Ces usines, où le *four* alimenté par la houille est l'organe vital, vont se déplacer le jour où elles trouveront de l'énergie calorifique à meilleur marché et se transporter au pied des chutes, quand la science et le progrès économique leur procureront l'énergie hydro-électrique à meilleur compte que l'effet calorifique dû à l'emploi de la houille noire. Or, ces 45 milliards de chevaux-heures, correspondent-ils à ce que peut donner le charbon brûlé par elles ?

On sait que 1 cheval-heure correspond à : $3.600 \times \frac{75}{425}$ calories.

La puissance qui nous occupe représente donc :

$$3.600 \times \frac{75}{425} \times 45 \times 10^9 = 28.588.000.000.000 \text{ calories.}$$

La combustion de 1 kilogramme de houille moyenne qualité donne 7.000 calories ; mais, étant donné le faible rendement des fours et appareils de chauffage en général, on peut admettre pour fixer les idées — et non pour faire un calcul rigoureux — que la fusion, cuisson ou réaction qui nécessite 10.000 calories dans l'un de ces appareils, exige la combustion de 10 kilogs de houille au moins. Le nombre de calories trouvé précédemment correspondrait à la combustion de :

$$\frac{28\,588 \times 10^9}{10^3} = 28 \text{ à } 29 \text{ millions de tonnes de charbons.}$$

Mettons 25 millions pour tenir compte aussi du rendement des appareils électrothermiques. C'est plus de la moitié de ce que nous brûlons annuellement en France dans l'ensemble des machines et appareils de toutes nos industries ; mécanique, métallurgie, transports, chauffage, chimie, gaz, etc.

Il semblerait donc à peu près certain que nous avons assez de forces hydrauliques pour remplacer le charbon dans toutes les branches de nos industries que les progrès de la science mettront à même de pouvoir économiquement s'alimenter en houille blanche. Les conclusions du travail de M. DE LA BROSSE concordent d'ailleurs parfaitement avec celles que M. le commandant AUDEBRAND a fait ressortir dans son étude sur la même question « La Houille blanche en France », parue dans les *Annales de Géographie*, n° de janvier 1904.

E.-F. COTE.

ÉTUDE SUR LES

BARRAGES EN MAÇONNERIE

et Murs de Réservoirs

(suite)

Profil triangulaire. — La méthode de M. Maurice Lévy, appliquée au triangle à parement amont vertical, donne :

$$P = \left(K - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y \qquad Q = \left(\frac{2}{\operatorname{tg}^2 \beta} - K\right) \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$P' = K - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} \qquad Q' = 0$$

$$P'' = 0 \qquad Q'' = 0$$

Il en résulte pour n, t et n_1, les expressions suivantes :

$$n = \left(K - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y + \left(\frac{2}{\operatorname{tg}^2 \beta} - K\right) \frac{x}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$t = \frac{x}{\operatorname{tg}^2 \beta} \qquad n_1 = y$$

La condition de non soufflure au parement aval, ($n_1 \geqslant 0$), est toujours satisfaite puisque n_1, est toujours égal à y quel que soit l'angle au sommet β.

La composante tangentielle t de la pression totale sur un élément horizontal, n'est pas autre chose que la composante de la poussée F, au point considéré d'abscisse x. Cette composante t croit proportionnellement à x : nulle au parement amont, elle est maxima au parement aval et y a pour valeur :

$$t = \frac{e}{\operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{y}{\operatorname{tg} \beta} = n'' \operatorname{tg}\beta$$

Si l'on fait la somme des forces t réparties sur le joint on retrouve bien la poussée F :

$$\int_0^e \frac{x\, d\, x}{\operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{e^2}{2 \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{y^2}{2} = F$$

Si l'on calcule le rapport $\frac{t}{n}$, qui n'est pas autre chose que la valeur de la tangente de l'angle que fait la composante normale n avec la pression totale exercée en un point d'un élément horizontal, on trouve que ce rapport, nul au parement amont, croit avec x et est précisément égal à $\operatorname{tg} \beta$ sur le parement aval, ce qui confirme que la pression totale au parement aval est bien parallèle à ce parement.

Si l'on applique le raisonnement de M. Bouvier, non plus à la résultante R des forces appliquées au mur au-dessus d'un joint, mais bien à la pression totale s'exerçant en chaque point, on voit que la méthode Bouvier, ainsi modifiée, conduit au même résultat que la méthode Lévy, puisque sur le parement aval on a $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$.

