Cour de Cassation lui défend même de se clore d'après la propriété du lit qu'elle lui attribue.

Mais si l'on veut, pour attacher une barque, enfoncer dans la partie du lit qui lui revient et qui est en face de sa rive, un poteau d'arrimage qui sera permanent, et permettra de laisser toujours et pour tout le temps cette barque attachée au rivage, son droit de propriété lui permet de faire enlever ce poteau. Il en est absolument de même, en ce qui concerne l'espace aérien qui se trouve au-dessus de mon champ. D'une part je n'ai aucune possibilité d'empêcher ceux qui empruntent l'air comme moyen de transport, et, d'autre part, leur passage ne laissant aucune trace dommageable, je ne puis me plaindre d'un préjudice pour le fait accompli. Mais, au contraire, le fil placé d'une façon permanente, finirait par devenir une servitude troublante pour ma tranquillité et menaçante par les ruptures possibles, il constitue un fait permanent qui est interdit.

Or, il peut y avoir un intérêt manifeste à obliger le propriétaire à laisser placer des poteaux et des supports, en lui permettant de réclamer une juste et préalable indemnité.

Aussi la loi a-t-elle prévu que l'on pourrait obtenir, par décret du Président de la République, la *déclaration d'utilité publique* qui, avant la loi de 1906, était rigoureusement impossible. La commune d'Allevard qui avait insisté pour l'obtenir, ainsi que la commune de Sassenage, a reçu à la date du 11 février 1896, une réponse négative et très formelle de M. le Ministre des Travaux Publics.

Aujourd'hui, la déclaration est possible, mais cela n'a encore été tenté qu'une fois, par la commune de Sannois, dans le département de Seine-et-Oise ; et ce peu d'enthousiasme pour une formule cependant si commode, provient uniquement des lenteurs extrêmes qui sont nécessaires pour obtenir un décret.

Mais une fois obtenu, ce décret donne à l'électricien l'avantage de pouvoir, moyennant une indemnité fixée par le juge de paix, établir à demeure des supports et ancrages pour les conducteurs aériens d'électricité, faire passer des fils au-dessus des propriétés privées, couper les branches d'arbres qui, se trouvant à proximité, pourraient occasionner des court-circuits.

⁂

Messieurs, il faut conclure.

Vous avez dû, comme moi, entendre dire que, dans les conférences économiques, artistiques, littéraires, l'orateur doit attacher une importance considérable à la pensée par laquelle il termine : le mot de la fin, paraît-il, vaut, à lui seul, tous ceux qui le précèdent, à la condition que, par un effet de perspective, il prolonge dans l'esprit de l'auditeur l'impression ressentie et fasse naître des idées profondes, vastes et nouvelles...

Je me réjouis de n'avoir pas eu à vous faire une conférence mondaine, car une péroraison aussi compliquée aurait été au-dessus de mes forces ; au contraire, je suis heureux de pouvoir terminer, comme j'ai commencé, par une idée bien terre-à-terre, que vous pardonnerez à ma brusquerie de vieil Allobroge.

Sur ma route, il m'arrive souvent de rencontrer deux types d'électriciens essentiellement différents.

Le premier a généralement la colère dans le cœur et l'imprécation sur les lèvres ; il tempête contre l'Administration, ses lenteurs, puérilités ou mesquineries ; mais lorsqu'étant calmé, il me permet de l'interroger, il n'est point rare que je trouve ses dossiers très mal préparés, ou que lui-même me révèle une ignorance à peu près complète de la loi de 1906 et des décrets qui y font suite ; de telle sorte qu'il ne sait pas dans quel bureau il peut trouver le dossier qui dort, ou surexciter le zèle d'un agent assoupi. Il attend, et même il ne sait point attendre patiemment ; mais comme il sent son infériorité, il est mécontent de tout le monde, parce qu'au fond il est mécontent de lui-même.

Au contraire, je rencontre souvent un autre type d'électricien, et je me réjouis de le voir adopté par l'ingénieur sortant de votre Institut. Celui-ci évite les récriminations, mais il prépare ses dossiers administratifs avec l'exactitude et la minutie qu'il apporte à la rédaction des problèmes les plus compliqués de mécanique ou de physique ; il s'est assimilé l'esprit et la lettre des quelques textes d'ailleurs très courts qui lui sont nécessaires ; et lorsqu'il survient un retard, comme il connaît la filière administrative, il devine où il est survenu, ainsi qu'on devine sur une ligne bien surveillée quel est l'interrupteur qui, en se brisant, a causé une mise à la terre.

Si vous avez un choix à faire entre les deux types, je vous conseille de prendre le second. Vous me direz sans doute qu'il exige une tension d'esprit constante et un soin minutieux du moindre détail ; mais dans l'industrie, l'énergie intellectuelle de l'Ingénieur ne peut s'accommoder d'un courant alternatif, et ne doit connaître que le courant continu...

