SOCIÉTÉS	NOMBRE D'USINES	CAPACITÉ DE PRODUCTION
1 Société Générale Force et Lumière	5	240.000
2 Forge Morge et Vizille.....	5	87.000
3 Haut Grainsaudan.....	3	46.000
4 Vercors.....	2	71 000
5 E. E. L. M.....	11	390 000
6 Eau d'Olle.....	2	157 000
7 P. C. A. C.....	7	287 000
8 Aciéries P. Girod.....	6	178.000
9 Société d'Electrochimie (1).....	8	310.000
10 Electrometallurgie Française.....	4	226.000
	53	2 052 000

Ces dix sociétés disposent environ, à elles seules, des trois-quarts des sources d'énergie aménagées dans les Alpes Françaises. Il est indéniable que nous assistons, dans la branche électro-chimie et électro-metallurgie surtout, à un mouvement de concentration assez accentué. Il en résultera de sérieuses économies dont nos industriels de houille blanche ne pourront que profiter.

★★

Il serait intéressant de comparer la capacité de production des usines en fonctionnement des Alpes Françaises à l'ensemble de nos richesses disponibles et à la puissance aménagée du reste du territoire. D'après une évaluation faite, cette année même, par la Commission des forces hydrauliques constituée par le Conseil Supérieur des Travaux publics, la puissance moyenne des cours d'eau français s'élèverait à 6 600 000 kilowatts environ, ce qui correspondrait à une capacité de production de 50 milliards de kwhs. Sur ce total, 570 000 kws pouvant fournir 4 500 millions de kwhs seraient aménagés. Les 2 800 millions de kwhs représenteraient donc 60 % du total des forces aménagées dans l'ensemble du territoire. La même statistique évaluée à 2 500 000 kwhs moyens le total des forces disponibles dans le Sud-Est (Rhône excepté), soit une production de 20 milliards de kwhs. Nous n'aurons donc utilisé que 7,8 % de la puissance disponible des Alpes au Rhône. Ce ne sont là, bien entendu, que des approximations qui permettent néanmoins, de comparer les résultats obtenus à ceux que nous réserve un avenir relativement proche.

G. TOCHON.

DÉTERMINATION DU VOLUME D'UN RÉSERVOIR NATUREL

I

La détermination exacte du volume d'une cuvette, formée par le thalweg d'une rivière encaissée et un barrage de retenue, constitue une étude assez laborieuse, nécessitant un levé détaillé du terrain et des calculs assez longs.

On peut opérer de deux manières différentes, en découpant le volume à cuber, soit par *tranches horizontales* (levé sur le terrain d'un certain nombre de *courbes de niveau*), soit par *tranches verticales* (levé sur le terrain d'un certain

nombre de *profils en travers*). Chaque volume élémentaire est assimilé à un cylindre, et la somme de tous les volumes élémentaires donne le volume cherché.

Plus simplement, on détermine graphiquement et directement, en supprimant tous calculs, le volume total en procédant comme il suit :

1° MÉTHODE DES PLANS VERTICAUX. — On a levé les profils en travers en un certain nombre de points, uniformément répartis tout le long de la rivière, situés à des distances $l_1, l_2, \dots$ de l'emplacement du barrage. On en planimètre les surfaces : soit $\sigma_1, \sigma_2, \dots$. On trace la courbe $\Sigma_1 = f(l)$. On a $V_1 = \int_0^L f(l) dl = \text{aire O P Q R L} = V_1$, L étant la longueur du remous correspondant à la hauteur H du barrage.

2° MÉTHODE DES PLANS HORIZONTAUX. — On a levé le plan à courbes de niveau du terrain. On planimètre les surfaces noyées $s_1, s_2, \dots, s_n$ correspondant aux cotes d'altitude $h_1, h_2, \dots, h_n$. On trace la courbe $\Sigma_2 = f(h)$. On a $V_2 = \int_0^H f(h) dh$ et plus généralement $v = \int^h f(h) dh$. On planimètre les aires correspondantes (fig. 2).