La compression maxima A a pour expression :

$$A = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} \left(K + 1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y + \left(\frac{2}{\operatorname{tg}^2 \beta} - K\right) \frac{x}{\operatorname{tg} \beta} + \\ \sqrt{\left[\left(K - 1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y + \left(\frac{2}{\operatorname{tg}^2 \beta} - K\right) \frac{x}{\operatorname{tg} \beta}\right]^2 + 4 \frac{x^2}{\operatorname{tg}^4 \beta}} \end{array} \right\}$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$A = \frac{\lambda + \theta x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2} \qquad (38)$$

Si $\theta > 0$, la fonction A est croissante et est par suite maxima sur le parement aval. Ceci a lieu lorsque $\operatorname{tg}^2 \beta \leqslant \frac{2}{K}$. Or, avec les maçonneries, on a toujours $K > \frac{1}{K-1}$, et comme l'on cherche toujours à réaliser le minimum de maçonneries, $\operatorname{tg}^2 \beta$ sera toujours dans le voisinage de $\frac{1}{K-1}$ et A sera pratiquement toujours maximum au parement aval.

Si l'on avait $\theta < 0$, ce qui serait le cas de profils exagérés, A serait d'abord décroissant, pour croître ensuite, et, si le profil était tout à fait exagéré, il pourrait arriver que la fonction A fut continuellement décroissante, le maximum de A se trouvant alors sur le parement amont. Lorsque $\operatorname{tg}^2 \beta$ devient très grand, la valeur maxima de A_0 tend vers la valeur Ky, qui est précisément la valeur de la pression à vide sur le parement amont. Ce résultat pouvait se prévoir *a priori*, car alors la poussée devient négligeable devant le poids de la maçonnerie.

Au fur et à mesure que le réservoir se vide, le profil devient de plus en plus exagéré et la valeur de A cesse d'être maxima au parement aval pour le devenir sur le parement amont.

Sur le parement amont, $x = 0$ et $t = 0$ de sorte que l'on a, tant que $n' \geqslant y$, c'est-à-dire $\lambda' \geqslant 0$.

$$A_0 = n_0 = n' = \left(K - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y$$

Lorsque $\lambda' < 0$, le radical tend vers λ', compté en valeur absolue, c'est-à-dire vers $\lambda' = y - n'$, de sorte qu'on a dans ce cas : $A_0 = y$.

Sur le parement aval on a, en faisant $x = e = y \operatorname{tg} \beta$:

$$A = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) y + \frac{1}{2}\sqrt{\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right)^2 y^2}$$

qui n'est pas autre chose que la formule (21) déja donnée

$$A = y\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right) \qquad (21)$$

Si la condition $n' = y$ est réalisée, on a $A = Ky$ et la hauteur maxima à laquelle on puisse monter est $y = \frac{\rho}{K}$. Si l'on admet que ρ, résistance des maçonneries à la compression, soit égale à 120 tonnes par m², soit 12 kilogs par cm² et $K = 2,4$, on a, pour la hauteur maxima, $y = 50$ mètres.

Pour avoir l'expression de la compression minima B, il suffit de remplacer, par le signe —, le signe + qui précède le radical de l'expression de A, de telle sorte que :

$$B = \frac{\lambda + \theta x}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2} \qquad (39)$$

et

$$\frac{dB}{dx} = \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2}\frac{\theta(\lambda' + \theta x) + \gamma^2 x}{\sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2}}$$

Si $\lambda' > 0$, la fonction B est constamment décroissante depuis la valeur $B_0 = y$, sur le parement amont, jusqu'à $B = 0$, sur le parement aval.

Si $\lambda' < 0$, le radical se réduit à λ', pris en valeur absolue, de sorte que sur le parement amont $B_0 = n'$. La fonction B croit d'abord depuis $B_0 = n'$ jusqu'à un maximum correspondant à $\frac{dB}{dx} = 0$, puis décroît ensuite jusqu'à $B = 0$, sur le parement aval.