HYDRAULIQUE

DES COUPS DE BÉLIER DANS LES CONDUITES

Note au sujet de l'emploi des réservoirs d'air pour atténuer les coups de bélier dans le cas d'une fermeture brusque, et sur l'emploi d'une disposition permettant d'en réduire considérablement les dimensions.

Par le Comte De Sparre,

Doyen de la Faculté Catholique des Sciences de Lyon

M. le Comte De Sparre *a remis à la* Commission des Turbines *l'intéressante étude qui suit et dont nous sommes heureux de donner la primeur à nos lecteurs.*

I

L'emploi des réservoirs d'air pour atténuer l'effet des coups de bélier, a été très généralement abandonné ; il est cependant des cas où ils pourraient rendre de grands services en les corrigeant, ainsi que je vais le faire voir, de certains de leurs défauts.

On ne peut d'abord songer à les employer ni dans le cas des basses chutes à très grand débit, parce que l'on serait conduit à leur donner des dimensions inacceptables, ni dans celui des très hautes chutes, parce que la pression de l'air y atteindrait une valeur par trop élevée [1], mais dans les limites où ils sont acceptables ils présentent ces deux avantages de fonctionner sans aucun intermédiaire et de ne pas occasionner par leur fonctionnement des pertes de liquide, ainsi que le font les *by-pass*, ou vannes compensées. Ce dernier point est en particulier très important dans le cas, qui

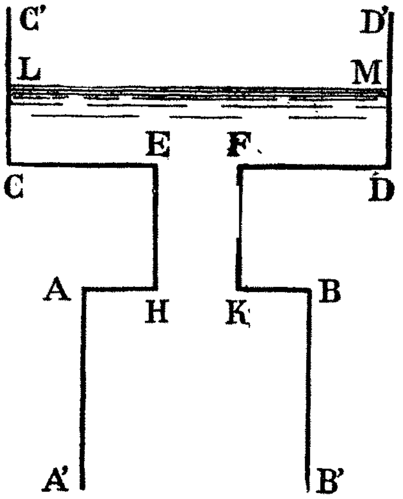
[1] Il semble à ce point de vue qu'une hauteur de 400 m., correspondant à une pression de 40 atmosphère, soit une limite que l'on ne saurait dépasser.

semble devoir devenir assez fréquent, d'une accumulation hydraulique destinée à fournir un supplément d'énergie pour le passage des pointes.

On leur fait toutefois les deux reproches généraux suivant : d'une part, au début de leur action, la pression qu'ils opposent au mouvement de l'eau dépasse très peu la pression statique, de sorte que si leur présence retarde le moment où le coup de bélier maximum se produit, il lui laisse prendre une valeur très supérieure à celle qu'il aurait atteinte si la résistance opposée au mouvement de l'eau était constante pendant toute la durée de son action. D'autre part, l'élasticité de l'air étant presque parfaite, la majeure partie de la force vive possédée par l'eau est simplement, pendant la période de compression, emmagasinée par l'air du réservoir à l'état d'énergie potentielle. Cette énergie est ensuite rendue au liquide, pendant la période suivante, et elle lui communique une vitesse en sens contraire, il en résulte une série d'oscillations qui persistent jusqu'à ce qu'elles aient été amorties par le frottement des parois et la viscosité du liquide.

Ces oscillations sont un obstacle au réglage des turbines, elles exposent à de dangereuses résonances et produisent le phénomène connu sous le nom de pompage très nuisible pour la résistance des conduites.

Le but de la présente note est d'indiquer un dispositif très simple qui permet de faire prendre au coup de bélier une valeur déterminée sensiblement constante dès le début et pendant toute la durée de l'action du réservoir et qui, de plus, en amenant une destruction rapide de la force vive possédée par l'eau, supprime les oscillations dont nous venons de parler et les inconvénients qui en résultent.



Ce dispositif consiste à réunir l'extrémité de la conduite A'ABB', dont la section est S, au réservoir d'air CC'D'D, dont la section σ est supposée plus grande que S, par une tubulure HEFK, de section s plus petite que S et dont nous déterminerons le diamètre d'une façon convenable.

Nous nous bornerons à étudier ce qui se passe dans le cas d'une fermeture totale brusque et si nous traitons le problème d'abord, en négligeant la dilatation du tuyau et la compression du liquide, nous le reprendrons ensuite en tenant compte, par la méthode de M. Allievi, de ces deux circonstances et montrant les petites modifications qu'il y a par suite lieu d'introduire dans les premiers résultats obtenus.

II

Comme nous l'avons dit, désignons par S la section de la conduite, par σ celle du réservoir (1), et par s celle de la tubulure reliant la conduite au réservoir.

