profils en long du Verdon, qui ont été levés, l'un en 1878, l'autre en 1899, nous avons pu calculer aussi exactement que possible le cube de gravier qui correspond à une période de 21 ans. Il en résulte que, en moyenne, le Verdon ne charrie que 50.000 m³ de gravier par an.

Comme le barrage de Quinson retiendra les graviers pendant encore fort longtemps, une centaine d'années probablement, on voit qu'il n'y a pas à se préoccuper de cette question pour le réservoir de Gréoulx.

Le Verdon est, il est vrai, la seule rivière pour laquelle il nous a été possible de déterminer par un mesurage direct le cube de gravier entraîné. Mais, en nous basant sur certaines observations, nous avons établi une méthode de calcul qui peut donner d'une façon plus ou moins approximative le cube du gravier charrié par d'autres rivières torrentielles.

Si le cube du gravier est relativement peu important, celui du limon tenu en suspension dans l'eau est, par contre, très grand. Ce cube peut être déterminé assez exactement en prenant tous les jours un échantillon d'eau, et en pesant le limon qu'il contient après l'avoir recueilli par décantation et filtration. Connaissant les débits journaliers de la rivière pendant une certaine période, on en déduira ensuite le cube de limon qu'elle aura transporté pendant le même temps.

Cette méthode a été appliquée à la Durance à Mirabeau, pendant un grand nombre d'années, par Hervé-Mangon. Elle a permis d'évaluer à cinq millions de mètres cubes environ le volume moyen du limon charrié annuellement par la Durance en ce point. Par comparaison, on peut estimer à 700.000 m³ le cube correspondant pour le Verdon à Quinson.

Ces chiffres montrent la nécessité d'évacuer le limon qui se déposera dans le réservoir de Gréoulx. En négligeant de le faire, la perte de capacité utile atteindrait environ sept millions de mètres cubes en dix ans, et trente-cinq millions en cinquante ans. Nous pensons que pour arriver à un dévasement efficace de ce réservoir, il ne sera pas suffisant d'employer les moyens qui ont été usités jusqu'à présent.

Le procédé classique, qui fonctionne avec succès en Espagne et en Algérie, consiste à ouvrir brusquement des évacuateurs de fond lorsqu'il n'y a plus qu'une faible hauteur d'eau dans le réservoir. Cette opération, combinée avec l'action des crues, est répétée un certain nombre de fois. Pour obtenir de bons résultats, il faut que le cours d'eau sur lequel est construit le barrage soit bien encaissé, et que la longueur du lac artificiel dans lequel se dépose le limon ne soit pas trop grande. Dans un réservoir de l'importance de celui de Gréoulx, il est de toute évidence que ce procédé ne donnerait pas des résultats suffisants, car l'appel des évacuateurs ne pourrait se faire sentir que dans une faible partie de la retenue et, d'autre part, l'action des crues dans le réservoir supposé vide serait peu efficace dans les parties où celui-ci comportera un fond large et plat, c'est-à-dire dans celles où la capacité utile sera la plus grande.

Pour compléter l'action des évacuateurs, il sera indispensable de recourir à des procédés mécaniques. On pourra, dans ce but, employer de puissantes dragues suceuses qui aspireront les vases, après les avoir soulevées par l'injection d'eau comprimée, et qui les refouleront de proche en proche, au moyen de bâches flottantes, dans la zone d'action des évacuateurs. Ces dragues pourront être actionnées électriquement par la force motrice de la chute du barrage.

Fonctionnement de la retenue. — Le réservoir de Gréoulx pourra emmagasiner un volume d'eau de 97 millions de

mètres cubes, qui sera largement suffisant pour faire face à une pénurie moyenne, et qui permettra de remédier presque complètement à une pénurie exceptionnelle, telle que celles de 1896 et 1906.

Le calcul des débits du Verdon, que nous avons pu faire avec une assez grande précision pour une période de vingt ans, nous a permis de conclure que l'alimentation du réservoir sera toujours bien assurée, même dans les années les plus sèches. On peut donc compter que celui-ci sera toujours plein au 1^{er} août, c'est-à-dire avant le commencement de la pénurie d'eau.