La résolution de l'équation $\frac{dB}{dx} = 0$ donne $x = -\frac{2\,\theta\,\lambda'}{\theta^2 + \gamma^2}$. Cette valeur de x n'est acceptable que si elle est positive, c'est-à-dire si $\lambda' < 0$. Dans ce cas la valeur maxima de B est :

$$B_{\max} = n' - \frac{\theta^2}{\theta^2 + \gamma^2}\lambda'$$

On voit donc que si la condition $n' > 0$ est remplie, la compression B est toujours positive, c'est-à-dire qu'il n'y a nulle part traction.

La force tangentielle maxima a pour expression :

$$C = \frac{A - B}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2} \qquad (40)$$

Si θ et λ' sont tous deux positifs la fonction C est toujours croissante, depuis $C_0 = \frac{n' - y}{2}$ sur le parement amont jusqu'à $C = \frac{y}{2}\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right)$ sur le parement aval.

Si θ, ou λ', sont négatifs, la fonction C est d'abord décroissante, depuis $C_0 = \pm\frac{\lambda'}{2}$ sur le parement amont, jusqu'à un minimum :

$$C_{\min} = \frac{1}{2}\frac{\lambda'\gamma}{\sqrt{\theta^2 + \gamma^2}}$$

correspondant à $x = -\frac{\theta\,\lambda'}{\theta^2 + \gamma^2}$; puis ensuite elle est croissante jusqu'au parement aval où elle a même expression que pour le cas précédent.

Si la condition $n' = y$ est réalisée, $C_{\max} = \frac{1}{2} K y$. Si l'on prend pour la résistance ρ' de la maçonnerie au cisaillement la valeur de 15 tonnes par m², soit 1 k. 5 par cm², qui est généralement considérée comme admissible pour les mortiers de chaux éminemment hydraulique, on voit qu'il faudra faire intervenir le frottement dès que la hauteur de la retenue dépassera 12 à 13 mètres.

Si l'on tient compte à la fois de la résistance au frottement et de la résistance au cisaillement, il faut, pour qu'il n'y ait nulle part tendance au glissement, que l'on ait $C' \leqslant 2\,\rho'$, en posant :

$$C' = \sqrt{1 + f^2}\sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2} - f(\lambda + \theta x) \qquad (41)$$

La fonction C' décroît d'abord pour croître ensuite lorsque θ ou λ' sont négatifs ; elle est toujours croissante lorsque θ et λ' sont tous deux positifs. Dans tous les cas, son maximum a toujours sur l'un des parements.

Sur le parement amont on a :

$$C'_0 = \pm(n' - y)\sqrt{1 + f^2} - f(n' + y)$$

$$C' = 0 \quad \text{lorsque} \quad n' = y\frac{\sqrt{1 + f^2} \pm f}{\sqrt{1 + f^2} \mp f}$$

En particulier C' est négatif pour $n' = y$, et *a fortiori* le sera-t-il encore plus pour $n' = 0$, c'est-à-dire que la condition $C' \leqslant 2\,\rho'$ est, en pratique, toujours réalisée sur le parement amont.

Sur le parement aval on a :

$$C' = y\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right)\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)$$

La plus grande hauteur à laquelle on puisse monter est par suite :

$$y = \frac{2\,\rho'}{\left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta}\right)\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)}$$

soit

$$60\,\frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}$$

pour $\rho' = 15$ tonnes par m² et $f = 0,75$.

Si l'on s'est imposé la condition que $n' = y$, l'expression précédente peut s'écrire $y = \frac{60}{K}$, de sorte que la hauteur maxima est comprise entre 25 et 27ᵐ. En employant du ciment Portland de première qualité on pourrait porter ρ' à 20, ce qui conduirait à 33 ou 36ᵐ. Pour une largeur théoriquement infinie, la hauteur maximum n'atteindrait que 60 ou 80 mètres.

Si la hauteur de la retenue dépasse ces valeurs, aucun profil triangulaire, dont le sommet coïncide avec le niveau de l'eau, ne satisfait à la condition de non cisaillement. Pour réaliser ce *desideratum* il faut surélever la maçonnerie au-dessus du niveau de la retenue, ou bien faire intervenir le cisaillement de la pierre.

On peut obtenir, d'une manière très simple, à la fois les courbes A, B et C. Prenons en effet, deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy, (figure 26), et traçons la droite $y = \frac{\lambda}{2} + \frac{\theta}{2}x$, ($D_3\,C_3$ par exemple).