Nous supposons qu'à l'état de régime la pression en AB dans la conduite, et par suite aussi dans le réservoir, soit exprimée en hauteur d'eau, égale à $\frac{p_0}{\pi} + H$, p_0 étant la pression atmosphérique, π le poids spécifique du liquide et H la hauteur de chute. Si, à l'état de régime, l'eau s'élève dans le réservoir jusqu'en LM, désignons par U le volume du réservoir au-dessus de LM.

Supposons maintenant que l'on ferme brusquement et d'une façon complète le distributeur, la pression dans le tuyau en AB devient :

$$\frac{p_0}{\pi} + H(1 + z)$$

et la vitesse dans la conduite devient v. Dans le tube de communication, la vitesse sera w et l'équation de continuité, puisque, pour le moment, nous négligeons la dilatation du tuyau, et la compression du liquide nous donnera :

$$sw = Sv \tag{1}$$

Calculons maintenant la pression dans le réservoir à un instant quelconque, en prenant $t=0$ au moment où on a fermé le distributeur.

Le volume de l'air dans le réservoir étant U à l'instant initial, il sera à l'instant t :

$$U - \int_0^t swdt = U - \int_0^t Sv\,dt$$

en vertu de l'équation (1).

Si donc p_1 est la pression à cet instant, on aura :

$$\frac{p_1}{\pi}\left(U - \int_0^t Sv\,dt\right) = \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right) U$$

d'où :

$$\frac{p_1}{\pi} = \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right) \frac{U}{U - \int_0^t Sv\,dt}$$

Posons maintenant :

$$U = S\lambda \tag{2}$$

nous aurons :

$$\frac{p_1}{\pi} = \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)\left(1 - \frac{1}{\lambda}\int_0^t v dt\right)^{-1}$$

Supposons maintenant $\frac{1}{\lambda}$ assez petit pour que nous puissions négliger les termes $\frac{1}{\lambda^2}$ devant l'unité, condition qui est nécessaire si on veut que le coup de bélier ne puisse prendre qu'une valeur restreinte, on pourra alors prendre :

$$\frac{p_1}{\pi} = \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)\left(1 + \frac{1}{\lambda}\int_0^t v\,dt\right) \tag{3}$$

Nous admettrons maintenant que le réservoir a une section σ assez grande pour que la vitesse de l'eau puisse y être regardée comme négligeable ; ceci étant, la pression dans la veine liquide en EF pourra être considérée comme égale à la pression dans le réservoir.

D'ailleurs, le phénomène d'ajutage qui se produit à l'entrée de l'eau dans la tubulure HEFK occasionne une perte de charge qui sera égale à (1) :

$$\alpha \frac{w^2}{2g}$$

α étant un facteur constant qui, si le coefficient de contraction était à peu près égal à 0,62, serait sensiblement $\frac{1}{2}$; mais le diamètre de la tubulure ne surpassant pas très notablement celui de la conduite, le coefficient de contraction

(1) Que nous supposons aussi cylindrique.

(1) Voir Flamant : *Hydraulique*, troisième édition, p. 78.

sera notablement plus fort, et il est probable qu'il faudra prendre pour α une valeur voisine de 0,30, valeur obtenue expérimentalement par Bazin dans des conditions un peu analogues.

Ceci étant, le théorème de Bernoulli appliqué entre une section de la conduite voisine de AB et la section EF de la tubulure, nous donnera, en tenant compte de la perte de charge dont nous venons de parler :

$$\frac{w^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{p_0}{\pi} + H(1 + z) - \frac{p_1}{\pi} - \frac{\alpha w^2}{2g} \quad (3')$$

C'est-à-dire en tenant compte de la valeur (3) de p_1 :

$$\frac{w^2}{2g}(1 + \alpha) - \frac{v^2}{2g} = Hz - \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)\frac{1}{\lambda}\int_0^t v dt \quad (4)$$

On a d'ailleurs, en vertu de l'équation de continuité :

$$w = \frac{Sv}{s} \quad (5)$$

de sorte que l'équation (4) devient :

$$v^2\left[\frac{S^2}{s^2}(1+\alpha) - 1\right] = 2g\left[Hz - \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)\frac{1}{\lambda}\int_0^t v\,dt\right] \quad (6)$$

D'autre part, le théorème des forces vives appliqué au mouvement de l'eau dans la conduite donne, l étant la longueur de la conduite (¹) :

$$\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} = -zH \quad (7)$$

L'équation (6) devient donc :

$$v^2\left[\frac{S^2}{s^2}(1 + \alpha) - 1\right] = 2g\left[-\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} - \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)\frac{1}{\lambda}\int_0^t v dt\right]$$

Posons maintenant :

$$m = \frac{S^2}{s^2}(1 + \alpha) - 1, \quad (8)$$

$$n = \frac{2g}{\lambda}\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right), \quad (9)$$

$$y = \int_0^t v\,dt \quad (10)$$

l'équation précédente deviendra :

$$my'^2 + 2ly'' + ny = 0 \quad (11)$$

Mais si on pose de nouveau :

$$u = y'^2 \quad (12)$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{du}{dy} = 2y'y''\frac{dt}{dy} = 2y''$$

L'équation (11) devient :

$$\frac{du}{dy} + \frac{m}{l}u + \frac{n}{l}y = 0 \quad (12)$$

d'où l'on déduit :

$$u = \frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right) + Ce^{-\frac{m}{l}y}$$

(¹) Voir *La Houille Blanche*, septembre 1904 : « Note au sujet des coups de bélier », page 303.

