dérivée par rapport à μ.



$$AG = E_1 - FG = E_1 - \frac{R_1}{E_1} E_1 I_1 \cos(E_1, I_1).$$

Mais $E_1 I_1 \cos(E_1 I_1)$ représente la puissance mise en jeu dans le circuit et cette puissance est égale à $R_1 I_1^2 + EI_1 \cos(E, I_1)$.

D'autre part :

$$I_1 = \frac{DF}{R_1} = \frac{BF\sin\alpha}{R_1} = \frac{\sin\alpha}{R_1}(AV - AT) = \frac{\sin\alpha}{R_1}\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right)$$

en posant $Z = \sqrt{\overline{AF}^2 - \overline{FV}^2} = \sqrt{E_1^2 - E^2\sin^2(\mu-\alpha)}$

Donc, on peut écrire :

$$AG = E_1 - \frac{R_1}{E_1}\left[R_1 \frac{\sin^2\alpha}{R_1^2}\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right)^2 + E\frac{\sin\alpha}{R_1}\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right)\sin\mu\right].$$

$$AG = E_1 - \frac{(Z - E\cos(\mu-\alpha))\sin\alpha}{E_1}\left[(Z - E\cos(\mu-\alpha))\sin\alpha + E\sin\mu\right]$$

et les variations de cette longueur avec l'angle μ sont réglées par le signe de la dérivée $\frac{dAG}{d\mu}$ ou par le signe de la quantité :

$$-\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right)\left(\sin\alpha\left(-\frac{E^2}{Z}\sin(\mu-\alpha)\cos(\mu-\alpha) + E\sin(\mu-\alpha)\right) + E\cos\mu\right)$$

$$-\left(\sin\alpha\,((Z-E\cos(\mu-\alpha)) + E\sin\mu\right)\left(-\frac{E^2}{Z}\sin(\mu-\alpha)\cos(\mu-\alpha) + E\sin(\mu-\alpha)\right) =$$

$$-\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right)\left(E\sin\alpha\sin(\mu-\alpha)\left(-\frac{E}{Z}\cos(\mu-\alpha) + 1\right) + E\cos\mu\right)$$

$$-\left(\sin\alpha\left(Z - E\cos(\mu-\alpha)\right) + E\sin\mu\right)\left(-\frac{E}{Z}\cos(\mu-\alpha) + 1\right)E\sin(\mu-\alpha) =$$

$$-\frac{(Z-E\cos(\mu-\alpha))}{Z}\left[E\sin\alpha\sin(\mu-\alpha)\left(Z-E\cos(\mu-\alpha)\right) + EZ\cos\mu + E\sin(\mu-\alpha)\left(\sin\alpha\left(Z-E\cos(\mu-\alpha)\right) + E\sin\mu\right)\right]$$

$$= -E\frac{(Z-E\cos(\mu-\alpha))}{Z}\left[2\sin\alpha\sin(\mu-\alpha)\left(Z-E\cos(\mu-\alpha)\right) + Z\cos\mu + E\sin\mu\sin(\mu-\alpha)\right]$$

ou bien encore par le signe de la quantité :

$$-\left[Z\left(\cos\mu + 2\sin\alpha\sin(\mu-\alpha)\right) + E\sin(\mu-\alpha)\left(\sin\mu - 2\sin\alpha\cos(\mu-\alpha)\right)\right]$$

$$= -\left[Z\cos(2\alpha-\mu) + E\sin(\mu-\alpha)\left(\sin\mu - 2\sin\alpha\cos(\mu-\alpha)\right)\right]$$

$$= -\left(Z\cos(\mu-2\alpha) + E\sin(\mu-\alpha)\sin(\mu-2\alpha)\right)$$

en remarquant que $Z - E\cos(\mu-\alpha) = \sqrt{E_1^2 - E^2\sin^2(\mu-\alpha)} - E\cos(\mu-\alpha)$

est nécessairement positif, puisque $E_1 > E$.

P. D.