L'application simultanée des deux méthodes donne pour le volume deux valeurs V_1 et V_2 voisines, et on prend $V = \frac{V_1 + V_2}{2}$

Quoi qu'il en soit, et même simplifiée ainsi, la méthode reste longue, étant donné le levé complet du terrain qu'elle nécessite. Dans bien des cas, par exemple quand il s'agit d'un avant-projet, d'un choix à faire entre deux emplacements possibles, on en est réduit, si l'on ne veut pas engager les dépenses de temps et d'argent nécessaires aux longues opérations de nivellement, à des estimations trop incertaines.

N'y aurait-il pas moyen de contrôler ces estimations par des calculs simplifiés, de leur donner un certain degré de précision, tout en réduisant au minimum les mesures et observations à faire sur place?

(1) Y compris l'Electrometallurgie La Giffre et la Société des Carburés métalliques dont l'absorption par la Société d'Electrochimie est imminente.

C'est la question que nous nous sommes posée, et à laquelle nous répondons par les considérations qui suivent :

II

La courbe $\Sigma_1 = f(l)$ dont il a été question dans le paragraphe précédent est en général une courbe discontinue, d'allure irrégulière, présentant une série de minima et de maxima correspondant aux rétrécissements et aux élargissements de la vallée. Il est, par conséquent, impossible de la traduire par une équation algébrique.

Il n'en est pas de même de la courbe $\Sigma_2 = f(h)$, la surface noyée croissant plus ou moins régulièrement, mais d'une façon continue, avec la hauteur de retenue. Cette courbe présente généralement, — on peut dire pratiquement toujours, — une allure parabolique régulière, sa convexité étant tournée vers l'axe des h . On est donc en droit de chercher à la représenter par une équation de la forme générale :

$$\Sigma = Mh^m + Nh + \dots + Ph^p$$

de sorte que l'équation du volume, en fonction de h , sera :

$$V = \int_0^h \Sigma(h) dh = \frac{Mh^{m+1}}{m+1} + \frac{Nh^{n+1}}{n+1} + \dots + \frac{Ph^{p+1}}{p+1}$$

Nous nous proposons de montrer que ces deux formules, réduites à deux termes, avec $m=1$ et $n=2$, soit :

$$(1) \quad \Sigma = Ah + Bh^2$$

$$(2) \quad V = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$$

concordent avec les données topographiques de l'expérience, qu'elles sont susceptibles d'une démonstration géométrique, et que l'on peut attribuer aux coefficients A et B une signification physique permettant de les déduire d'observations et mesures simplifiées : d'où une méthode rapide et approximative pour la détermination du cube d'un réservoir naturel en fonction de la hauteur de retenue et d'éléments simples, caractéristiques de la cuvette utilisée.

III

Assimilons le volume du réservoir au volume représenté (fig. 3), ce qui revient à admettre comme constantes et indé-

Fig. 3

pendantes de h : la pente de la rivière, l'inclinaison des berges et la largeur du lit, éléments que nous désignons respectivement par i , p et a .

On a :

$$a = AA' = bb' = cc' = CC'$$

$$i = \frac{AB}{BC} = \frac{Ab}{bc} = \frac{H}{L} = \frac{h}{l}$$

$$p = \frac{AB}{BD} = \frac{Ab}{bd} = \frac{H}{BD} = \frac{h}{bd}$$

On a :

$$\Sigma(h) = \text{aire } bdcc'd'b' = \frac{cc' + dd'}{2} \times bc = \left(a + \frac{h}{p}\right) \frac{h}{i} = \frac{ah}{i} + \frac{h^2}{pi} \quad (3)$$

$$\text{et} \quad V(h) = \int_0^h \Sigma(h) dh = \frac{ah^2}{2i} + \frac{h^3}{3pi} \quad (4)$$

cette dernière formule pouvant, d'ailleurs, s'établir directement, comme la première, en calculant directement le volume du solide $Abcd d'c'b'A'$ =

$$\text{Volume } AbA'b'cc' + 2 \text{ Volume } Abdc =$$

$$Abc \times AA' + \frac{bd \times Ab}{2} \times \frac{bc}{3}$$

On trouve les équations (1) et (2), les coefficients A et B ayant pour expressions :

$$A = \frac{a}{i} \text{ et } B = \frac{1}{pi}$$

De ces deux formules (3) et (4), on peut déduire plusieurs autres formules susceptibles d'applications intéressantes.

