par quelques habitants sur une source qui, d'après eux, serait soumise à une servitude communale, il devra examiner de suite si l'instance est régulièrement engagée au point de vue de la procédure, puis si véritablement cette servitude existe, tant comme prouvée par des titres réguliers que par sa nature même, c'est-à-dire par la nécessité de la source pour le service des habitants.

Paul BOUGAULT,
avocat à la Cour d'Appel de Lyon.

DE L'INFLUENCE DES TUBES PIÉZOMÉTRIQUES DANS LE CAS D'UNE FERMETURE BRUSQUE D'APRÈS LA THÉORIE DE M. ALLIÉVI

Je commencerai par rappeler brièvement les formules auxquelles conduit la théorie de M. Alliévi.

M. Alliévi désigne par a la vitesse de propagation des pressions dans un tuyau, vitesse qu'il calcule par la formule :

$$a = \frac{9.900}{\sqrt{48,3 + k\frac{d}{e}}}$$

où d et e sont le diamètre et l'épaisseur du tuyau mesurés avec une même unité, avec :

$k = 0,5$ pour le fer et l'acier,
$k = 1$ pour la fonte,
$k = 5$ pour le plomb.

Ceci posé, si l désigne la longueur du tuyau en mètres, M. Alliévi considère des périodes successives de durée $2\,l : a$.

Pendant la première période qui s'étend de $t = 0$ à $t = 2\,l : a$, on a, pour la pression Y du côté opposé au réservoir de charge et pour la vitesse correspondante V :

$$Y = y_0 + F(t) \qquad V = v_0 - \frac{g}{a} F(t) \qquad (1)$$

où y_0 et v_0 sont les valeurs initiales de la pression et de la vitesse à l'état de régime et g la gravité. On aura ensuite pendant une période quelconque :

$$Y = y_0 + F(t) - F\left(t - \frac{2\,l}{a}\right)$$
$$V = v_0 - \frac{g}{a}\left[F(t) + F\left(t - \frac{2\,l}{a}\right)\right] \qquad (2)$$

Ceci posé, soit un tube piézométrique qui part normalement à l'extrémité du tuyau et dont la section est constante. Soient S la section du tuyau et s celle du tube piézométrique.

Nous supposons que le tuyau est fermé brusquement, de sorte que son débit passe de son débit de régime à zéro.

Avant la fermeture, la vitesse est v_0 dans le tuyau et zéro dans le tube piézométrique, de plus la pression est partout y_0.

Après la fermeture, il y a une onde qui se propage avec la vitesse a d'une part dans le tuyau et d'autre part dans le tube, conformément à la théorie de M. Alliévi que nous admettons ; dans les parties atteintes par cette onde, la vitesse est v dans le tuyau et v' dans le tube, et la pression est la même dans ces deux parties et égale à y.

Dans la partie ABCD la vitesse a passé de la valeur v_0 à la valeur v, et comme on est dans la période du coup de bélier direct, le coup de bélier correspondant est : (*)

$$\frac{a}{g}(v_0 - v)$$

Dans la partie abcd la vitesse a passé de la valeur 0 à la valeur v', et le coup de bélier correspondant est par suite : $\frac{a}{g} v'$

Comme d'ailleurs en ab la pression doit être la même de part et d'autre, il faut que l'on ait :

$$v_0 - v = v' \qquad (3)$$

Mais on a, d'autre part, puisque le distributeur est fermé :

$$v' s = v S$$

d'où : $$v' = \frac{v S}{s}$$

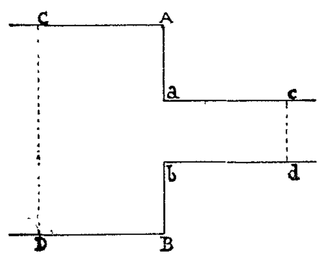
et l'équation (3) donne par suite :

$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{S}{s}} \qquad v' = \frac{v_0}{1 + \frac{s}{S}}$$

On a, par suite, pour la valeur du coup de bélier au début :

$$Y - y_0 = \frac{a}{g} \frac{v_0}{1 + \frac{s}{S}} \qquad (4)$$

On voit que si s diffère peu de S le tube piézométrique pourra diminuer notablement le coup de bélier, il le réduirait de moitié si on avait $s = S$. Au lieu de cela si s est une faible fraction de S le tube piézométrique ne produira pour ainsi dire pas d'effet pendant les premiers instants qui suivront la fermeture.