Pour avoir A, il suffit de porter, au-dessus de cette droite, les ordonnées de l'hyperbole $y = \sqrt{(\lambda' + \theta x)^2 + \gamma^2 x^2}$

Pour avoir B, il suffit de porter, au-dessous cette fois, les mêmes ordonnées de la même hyperbole.

Enfin si l'on considère cette droite $D_3\,C_3$ comme un nouvel axe des x, la courbe de A, — ou bien celle de B, — devient, par rapport à cette droite, la courbe de C.

C'est ainsi que, pour une même abscisse OX, on a :

$$AX = A\,;\ BX = B;\ MA = MB = C$$

et que les tangentes issues des points A et B doivent se couper en un même point T de la droite $D_3\,C_3$.

Si l'on désigne par $\operatorname{tg}\theta'$ le coefficient angulaire de la tangente à la courbe A et par $\operatorname{tg}\theta''$ celui de la courbe B, on a :

pour	$\theta < 0$	$\theta = 0$	$\lambda' > 0$	$\lambda' < 0$
$\operatorname{tg}\theta'_0 =$	$-\theta$	0	$+\theta$	0
$\operatorname{tg}\theta''_0$	0	0	0	$+\theta$

Dans le cas particulier ou $n' = y$, on a $\lambda' = o$ et les courbes A, B, C, se réduisent à des droites :

$$A,\,B = \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{2}\left(\theta \pm \sqrt{\theta^2 + \gamma^2}\right) x$$

$$A = y + \frac{x}{\operatorname{tg}^3\beta} \qquad B = y - \frac{x}{\operatorname{tg}\beta} \qquad C = \frac{K}{2}\,\frac{x}{\operatorname{tg}\beta}$$

Nous donnons figure 26 les courbes $A_1\,A_2\,A_3$, et $B_1\,B_2\,B_3$ correspondant à un barrage de 50 mètres de hauteur, dont

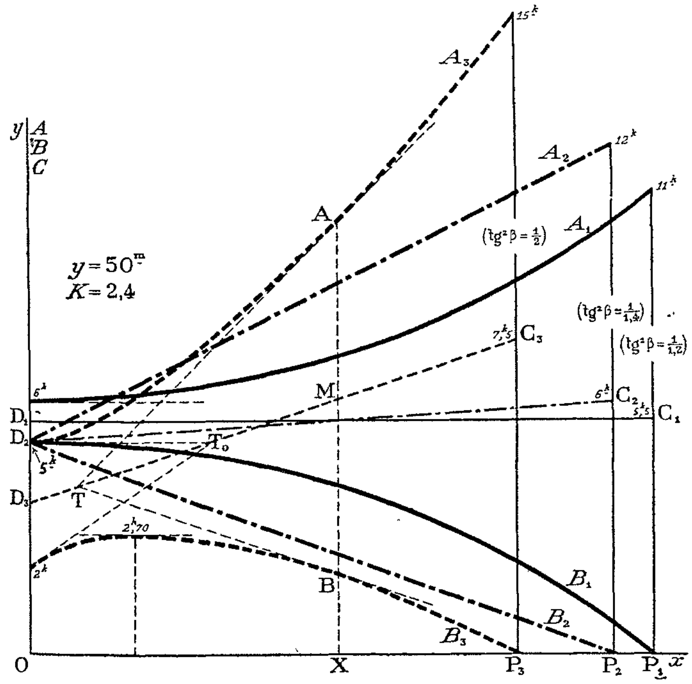

Fig. 26.

la densité K des maçonneries serait prise égale à 2,4 , et pour trois valeurs différentes de $\operatorname{tg}\beta$.

Pour A_1 et B_1, $\operatorname{tg}^2\beta = \dfrac{1}{1,2}$ c'est-à-dire $n' > y$

» A_2 » B_2, $\operatorname{tg}^2\beta = \dfrac{1}{1,4}$ .... $n' = y$

» A_3 » B_3, $\operatorname{tg}^2\beta = \dfrac{1}{2}$ .... $n' < y$

On obtiendrait également la courbe représentative de la fonction C'; il suffirait de tracer la droite $-\lambda f - \theta f x$ et d'y ajouter les ordonnées de l'hyperbole précédente, multipliées par $\sqrt{1 + f^2}$.

