on en conclut d'autre part, que :

$$\Sigma' = \int_0^T t^2 dy = \frac{T^2}{D_1^2}\int_0^{D_1} y^2 dy = \frac{T^2}{D_1^2}\cdot\frac{D_1^3}{3} = \frac{T^2 D_1}{3}$$

Dans ces conditions, l'erreur ΔV_m a pour valeur :

$$\Delta V_m = \frac{\gamma'\varphi}{H}\left(\frac{1}{2}\,\frac{T^2 D_1}{3} - \frac{1}{3}\,T\,\frac{TD_1}{2}\right) = 0$$

Ainsi l'erreur ΔV_m, nulle dans le cas idéal où la courbe Z serait une droite, sera d'autant plus faible que l'aire Σ diffère moins de l'aire triangulaire O_1EE_1 correspondante.

Dans nos différents essais, l'écart ne dépassait pas ± 1 pour 100.

En adoptant la formule (20), l'expression du débit devient :

$$Q = H.\frac{S}{A}\,\frac{2}{T^2}\cdot\Sigma = 2\,\frac{S}{A}\,\frac{H}{T^2}\,\Sigma. \qquad (21)$$

(A suivre.)

H. BUREAU,
Licencié ès-sciences Physiques et Mathématiques
Ingénieur au Laboratoire Central d'Electricité

AMÉNAGEMENT DES CHUTES

CALCUL DU DIAMÈTRE ÉCONOMIQUE DES CONDUITES FORCÉES

L'article que nous avons publié sous ce titre, dans le numéro de mars de cette Revue, comporte une faute d'impression, et deux erreurs qui nécessitent une rectification. Ces deux erreurs n'affectent en rien la règle que nous avions énoncée à la page 67 sur la condition d'économie, mais elles faussent complètement la formule (12) relative au diamètre. D'autre part, certains points de cet article nécessitent quelques développements, notamment sur la justification de la formule (2) que nous avons indiquée pour le calcul du poids total d'une conduite forcée.

Dans ces conditions, étant donné l'importance du sujet, et pour la clarté de l'exposition, il nous paraît nécessaire de reprendre complètement cette question. Ce nouvel exposé nous permettra, d'ailleurs, de donner une expression du diamètre économique à la fois plus simple et plus correcte.

Nous nous bornerons, comme nous l'avions fait, à l'étude d'une conduite uniformément inclinée.

Poids d'une conduite uniformément inclinée. — Dans l'article précédent, nous avions indiqué la formule suivante pour le calcul du poids total de la conduite forcée

$$P = 1{,}3 HD^2L$$

Dans laquelle H représente la hauteur de chute, D le diamètre et L la longueur totale en mètres.

Voici l'explication de cette formule :

Si on admet que tous les tronçons soient d'égale longueur, la loi de croissance des épaisseurs est linéaire ; l'épaisseur moyenne sera donc la moyenne arithmétique des épaisseurs extrêmes, ce sera par suite l'épaisseur correspondant à la charge $H/2$. Le poids total d'une conduite uniformément inclinée, de longueur L, et de charge maxima H, sera donc le même que celui d'une conduite *horizontale* de longueur L et de charge $H/2$. Le problème revient, en somme, à calculer le poids de cette conduite horizontale. Soient : e son épaisseur, et δ le poids spécifique de l'acier. Le poids de cette conduite est donné par la relation :

$$P = \pi D e \delta L$$

mais, si D et H sont exprimés en mètres, et si R, taux de travail du métal, est exprimé en kgs par mm², l'épaisseur e est donnée ici, en millimètres, par la relation :

$$e = \frac{D\,\frac{H}{2}}{2R}$$

Par suite, le poids de la conduite, exprimé en kilogrammes, est :

$$P = \frac{\pi\delta}{4000\,R}\cdot HD^2L = KHD^2L \qquad (1)$$

Le poids du m³ d'acier étant de 7 700 kgs, et le taux R de travail généralement adopté étant de 7 kgs, la valeur du facteur constant K serait donc théoriquement égale à 0,86. Une première majoration est nécessaire pour tenir compte des rivets et recouvrements, dont le facteur de majoration admis est de 1,16 environ (pour les tuyaux à brides, relativement courts, ce facteur de majoration peut atteindre 1,4), de sorte que K devient égal à :

$$0{,}86 \times 1{,}16 = 1$$

Le poids cherché serait donc, en kilogrammes : $P = HD^2L$.