$$1^\circ \text{ Posons } \frac{aH}{i} = S_0 \text{ et } \frac{H^2}{pi} = S \text{ avec } \Sigma = S_0 + S$$

en remarquant que S_0 représente la surface du terrain occupé par le lit de la rivière, c'est-à-dire immergé normalement, et S la surface du terrain insubmersible naturellement, et qui sera noyé par la retenue créée par un barrage de hauteur H .

On a les formules suivantes :

$$(5) \quad V = H \left(\frac{S_0}{2} + \frac{S}{3} \right)$$

$$(6) \quad V = \frac{H}{3} \left(\Sigma + \frac{S_0}{2} \right)$$

et si S_0 est négligeable devant Σ , ce qui est le cas lorsque la rivière est très encaissée.

$$(7) \quad V = \frac{H \Sigma}{3}$$

formule évidente *a priori*, le volume étant assimilable à celui d'un cône de base Σ et de hauteur H .

2° Soit Σ' l'aire de la section horizontale médiane, c'est-à-dire correspondant à la cote $\frac{H}{2}$

$$\Sigma = AH + BH^2$$

$$\Sigma' = \frac{AH}{2} + \frac{BH^2}{4}$$

$$V = \frac{AH^2}{2} + \frac{BH^3}{3}$$

Éliminons A et B entre ces trois équations. On trouve :

$$(8) \quad V = \frac{H}{6} (\Sigma + 4 \Sigma')$$

C'est un cas particulier de la formule plus générale

$$(9) \quad V = \frac{H}{6} (B + B' + 4 B'')$$

qui donne le volume d'un solide, limité par deux plans verticaux et une surface satisfaisant à certaines conditions, en fonction de la hauteur H et des aires B , B' , B'' des deux bases et de la section médiane.

Nous donnons en passant une démonstration algébrique simple de cette formule.

Soit un solide (fig. 4), tel que l'aire d'une section Bx puisse

s'exprimer en fonction de x par un polynôme rationnel de degré au plus égal à 3.

$$S(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$$

$$V(H) = AH + \frac{BH^2}{2} + \frac{CH^3}{3} + \frac{DH^4}{4}$$

Fig. 4

On a :

$$B = A$$

$$B' = A + BH + CH^2 + DH^3$$

$$B'' = A + \frac{BH}{2} + \frac{CH^2}{4} + \frac{DH^3}{8}$$

d'où

$$B + B' + 4B'' = 6A + 3BH + 2CH^2 + \frac{3}{2}DH^3$$

$$\frac{H}{6}(B + B' + 4B'') = AH + \frac{BH^2}{2} + \frac{CH^3}{3} + \frac{DH^4}{4} = V$$

IV

APPLICATION DES FORMULES PRÉCÉDENTES AU CUBAGE APPROXIMATIF D'UN RÉSERVOIR

1° Formule (4). — $V = \frac{aH^2}{2i} + \frac{H^3}{3pi}$

La largeur du lit, a , et sa pente, i , sont faciles à déterminer rapidement. On prendra pour a la moyenne d'un certain nombre de mesures, et pour i le rapport $\frac{H}{L}$.

L'estimation de p est plus difficile, l'inclinaison des rives étant essentiellement variable d'un profil à l'autre. On déterminera cette pente en différents points, répartis uniformément au moyen d'un clisimètre, d'une alidade nivelatrice, par exemple et on prendra la moyenne des valeurs ainsi trouvées.