Lorsque la hauteur de la retenue diminue au fur et à mesure que le réservoir se vide, les valeurs de A, de B et de C se modifient en même temps et la poussée diminue pour devenir nulle lorsque le réservoir est vide.

Le poids du mur ne change pas et si l'on désigne par h la hauteur du sommet du mur au-dessus du plan d'eau, il suffira de changer le terme en y^3 de la formule (32) par $(y\text{-}h)^3$ et le terme en y, de la valeur de n_1, par $(y\text{-}h)$ pour avoir les diverses valeurs de n, n' n'', etc.

Ainsi l'on aura.

$$n'_h = n' + \xi \qquad n''_h = n'' - \xi$$

$$n''_{2h} = n''_2 - (1 + \operatorname{tg}^2\beta)\,\xi$$

$$\text{avec} \qquad \xi = h\left[\frac{h^2}{e^2} - \frac{3}{\operatorname{tg}\beta}\,\frac{h}{e} + \frac{3}{\operatorname{tg}^2\beta}\right]$$

La valeur de A croit peu à peu sur le parement amont pour décroître en même temps sur le parement aval.

B décroit sur le parement amont jusqu'à y devenir nul comme sur le parement aval.

C et C' décroissent sur le parement aval pour croître sur le parement amont.

A vide on a $n'' = 0$ et :

$$P = n' = Ky \qquad Q = -\frac{Ky}{e} = -\frac{K}{\operatorname{tg}\beta}$$

$$P' = K \qquad Q' = 0$$

$$P'' = 0 \qquad Q'' = 0$$

$$t = 0 \qquad n_1 = 0$$

De ce que t et n_1 sont nuls il résulte que le radical des formules A, B, C se réduit à n de sorte que :

$$A = n = K\left(y - \frac{x}{\operatorname{tg}\beta}\right)$$

$$B = 0 \qquad C = \frac{1}{2}K\left(y - \frac{x}{\operatorname{tg}\beta}\right)$$

$$C' = K\left(y - \frac{x}{\operatorname{tg}\beta}\right)\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)$$

Le maximum de A, de C, et de C', a lieu sur le parement amont où il a précisément même valeur qu'à pleine charge lorsque $n' = y$, et la plus grande hauteur à laquelle on puisse monter n' est, à moins de faire intervenir le cisaillement de la pierre, que la moitié de la hauteur correspondant à la résistance maxima en charge :

$$y = \frac{2\,\rho'}{K\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)} = \frac{60}{K}$$

Il peut-être utile de connaître la courbe d'égale résistance à la compression maxima A, c'est-à-dire le lieu des points supportant une compression donnée ρ_1, aussi bien à vide qu'en charge.

Lorsque le réservoir est en charge, l'équation du lieu est l'équation (39) dans laquelle on a remplacé A par ρ_1. Si l'on remarque que $\lambda - \lambda' = 2\,y$ et $\lambda^2 - \lambda'^2 = 4\,n'$, cette équation peut se mettre sous la forme :

$$4\,\nu\,y^2 + 4\,\theta\,xy - \gamma^2 x^2 - 4\,\rho_1\,\lambda_1\,y - 4\,\theta\,\rho_1\,x + 4\,\rho_1^2 = o$$

en posant $n' = \nu\,y$ et $\lambda = \lambda_1 y$.

Tant que $\nu > o$ la courbe est une hyperbole. Lorsque $\nu < o$ la courbe est une ellipse. La tangente à la courbe a pour valeur : $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2\,\gamma^2\,x + 4\,\theta\,(\rho_1 - y)}{8\,\nu\,y + 4\,(\theta\,y - \rho_1\,\lambda_1)}$.

Nous avons vu que lorsque l'on avait $n' = y$ la valeur de A était donnée par la relation : $A = y + \dfrac{x}{\operatorname{tg}^3\beta}$, il en résulte que, dans ce cas, la courbe d'égale résistance est la droite donnée par l'équation :

$$y = \rho_1 - \frac{x}{\mathrm{tg}^3 \beta}$$

Le coefficient angulaire de cette droite étant constant, toutes les droites correspondant à diverses valeurs de ρ_2 sont parallèles entre elles.

Lorsque le réservoir est vide l'équation de la courbe est :

$$y = \frac{\rho_1}{K} + \frac{x}{\mathrm{tg}\, \beta}.$$

Le lieu d'égale résistance est alors une droite parallèle au parement aval, et, comme pour le cas précédent, les diverses droites correspondant à diverses valeurs de ρ_1 sont parallèles entre elles.