Avec un cube utile qui ne descendra jamais en-dessous de 90 millions de mètres cubes, on pourra augmenter le débit du Verdon, et par suite celui de la Durance :

de	17	26	34	m ³
pendant	60	40	30	jours

Dépense. — La dépense du barrage-réservoir de Gréoulx s'élève à douze millions de francs, dont la moitié sera supportée, comme nous l'avons expliqué, par les départements des Bouches-du-Rhône et de Vaucluse. En présence de cette contribution très importante, consentie par les intéressés, il paraît probable que le Parlement n'hésitera pas à déclarer d'utilité publique l'exécution, par l'Etat, des travaux du barrage-réservoir de Gréoulx.

Un projet de loi a été déposé dans ce but au mois d'avril dernier, mais il n'a pu être discuté avant la fin de la législature.

(A suivre.)

I. WILHELM.

Ingénieur en Chef des Ponts-et-Chaussées.

NOUVELLE MÉTHODE DE JAUGEAGE PAR FLOTTEURS

Il existe, dans l'état actuel de l'Hydraulique, un certain nombre de méthodes qui permettent de déterminer approximativement le débit d'un cours d'eau. Mais on conviendra qu'elles sont, pour la plupart, d'une application malaisée : elles exigent une mise en scène importante, un matériel de mesure onéreux, un doigté expérimental qui ne peut être que le privilège du spécialiste. Aussi, n'a-t-on recours à ces méthodes que dans d'exceptionnelles circonstances, lorsque la chute est d'assez grosse puissance pour justifier une sérieuse étude préalable, et la contribution de l'ingénieur hydraulicien.

Mais, bien souvent, la chute ne mérite pas qu'on se mette en frais. Et le débit en est déterminé suivant des procédés empiriques, issus quelquefois d'une lointaine tradition. C'est le cas, si fréquent, des petites chutes de montagne ; les indigènes les aménagent eux-mêmes, plus confiants en la mode du pays qu'en la science suspecte et coûteuse de l'ingénieur. C'est dire qu'ils gaspillent en pure perte l'eau du torrent dont ils méconnaissent la puissance latente, et leurs installations invraisemblables n'ont jamais qu'un rendement déplorable.

En attendant que les stations centrales aient étendu leur emprise jusque dans ces petites vallées, il ne paraît pas inutile de venir en aide à l'ingéniosité simpliste de leurs populations. Celles-ci, d'ailleurs, prises d'une récente émulation, sont disposées à sacrifier leurs recettes séculaires, et à adopter des procédés plus techniques, propres à assurer une meilleure utilisation de leurs chutes. Encore faut-il que ces procédés leur soient d'une compréhension simple et d'une exécution facile.

C'est dans cette unique pensée d'assistance technique que nous croyons devoir présenter une méthode de détermination des débits, encore inédite, croyons-nous. Elle est d'une extrême simplicité, et il nous semble qu'elle pourrait être d'une utile contribution à l'aménagement des chutes de montagne.

Cette méthode nous a été suggérée dans des circonstances assez pittoresques pour mériter d'être citées.

Il existe, en haute terre ariégeoise, un grand nombre de bourgades qui détiennent leur prospérité de la seule initiative privée. Toutes les chutes, si minimales soient-elles, échelonnées sur le parcours de la Thuys, affluent capricieux de l'Ariège, ont été asservies par les indigènes. La force extraite du flot est une ressource si précieuse pour la mise en œuvre des petites industries locales, qu'en plusieurs endroits les riverains se partagent jalousement l'eau du torrent.

En amont des prises d'eau, sur une longueur d'environ dix mètres, une cloison formée de l'assemblage de quelques poutres est établie sur le milieu du lit, à égale distance des deux rives. La rivière se trouve ainsi divisée en deux bras d'égale section. Mais ceci ne suffit pas à leur assurer le même débit, car l'une des voies peut avoir une vitesse d'écoulement plus grande que l'autre. Les propriétaires, intéressés jusqu'à prétendre à un partage rigoureux, décèlent cette différence, que le seul aspect des nappes superficielles ne suffit pas à rendre appréciable, au moyen de l'expérience plus probante que voici.

Fig. 1.

Une planche est jetée transversalement d'une rive à l'autre, à quelque distance de l'origine de la cloison (fig. 1); à l'origine même, il se produit de tels remous, dus au choc du courant contre la cloison, que l'opération en serait incommodée. En marge de la planche, près du bord aval, l'on dispose une mince rangée de confettis.

