saire pour aboutir à des solutions rapides ; en adoptant le projet de loi suivant, que votre Commission propose à vos délibérations, vous mettrez fin à cette situation d'attente qui dure depuis plus de vingt ans et qui, à partir de maintenant, à l'heure où se réalise la paix n'aurait plus d'excuse ; vous doterez notre industrie d'un instrument indispensable, essentiel au développement et à l'extension de la puissance économique de la France.

L'ÉTUDE DES COUPS DE BÉLIER

DANS LES

CANALISATIONS MÉTALLIQUES SOUS PRESSION

RÉSULTATS OBTENUS PENDANT LA GUERRE

(SUITE)

NOTE DE M. LE COMTE DE SPARRE

Calcul du coup de bélier dans une conduite forcée, formée de deux sections de diamètres différents. Note de M. de SPARRE (Séance du 8 janvier 1917).

En général [1], si θ et θ' sont commensurables, on posera, p et q étant premiers entre eux.

$$\theta = p\theta_1, \qquad \theta' = q\theta_1,$$

et l'on considérera des périodes de durée égale à θ_1. On posera alors, pour la m^{ieme} période,

$$(1) \qquad t = (m-1)\,\theta_1 + \tau,$$

où

$$0 \leqq \tau \leqq \theta_1, \qquad \xi(t) = \xi_m(\tau), \qquad \lambda(t) = \lambda_m(\tau).$$

On aura alors, pour $m \leqq p$, par la formule (18),

$$(2) \qquad \xi_m(\tau) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda_m(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)},$$

puis, pour $p < m \leqq p+q$, par la formule (20)

$$(3) \qquad \xi_m(\tau) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda_m(\tau) - \mu[\lambda_0 - \lambda_{m-p}(\tau)]}{1+\rho\lambda_m(\tau)} - \mu\frac{1-\rho\lambda_{m-p}(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)}\xi_{m-p}(\tau).$$

Enfin, pour $m > p+q$, on aura, par la formule (21),

$$(4) \qquad \xi_m(\tau) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_{m-p-q}(\tau) - \lambda_m(\tau) + \mu\lambda_{m-p}(\tau) - \mu\lambda_{m-q}(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)} - \frac{1-\rho\lambda_{m-p-q}(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)}\xi_{m-p-q}(\tau) - \mu\frac{1+\rho\lambda_{m-q}(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)}\xi_{m-q}(\tau) - \mu\frac{1-\rho\lambda_{m-p}(\tau)}{1+\rho\lambda_m(\tau)}\xi_{m-p}(\tau).$$

D'ailleurs, pour les conduites formées de parties de diamètres différents, disposition qui n'est en général employée que pour les très hautes chutes, on peut, en général, considérer, avec une approximation très suffisante, la variation du coup de bélier comme linéaire pendant une période, si le mouvement de la vanne n'éprouve pas de discontinuité pendant cette période.

Désignons alors par ξ' et λ' les valeurs de ξ et de λ en fin de période. Nous aurons, en vertu des formules précédentes, pour $m \leqq p$,

$$(5) \qquad \xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'_m}{1+\rho\lambda'_m};$$

pour $p < m \leqq p+q$,

$$(6) \qquad \xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'_m - \mu(\lambda_0 - \lambda'_{m-p})}{1+\rho\lambda'_m} - \mu\frac{1-\rho\lambda'_{m-p}}{1+\rho\lambda'_m}\xi'_{m-p},$$

et enfin, pour $m > p+q$,

$$(7) \qquad \xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda'_{m-p-q} - \lambda'_m + \mu(\lambda'_{m-p} - \lambda'_{m-q})}{1+\rho\lambda'_m} - \frac{1-\rho\lambda'_{m-p-q}}{1+\rho\lambda'_m}\xi'_{m-p-q} - \mu\frac{1+\rho\lambda'_{m-q}}{1+\rho\lambda'_m}\xi'_{m-q} - \mu\frac{1-\rho\lambda'_{m-p}}{1+\rho\lambda'_m}\xi'_{m-p}.$$

Ces formules font connaître de proche en proche le coup de bélier à la vanne, quelle que soit la loi de fermeture.