Dans un barrage de grande hauteur où la compression maxima peut dépasser 10 kilogrammes par c^{m2}, on peut s'imposer la condition de ne faire travailler le mortier de chaux hydraulique qu'à 10 kilogs, et de subtituer le ciment Portland à la chaux, pour les endroits où la pression doit dépasser 10 kilogrammes.

Sur le profil d'un barrage réalisant la condition $n' = y$ on tracera la droite VV' suivant laquelle la maçonnerie travaille à vide à 10 kgs. Pour $K = 2,4$ cette droite coupe le parement amont, en V, à une profondeur $\mathrm{O\,V} = \frac{\rho_1}{K} = 41^{m}70$, et elle est parallèle au parement aval.

On tracera également la droite CC' correspondant à la même pression de 10 kgs. en charge. Cette droite coupe le parement aval en C sur l'horizontale passant par le point V, puisque sur une même base la pression maxima maximorum en charge est égale à la pression maxima à vide. Il est d'ailleurs facile de le vérifier analytiquement. Cette droite CC' fait un angle très faible avec la perpendiculaire au parement aval : avec $K = 2,4$ cet angle n'est que de $4^{o}\ {}^1/_2$.

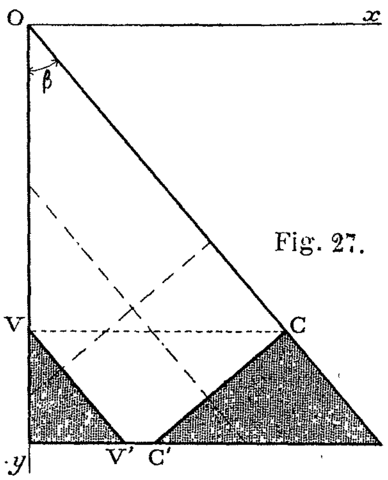

Fig. 27.

La partie teintée de la figure 27, limitée par les droites CC' et VV', représentera de la maçonnerie au mortier de ciment devant travailler à la compression à plus de 10 kgs, par c^{m2}.

La courbe lieu d'égale résistance au cisaillement se déterminerait de la même façon. Lorsque $n' = y$ cette courbe est encore une droite et son équation est, avec $f = 0,75$.

$$y = -\frac{4}{3}\rho'_1 + \left(1 + \frac{K}{3}\right)\frac{x}{\mathrm{tg}\,\beta} \qquad \text{en charge}$$

$$y = 4\frac{\rho'_1}{K} + \frac{x}{\mathrm{tg}\,\beta} \qquad \text{à vide}$$

Cette dernière droite est parallèle au parement aval et elle coupe le parement amont à la profondeur $y = 25^{m}$, pour $\rho'_1 = 15$ tonnes par ^{m2} et $K = 2,4$. Pour $\rho'_1 = 25$ elle se confondrait avec VV'.

Profil rectangulaire. — On a dans ce cas :

$$P = \left(K - \frac{y^2}{e^2}\right) y \qquad Q = 2\frac{y^3}{e^3}$$

$$P' = K - 3\frac{y^2}{e^2} \qquad Q' = \frac{6\,y^2}{e^3}$$

$$P'' = -\frac{6\,y}{e^2} \qquad Q'' = \frac{12\,y}{e^3}$$

$$n = \left(K - \frac{y^2}{e^2}\right) y + 2\frac{y^3}{e^3}x$$

$$t = 3\frac{y^2}{e^2}\left(1 - \frac{x}{e}\right)x$$

$$n_1 = y\left(1 - 3\frac{x^2}{e^2} + 2\frac{x^3}{e^3}\right)$$

t, qui est nul au parement amont, croît jusqu'à la valeur $t = \frac{3\,y\,2}{4\,e}$, correspondant à $x = \frac{e}{2}$, puis il décroît ensuite jusqu'à 0 au parement aval. Comme dans le cas du triangle on a :

$$3\frac{y^2}{e^2}\int_0^e \left(1 - \frac{x}{e}\right) x\,\mathrm{d}x = \frac{y^2}{2} = F$$

n_1 est égal à y sur le parement amont et il décroît d'une façon continue jusqu'au parement aval où il devient nul. Il n'y a donc nulle part de traction dans le sens horizontal.