L'on fait ensuite vivement basculer la planche autour de ce bord. Les confettis tombent à la surface de l'eau; ils y sont entraînés à la dérive, et leur vitesse est la même que celles des filets qui les véhiculent. C'est dire que dans chacune des voies d'eau, ils vont plus vite au milieu que près des bords. Ils y dessinent, après quelques secondes, une courbe mouvante dont la convexité va s'accroissant. Mais au même instant, on peut considérer les deux courbes comme caractéristiques du régime des vitesses dans les deux voies d'eau. On peut même avancer qu'elles embrassent une surface d'autant plus étendue qu'elles correspondent à une vitesse moyenne d'écoulement plus grande. C'est du moins la signification

que leur attribuent, pour les besoins de la cause, ces hydrauliciens improvisés de la montagne. De l'inégalité apparente des surfaces comprises entre le bord aval de la planche et chacune des courbes figurées par les confettis, ils concluent à une inégalité de même sens des débits; et cette conclusion a toute chance, en général, d'être vraie, malgré que l'expérience des confettis ne se rapporte en réalité qu'aux nappes superficielles.

Pour corriger la différence ainsi rendue sensible, le riverain le moins favorisé creuse le lit de son canal, de manière à lui donner, à partir du seuil, une plus grande déclivité; ce qui a pour effet sans doute d'accroître la vitesse d'écoulement de l'eau, mais aussi de réduire la hauteur disponible de chute. Il n'empêche que le partage est considéré comme définitif lorsque l'épreuve des confettis, renouvelée, donne lieu à des courbes aussi semblables que possible de forme et d'étendue.

Si le lit de la rivière est constitué par une roche trop dure pour être entaillée, on procède autrement. On agit directement sur l'orientation du courant. En amont immédiat de la région de partage, on établit contre les rives des blocs de maçonnerie, ou plus simplement des monceaux de roche. Ces obstacles, convenablement disposés, déterminent des reflux assez forts pour désorienter le cours primitif de l'eau. On règle leur effet jusqu'à ce que le débit de la rivière se distribue également de part et d'autre de la cloison.... au dire des confettis.

Cette expérience des confettis, d'une simplicité si expressive, méritait d'être reprise sous une forme plus systématique, se prêtant à la mesure elle-même des débits.

Nous avons dit que la courbe dessinée par les confettis à un instant donné est caractéristique du régime transversal des vitesses. Malheureusement, cette courbe se déforme, et il est matériellement impossible de la fixer. D'ailleurs, les confettis sont plus ou moins épars, et il serait difficile de décrire leur trajectoire moyenne. Enfin, cette courbe n'exprime jamais que le régime des vitesses superficielles de l'eau.

Il importait donc de lui substituer une courbe *stable* et *linéaire*, que l'on puisse relever sans difficulté et avec exactitude. Il importait aussi d'imaginer un mode opératoire faisant intervenir l'ensemble des vitesses de tous les filets de la rivière. La méthode qui suit semble répondre à ces conditions.

Principe de la méthode — Nous évaluerons le débit de la rivière en le considérant comme égal au produit de la section *HL* du courant par sa vitesse moyenne *U*.

La méthode consiste à déterminer cette vitesse moyenne en combinant la méthode ordinaire du flotteur avec une méthode funiculaire dérivée de l'expérience rudimentaire des confettis.

La méthode du flotteur donne la vitesse moyenne d'une tranche verticale du courant. La méthode funiculaire, exposée ci-après, donne d'autre part la vitesse moyenne des tranches horizontales. En les complétant l'une par l'autre, on conçoit qu'on puisse obtenir une approximation supérieure.

MÉTHODE FUNICULAIRE

Proposons-nous d'abord de déterminer la vitesse moyenne de l'eau dans une seule nappe d'épaisseur très petite parallèle à la surface libre. Nous chercherons ensuite à totaliser les vitesses moyennes des différentes nappes de manière à en déduire la vitesse moyenne globale du courant.

Nous admettons que, dans la région d'essai, l'eau se déplace parallèlement aux rives, et sans accélération sensible.

Au niveau de la nappe, dont il s'agit de mesurer la vitesse moyenne, nous fixons aux rives les extrémités d'un fil fin homogène et parfaitement souple (*), dont la longueur soit plus grande que la largeur L de la rivière. La ligne droite passant par les points d'attache doit être normale à la direction d'écoulement.