Pour opérer avec plus d'exactitude, on pourra lever quelques profils sommaires. Si la pente est régulière dans le

Fig. 5

profil considéré (fig. 5), tel que ABCD, on déterminera les grandeurs M et α et on aura :

$$\frac{1}{p} = \frac{M - \alpha}{2H} \quad (10)$$

Si la pente est trop variable pour qu'on puisse se contenter de cette formule, on déterminera complètement le profil, et on en planimètrera l'aire P . On aura : (11) $\frac{1}{p} = \frac{P - \alpha H}{H^2}$ (fig. 6)

qui donne la pente d'une section d'aire égale, à pente uniforme, telle que $P = \alpha H + \frac{H^2}{p}$

2° Formules (5) (6) et (7). — Pour éviter l'estimation, souvent délicate de p , on aura levé sur le terrain la courbe de niveau passant par la crête du barrage, et déterminé l'aire Σ .

En remarquant que $S_0 = \frac{aH}{i} = \alpha L$, on aura :

$$V = \frac{H}{3} \left(\Sigma + \frac{\alpha L}{2} \right)$$

ou plus simplement $V = \frac{H\Sigma}{3}$ si on peut négliger $\frac{\alpha L}{2}$ devant Σ .

Si, en plus du volume total, on désire l'équation générale des volumes, on tirera $\frac{1}{p}$ de l'équation $\Sigma = \frac{aH}{i} + \frac{H^2}{pi}$ et on

portera la valeur trouvée dans l'équation $v = \frac{ah^2}{2i} + \frac{h^3}{3pi}$. On trouve :

$$(12) \quad v = \frac{ah^2}{2i} + \frac{h^3}{3H^2} \left(\Sigma - \frac{aH}{i} \right)$$

Fig. 6

3° Formule (8). — On lèvera sur le terrain les deux courbes de niveau de cotes H et $\frac{H}{2}$. On planimètrera les deux aires correspondantes, et on aura avec une approximation plus grande encore que celle obtenue par l'emploi des formules précédentes :

$$V = \frac{H}{6} (\Sigma + 4\Sigma')$$

On obtiendra de même l'équation générale du volume, $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$ en tirant A et B des équations

$$\Sigma = AH + BH^2$$

$$\Sigma' = \frac{AH}{2} + \frac{BH^2}{4}$$

On trouve l'équation :

$$(13) \quad v = \frac{h^2}{2H} (4\Sigma' - \Sigma) + \frac{2h^3}{3H^2} (\Sigma - 2\Sigma')$$

4° Une application intéressante de l'équation (3) est la suivante.

On connaît, par un nivellement complet du terrain, les volumes $V_1, V_2, \dots, V_n$ correspondant aux hauteurs $h_1, h_2, \dots, h_n$. L'application de la méthode des moindres carrés permettra de calculer les coefficients A et B de l'équation $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$

soit :

$$(14) \quad \begin{cases} \frac{A}{2} = \frac{\Sigma h^6 \cdot \Sigma v h^2 - \Sigma v h^3 \cdot \Sigma h^5}{\Sigma h^4 \cdot \Sigma h^6 - (\Sigma h^5)^2} \\ \frac{B}{3} = \frac{\Sigma h^4 \cdot \Sigma v h^3 - \Sigma h^5 \cdot \Sigma v h^2}{\Sigma h^4 \cdot \Sigma h^6 - (\Sigma h^5)^2} \end{cases}$$

On aura le volume d'un réservoir correspondant à une hauteur $H > h_n$ en appliquant l'équation ainsi trouvée. L'erreur sera petite, et par défaut, généralement, c'est-à-dire que le volume ainsi calculé sera inférieur au volume réel, car l'inclinaison des rives diminue d'ordinaire à mesure qu'on s'éloigne de la rivière.

En résumé, pour déterminer le volume d'un réservoir créé par une retenue H , on a les méthodes suivantes, classées par ordre d'exactitude décroissante et de simplicité croissante.

1° *Nivellement complet du terrain jusqu'à la hauteur H .* — Méthode d'intégration graphique des aires $\int_0^H f(l) dl$ ou $\int_0^H f(h) dh$.