D'ailleurs pour $y = 0$ on doit avoir :

$$u = v_0^2$$

On en déduit :

$$C = v_0^2 - \frac{nl}{m^2}$$

et nous aurons en fin de compte, puisque $u = y'^2$:

$$y'^2 = v^2 = \frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right) + \left(v_0^2 - \frac{nl}{m^2}\right)e^{-\frac{m}{l}y} \quad (13)$$

Le coup de bélier à un instant quelconque est :

$$\zeta = Hz = -\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} = -\frac{l}{2g}\frac{du}{dy}$$

et (13) donne par suite :

$$\zeta = \frac{nl}{2gm}\left[1 + \left(\frac{m^2v_0^2}{nl} - 1\right)e^{-\frac{my}{l}}\right] \quad (14)$$

et on déduit de cette relation :

$$\frac{d\zeta}{dy} = -\frac{n}{2g}\left(\frac{m^2v_0^2}{nl} - 1\right)e^{-\frac{my}{l}} \quad (15)$$

A l'instant initial le coup de bélier est :

$$\zeta_0 = \frac{mv_0^2}{2g}$$

On est alors conduit à distinguer trois cas :

1° $\quad m^2v_0^2 > nl$

Dans ce cas $\frac{d\zeta}{dy}$ est négatif et le coup de bélier décroît depuis l'instant initial où il est ζ_0 jusqu'à l'instant final qui correspond à $u = 0$.

2° $\quad m^2v_0^2 = nl$

Dans le cas $\frac{d\zeta}{dt} = 0$ et le coup de bélier est constant et égal à ζ_0 depuis l'instant initial jusqu'à celui où $u = 0$.

3° $\quad m^2v_0^2 < nl$

Dans ce cas, le coup de bélier croît depuis l'instant initial où il est égal à ζ_0 jusqu'à l'instant final où $u = 0$.

A cet instant, on a en vertu de (13) :

$$\left(1 - \frac{m^2v_0^2}{nl}\right)e^{-\frac{my}{l}} = \frac{m}{l}\left(\frac{l}{m} - y\right) = 1 - \frac{my}{l} \quad (15')$$

et la formule (14) donnera alors pour la valeur maximum correspondante ζ_m du coup de bélier :

$$\zeta_m = \frac{ny}{2g} \quad (16)$$

Posons maintenant :

$$z = \frac{my}{l} \quad (17)$$

l'équation (15) devient :

$$1 - z = \left(1 - \frac{m^2v_0^2}{nl}\right)e^{-z} \quad (18)$$

Puisque nous supposons, dans le cas présent :

$$\frac{m^2v_0^2}{nl} < 1$$

nous poserons :

$$\left.\begin{aligned} \frac{m^2v_0^2}{nl} &= 1 - \beta \\ z &= 1 - x \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

et nous supposerons β et x assez petits pour que l'on puisse négliger les termes en β^2 et en x^2, l'équation (18) devient alors :

$$x = \beta e^{-1+x} = \frac{\beta}{e} e^x$$

ou avec l'approximation convenue :

$$x = \frac{\beta}{e}$$

et par suite :

$$z = 1 - \frac{\beta}{e} \tag{20}$$

La valeur (16) du coup de bélier maximum peut d'ailleurs s'écrire :

$$\zeta_m = \frac{nl}{2gm} z = \frac{nl}{2gm}\left(1 - \frac{\beta}{e}\right)$$

On déduit d'ailleurs de la première des relations (19) aux termes en β^2 près :

$$\frac{1}{m} = \frac{v_0}{\sqrt{nl}}\left(1 - \beta\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{v_0}{\sqrt{nl}}\left(1 + \frac{\beta}{2}\right)$$

Nous aurons donc en définitive aux termes en β^2 près :

$$\zeta_m = \frac{\sqrt{nl}\, v_0}{2g}\left[1 + \beta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{e}\right)\right] \tag{21}$$

Mais comme :

$$\frac{2}{e} = 0{,}7358$$

cette relation peut s'écrire :

$$\zeta_m = \frac{\sqrt{nl}}{2g} v_0 \left(1 + 0{,}1321\, \beta\right) \tag{22}$$

Nous voyons donc que si on suppose la conduite et le réservoir invariable, ce qui suppose que m varie seul, n et l restant constants.