La compression maxima A a pour valeur :

$$A = \frac{y}{2}\left\{ \begin{array}{c} \left(K - \frac{y^2}{e^2} + 1\right) + 2\frac{y^2}{e^2}\cdot\frac{x}{e} - 3\frac{x^2}{e^2} + 2\frac{x^3}{e^3} \\ + \left\{ \begin{array}{c} \left(K - \frac{y^2}{e^2} - 1 + 2\frac{y^2}{e^2}\cdot\frac{x}{e} + 3\frac{x^2}{e^2} - 2\frac{x^3}{e^3}\right)^{\frac{1}{2}} \\ + 36\frac{y^2}{e^2}\left(1 - \frac{x}{e}\right)^2\frac{x^2}{e^2} \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$A = \frac{y}{2}\left[\lambda + \varphi(z) + \sqrt{[\lambda' + \psi(z)]^2 + \gamma^2(1 - z)^2 z^2}\right]$$

en posant : $\frac{x}{e} = z$

A est une fonction toujours croissante de x.

Au parement amont on a $A = n'$ ou y, et le coefficient angulaire de la tangente à la courbe représentative y a pour valeur $2\frac{y^3}{e^3}$ ou 0, suivant que n' est plus grand ou plus petit que y. La dérivée seconde y est toujours positive.

Au milieu, pour $x = 1/2\,e$ on a :

$$A_{\frac{1}{2}} = \frac{y}{2}\left[K + \frac{1}{2} + \sqrt{\left(K - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\frac{y^2}{e^2}}\right]$$

Le coefficient angulaire de la tangente y est positif tandis que la dérivée seconde est négative.

La courbe A présente deux points d'inflexion et elle tourne sa concavité du côté de l'axe des x.

Au parement aval on a : $A = \left(K + \frac{y^2}{e^2}\right) y = n''$.

Le coefficient angulaire de la tangente y a pour valeur $2\frac{y^3}{e^3}$ et la dérivée seconde y est positive.

Si $n' = y$ et $K = 2,4$ la plus grande hauteur à laquelle on puisse monter est $y = 31^{m}60$; pour $n' = 0$, cette hauteur ne serait plus que de 25^{m}.

La compression minima B a pour valeur :

$$B = \frac{y}{2}\left[\lambda + \varphi(z) - \sqrt{[\lambda' + \psi(z)]^2 + \gamma^2(1-z)^2 z^2}\right]$$

Au parement amont on a $B = y$ ou n' et le coefficient angulaire de la tangente à la courbe y est égal à 0 ou a $2\frac{y^3}{e^3}$, suivant que n' est plus grand ou plus petit que y. La dérivée seconde est toujours négative.

Au parement aval on a $B = 0$, et le coefficient angulaire de la tangente y est nul.

La dérivée seconde, qui y a pour valeur :

$$\frac{d^2 B}{d x^2} = \frac{12\, y}{e^2}\left\{\frac{\frac{K}{2} - \frac{y^2}{e^2}}{K + \frac{y^2}{e^2}}\right\}$$

est positive ou négative suivant que $\frac{y^2}{e^2}$ est plus petit ou plus grand que $\frac{K}{2}$.

Au milieu, pour $x = 1/2\ e$, $z = 1/2$ on a .

$$B_{1/2} = \frac{y}{2}\left[K + \frac{1}{2} - \sqrt{\left(K - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\frac{y^2}{e^2}}\right]$$

qui est positif ou négatif suivant que $\frac{y^2}{e^2}$ est plus petit ou plus grand que $\frac{8}{9}K$.

Le coefficient angulaire de la tangente y est toujours négatif, tandis que la dérivée seconde est toujours positive.

Il est assez facile de déterminer le point où B peut devenir nul entre les deux parements, il suffit pour cela de poser :

$$\lambda + \varphi(z) = \sqrt{[\lambda' + \psi(z)]^2 + \gamma^2(1-z)^2 z^2}$$

En élevant au carré et développant il vient :

$$(3z^2 - 2z^3 - 1)\left[8\frac{y^2}{e^2}z + 4\left(K - \frac{y^2}{e^2}\right)\right] + 36\frac{y^2}{e^2}(1-z)^2 z^2 = 0$$

ou, en divisant par $(1-z)^2$ et ordonnant :

$$5\frac{y^2}{e^2}z^2 - 2Kz - \left(K - \frac{y^2}{e^2}\right) = 0$$

$$z = \frac{K + \sqrt{K^2 + 5\frac{y^2}{e^2}\left(K - \frac{y^2}{e^2}\right)}}{5\frac{y^2}{e^2}}$$

Pour que B soit partout positif il faut que z soit plus grand que, ou égal au moins à 1, ce qui exige que $\frac{y^2}{e^2} \leqslant \frac{K}{2}$.