Le fil, entraîné par le courant, se tend et se dispose en équilibre dans le plan de la nappe. Il y dessine une courbe plus ou moins dissymétrique dont la forme est évidemment fonction du régime transversal des vitesses pour la nappe considérée. On conçoit, en conséquence, qu'il soit possible d'en déduire la vitesse moyenne.

Relation entre la forme du fil et le régime transversal des vitesses. — Nous allons établir qu'il existe une relation simple entre la forme de la courbe et le régime des vitesses.

L'expérience montre que le fil se tend à peu près horizontalement sous l'action entraînante du courant. Tout se passe comme si son poids était exactement équilibré par la réaction verticale de l'eau; et l'on peut dire que la forme d'équilibre du fil dépend de la seule poussée horizontale du courant. La poussée qui s'exerce en chaque point du fil est, évidemment, une force parallèle à la direction du courant, et d'autant plus intense que la vitesse de l'eau au point considéré est plus grande.

Définissons cette force. Pour cela, nous subdivisons la nappe agissant sur le fil en filets infiniment minces, parallèles à la direction du courant.

Considérons l'un quelconque F de ces filets frappant un élément de fil incliné sur sa direction (fig. 2). Par suite de cette inclinaison, l'eau du filet *tend* à glisser suivant MG , le long du fil. Mais ce glissement

Fig. 2.

ne peut se produire: car le fil étant continu, tous les filets qui le rencontrent s'opposent mutuellement au glissement tangentiel de leurs molécules. Celles-ci n'ont d'autre issue que de contourner le fil par dessus et par dessous, et elles *tendent* évidemment à le franchir par la voie la plus courte, c'est-à-dire en suivant la circonférence de section droite MN .

En définitive, le filet considéré étant sollicité d'une part de glisser suivant MG et d'autre part de se dévier suivant MN , doit contourner le fil suivant une direction intermédiaire et, vraisemblablement, suivant sa propre direction MD . Il suffit d'ailleurs d'observer l'aspect de l'eau incidente pour constater qu'il en est bien ainsi.

Dès lors, l'impulsion f exercée sur le fil est aussi dirigée suivant la direction naturelle du filet, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du fil.

Cherchons la relation de grandeur existant entre cette impulsion et la vitesse. Pour cela, nous subdivisons la nappe d'eau agissant sur le fil en filets infiniment minces.

Quel que soit le mode d'écoulement des molécules liqui-

des (mouvement tourbillonnaire ou translation plus ou moins vagabonde à travers la masse d'eau mouvante), nous supposons que toutes les molécules liquides comprises, à un instant donné, dans une même section droite d'un filet ont, suivant ce filet, une vitesse moyenne de translation constante. Cette vitesse caractéristique de chaque filet varie d'ailleurs de l'un à l'autre suivant une loi continue.

L'expression de la force f , en fonction de la vitesse v , ainsi définie, s'obtient en appliquant à l'élément de fil frappé par le filet F la formule bien connue qui donne l'action exercée par un liquide en translation rectiligne sur un corps immergé (*):

$$f = k s v^2$$

dans laquelle v est la vitesse du liquide, s la projection du corps sur un plan normal à la direction d'écoulement, et k un coefficient qui dépend de la forme du corps immergé.

Nous aurons donc ici, en désignant par d le diamètre du fil, et par ε l'épaisseur du filet considéré :

$$f = k d \varepsilon v^2 \quad (1)$$

Le chemin curviligne MD suivi par les divers filets à la surface du fil diminue de longueur depuis les points d'attache du fil jusqu'en son milieu, et il semble que le coefficient k doit varier un peu le long du fil. En réalité les éléments percutés par des filets d'égale largeur offrent au glissement superficiel des molécules liquides des surfaces de contact équivalentes. Aussi peut-on admettre que la variation possible du coefficient k est infime, et nous le considérerons comme constant sur toute la longueur du fil.

Ceci posé, on peut faire abstraction du mouvement ambiant de l'eau, et considérer le fil comme en équilibre statique dans un milieu immobile, sous la seule action des forces f équivalentes à ce mouvement. Formulons la loi d'équilibre dans de telles conditions.

Fig. 3.

Rapportons la courbe d'équilibre du fil à deux axes de coordonnées pris dans la nappe, l'un Ox passant par les points d'attache, l'autre Oy mené perpendiculairement à Ox dans le sens de l'écoulement de l'eau (fig. 3).