1° Si

$$m^2 v_0^2 > nl$$

on aura pour le coup de bélier maximum :

$$\zeta_m = \frac{m v_0^2}{2g} > \frac{v_0 \sqrt{nl}}{2g}$$

2° Si

$$m^2 v_0^2 = nl$$

on aura pour le coup de bélier maximum :

$$\zeta_m = \frac{m v_0^2}{2g} \qquad \text{ou :} \qquad \zeta_m = \frac{v_0 \sqrt{nl}}{2g} \tag{22'}$$

3° Si

$$m^2 v_0^2 < nl$$

on aura, d'après ce que nous venons de voir :

$$\zeta_m = v_0 \frac{\sqrt{nl}}{2g}\left(1 + 0{,}1321\, \beta\right) > v_0 \frac{\sqrt{nl}}{2g}$$

Donc, en définitive, pour un réservoir et une conduite donnée, le coup de bélier maximum sera le plus petit possible si l'on a :

$$m^2 v_0^2 = nl$$

et, dans ce cas, il est égal à :

$$v_0 \frac{\sqrt{nl}}{2g}$$

De sorte qu'en remplaçant n par sa valeur (9) on a pour la plus petite valeur ζ'_m du coup de bélier maximum :

$$\zeta'_m = v_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right) l}{2g\lambda}} \tag{23}$$

Il est facile de se rendre compte de l'avantage qu'il y a à adopter la disposition que nous avons indiquée et qui consiste à réunir le réservoir à la conduite par une tubulure de plus faible diamètre que cette dernière et calculée comme nous venons de le dire.

Supposons en effet que l'on supprime la tubulure, nous aurons alors :

$$s = S \qquad \alpha = 0$$

et on en déduit :

$$m = 0$$

L'équation (11) devient par suite :

$$y'' + \frac{n}{2l} y = 0$$

d'où, en remarquant que :

$$y'_0 = v_0 \qquad y_0 = 0$$

on déduit :

$$y = v_0 \sqrt{\frac{2l}{n}} \sin \sqrt{\frac{n}{2l}}\, t$$

On en conclut que la valeur maximum y_m de y est :

$$y_m = v_0 \sqrt{\frac{2l}{n}}$$

et la valeur correspondante du coup de bélier, qui sera sa valeur maxima ζ''_m sera :

$$\zeta''_m = \frac{n y_m}{2g} = v_0 \frac{\sqrt{2nl}}{2g}$$

ou, en remplaçant n par sa valeur :

$$\zeta''_m = v_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right) l}{g\lambda}}$$

Si on compare cette valeur à celle de ζ'_m donnée plus haut, on voit que l'on a :

$$\zeta''_m = \zeta'_m \sqrt{2}$$

De plus, si on veut, dans le cas actuel, modifier les dimensions du réservoir, de façon que le coup de bélier garde la même valeur, c'est-à-dire de façon que ζ''_m soit égal à ζ'_m, il faudra prendre pour λ une valeur double.

Donc, la disposition que nous avons indiquée permet de réduire de moitié la capacité du réservoir d'air pour une valeur donnée du coup de bélier maximum.

En résumé, si l est la longueur de la conduite, H la hauteur de chute, S la surface de la section droite de la conduite, s celle de la tubulure reliant la conduite au réservoir, σ celle du réservoir, supposé également cylindrique, L sa longueur, α un coefficient numérique [1], on devra, si on néglige la dilatation du tuyau et la compression du liquide, prendre :

$$m = \frac{\sqrt{nl}}{v_0} \tag{24}$$

[1] Très probablement voisin de 0,3, mais au sujet duquel une détermination plus exacte serait désirable.

ou :

$$m = \frac{S^2}{s^2}(1+\alpha) - 1$$

$$n = \frac{2g}{\lambda}\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)$$

$$\lambda = \frac{\sigma L}{S}$$

Si on suppose que le diamètre du réservoir, supposé comme nous l'avons dit, cylindrique [1], est égal à q fois celui de la conduite, on aurait :

$$\sigma = q^2 S$$

et par suite :

$$L = \frac{\lambda}{q^2} \tag{25}$$

Avec ce choix, le coup de bélier maximum sera égal à :

$$\frac{mv_0^2}{2g} = v_0 \frac{\sqrt{nl}}{2g} = v_0 \sqrt{\frac{l\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)}{2g\lambda}}$$

Si la fermeture brusque se produisait sans réservoir d'air, le coup de bélier serait, d'après la théorie de M. Allievi, égal à :

$$\frac{av_0}{g}$$

a étant la vitesse de propagation.