2° *Nivellement complet du terrain jusqu'à une hauteur $H' < H$.* — Application de la formule $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$ (dont les coefficients A et B ont été calculés par la méthode des moindres carrés) à $H > H'$.

3° *Nivellement réduit à la détermination des deux courbes de niveau H et $\frac{H}{2}$.* — Application de la formule (8) ou (13).

4° *Nivellement réduit à la détermination de la seule courbe de niveau H .* — Application de la formule (6) (7) ou (12).

5° *Aucun nivellement. Estimation des éléments a , p et i .* — Application de la formule (4).

REMARQUE. — Avant d'appliquer les considérations qui précèdent à l'examen de quelques cas concrets, ce qui est nécessaire pour les légitimer, une remarque s'impose.

Quand on cherche à déterminer pour un emplacement donné, une équation du type $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$, on constate qu'on peut trouver plusieurs solutions, également satisfaisantes, comportant des valeurs différentes pour les coefficients A et B .

Cela résulte de l'incertitude qu'on éprouve dans le choix des valeurs respectives à attribuer à a et à p . Des valeurs croissantes de a pourvu qu'on prenne pour $\frac{1}{p}$ des valeurs décroissantes conduisent à des formules sensiblement équivalentes.

En effet, la constante a ne s'applique pas strictement à la largeur du lit, mais aussi bien, et même plutôt, à la largeur de la partie du thalweg pratiquement horizontale.

C'est ainsi (fig. 7) que pour le profil considéré, on pourra

Fig. 7

prendre soit $a = AB$ avec $p = \frac{BC}{CD}$, soit $a = A'B'$ avec $p = \frac{B'C'}{C'D'}$. Cette indécision est fonction des valeurs relatives de a et H , et plus le rapport $\frac{a}{H}$ est grand, plus elle est grande. De là résulte également que l'équation $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$ est d'au-

tant moins exacte qu'on s'éloigne du plan horizontal ayant servi à déterminer la pente moyenne. En particulier, elle ne donne les faibles volumes correspondant aux petites valeurs de h , qu'avec une erreur relative souvent importante.

V

EXEMPLES NUMÉRIQUES. — L'examen de quelques cas concrets va nous permettre d'apprécier le degré de précision sur lequel on peut compter dans l'application des formules établies ci-dessus. Nous en exposerons deux.

Premier Exemple. — Il est tiré de l'étude très détaillée d'un projet de régularisation d'une rivière du Plateau Central. Les caractéristiques du réservoir projeté sont :

Hauteur de la retenue	$H = 68,50$ m.
Longueur du remous	$L = 5.664$ m.
Volume total	$V = 23$ millions m^3
Superficie noyée	$S = 1.044.775$ m^2

Le nivellement de la cuvette a été fait très exactement et par application simultanée des deux méthodes (1° Plans verticaux, 2° Plans horizontaux), l'auteur en a déduit le tableau suivant, donnant le volume pour différentes valeurs de h .

Valeurs de h	1re détermination (profils en travers)	2me détermination (plans horizontaux)
10	272.176	269.380
20	987.582	999.380
30	2.575.734	2.524.060
40	5.235.625	5.172.810
50	9.376.576	9.196.250
60	15.485.118	15.021.250
68,50	22.987.294	22.899.000

Nous n'avons pas eu l'occasion de relever directement sur le terrain, les éléments a , p et i , mais nous les avons extraits très rapidement des pièces du dossier que nous avons eu en mains.

Pente du lit. — On a $i = \frac{68,5}{5664} = 0,012$

Largeur du lit. — La largeur varie entre 12 m. (minimum) et 36 m. (maximum).

La moyenne de trente déterminations donne exactement 21,15.

Inclinaison des berges. — De l'examen rapide de trente profils, et par emploi de la formule $\frac{1}{p} = \frac{M - a}{2H}$, nous avons constaté que p variait entre 0,30 et 0,70, et que sa valeur moyenne était sensiblement de 0,50.