Considérons l'élément de fil de longueur ds , percuté par le filet liquide de vitesse v comme matériellement indépendant du reste du fil. Cet élément est en équilibre autonome

(*) A l'amont du corps immergé s'exerce ce que Dubuat appelle une *pression vive*, et à l'aval une *non pression*. La différence de ces forces, projetée sur la direction du mouvement, est proportionnelle au carré de la vitesse du fluide et à la section du contour apparent du corps immergé.

(*) Un fil à coudre ordinaire satisfait parfaitement à ces conditions.

sous l'action : 1° de la force f , et 2° des deux forces de tension T et T' appliquées tangentiellement aux extrémités de l'élément, et tenant lieu de la liaison matérielle de l'élément avec le reste du fil.

La somme algébrique de la projection de ces forces sur chacun des axes doit être nulle. On aura donc :

$$\text{sur } Ox : -T \frac{dx}{ds} + \left[T \frac{dx}{ds} + d \left(T \frac{dx}{ds} \right) \right] = 0,$$

équation qui se réduit à :

$$d \left(T \frac{dx}{ds} \right) = 0; \quad (2)$$

$$\text{sur } Oy : f - T \frac{dy}{ds} + \left[T \frac{dy}{ds} + d \left(T \frac{dy}{ds} \right) \right] = 0,$$

équation qui se réduit à :

$$f + d \left(T \frac{dy}{ds} \right) = 0,$$

ou, en tenant compte que $f = k d v^2 dx$,

$$k d v^2 dx + d \left(T \frac{dy}{ds} \right) = 0 \quad (3)$$

Éliminons entre les équations de projection (2) et (3) la tension inconnue T . Nous aurons une équation différentielle en x et y qui sera l'équation d'équilibre du fil.

De l'équation (2) on tire :

$$T \frac{dx}{ds} = c,$$

c étant une constante d'intégration positive,

$$\text{et de là : } T = c \frac{ds}{dx}$$

Substituant dans (3), il vient :

$$k d v^2 dx + d \left(c \frac{ds}{dx} \cdot \frac{dy}{ds} \right) = 0,$$

relation que nous écrirons :

$$v^2 + \frac{c}{kd} \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0,$$

ou, plus simplement :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \left(\frac{v}{K} \right)^2, \quad (4)$$

$$\text{en posant : } K^2 = \frac{c}{kd} \quad (5)$$

Telle est l'équation différentielle remarquablement simple qui relie la configuration du fil au régime des vitesses.

Si l'on convient de définir, en première analyse, le degré de concavité de la courbe en un point par la valeur de la dérivée seconde $\frac{d^2 y}{dx^2}$ on voit :

1° Qu'en valeur absolue, le degré de concavité est proportionnel au carré de la vitesse d'écoulement en chaque point. C'est dire que la courbe sera sensiblement rectiligne dans les zones de vitesse très petite ; elle présentera au contraire son maximum de courbure dans la zone la plus rapide. C'est ce que vérifie l'expérience. Près des rives, où l'eau se meut lentement, le fil présente deux brins à peu près rectilignes, au lieu qu'il est le plus incurvé au milieu même du courant :

2° Qu'en valeur algébrique le degré de concavité est constamment de même signe. C'est dire que la courbe

tourne en tout point sa concavité en sens inverse du courant, sans inflexion possible (*).

Pour un courant idéal, dont la vitesse d'écoulement serait la même dans toute l'étendue de la nappe, tous les filets exerceraient sur le fil la même action f , et l'équation différentielle de la courbe serait :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \text{constante},$$

l'équation intégrale serait de la forme :

$$y = Ax^2 + Bx.$$

On reconnaît l'équation d'une parabole, d'axe parallèle à Oy (**).

Dans le cas d'un courant à vitesse lente, et par conséquent à peu près uniforme, l'expérience montre que la courbe du fil est effectivement une parabole légèrement déformée.

Détermination graphique de la vitesse moyenne. —

Étant donnée la relation différentielle (4), il reste à en déduire la vitesse moyenne de la nappe :

$$u = \frac{1}{L} \int_0^L v dx. \quad (6)$$

Supposons qu'on ait relevé expérimentalement la courbe d'équilibre Y du fil (fig. 3). Comme on ne peut évidemment expliciter sous forme algébrique la fonction y de x représentée par cette courbe, la relation (4) ne peut permettre de formuler analytiquement v en fonction de x , et le calcul de la vitesse moyenne par intégration n'est pas possible.