Si nous voulons que la présence du réservoir d'air réduise le coup de bélier à $\frac{1}{\mu}$ de ce qu'il serait sans cela, on devra avoir :

$$v_0 \sqrt{\frac{l\left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)}{2g\lambda}} = \frac{av_0}{\mu g}$$

d'où l'on tirera :

$$\lambda = \frac{\mu^2 g l \left(\frac{p_0}{\pi} + H\right)}{2a^2} \tag{26}$$

$$n = \frac{4a^2}{\mu^2 l} \tag{27}$$

Dans ces formules, on peut, pour simplifier les calculs, prendre :

$$g = 10 \qquad \frac{p_0}{\pi} = 10$$

On aura, par suite, en vertu de la formule (25) :

$$L = \frac{10\mu^2 l (H + 10)}{2a^2 q^2} \tag{28}$$

Si, par exemple, on suppose :

$$a = 1250, \quad l = 500, \quad H = 190, \quad q = 4, \quad \mu = 10$$

nous trouvons :

$$L = 2$$

On aura, d'ailleurs, pour calculer le diamètre de la tubulure devant réunir la conduite au réservoir, en vertu des formules (24), (27) et (8) :

$$m = \frac{2a}{\mu v_0} = \frac{S^2}{s^2}(1+\alpha) - 1$$

d'où :

$$s = S\sqrt{\frac{1+\alpha}{\frac{2a}{\mu v_0} + 1}}$$

mais si d est le diamètre de la tubulure, et D celui de la conduite :

$$\frac{s}{S} = \frac{d^2}{D^2}$$

et par suite :

$$d = D \sqrt[4]{\frac{1+\alpha}{\frac{2a}{\mu v_0} + 1}} \tag{29}$$

Dans le cas particulier considéré plus haut, en prenant $\alpha = 0{,}3$ et $v_0 = 1$, il viendra :

$$d = D \sqrt[4]{\frac{1{,}3}{251}} = 0{,}26888\, D$$

Si par exemple $D = 0^{m}5$, on aura $d = 0^{m}134$.

On voit donc qu'un réservoir d'une longueur de 2 m., établi dans les conditions que nous venons d'indiquer, et de diamètre égal à quatre fois celui de la conduite, réduirait le coup de bélier maximum au dixième de sa valeur sans le réservoir d'air. Si le même réservoir n'était pas relié à la conduite par une tubulure établie dans les conditions que nous venons d'indiquer, on serait obligé, pour obtenir le même résultat, de lui donner une capacité double.

Calculons maintenant la force vive perdue pendant la période de compression de l'air.

Pour cela nous remarquerons que la masse de liquide μ qui entre pendant le temps dt dans le réservoir est :

$$\mu = \frac{\pi}{g} S v\, dt$$

Cette masse de liquide, qui avait dans la conduite la vitesse v, a éprouvé d'abord à l'entrée de la tubulure une perte de force vive égale à $\mu\alpha w^2$, puis, à l'entrée du réservoir, elle éprouve une seconde perte de force vive égale à μw^2 [1], de sorte que la perte totale de force vive pendant le temps dt sera :

$$\frac{\pi}{g} S v w^2 (1+\alpha)\, dt = \frac{\pi S^3}{g s^2} v^3 (1+\alpha)\, dt$$

La perte de force vive totale, depuis l'instant initial jusqu'au moment où la vitesse devient nulle, est donc égale à :

$$\frac{\pi S^3}{g s^2}(1+\alpha)\int_0^{t_1} v^3 dt$$

t_1 étant la valeur de t pour laquelle v est nul.

Mais comme nous avons :

$$dy = v\, dt$$

la force vive perdue peut aussi s'écrire [2] :

$$\frac{\pi S^3}{g s^2}(1+\alpha)\int_0^{y_1} y'^2 dy$$

Mais dans le cas où

$$m^2 v_0^2 = nl$$

(1) Si le réservoir n'était pas cylindrique, on aurait : $\lambda = \frac{U}{S}$, U étant le volume du réservoir.

(1) Nous considérons en effet la force vive conservée par l'eau dans le réservoir comme négligeable.

(2) y_1 étant la valeur de y pour $v = 0$.

comme nous le supposons, on a, par la formule (13) :

$$y'^2 = v^2 = \frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right)$$

$$y_1 = \frac{l}{m}$$

Nous avons donc, pour la force vive perdue, pendant la compression :

$$\frac{\pi S^3}{g s^2}(1+\alpha)\int_0^{\frac{l}{m}} \frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right) dy = \frac{\pi S^3 (1+\alpha)}{2 g s^2}\frac{n l^2}{m^3}$$

Mais l'on a :

$$1 + m = \frac{S^2}{s^2}(1+\alpha) \qquad nl = m^2 v_0^2$$

De sorte que nous avons en définitive pour la force vive perdue pendant la compression :

$$\frac{\pi S l}{2g} v_0^2 \left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

Mais

$$\frac{\pi S l}{g} v_0^2$$

est la force vive totale possédée au début par l'eau de la conduite et comme $\frac{1}{m}$ sera en général très petit, on voit qu'au moment où v devient nul, la force vive perdue est sensiblement égale à la moitié de la force vive initiale (1). La disposition indiquée a donc, en dehors de l'avantage de réduire de moitié la capacité du réservoir, celui d'amener une destruction rapide de la force vive possédée par l'eau de la conduite, et, par suite, en réduisant considérablement les oscillations, de supprimer les risques de résonnance, ainsi que du phénomène connu sous le nom de pompage, si nuisible à la résistance des conduites.