Toutefois la valeur (4) du coup de bélier ne se maintiendra que pendant un temps très court et égal à : $\frac{2\,\lambda}{a}$

si λ est la longueur du tube piézométrique, et pendant cette période s'étendant depuis $t = 0$ à $t = \frac{2\,\lambda}{a}$ on a :

$$y = y_0 + F(t) \qquad v' = \frac{g}{a} F(t) = \frac{v_0}{1 + \frac{s}{S}} \qquad (5)$$

On aura ensuite pour une quelconque des périodes suivantes de longueur $2\,\lambda : a$, pour le tube piézométrique :

$$y = y_0 + F(t) - F\left(t - \frac{2\,\lambda}{a}\right)$$
$$v' = \frac{g}{a}\left[F(t) + F\left(t - \frac{2\,\lambda}{a}\right)\right]$$

et en supposant $\quad t < \frac{2\,l}{a} \quad$ on a pour le tuyau :

$$y = y_0 + \varphi(t) \qquad v = v_0 - \frac{g}{a}\varphi(t) \qquad (5')$$

On a de plus toujours la relation $\quad v' = \frac{S\,V}{s}$

(*) Il résulte en effet de la théorie de M. Alliévi que, si la vitesse a passé de la valeur v_0 à la valeur v, la pression est devenue : $y_0 + \frac{a}{g}(v_0 - v)$ tant que le contre-coup ne s'est pas fait sentir.

Article published by SHF and available at http://www.shf-lhb.org or http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1905025

qui exprime que, le tuyau étant complètement fermé, son débit passe en entier dans le tube piézométrique.

On déduit des relations précédentes :

$$\varphi(t) = F(t) - F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right)$$

$$\frac{S}{s}\left[v_0 - \frac{g}{a}\varphi(t)\right] = \frac{g}{a}\left[F(t) + F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right)\right]$$

ou :

$$\frac{av_0}{g} - F(t) + F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right) = \frac{s}{S}\left[F(t) + F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right)\right] \quad (6)$$

$F(t)$ étant connu pour la première période de $t = 0$ à $t = 2\lambda : a$ par les formules (5), la formule (6) le fera connaître pour une période quelconque. Pour obtenir le résultat sous une forme plus simple, nous poserons :

$$F(t) = f(t) + \alpha \quad (7)$$

$$\frac{av_0}{g} = \frac{2s\alpha}{S}$$

d'où :

$$\alpha = \frac{av_0 S}{2gs} \quad (8)$$

Nous aurons alors :

$$f(t) = \frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}} f\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right) \quad (9)$$

Pour la première période, de $t = 0$ à $t = 2\lambda : a$, on a d'ailleurs, ainsi que cela résulte des formules (5) :

$$F(t) = \frac{av_0}{g\left(1 + \frac{s}{S}\right)}$$

la valeur correspondante de $f(t)$ sera par suite :

$$f(t) = F(t) - \alpha = \frac{av_0}{g}\left[\frac{1}{1 + \frac{s}{S}} - \frac{S}{2s}\right]$$

ou :

$$f(t) = -\frac{av_0 S}{2gs}\ \frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}$$

On aura donc pour la n^{me} période, c'est-à-dire pour :

$$\frac{2(n-1)\lambda}{a} < t < \frac{2n\lambda}{a}$$

$$f(t) = -\frac{av_0 S}{2gs}\left(\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)^n$$

On aura par suite pour cette période, en vertu des formules (7) et (8) :

$$F(t) = \frac{av_0 S}{2gs}\left[1 - \left(\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)^n\right]$$

d'où :

$$\varphi(t) = F(t) - F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right)$$

$$\varphi(t) = \frac{av_0 S}{2gs}\left[\frac{\left(1 - \frac{s}{S}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{s}{S}\right)^{n-1}} - \frac{\left(1 - \frac{s}{S}\right)^n}{\left(1 + \frac{s}{S}\right)^n}\right]$$

$$\varphi(t) = \frac{av_0 S}{2gs}\ \frac{2\frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\left(\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)^{n-1}$$

ce qui peut s'écrire en fin de compte :

$$\varphi(t) = \frac{av_0}{g}\ \frac{1}{1 + \frac{s}{S}}\left(\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)^{n-1} \quad (10)$$

La formule (10) donne donc la valeur du coup de bélier pour :

$$\frac{2(n-1)\lambda}{a} < t < \frac{2n\lambda}{a} \quad (11)$$

en supposant de plus :

$$t < \frac{2l}{a} \quad (12)$$

Nous déduirons ensuite des formules précédentes :

$$F(t) + F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right) =$$

$$= \frac{av_0 S}{gs} - \frac{av_0 S}{2gs}\left(\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)^{n-1}\left(1 + \frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}}\right)$$

ou bien :

$$F(t) + F\left(t - \frac{2\lambda}{a}\right) = \frac{av_0 S}{gs}\left[1 - \frac{\left(1 - \frac{s}{S}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{s}{S}\right)^n}\right]$$