Il n'est heureusement pas indispensable d'avoir recours à la détermination algébrique de la fonction y ; il suffit d'opérer sur la représentation graphique elle-même. Voici comment.

Il est facile de déduire de la courbe Y la courbe *dérivée première* Y' représentant en fonction de x le coefficient angulaire $\frac{dy}{dx}$ de la tangente à Y . Il suffit d'employer le dispositif graphique suivant (fig. 4), qui permet de passer rapidement des différents points de Y aux points homologues de Y' .

Portons sur AB un segment AP représentant, à l'échelle des coordonnées, l'unité de longueur. Pour transformer un point M de Y , il suffit de mener la parallèle AM_1 à la tangente MT , dont le coefficient angulaire est ainsi représenté par le segment PM_1 ; en reportant ce segment sur l'ordonnée du point M , on a, en position, l'homologue M' de M .

La position du segment *unité* peut être quelconque sur AB , on pourra la choisir de telle sorte que le tracé des parallèles aux tangentes se fasse le plus commodément possible

(*) Bien entendu, s'il se produit près des rives des remous importants, il peut arriver que l'eau remonte en sens inverse du courant principal et détermine une inflexion du fil.

Dans ce cas, le signe négatif de v disparaissant dans v^2 , il faut poser explicitement, pour tous les filets rétrogrades :

$$f = -k d v^2.$$

Si l'on introduit cette expression négative dans le calcul, on en conclut que, sur toute la longueur du brin exposé au reflux,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = + \left(\frac{v}{K} \right)^2.$$

Ainsi la théorie s'accorde avec l'expérience pour démontrer que le brin peut tourner sa concavité dans le sens du courant, et se raccorder inflexionnellement au reste du fil.

(**) C'est la courbe des ponts suspendus, et non pas une chaînette car dans l'hypothèse d'une vitesse uniforme, les forces f sont égales, pour des valeurs égales de dx , et non pas de ds .

En pratique, il suffit de transformer quelques points essentiels pour obtenir rapidement la courbe Y' . En particulier le point S' , situé sur l'axe AB , s'obtient immédiatement, car il correspond au sommet S de la courbe Y . De même les points extrêmes A' et B' , car ils sont déterminés par les tangentes aux points d'attache A et B .

Bien que la tangente soit tracée avec plus ou moins de certitude, les erreurs se compensent d'un point à l'autre et, dans son ensemble, la construction de Y' peut se faire assez exactement.

En opérant sur Y' comme on vient de le faire pour Y , on peut déduire la courbe *dérivée seconde* Y'' représentant, en fonction de x , le coefficient angulaire $\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)$ de la tangente à Y' .

Dans le cas d'un canal rectiligne, de section symétrique et à l'abri du vent, l'écoulement est régulier, et la répartition des vitesses est symétrique par rapport à l'axe médian SS' . Dans ce cas, les courbes Y , Y' et Y'' sont aussi symétriques par rapport à cet axe (c'est le cas de la figure 4).

Mais, si les conditions précédentes ne sont pas remplies, la répartition des vitesses n'est plus symétrique, et l'ordonnée SS' du point culminant de la courbe Y n'est plus au milieu de AB . En outre, le sommet S'' de la courbe Y'' peut ne plus se trouver sur cette ordonnée SS' ; pour s'en rendre compte, il suffit de considérer le cas limite où la vitesse serait maxima en A ou en B . Dans ce cas le sommet S'' serait situé sur l'ordonnée limite correspondante, alors que le point culminant du fil se produirait dans l'intervalle AB .

Afin de diminuer les risques d'erreur, il y a intérêt à ce que les diverses courbes soient aussi arquées que possible. Pour la courbe Y , on réalisera cette condition en donnant au fil une longueur suffisante. Quant aux courbes Y' et Y'' , si elles ne sont pas naturellement arquées, on amplifiera l'échelle de leurs ordonnées en prenant une base AP supérieure à l'unité de longueur; mais il faudra introduire les coefficients d'amplification dans les formules, ce qui n'est d'aucune difficulté.

Ces constructions effectuées, si l'on se reporte à la formule (4), on voit que la courbe Y'' représente également en fonction de x la variation de la quantité $\left(\frac{v}{K} \right)^2$. Si donc on réduit les ordonnées à leur racines carrées $\frac{v}{K}$, on obtient une nouvelle courbe C qui n'est autre, au facteur près, que la courbe figurative des vitesses.