Proposons-nous maintenant de calculer le temps de la compression.

Supposons d'abord que nous soyons dans le cas où

$$m^2 v_0^2 = nl$$

On a alors par l'équation (13) :

$$y'^2 = v^2 = \frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right)$$

d'où :

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right)}$$

d'où et par suite :

$$dt = \sqrt{\frac{m}{n}}\frac{dy}{\sqrt{\frac{l}{m} - y}}$$

d'où, la valeur initiale de y étant nulle :

$$t = \sqrt{\frac{m}{n}}\int_0^y \frac{dy}{\sqrt{\frac{l}{m} - y}} = 2\sqrt{\frac{m}{n}}\left[\sqrt{\frac{l}{m}} - \sqrt{\frac{l}{m} - y}\right]$$

On aura alors pour le temps total T de la compression qui correspond à $y = \frac{l}{m}$

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{n}} \tag{30}$$

ou puisque

$$m^2 v_0^2 = nl$$

$$T = \frac{2l}{m v_0} \tag{31}$$

Supposons maintenant que nous ayons (1) :

$$\frac{m^2 v_0^2}{nl} = 1 - \beta \tag{32}$$

où β est positif mais assez petit pour que nous puissions, comme nous l'avons fait plus haut, négliger les termes en β^2, nous aurons par la formule (13) :

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{n}{m}\left(\frac{l}{m} - y\right) + \left(v_0^2 - \frac{nl}{m^2}\right)e^{-\frac{m}{l}y}}$$

ou, en vertu des relations (17) et (19) :

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{n}{l}}\sqrt{1 - z - \beta e^{-z}}$$

Soit alors :

$$u = 1 - z - \beta e^{-z}$$

Si β est petit, cette expression est nulle pour une valeur de z voisine de 1 ; posons, par suite, dans cette hypothèse :

$$z = 1 - \eta$$

en convenant de négliger les termes en η^2. On aura alors pour déterminer η l'équation :

$$\eta - \beta e^{-1+\eta} = \eta - \frac{\beta}{e}(1 + \eta) = 0$$

d'où, aux termes en β^2 près :

$$\eta = \frac{\beta}{e - \beta} = \frac{\beta}{e}$$

Considérons alors l'expression :

$$\xi = 1 - z - \beta e^{-z} - (1 - \beta)\left(1 - \frac{z}{1 - \eta}\right)$$

où, toujours aux termes en β^2 près :

$$\begin{aligned}\xi &= 1 - z - \beta e^{-z} - (1 - \beta) + \left[1 - \beta\left(1 - \frac{1}{e}\right)\right] z \\ &= \beta\left[1 - e^{-z} - z\left(1 - \frac{1}{e}\right)\right]\end{aligned}$$

d'où on déduit :

$$\frac{d\xi}{dz} = \beta\left(e^{-z} - 1 + \frac{1}{e}\right)$$

Cette dérivée est nulle pour :

$$z = 1 - \frac{\log(e - 1)}{\log e} = 0{,}4587$$

Pour cette valeur de z on aura :

$$\xi = \beta\left[1 - e^{-z} - z\left(1 - \frac{1}{e}\right)\right] = \beta\left[\frac{1}{e} - z\left(1 - \frac{1}{e}\right)\right]$$

ou

$$\xi = 0{,}078\,\beta$$

(1) Elle lui est même légèrement supérieure.

(1) Ce cas nous sera utile comme nous le verrons plus loin.

On a d'ailleurs pour cette valeur de z :

$$u = 1 - z - \beta\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0{,}54 - 0{,}63\,\beta$$

Si, par exemple, on avait $\beta = 0{,}36$ (1), on aurait :

$$\xi = 0{,}028 \qquad u = 0{,}31$$

et, par suite :

$$\frac{u}{\xi} = \frac{28}{310} = 0{,}09$$

On peut donc, vu le degré d'approximation à obtenir, prendre :

$$u = (1 - \beta)\left(1 - \frac{z}{1 - \eta}\right)$$

et on aura alors :

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{n}{l}(1 - \beta)}\,\sqrt{1 - \frac{z}{1 - \eta}}$$

d'où :

$$dt = \sqrt{\frac{l}{n(1 - \beta)}}\,\frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{z}{1 - \eta}}}$$

et comme $t = 0$ pour $z = 0$, on aura :

$$t = 2\sqrt{\frac{l}{n(1 - \beta)}}\,(1 - \eta)\left[1 - \sqrt{1 - \frac{z}{1 - \eta}}\right]$$

et comme, à la fin de la compression, $z = 1 - \eta$, on aura pour le temps total de la compression :