Si la vanne est arrêtée pour $t = n\theta_1$ et maintenue ensuite au repos, la valeur de λ sera constante pour $m \geqq n$ et, si nous désignons par λ' cette valeur constante de λ, nous aurons, en vertu de (7), pour $m \geqq n+p+q$,

$$(8) \qquad \xi'_m = -\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p-q} - \mu\xi'_{m-q} - \mu\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p}.$$

Si, en particulier, il s'agit d'une fermeture ou d'une ouverture dans un temps inférieur à θ_1 [1], on a, pour $m \leqq p$,

$$(9) \qquad \xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'}{1+\rho\lambda'};$$

pour $p < m < p+q$,

$$(10) \qquad \xi'_m = 2\rho y_0 \frac{(\lambda_0 - \lambda')(1-\mu)}{1+\rho\lambda'} - \mu\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p};$$

puis enfin la formule (8) pour $m > p+q$ [2].

Cherchons maintenant le coup de bélier à la jonction des deux parties de diamètres différents et désignons-le par H (t) à l'instant t.

On aura, par la formule (1) où l'on fait $x = l$,

$$\mathrm{H}(t) = \mathrm{F}\left(t - \frac{\theta}{2}\right) - f\left(t + \frac{\theta}{2}\right).$$

Mais, si nous tenons compte des formules (5) et (6), nous aurons

$$\mathrm{H}(t) = \rho y_0\left[\lambda\left(t+\frac{\theta}{2}\right) - \lambda\left(t-\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{1}{2}\left[\xi\left(t-\frac{\theta}{2}\right) + \xi\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\right] - \frac{\rho}{2}\left[\lambda\left(t-\frac{\theta}{2}\right)\xi\left(t-\frac{\theta}{2}\right) - \lambda\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\xi\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\right].$$

Nous poserons alors

$$t = \frac{\theta}{2} + (m-1)\,\theta_1 + \tau, \qquad \text{où} \qquad 0 < \tau < \theta_1;$$

et nous désignerons par $\mathrm{H}_m(\tau)$ la valeur correspondante de $\mathrm{H}(t)$. Nous aurons, en remarquant que $\theta = p\theta_1$,

$$(11) \qquad \mathrm{H}_m(\tau) = \rho y_0[\lambda_{m+p}(\tau) - \lambda_m(\tau)] + \frac{1}{2}[\xi_m(\tau) + \xi_{m+p}(\tau)] - \frac{\rho}{2}[\xi_m(\tau)\lambda_m(\tau) - \xi_{m+p}(\tau)\lambda_{m+p}(\tau)].$$

Si, en particulier, nous considérons les coups de bélier en fin de période, donc $\tau = \theta_1$, et si nous désignons les valeurs de H, λ, ξ en fin de période par H', λ' ξ', nous aurons

$$(12) \qquad \mathrm{H}'_m = \rho y_0(\lambda'_{m+p} - \lambda'_m) + \frac{1}{2}(\xi'_m + \xi'_{m+p}) - \frac{\rho}{2}(\xi'_m\lambda'_m - \xi'_{m+p}\lambda'_{m+p}).$$

Ces formules permettent, avec l'aide de celles déjà données plus haut, de calculer le coup de bélier à la jonction, quelle que soit la loi de fermeture ou d'ouverture.

Au sujet des coups de bélier dans une conduite formée de trois sections de diamètres différents pour lesquelles la

[1] *Comptes rendus*, t 163, 1916, p. 959.

[1] Auquel cas on a constamment $\lambda'_m = \lambda'$ pour $m > 0$.

[2] Nous rappelons qu'on a dans ces formules

$$\rho = \frac{av_1}{2gy_0} \qquad \text{et, par suite,} \qquad 2y_0\rho\lambda_0 = \frac{av_0}{g}.$$

durée de propagation est la même. Note de M. de Sparre (Séances du 30 avril 1917).

Les conduites formées de trois sections de diamètres différents sont, somme toute, assez rares, mais leur considération peut être très utile lorsqu'on veut se rendre compte de l'influence de la variation de l'épaisseur des tôles et de la vitesse de propagation qui en résulte sur le coup de bélier [1]. Je désigne par l, d, a la longueur, le diamètre et la vitesse de propagation pour la section voisine du distributeur ; l', d', a' et l'', d'', a'' les mêmes quantités pour les deux autres sections ; par $\lambda\ (t)$ le rapport de la surface ouverte du distributeur à l'instant t à celle correspondant à l'ouverture complète ; par v_1 la vitesse de régime dans la première section pour le distributeur complètement ouvert ; par y_0 la pression statique au distributeur en hauteur d'eau.