La surface S de l'aire comprise entre cette courbe C et l'axe AB sera proportionnelle à la vitesse moyenne cherchée. On a en effet :

$$S = \int_0^L \frac{v}{K} dx,$$

et, d'autre part :

$$u = \frac{1}{L} \int_0^L v dx.$$

On en conclut, K étant constant :

$$u = K \frac{S}{L}. \quad (7)$$

Il suffit donc de mesurer cette surface, suivant l'un des procédés habituels, pour en déduire la vitesse moyenne.

Mais ceci suppose encore qu'on ait fixé la valeur du facteur K , qui résulte en partie de la constante d'intégration c , laissée jusqu'ici arbitraire.

Le principe de cette détermination est le suivant. Si a est l'ordonnée de la courbe C qui correspond au filet de vitesse v , on a par construction :

$$a = \frac{v}{K}.$$

Il suffira donc de mesurer la vitesse v de l'un des filets, ainsi que l'ordonnée correspondante a de la courbe C , pour en déduire la valeur de K . Or, le relevé expérimental de la vitesse n'est possible simplement que pour la vitesse maxima du courant. C'est donc cette vitesse V que l'on déterminera en pratique. Il lui correspondra l'ordonnée maxima A de la courbe C , et l'on aura :

$$K = \frac{V}{A} \quad (8)$$

La mesure de V n'offre aucune difficulté s'il s'agit de la nappe superficielle de la rivière.

On abandonne un corps léger au fil le plus rapide du courant, et l'on relève sa vitesse sur un parcours de plusieurs mètres. On reprend cette mesure un certain nombre de fois, la moyenne des plus fortes valeurs relevées donne très approximativement la vitesse maxima.

Il n'en est plus de même dans le cas d'une nappe sous-jacente. Il est en effet matériellement impossible de réaliser un flotteur d'une densité telle qu'il se maintienne constamment en suspens au niveau de la nappe expérimentée.

Nous allons voir que la difficulté se résout implicitement lorsqu'on applique la méthode du fil à la mesure du débit total de la rivière.

Mesure du débit. — Le débit est donné par la relation :

$$Q = H L U \quad (9)$$

Or la vitesse moyenne U de la rivière peut-être considérée comme égale à la moyenne des vitesses moyennes u de chacune des nappes constituantes. Si l'on rapporte ces nappes successives à un axe vertical Oz , on a :

$$U = \frac{1}{H} \int_0^H u dz. \quad (10)$$

Mais, en tenant compte des expressions (7) et (8) de u et de K ,

$$u = K \frac{S}{L} = \frac{S}{AL} V \quad (11)$$

Par suite :

$$U = \frac{1}{HL} \int_0^H \frac{S}{A} V dz. \quad (12)$$

D'où :

$$Q = \int_0^H \frac{S}{A} V dz \quad (13)$$

Lorsque l'on peut opérer sur une portion rectiligne d'un cours d'eau tranquille, et à écoulement régulier, la courbe funiculaire reste sensiblement la même pour les diverses nappes horizontales. La coïncidence est parfaite, surtout si l'on a pu au préalable rectifier le lit et les rives dans la région d'essai. Dans ce cas, le rapport $\frac{S}{A}$ reste constant pour toutes les nappes, et l'on peut écrire :

$$Q = \frac{S}{A} \int_0^H V dz, \quad (14)$$

ou encore :

$$Q = H \frac{S}{A} \times \frac{1}{H} \int_0^H V dz.$$

Mais l'expression $\frac{1}{H} \int_0^H V dz$ n'est autre que la moyenne V_m des vitesses maxima dans les différentes nappes, de sorte que le débit Q est finalement donné par l'expression :

$$Q = H \frac{S}{A} V_m \quad (15)$$

Une expérience simple permet d'ailleurs de déterminer directement la vitesse maxima moyenne V_m .

Pour mesurer V_m , on abandonne dans la zone la plus rapide du courant, un flotteur cylindrique de diamètre extérieur aussi uniforme que possible. Ce sera, par exemple, un bâton à parois lisses ou un tube creux. L'une des extrémités sera lestée d'un poids convenable de manière qu'elle puisse atteindre le fond de la rivière, mais sans le toucher toutefois. L'extrémité supérieure doit à peine émerger au-dessus de la surface libre, de façon à ne pas donner prise à la résistance de l'air ou au vent.