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{n(1 - \beta)}}\,(1 - \eta)$$

ou aux termes en β^2 près et en remplaçant η par sa valeur :

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{n}}\left[1 + \beta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{e}\right)\right]$$

ou :

$$T = 2\sqrt{\frac{l}{n}}\,(1 + 0{,}132\,\beta) \qquad (33)$$

D'ailleurs, en tenant compte de la relation (32) et de la valeur de η, on peut aussi écrire :

$$T = 2\,\frac{l}{mv_0}\left(1 - \frac{\beta}{e}\right) \qquad (34)$$

d'ailleurs les formules (22) et (33) qui donnent le coup de bélier maximum et la durée de la compression, font voir que, tant que β est petit, ζ_m et T varient lentement avec cette quantité.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que la conduite avait une section constante égale à S. Supposons maintenant qu'elle se compose d'une série de sections, la première du côté du distributeur, de section S et de longueur l_1, la seconde de section S_2 et de longueur l_2....... ainsi de suite, et supposons de plus ces sections raccordées de façon à éviter les pertes de charge ; désignons de plus par v_1, v_2, v_3... les vitesses moyennes de l'eau dans les diverses sections, on aura pour la force vive totale de l'eau de la conduite :

$$\Sigma mv^2 = \frac{\pi}{g}\,(l_1 S v^2 + l_2 S_2 v_2^2 + \cdots)$$

(1) Ce qui correspondrait à un exemple que nous traiterons plus loin.

Mais, en vertu de l'équation de continuité :

$$Sv = S_2 v_2 = S_3 v_3$$

de sorte que l'on aura :

$$\Sigma mv^2 = \frac{\pi S v^2}{g}\left(l_1 + \frac{l_2 S}{S_2} + \frac{l_3 S}{S_3} + \cdots\cdots\right)$$

et il suffira de poser :

$$l = l_1 + \frac{l_2 S}{S_2} + \frac{l_3 S}{S_3} + \cdots\cdots$$

ou, d, d_2, d_3 étant les diamètres des différentes sections :

$$l = l_1 + \frac{l_2 d^2}{d_2^2} + \frac{l_3 d^2}{d_3^2} + \cdots\cdots \qquad (35)$$

pour être ramené aux formules employées plus haut.

(A suivre.)

ÉLECTROMÉTALLURGIE

L'INDUSTRIE DE L'ALUMINIUM

Les procédés actuels de fabrication de l'aluminium sont, depuis quelques années, tombés dans le domaine public, et l'industrie de ce métal vient de subir une crise économique assez aiguë ; en se prolongeant, cette crise aurait certainement entraîné des conséquences désastreuses, dont notre pays, plus peut-être que tout autre, aurait eu à souffrir. L'industrie de l'aluminium a, en effet, des attaches profondément françaises, dans le passé par son histoire chimique et électrochimique, dans le présent par les matières premières qu'elle utilise, ainsi que par l'importance, sans cesse grandissante, de nos usines.

A ces divers titres, l'aluminium est en quelque sorte un sujet d'actualité permanente, et d'un intérêt d'autant plus général que les emplois du métal deviennent de jour en jour plus nombreux et finissent par s'étendre à presque toutes les branches de l'activité industrielle. C'est cet argument d'intérêt général qu'on a fait valoir à mes yeux, et que je présenterai comme excuse, pour justifier cette modeste contribution vulgarisatrice, sur une question que tant d'auteurs compétents ont traitée avant moi (1).

I. — L'HISTOIRE DE L'ALUMINIUM

L'aluminium possède, vis-à-vis de l'oxygène et de la plupart des métalloïdes, des affinités chimiques extrêmement énergiques. C'est pour cette raison qu'on ne le rencontre pas à l'état libre dans la nature, et qu'on n'a pu, pendant longtemps, réussir à le séparer, à l'état métallique, de ses combinaisons naturelles ou artificielles.

Après les tentatives infructueuses de Davy et de Berzelius, Wöhler parvient, en 1827, à isoler l'aluminium, sous forme

(1) Je ne puis faire ici la bibliographie du sujet ; mais je tiens, en raison de leur caractère original et parce que j'y ai puisé certains renseignements, à signaler les nombreux articles de M. Pitaval, soit dans le *Bulletin de la Société des Ingénieurs Civils* (novembre 1909), soit dans le *Journal du Four Electrique et de l'Electrolyse*, publication à laquelle j'ai emprunté de précieuses données statistiques ; je citerai aussi une très intéressante étude de M. LODIN, parue dans les *Annales des Mines* (novembre 1909).