Mais les formules précédentes conduisent à une épaisseur nulle pour $H = 0$; d'autre part, les conditions de rigidité du tuyau imposent une épaisseur minima à l'origine. Pour tenir compte de cette dernière majoration, on peut admettre, d'une manière générale, la relation :

$$P = 1{,}3 HD^2L \qquad (2)$$

dont les résultats concordent sensiblement avec ceux des barèmes des chaudronniers.

Calcul du diamètre économique. — Nous appellerons f le prix en francs de la tonne d'acier, et t le taux d'amortissement et d'intérêt par franc. Les dépenses annuelles peuvent alors se mettre sous la forme :

$$S = M + X = M + aD^2$$

où M représente les dépenses fixes indépendantes de la conduite, et X la partie variable des dépenses (intérêt et amortissement de la conduite), avec, ici :

$$a = 0{,}0013\,HLtf \qquad (5)$$

La perte de charge est donnée, comme précédemment, par la relation :

$$h = 0{,}00243\,\frac{Q^2L}{D^5}$$

La dépense annuelle, correspondant aux frottements dans la conduite, est donc :

$$Y = \frac{b}{D^5} \qquad (10)$$

en posant : $b = 0{,}0243\;v\;Q^3\;L$ (11)

v étant toujours le prix du cheval-an

L'expression des frais annuels est donc

$$F = M + \left(a\,D^2 + \frac{b}{D^5}\right) = M + z$$

La solution cherchée devant rendre F minimum, il faut que :

$$\frac{dz}{dD} = 2aD - \frac{5b}{D^6} = 0$$

d'où :

$$D = \sqrt[7]{\frac{5b}{2a}} = \sqrt[7]{46{,}73\,\frac{vQ^3}{Htf}} \qquad (12)$$

Mais on peut admettre, comme nous l'avions indiqué, que, d'une façon générale, $t = 0{,}1$. D'ailleurs, une variation notable de ce facteur n'a pas une influence sensible sur la valeur de D, par suite de la racine septième. En portant cette valeur dans l'équation précédente, on trouve finalement :

$$D = 2{,}4 \sqrt[7]{\frac{vQ^3}{Hf}} \qquad (12)'$$

On vérifierait d'ailleurs aisément que la règle que nous avions énoncée, après M. Arthur S. Adams, subsiste sans modifications, savoir : *La conduite forcée la plus économique est celle pour laquelle la valeur de l'énergie perdue annuellement par frottement est égal aux deux cinquièmes du coût annuel de l'intérêt et de l'amortissement.*

Remarque. — Il peut arriver que, pour de hautes chutes et de gros débits, l'épaisseur correspondant au diamètre trouvé soit incompatible avec les possibilités de construction. Dans ce cas, il faut augmenter le nombre des tuyaux, de manière à réduire le diamètre, et par suite l'épaisseur maxima.

Soit alors n le nombre des tuyaux, d leur diamètre, q le débit qui passe dans chacun d'eux, et soit x l'amortissement annuel, et y le manque à gagner résultant de la perte par frottements. On a :

$$X = nx = nad^2 \qquad (4)'$$

$$Y = ny = n\frac{b}{d^5} \qquad (10)'$$

La condition du minimum de dépense est encore satisfaite lorsque :

$$d = \sqrt[7]{\frac{5b}{2a}} = 2{,}4 \sqrt[7]{\frac{vq^3}{Hf}}$$

mais, comme $q = \frac{Q}{n}$

Il reste simplement : $d = D\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{7}}$ (13)

On cherchera alors quel est le nombre minimum n de tuyaux qui est nécessaire pour que l'épaisseur e reste dans les limites de la pratique.

Ainsi, par exemple, si l'on a : $H = 560$ m., $Q = 1{,}4$ m³, $L = 2\,000$ m., $f = 450$ fr. et $v = 200$ fr. la formule (12') donne :

$$D = 2{,}4 \times 0{,}4166 = 1 \text{ mètre.}$$

Mais alors l'épaisseur e' à la base serait

$$e' = \frac{560 \times 1}{2 \times 7} = 40 \text{ mm.}$$

Or, l'on ne peut songer à dépasser pratiquement 20 mm. Il faut donc, puisque e est proportionnel à D, que l'on ait

$$\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{7}} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad n = 2^{7/3} = 5{,}039$$

soit donc $n = 5$, d'où $q = 0{,}280$ m³.

et $d = 1^{\text{m}} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{7}} = \frac{1^{\text{m}}}{1{,}9932} = 0^{\text{m}}5017$

On constituera la conduite forcée au moyen de 5 tuyaux de 0m50 de diamètre.