Je pose de plus

$$\theta=\frac{2l}{a},\qquad \theta'=\frac{2l'}{a'},\qquad \theta''=\frac{2l''}{a''},$$

$$\alpha=\frac{a'd^2}{ad'^2},\qquad \beta=\frac{a''d'^2}{a'd''^2},\qquad \rho=\frac{av_1}{2gy_0},$$

et je suppose ici $\theta = \theta' = \theta''$.

En suivant alors la marche indiquée dans mes Communications du 26 décembre 1916 (t. 163, p. 959) et du 8 janvier 1917 (t. 164, p. 76), on trouve pour le coup de bélier $\xi\ (t)$ pendant la première période, où $t \leqq \theta$.

$$\xi(t)=2\rho y_0\frac{\lambda_0-\lambda(t)}{1+\rho\lambda(t)};$$

pour la seconde période, où $\theta < t \leqq 2\theta$ et en posant

$$\mu=\frac{1-\alpha}{1+\alpha},$$

on a

$$\xi(t)=2\rho y_0\frac{\lambda_0-\lambda(t)-\mu[\lambda_0-\lambda(t-\theta)]}{1+\rho\lambda(t)}-\xi(t-\theta)\mu\frac{1-\rho\lambda(t-\theta)}{1+\rho\lambda(t)};$$

pour la troisième période, où $2\theta < t \leqq 3\theta$, en posant de nouveau

$$\nu=\frac{1-\beta}{1+\beta},$$

on a

$$\xi(t)=\frac{2\rho y_0}{1+\rho\lambda(t)}\left[\frac{4\lambda_0\alpha\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)}-\lambda(t)+\frac{2\mu\beta}{1+\beta}\lambda(t-\theta)+\nu\lambda(t-2\theta)\right]$$
$$-\frac{2\mu\xi(t-\theta)}{1+\rho\lambda(t)}\left[\frac{1}{1+\beta}-\frac{\rho\beta}{1+\beta}\lambda(t-\theta)\right]-\nu\frac{\xi(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)}[1-\rho\lambda(t-2\theta)].$$

Enfin, pour $t > 3\theta$, donc pour toutes les périodes suivantes, on a

$$\xi(t)=\frac{2\rho y_0}{1+\rho\lambda(t)}\left\{\lambda(t-3\theta)-\lambda(t)+\left[1-\frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)}\right]\right.$$
$$\left.[\lambda(t-2\theta)-\lambda(t-\theta)]\right\}-\frac{1-\rho\lambda(t-3\theta)}{1+\rho\lambda(t)}\xi(t-3\theta)$$
$$-\left[\frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)}-1\right]\frac{\xi(t-\theta)+\xi(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)}$$
$$-\rho\left[1-\frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)}\right]\frac{\xi(t-\theta)\lambda(t-\theta)-\xi(t-2\theta)\lambda(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)},$$

[1] On a déjà eu recours dans ce but aux formules que j'ai données pour les conduites formées de deux sections de diamètres différents. Toutefois, on approche beaucoup plus de la réalité en considérant trois sections, d'autant plus que, dans la plupart des cas, les tôles ont une épaisseur à peu près constante sur une assez grande longueur, soit près de la prise d'eau, soit près du distributeur.

formules qui s'appliquent quelle que soit la loi de fermeture.

Supposons maintenant que la fermeture soit complète pour la valeur t_1 de t, de sorte que $\lambda\ (t_1)=0$. On aura alors en posant

$$m=\frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)}-1$$

pour $t \geqq t_1+3\theta$,

$$\xi(t)+m[\xi(t-\theta)+\xi(t-2\theta)]+\xi(t-3\theta)=0.$$

Si nous nous bornons à considérer le coup de bélier en fin de période et si nous désignons par ξ'_n le coup de bélier à la fin de la $n^{\text{ième}}$ période, l'équation précédente devient

(1) $$\xi'_n+m(\xi'_{n-1}+\xi'_{n-2})+\xi'_{n-3}=0.$$

Nous poserons alors

(2) $$u_n=\xi'_n+p\xi'_{n-1}+q\xi'_{n-2},$$

(3) $$u_n+ku_{n-1}=0.$$

Pour que les valeurs de ξ'_n déduites de (2) et de (3) soient identiques à celle qu'on déduirait de (1), il faut qu'on ait

$$q=\frac{1}{k},\qquad p=m-k,$$

$$1-mk+mk^2-k^3=(1-k)[1-(m-1)k+k^2]=0.$$

D'ailleurs, comme nous supposons

$$0<\alpha<1,\qquad 0<\beta<1,$$

on a

$$0<m<3.$$

On pourra donc poser

$$\cos\lambda=\frac{m-1}{2},$$

et l'on aura alors les trois solutions

$$k=1,\qquad q=1,\qquad p=2\cos\lambda$$

et

$$k=\cos\lambda\pm i\sin\lambda,\qquad q=\cos\lambda\mp i\sin\lambda,$$
$$p=2\cos\frac{\lambda}{2}\left(\cos\frac{\lambda}{2}\mp i\sin\frac{\lambda}{2}\right).$$