On déduit de là :

$$v' = \frac{v_0 S}{s}\left[1 - \frac{\left(1 - \frac{s}{S}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{s}{S}\right)^n}\right] \quad (13)$$

$$v = v_0\left[1 - \frac{\left(1 - \frac{s}{S}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{s}{S}\right)^n}\right] \quad (14)$$

Les valeurs (10), (13) et (14) donnent donc les valeurs du coup de bélier ainsi que de la vitesse dans le tube piézométrique et dans le tuyau pour t vérifiant les inégalités (11) et (12).

On doit remarquer toutefois que les formules précédentes ne doivent être appliquées que tant que v' conserve une valeur assez faible pour que l'on puisse ainsi qu'on le fait, en établissant les formules de M. Alliévi, négliger le frottement ; on devrait sans cela augmenter le coup de bélier de la valeur de la perte de charge dans le tube piézométrique, et encore ne pourra-t-on agir ainsi que si cette perte de charge n'est pas trop forte, car sans cela la vitesse v' dans le tube piézométrique restera bien inférieure à celle que l'on déduirait de la formule (13).

La perte de charge J se calculerait, en admettant les nombres de Darcy, par la formule :

$$J = \frac{4}{D}\lambda b v'^2 \quad (15)$$

où :

$$b = 0{,}000\,507 + \frac{0{,}000\,129\,4}{D} \quad (16)$$

D étant le diamètre du tube en mètres.

D'ailleurs si le tuyau a une longueur l un peu considérable, de sorte que la durée $\frac{2l}{a}$ du coup de bélier direct, dans le tuyau, soit beaucoup plus grande que la durée $\frac{2\lambda}{a}$ d'une période dans le tube piézométrique, il tendra à s'établir à la fin du coup de bélier direct un état passager de régime, et il est facile de calculer la valeur correspondante de la vitesse v' et du coup de bélier $\varphi(t)$.

En effet, puisque nous supposons que nous sommes toujours pendant la période du coup de bélier direct, les formules (5') sont applicables et on aura :

$$y = y_0 + \varphi(t), \qquad v = v_0 - \frac{g}{a}\varphi(t) \tag{5'}$$

On a, de plus, toujours :

$$v' = \frac{S}{s} v$$

D'ailleurs, puisque nous supposons l'état de régime sensiblement établi, on a par la formule de Darcy, puisque $\varphi(t)$ représente aussi dans ce cas la perte de charge dans le tube piézométrique :

$$\varphi(t) = \frac{4\lambda b}{D} v'^2 = \frac{4\lambda b}{D}\frac{S^2}{s^2} v^2 \tag{17}$$

On déduit des formules (5') et (17) :

$$\frac{4\lambda b}{D} v'^2 = \frac{a}{g}\left(v_0 - \frac{s}{S} v'\right)$$

ou en posant :

$$\beta = \frac{D a}{4\lambda b g} \tag{18}$$

$$v'^2 + \frac{s}{S}\beta v' - \beta v_0 = 0 \tag{19}$$

d'où on déduit :

$$v' = \frac{s\beta}{2S}\left[\sqrt{1 + \frac{4 v_0 S^2}{\beta s^2}} - 1\right] \tag{20}$$

v' étant ainsi déterminé, on a :

$$v = \frac{s}{S} v' \tag{21}$$

puis :

$$\varphi(t) = \frac{a}{g}(v_0 - v) \tag{22}$$

ou bien :

$$\varphi(t) = \frac{4\lambda b}{D} v'^2 \tag{22'}$$

Ces formules seront celles qui donneront la valeur du coup de bélier lorsque l'état de régime provisoire qui tend à se produire à la fin du coup de bélier direct se sera sensiblement établi.

Dans le cas général les formules (22) ou (22') donneraient une limite minima du coup de bélier, à la fin du coup de bélier direct.

En résumant ce qui précède, on voit que dans le cas d'une fermeture brusque la valeur du coup de bélier est d'abord égale à :

$$\frac{a v_0}{g}\,\frac{1}{1 + \frac{s}{S}} \tag{23}$$

puisque cette valeur décroît jusqu'à la valeur que l'on déduit des formules (20) (21) et (22) ou (22')

$$\frac{a}{g}\left\{v_0 - \frac{s^2\beta}{2S^2}\left[\sqrt{1 + \frac{4 v_0 S^2}{\beta s^2}} - 1\right]\right\} \tag{24}$$

où β est donné par la formule (18), et il résulte de ces formules que si un tube piézométrique de grand diamètre par rapport à celui du tuyau peut notablement atténuer la valeur du coup de bélier dans le cas d'une fermeture brusque et diminuer beaucoup sa durée, au lieu de cela, un tube piézométrique dont le diamètre ne sera qu'une faible fraction de celui du tuyau ne produira pour ainsi dire pas d'effet dans ce but.