D'où la formule :

$$v = \frac{21,15}{2 \times 0,012} h^2 + \frac{1}{3 \times 0,50 \times 0,012} h^3$$

$$v = 881 h^2 + 55 h^3$$

qui convient parfaitement, comme le montre le graphique de la fig. 8.

Nous avons retrouvé la même formule, par l'application de la méthode des moindres carrés (équations 14), en prenant pour h et v les valeurs suivantes :

h	10	20	30	40	50	60	70	(en mètres)
v	0,3	1,0	2,5	5,2	9,2	15,0	24	(en millions de m^3)

On trouve exactement :

$$\frac{A}{2} = 885 \quad \frac{B}{3} = 56$$

L'erreur moyenne étant $\pm \sqrt{\frac{\sum (\Delta v)^2}{n-2}} = 0,28$ (soit 280.000 m^3).

La formule (4) donne, pour $h = 68,5$.

$S = 90$ hectares (au lieu de 104)

L'écart provient de ce que, très resserrée dans sa partie inférieure, la vallée s'élargit sensiblement au voisinage de $h = 68,50$.

Les formules (6) (7) et (8) donnent respectivement (au lieu de 22,9), $V = 25,1$ $V = 23,7$ $V = 23,9$.

Fig. 8

Deuxième exemple. — Nous en avons extrait les éléments d'un avant-projet dressé en 1859 par les Ponts et Chaussées, service des crues :

Hauteur de la retenue $H = 21,50$ m.
 Longueur du remous $L = 4,300$ m.
 Volume total $V = 5,2$ (en millions de m^3).
 Superficie noyée $S = 65$ h. 89, dont lit : 11,53.
 Terrains submersibles : 10,43.
 insubmersibles : 43,93.

Les volumes en fonctions de h sont :

Valeurs de h	Volumes (v)
3,50	34.863
5,50	124.360
7,50	243.165
9,50	524.760
11,50	939.733
13,50	1.536.660
15,50	2.235.479
17,50	3.108.948
19,50	4.411.469
21,50	5.234.309

Prenons pour valeurs respectives de h et v , les valeurs suivantes (pour simplifier les calculs) :

$h = 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22$
 $v = 0,05 \quad 0,15 \quad 0,31 \quad 0,62 \quad 1,08 \quad 1,7 \quad 2,44 \quad 3,42 \quad 4,6 \quad 5,4$

et appliquons la méthode des moindres carrés.

On trouve $\frac{A}{2} = 3.638$

$\frac{B}{3} = 363$

d'où $v = 3.638 h^2 + 363 h^3$ (15)

Comme on a $i = \frac{21,50}{4300} = 0,005$, on tire des deux équations

$\frac{a}{2i} = 3638$ et $\frac{1}{3pi} = 363$ les valeurs suivantes de a et de p :

$a = 36,38$
 $p = 0,184$

La superficie noyée correspondante est $\Sigma = AH + BH^2$; on trouve, en faisant les calculs :

$\Sigma = 66$ H. 04 (au lieu de 65 H. 89).

Une équation, du type $v = \frac{Ah^2}{2} + \frac{Bh^3}{3}$ convient donc bien au cas concret considéré.

Comme application des calculs précédents, signalons que l'emplacement en question a été retenu pour la création d'un réservoir de régularisation de 20 millions de mètres cubes. La formule trouvée, étant supposée valable, approximativement, pour $h > 21,50$, nous en avons déduit que la hauteur du barrage nécessaire à cet effet, est de 35 mètres, et la superficie noyée de 158 hectares.

Au lieu d'employer la méthode des moindres carrés, nous pouvions exprimer A et B en fonction de $\Sigma = 65$ h. 89 et $S_0 = 11$ h. 53 ou 21 h. 96.

De : $\Sigma = AH + BH^2$.