Si alors $h\theta$ est le multiple *de* θ immédiatement inférieur à $t_1+3\theta$ [1], on aura, en vertu de l'équation (3),

$$u_{n+h}=(-1)^n k^n u_h.$$

Si alors on donne à k, p et q les trois systèmes de valeurs indiquées plus haut, on aura trois équations entre ξ'_{n+h}, ξ'_{n+h-1}, ξ'_{n+h-2} qui permettront, quelle que soit la valeur de u, de calculer ces trois quantités en fonctions de ξ'_h, ξ'_{h-1}, ξ'_{h-2}.

On obtient ainsi

$$\xi'_{n+h-1}=(-1)^{n-1}\left[-\xi'_{h-1}+(\xi'_h+\xi'_{h-1})\frac{\sin\frac{n+1}{2}\lambda\sin\frac{n}{2}\lambda}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}}\right.$$
$$\left.+(\xi'_{h-1}+\xi'_{h-2})\frac{\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}}\right].$$

Dans le cas d'une fermeture brusque, on a

$$h=3\qquad \xi'_1=\frac{av_0}{g},\quad \xi'_2=\frac{av_0}{g}\frac{3\alpha-1}{1+\alpha},\quad \xi'_3=\frac{av_0}{g}\left(1-\frac{4m\alpha}{1+\alpha}\right),$$

[1] De sorte que l'équation (1) s'applique pour $n=h+1$.

et la formule précédente donne

$$\xi'_{n+2} = (-1)^{n-1} \frac{av_0}{g} \left[1 - \frac{4\alpha}{1+\alpha} \frac{\sin \frac{n+2}{2}\lambda \sin \frac{n+1}{2}\lambda}{\sin \lambda \sin \frac{\lambda}{2}} \right],$$

ce qui est la formule donnée dans ma Communication du 19 mai 1913, où l'on a seulement changé n en $n + 2$ et remplacé λ par $\frac{\lambda}{2}$.

L'ÉNERGIE DANS L'AVENIR

L'énergie dans l'avenir ! tel est le problème que nous allons envisager sous ses multiples aspects, problème d'un intérêt considérable puisque sur la terre toute l'activité humaine repose sur l'énergie. Quelles sont les sources d'énergie actuelles et futures, quelles disponibilités représentent-elles, quel intérêt pratique offre, chacune d'elles, quelles seront les conséquences de la disparition et de l'utilisation de sources d'énergie ? Autant de points d'interrogations que nous essayerons de solutionner pour autant que cela sera possible et avec toutes les réserves que comporte l'étude d'un problème dont les données ne sont que très grossièrement connues (1).

Les sources de l'Energie sont nombreuses. L'une prime actuellement toutes les autres, c'est l'énergie obtenue à partir des combustibles fossiles (anthracite, houille, lignite, tourbe, pétrole et gaz naturels) : d'autres sont utilisées : en première ligne la houille blanche, énergie hydraulique des rivières et des chutes, puis l'énergie tirée des combustibles d'origine végétale, alcool, bois ; enfin pour une partie bien minime, l'énergie du vent et la chaleur solaire. D'autres sources non exploitées sont susceptibles de l'être : énergie des marées, la houille bleue, énergie calorifique fournie par la chaleur centrale, énergie des vagues de la mer. Telles sont les principales : des possibilités passionnantes sont encore à examiner. Pourrons-nous extraire l'énergie de l'éther ; sir Oliver Lodge l'évalue pour chaque mm³ d'éther à l'énergie donné par une station de 1.000.000 kw fonctionnant pendant 3,000,000 d'années. Sir W. Ramsay estime qu'un kilogramme de radium produit, dans sa transformation, autant d'énergie que 1,750 tonnes de houille. Si cette énergie était libérée en 24 heures, 40,000 HP. seraient développés. La quantité de radium contenue dans l'écorce terrestre étant évaluée à 225 kilogr., l'apport d'énergie fourni par cette source serait très faible évidemment, mais d'autres éléments doivent se rencontrer susceptibles d'une même transformation avec libération d'énergie.