Supposons par exemple que l'on ait pour la vitesse de progagation : $a = 1\,200$ ms

et, de plus :

$$v_0 = \frac{g}{10} = 0{,}981$$

$$l = 1\,200 \text{ ms}$$

$$\lambda = 30 \text{ ms}$$

Dans le cas d'une fermeture brusque, s'il n'y a pas de tube piézométrique, le coup de bélier sera :

$$\frac{a v_0}{g} = 120 \text{ ms}$$

et il se maintiendra à cette valeur pendant un temps égal à

$$\frac{2l}{a} = 2^s$$

Supposons maintenant que l'on ait un tube piézométrique dont la section soit la moitié de celle du tuyau, si par exemple on suppose que le tuyau est 2 ms de diamètre le tube piézométrique, ou la cheminée d'aération, devrait pour cela avoir un diamètre égal de $1^m 40^c$.

On aura alors :

$$\frac{s}{S} = \frac{1}{2}$$

et la valeur (23), ou la formule (10), où l'on fait $n = 1$, nous donnera pour le coup de bélier au début :

$$\frac{2}{3}\frac{a v_0}{g} = 80 \text{ ms}$$

de plus, ce coup de bélier déjà réduit de 1/3, au lieu de se maintenir pendant 2 secondes ne se maintiendra à cette valeur que pendant 1/20 de seconde. Au bout de 1/20 de seconde, le coup de bélier donné par la formule (10) où on fait $n = 2$ deviendra (*)

$$\frac{a v_0}{g}\frac{2}{3^2} = 27 \text{ ms}$$

au bout de 1/5 de seconde, ce qui correspond dans la formule (10) à $n = 4$, il ne serait plus que de 1 m. environ.

D'ailleurs, dans ce cas la perte de charge est négligeable; en effet, v' reste toujours inférieur à $\frac{v_0 S}{s} = 2 v_0$ et pour cette valeur on a :

$$J = \frac{4\lambda b}{D} 4 v_0^2 = \frac{480\, b}{1{,}4}(0{,}981)^2 = 0^m\,168$$

On voit donc qu'une cheminée d'aération du diamètre de 1^m 40 pour une conduite de 2 ms réduira dès le début dans le cas d'une fermeture instantanée, le coup de bélier de 1/3, et qu'au bout de 1/5 de seconde son effet aura presque entièrement disparu.

(*) Dans ce cas, v' restant toujours petit l'influence de la perte de charge dans le tube piézométrique est presque négligeable.

Supposons au lieu de cela que les autres conditions restant toujours les mêmes, le tube piézométrique ait un diamètre de $0^m\,20$, donc le 10^{me} du diamètre de la conduite,

de sorte que l'on ait $\frac{s}{S} = \frac{1}{100}$

Le coup de bélier au début donné par la formule (23) sera :

$$120 \frac{100}{101} = 118^m\,8$$

Ce coup de bélier du début ne sera donc presque pas atténué par le tube piézométrique.

De plus, sa valeur pendant les périodes suivantes diminuera très lentement, car dans la formule (10) on a :

$$\frac{1 - \frac{s}{S}}{1 + \frac{s}{S}} = \frac{99}{101} = 0{,}98$$

D'ailleurs, dans le cas qui nous occupe, la perte de charge prend une influence très notable; on a eu en effet par la formule (18):

$$\beta = \frac{D\,a}{4\,\lambda\,b\,g} = \frac{0{,}2 . 1200}{4 . 30 . 0{,}00057 . 9{,}81} = 357{,}7$$

et la formule (24) donnera pour la valeur finale du coup de bélier (*): 99 ms.

Ces deux exemples mettent bien en évidence le fait indiqué à savoir que, dans le cas d'une fermeture instantanée, si les cheminées d'aération dont le diamètre est peu inférieur à celui de la conduite peuvent être très utiles pour atténuer l'effet des coups de bélier (**), les tubes piézométriques de petit diamètre ne sont par contre à peu près d'aucune utilité pour cet objet.