Le poids de chaque conduite est de 364 tonnes, et le prix annuel d'amortissement x est de 16380 francs, dont les 2/5 font 6552 francs.

La perte de charge de chaque conduite est de 12m19; la perte de puissance de 34,13 chevaux, et le manque à gagner correspondant y de 6826 francs, c'est-à-dire très sensiblement les 2/5 de l'amortissement annuel de la conduite, la très légère différence provenant de ce que nous avons pris pour d un nombre rond.

Il est bien entendu que les résultats ainsi trouvés ne donnent qu'une solution approchée du problème. C'est ainsi que, en serrant le problème de plus près, on constaterait qu'il serait plus avantageux d'augmenter le diamètre au sommet pour le diminuer à la base, réalisant ainsi une conduite à diamètre variable, sujet sur lequel nous reviendrons dans un prochain article.

On pourrait aussi n'employer qu'une ou deux conduites à plus grand diamètre à la partie supérieure, et augmenter ensuite le nombre des conduites à la partie inférieure. La marche à suivre resterait la même, le calcul serait seulement un peu plus long.

L. PIERRE,
Ingénieur-électricien. I.E.G.

BERNARD BRUNHES

La mort de M. Bernard BRUNHES émeut bien douloureusement *La Houille Blanche* qui perd en lui un ami très précieux, venu à elle dès la première heure en lui apportant toute sa confiance et n'ayant cessé, depuis sa fondation, de lui fournir l'aide inestimable de son agissante sympathie.

M. Brunhes était une personnalité en vue du monde scientifique ; il laisse des travaux remarquables. Hautement estimé des savants qui furent ses maîtres, ses collègues et ses amis, de ses camarades, de ses élèves et de tous ceux que le contact de son noble et grand esprit captiva, nous lui devons rendre le pieux hommage de dire ici quelle a été sa vie si tôt brisée, mais si bien remplie.

Bernard Brunhes naquit à Toulouse, aîné d'une famille de sept enfants, le 3 juillet 1867. Après de brillantes études au lycée de Toulouse, puis à celui de Dijon, il fut, en 1886, simultanément reçu à l'Ecole Polytechnique et à l'Ecole Normale supérieure où il entra avec le n° 2. Au mois d'août 1889, il en sortait, étant admis premier aux examens de l'agrégation des sciences physiques. De tels débuts dans la carrière scientifique dénotent une intelligence d'élite servie par une remarquable puissance de travail.

Attaché comme préparateur au Laboratoire que dirige M. Bouty, à la Sorbonne, le jeune physicien entreprend alors ses premières recherches ; elles portent sur « la réflexion interne dans les cristaux » et, en 1892, font l'objet d'une thèse de doctorat qui, selon la propre expression de M. Bouty, est la « preuve d'une maîtrise précoce ».

Pendant ces années de formation dans le plus élevé des milieux scientifiques, les dons de l'intelligence n'étouffent point les qualités du cœur chez le brillant lauréat. Il n'est pas celui qui apprend pour conquérir des diplômes, « arriver », se faire une situation enviable ; non, il veut savoir, et pour satisfaire son esprit sans cesse fixé sur un problème à résoudre, et pour faire avancer la Science, bienfaitrice de l'Humanité. Il n'est pas seulement le disciple faisant honneur au maître ; il est encore, et autant qu'on peut l'être, le bon camarade. Dans sa famille surtout, il se montre bien « l'aîné » profondément dévoué à ses frères qu'il guide par son exemple. Puis, à cet âge où d'habitude on demande aux plaisirs une distraction du cerveau tendu sur les abstractions les plus ardues, Brunhes, lui, se délasse en s'intéressant à des œuvres sociales au sein desquelles la fermeté de ses sentiments chrétiens opère le plus bienfaisant effet.

Il débute dans l'enseignement supérieur, en 1893, comme