Ces vues, il est vrai, appartiennent encore au domaine purement théorique ; revenons aux sources d'énergie qui nous sont accessibles pour étudier la valeur des réserves qu'elles représentent, comparer le prix de revient de l'énergie qu'elles donnent.

L'ÉNERGIE DES COMBUSTIBLES FOSSILES, SOLIDES, LIQUIDES ET GAZEUX. — LA HOUILLE NOIRE.

La quantité de ces combustibles enfouie encore dans les couches sédimentaires a été évaluée approximativement pour l'ensemble du globe ; le Service géologique des Etats-Unis, diverses commissions anglaises, françaises, allemandes, etc., ont chiffré les réserves de combustibles de leur pays à diverses époques. Voici le résultat de ces évaluations :

	millions de tonnes
Etats-Unis	2.740.000
Chine	600.000
Angleterre	145.000
Allemagne	143.000
Canada	100.000
Russie	20.000 (1)
France	17.000
Belgique	16.000
Inde	10.000
Autres pays	192.000

En bloc, ces réserves s'élèveraient donc à 4,000,000 millions de tonnes, comprenant : anthracite, houille, charbon bitumeux, lignite, tourbe. La valeur de l'extraction annuelle est considérable, 1.200 millions de tonnes environ en 1911 et la vitesse d'extraction s'accroît sans cesse. En tenant compte des pertes (33 %) et se basant sur la vitesse actuelle, 2.500 ans suffiraient à épuiser tout le charbon du globe ; si l'on fait rentrer dans le calcul l'accélération de la vitesse, 0,05 % environ annuellement, dans 350 ans nous assisterions à l'extraction du dernier morceau de houille.

La tourbe représente une réserve énorme d'énergie presque intacte encore, quoique les besoins de la guerre aient fait activer son extraction et perfectionner son mode d'utilisation. La Russie, la Scandinavie, l'Allemagne, l'Irlande, possèdent les gisements les plus étendus. Voici quelques chiffres :

Russie et Finlande	450.000 km²
Scandinavie et Danemark	46.000 km²
Allemagne	25.000 km²
Irlande	4.600 km²

La tourbe que l'on pourrait en extraire représente pour l'Europe une quantité d'énergie correspondante à celle de 100.000 millions de tonnes de houille. Le séchage et la compression sous forme de briquettes permettent de l'utiliser ; à cet état son pouvoir calorifique vaut les 60 à 70 % de celui du charbon ordinaire.

Les champs pétrolifères des Etats-Unis, du Caucase, de la Galicie, de la Perse, de l'Australie, etc., ont fourni 52 millions de tonnes de pétrole en 1911 (26 en 1905) ; sur ce total l'Amérique produit les 68 %. D'après les estimations du Service géologique des Etats-Unis les réserves de pétrole s'élèvent de 2.000 à 4.000 millions de tonnes ; l'extraction actuelle poursuivie à la même vitesse les épuiserait dans un délai de 500 à 1.000 années ; l'épuisement est d'ailleurs déjà constaté dans les régions les plus anciennement exploitées. Dans cette catégorie de combustibles, il faut également considérer les schistes pétrolifères dont les gisements américains sont immenses : 160 millions de tonnes dans le seul état de Kentucky. Une tonne de schiste fournit par distillation 100 kgr. en moyenne de pétrole et 12 kgr. de sulfate d'ammoniaque ; les schistes pétrolifères représentent donc, pour le futur, une source d'énergie importante ; à ce point de vue, le pétrole est supérieur à la houille, 1 kilog de pétrole équivalant à 4 kgr. 5 de houille en tant que créateur d'énergie. Il est vrai qu'une grande partie est absorbée par les besoins du graissage, de la production de lumière et que 60 % du pétrole brut seulement sont utilisables comme combus-

(1) Un grand nombre des renseignements numériques et statistiques de notre article sont extraits de l'excellent livre de A.-H. GIBSON *Natural Sources of energy* : *Cambridge, University Presse* 1913, auquel nous renvoyons ceux de nos lecteurs qui désireraient avoir une documentation plus ample, des renseignements bibliographiques plus complets.

(1) Ce chiffre est très douteux : M. CAHEN attribue à la Russie d'Europe et à la Sibérie des réserves en combustibles comparables à celles des Etats-Unis. Voir N° de *La Houille Blanche*, mars-avril 1919, p. 67-69.