Je ferai remarquer en terminant que, dans une note parue dans le numéro de septembre 1904 de *La Houille Blanche*, j'avais formulé certaines réserves au sujet des hypothèses que nécessite la théorie de M. Alliévi, toutefois des expériences très intéressantes faites à l'usine St-Henri à Allevard, sous la direction de M. Pinat, semblent démontrer que, *dans le cas des fermetures brusques*, les résultats que l'on déduit de la théorie de M. Alliévi coïncident d'une façon très satisfaisante avec ceux de l'expérience, c'est ce qui m'a conduit à l'emploi de cette théorie pour l'examen de la question que je viens de traiter. Dans le cas des fermetures progressives la concordance entre les résultats des expériences et ceux de la théorie paraît, à première vue du moins, beaucoup moins satisfaisante, toutefois certaines expériences complémentaires doivent être faites et on ne saurait donner une conclusion positive tant qu'elles n'auront pas eu lieu.

Comte De Sparre.

(*) Pour calculer cette valeur limite du coup de bélier on aura souvent avantage, après avoir calculé v' par la formule (20) d'en déduire la perte de charge J égale dans ce cas au coup de bélier, par la formule (15) ou (22').

(**) D'autant plus que nous avons supposé une fermeture rigoureusement instantanée, tandis qu'en réalité cette fermeture exigeant toujours un temps appréciable, l'effet de la cheminée d'aération qui est, comme nous l'avons vu, très rapide, aura déjà fait sentir son effet lorsque la fermeture sera complète.

Fabrication de l'Acier à La Praz (*)

Les nouveaux procédés de fabrication du fer et de l'acier qui font l'objet de cette étude ont été élaborés dans les usines de la Société électro-métallurgique française, plus connue sous le nom de la Société de Froges, sous l'habile direction et l'initiative de son ingénieur, M. Héroult. Ces procédés sont entièrement basés sur des recherches expérimentales qui ont demandé une longue série d'essais faits sur le pied industriel et qui ont pu être menées à bonne fin grâce à la longue expérience de M. Héroult en matière de fours électriques et au puissant outillage dont est pourvue l'usine de La Praz (Savoie).

Il y a déjà deux ans que la Société de Froges livre au commerce des aciers fins ou à outils de toutes sortes, elle a établi, pour la vente, des dépôts à Lyon, à Paris et à Marseille et la qualité de ses aciers est comparable à celle des meilleurs aciers au creuset. L'intérêt capital de cette découverte vient d'ailleurs d'être sanctionné par l'obtention d'un grand prix à l'exposition de Saint-Louis.

Mais la portée de la méthode est plus grande encore, elle dépasse la fabrication des aciers au creuset et vise les applications à la grosse métallurgie ; dans notre pensée elle doit permettre le relèvement de la qualité des aciers mi-fins, tels que ceux pour blindages, canons, etc., et même des produits courants tels que les tôles pour chaudières, pour dynamos, les moulages d'acier, etc. C'est pourquoi j'ai la conviction que le procédé électro-sidérurgique Froges-Héroult marquera une étape dans l'histoire de la métallurgie.

Dans ce qui va suivre je prendrai l'ordre chronologique, je montrerai que la fabrication de l'acier au four électrique est la conséquence naturelle et pour ainsi dire nécessaire des études poursuivies par la Société de Froges dans ses usines depuis l'époque de sa fondation, j'indiquerai les différentes phases par lesquelles le procédé a passé et je m'attacherai à mettre en lumière la suite des idées qui ont amené M. Héroult à sa formule actuelle de travail.

On sait que dès 1887, M. Héroult breveta le type de four électrique désigné sous le nom de four de Froges ou four d'Héroult, cet appareil est aujourd'hui très répandu et a reçu des applications très diverses. Ce fut, d'après M. Minet dont la compétence est bien connue en la matière, le premier four électrique véritablement industriel.

Il doit ce qualificatif à ses heureuses dispositions pour la suspension et la manœuvre de l'électrode pour les arrivées de courant et à la robustesse de sa construction qui lui permet de supporter des campagnes de plusieurs semaines et même de mois ; enfin l'adjonction d'un trou de coulée en a fait un appareil continu. Ce four constitue l'appareil par excellence pour la fusion et la réduction des oxydes réfractaires. On l'employait primitivement à Froges à la fabrication des alliages d'aluminium ; plus tard on l'appliqua à d'autres fabrications, telles que : *le corindon artificiel, le carbure de calcium*, enfin au commencement de 1899 on entreprit, sur mes indications, la fabrication du ferrochrome qui fut suivie de celles du ferro-silicium et du ferrotungstène. Toutes ces fabrications furent mises au point sans grandes difficultés grâce à l'existence de l'outil essentiel et du personnel habitué à le manier.

(*) Communication présentée par M. Charles Combes devant la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale dans sa séance du 9 décembre 1904.