Il faudra donc, pour qu'il n'y ait nulle part traction, que l'épaisseur e soit plus grande que, ou au moins égale à $y\sqrt{\frac{2}{K}}$ qui est plus grand que $y\sqrt{\frac{1}{K-1}}$.

La condition $n' = y$ n'est donc pas suffisante dans le cas du rectangle alors qu'elle l'était pour le triangle.

La force tangentielle maxima en un point donné a pour expression :

$$C = \frac{A - B}{2} = \frac{y}{2}\sqrt{[\lambda' + \psi(z)]^2 + \gamma^2(1-z)^2 z^2}$$

Au parement amont $C_0 = \pm\frac{n' - y}{2}$ suivant que n' est plus grand ou plus petit que y.

Au milieu $C = \sqrt{\left(K - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\frac{y^2}{e^2}}$.

Au parement aval $C = \frac{A}{2}$.

La fonction C est toujours croissante, ou bien elle décroît d'abord pour croître ensuite, de telle façon que sa plus grande valeur correspond toujours au parement aval.

Dés que la hauteur de la retenue dépasse 8 à 11 mètres, il faut faire intervenir le frottement.

Si l'on tient compte à la fois de la résistance au cisaillement et de la résistance au frottement, on doit avoir $C' \leqslant \frac{2\rho'}{y}$ avec :

$$C' = \sqrt{1 + f^2}\sqrt{[\lambda' + \psi(z)]^2 + \gamma^2(1-z)^2 z^2} - f[\lambda + \psi(z)]$$

Comme pour le triangle, nous prendrons $f = 0{,}75$ et $\rho' = 15$ tonnes par m². Il résulte que sur le parement aval ou $z = 0$, on a :

$$C'_0 = \frac{1}{2}\left(K - \frac{y^2}{e^2}\right) - 2 \qquad \text{ou bien} \qquad C'_0 = \frac{1}{2} - 2\left(K - \frac{y^2}{e^2}\right)$$

suivant que n' est plus grand ou plus petit que y.

C'_0 est toujours négatif lorsque $\frac{y^2}{e^2}$ est compris entre 4 et 1/4, par suite, la condition de non glissement est toujours réalisée dans la pratique, quelle que soit la hauteur y.

Au milieu on a :

$$C'_{\frac{1}{2}} = \frac{y}{4}\left[5\sqrt{\left(K - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\frac{y^2}{e^2}} - 3\left(K + \frac{1}{2}\right)\right]$$

La condition de non glissement est satisfaite pour toute valeur de y au plus égale à 18m50 pour $n' = 0$ et 26m50 par $n' = y$.

Sur le parement aval : $C' = y\left(K + \frac{y^2}{e^2}\right)\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)$

et la plus grande hauteur compatible est de 16m pour $n' = y$ et de 12m50 par $n' = 0$. Pour des hauteurs plus considérables il faut surélever la maçonnerie au-dessus du plan d'eau ou faire intervenir la résistance de la pierre au cisaillement.

A vide on a : $n' = n'' = n = Ky$

$$P' = K \qquad P'' = 0$$

$$Q = Q' = Q'' = 0$$

$$n' = 0 \qquad t = 0$$

$$A = n = Ky \qquad B = 0 \qquad C = \frac{K}{2}y$$

$$C' = Ky\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right)$$

La plus grande hauteur à laquelle on puisse monter est, au point de vue de la compression, de 50m. Si l'on ne considère que la résistance du mortier au cisaillement, cette hauteur doit être ramenée à 25 ou 33m.

Le rectangle emploie un volume de maçonneries double de celui du triangle et, malgré cela, il lui est inférieur au point de vue de la stabilité. Le rectangle ne devra donc s'employer que pour le couronnement des ouvrages.

(A suivre.) H. BELLET.