Le flotteur est entraîné à la dérive et, dès qu'il est en vitesse uniforme, il présente dans le sens du courant une inclinaison constante. Il est alors sollicité sous la même incidence par les filets liquides qui l'entraînent.

Il est d'usage d'en conclure que ces filets actifs communiquent au flotteur une vitesse égale à la moyenne de leurs vitesses propres, et, conséquemment, un peu supérieure à la vitesse moyenne de la zone. Car le flotteur ne pouvant atteindre exactement le fond de la rivière, les nappes inférieures du courant, c'est-à-dire les moins rapides, ne contribuent pas à son entraînement.

Ce raisonnement est en réalité paradoxal.

Imaginons un flotteur idéal occupant toute la hauteur de l'eau. Sous l'action des filets d'inégales vitesses qui le sollicitent, il prend une vitesse intermédiaire V' . Il s'en suit que les filets F_s de vitesse V_s supérieure à V' , exercent sur le flotteur une poussée accélératrice

$$\int_{F_s} k (V_s - V')^2 dz,$$

k étant un coefficient linéaire dépendant du diamètre du flotteur, de l'état de sa surface et de la nature de l'eau (claire ou limoneuse).

Les filets F_i de vitesse V_i inférieure à V' opposent au contraire une résistance

$$\int_{F_i} k (V_i - V')^2 dz.$$

Le flotteur se déplaçant avec une vitesse uniforme, la résultante de ces actions opposées est nulle.

On a donc :

$$\int_{F_s} k (V_s - V')^2 dz = \int_{F_i} k (V_i - V')^2 dz$$

ou

$$\int_{F_s} (V_s - V')^2 dz = \int_{F_i} (V_i - V')^2 dz.$$

C'est d'ailleurs cette relation qui détermine la vitesse de translation V' du flotteur.

Si l'on effectue le calcul en admettant une variation parabolique de la vitesse des filets,

$$V = V_0 + az - bz^2,$$

et pour des valeurs normales des coefficients a et b , on trouve que cette vitesse de translation V' est inférieure à la vitesse moyenne des filets, elle-même évaluée au moyen de l'intégrale :

$$\frac{1}{H} \int_0^H V dz.$$

En pratique, l'insuffisante longueur du flotteur ayant pour effet de lui communiquer une vitesse de translation supérieure à V' , on conçoit qu'il existe une certaine profondeur d'immersion pour laquelle cette vitesse de translation coïncidera avec la vitesse moyenne de la zone.

On trouve (*) que cette égalité se trouve réalisée, dans des conditions normales d'expérience, pour une profondeur d'immersion égale à 0,94 H .

Or, c'est généralement la dimension adoptée. Il s'en suit que l'imperfection apparente de l'expérience du flotteur contribue au contraire à son exactitude.

Il suffira donc de mesurer la vitesse de déplacement du flotteur pour obtenir très approximativement la vitesse maxima moyenne V_m du courant. Bien entendu, il faut avoir soin de faire plusieurs mesures successives et de prendre la moyenne des valeurs relevées.

(A suivre.)

H. BUREAU,

Licencié ès-sciences Physiques et Mathématiques
Ingénieur au Laboratoire Central d'Electricité

APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ

LA COMMANDE ÉLECTRIQUE DES MACHINES À PAPIER

Les moteurs actionnant les machines à fabriquer le papier, dites machines continues, doivent répondre à des exigences très particulières. Afin d'en mieux faire ressortir la nature, nous allons d'abord énumérer très brièvement les principaux organes dont se composent ces appareils.

La pâte à papier à l'état très fluide commence par traverser un épurateur à battements, qui peut être composé de trommels en tôle perforée, animés d'un mouvement de rotation lent et d'un mouvement transversal saccadé, qui rejettent les impuretés trop grosses pour les traverser.

La pâte est ensuite déversée sur une toile métallique sans fin, possédant une vitesse d'avancement régulière et animée en même temps d'un mouvement transversal alternatif brusque, qui a pour but de faire s'égoutter une certaine partie de l'eau ; une autre partie est aspirée à travers la toile métallique par des bouches en relation avec des pompes de dépression.

(*) Voir *Annales des Ponts-et-Chaussées*, 1882, 2^e semestre, page 69.
Voir aussi FLAMANT. *Hydraulique (Encyclopédie des Travaux publics)*, édition 1909, page 365.