$S_0 = AH$

on tire : $A = \frac{S_0}{H}$

$B = \frac{\Sigma - S_0}{H^2}$

Si nous prenons $S_0 = 11$ h. 53 (lit proprement dit), on obtient

$\frac{A}{2} = 2.681$ $\frac{B}{3} = 392$

Si nous prenons $S_0 = 11$ h. 53 + 10 h. 43 = 21 h. 96 (lit et terrains voisins submersibles en temps de crue), on obtient :

$\frac{A}{2} = 5.107$ $\frac{B}{3} = 316$

D'où les deux formules :

$v = 2.681 h^2 + 392 h^3$ (15 bis).

$v = 5.107 h^2 + 316 h^3$ (15 ter).

dont les coefficients encadrent ceux de la formule (15). Ces coefficients correspondent aux valeurs suivantes de a et p .
 dent aux valeurs suivantes de a et p .

(15 bis) $a = 26,81$ $p = 0,17$

(15 ter) $a = 51,07$ $p = 0,21$

(15) $a = 36,38$ $p = 0,18$

Ces trois formules sont également acceptables, comme on

peut s'en rendre compte par l'examen de la fig. 9, où elles sont toutes les trois interprétées par des courbes.

Fig. 9 (1)

La première est plus exacte pour les faibles volumes, la deuxième pour les grands volumes, la troisième pour les volumes moyens.

Nous trouvons là un exemple numérique relatif à la remarque qui termine le paragraphe IV. On vérifie également ce que nous avons dit au sujet des faibles volumes.

VI

GÉNÉRALISATION DE LA FORMULE $v = \frac{ah^2}{2i} + \frac{h^3}{3pi}$

Bien que, dans la plupart des cas, cette formule doive suffire, on peut la généraliser et en établir d'autres, correspondant à d'autres hypothèses, au sujet de i et p .

Nous avons admis jusqu'à présent, que i et p étaient constants. Plus généralement, soit (fig. 10).

$x = f(y)$, l'équation de la courbe du lit ; $y = F(x)$, la fonction inverse ;

$y' = \varphi(x')$, l'équation de la courbe des rives, supposé la même dans toute l'amplitude du remous.

On a $V = V_1 + 2V_2$.

V_1 étant le volume $ABCC'B'A'$ et V_2 l'un des volumes $ABCD$, $A'B'C'D'$ supposés égaux.

Soit que nous employions la méthode des plans verticaux ou des plans horizontaux, on obtient les formules générales suivantes :

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} \text{Sections} \\ \text{verticales} \end{array} \right\} \begin{cases} \Sigma(y) = a(H-x) = a[H-f(y)] \\ V_1 = a \int_0^H [H-f(y)] dy \end{cases} \\ & \left. \begin{array}{l} \text{Sections} \\ \text{horizontales} \end{array} \right\} \begin{cases} S(x) = ay = aF(x) \\ V_1 = a \int_0^H F(x) dx \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} \text{Sections} \\ \text{verticales} \end{array} \right\} \begin{cases} \Sigma(y) = \int_0^{H-x} y' dx' = \int_0^{H-x} \varphi(x') dx' = K(y) \\ V_2 = \int_0^H dy \int_0^{H-x} \varphi(x') dx' \end{cases} \\ & \left. \begin{array}{l} \text{Sections} \\ \text{horizontales} \end{array} \right\} \begin{cases} S(x) = \int_0^y \varphi[x-f(y)] dy = P(x) \\ V_2 = \int_0^H dx \int_0^y \varphi[x-f(y)] dy \end{cases} \end{aligned}$$

Le calcul des intégrales précédentes, pour certaines expressions simples des fonctions $f(y)$ et $\varphi(x')$ conduit aux profils (coupe transversale et coupe longitudinale du réservoir) et aux formules de la figure (10).

Fig. 10

Les formules rentrent dans le type général

$$V = \frac{Mh^{m+1}}{m+1} + \frac{Nh^{n+1}}{n+1}$$

M, N, m et n ayant les valeurs suivantes :

Types	Lit de la rivière	Berges	M	N	m	n
I a	rectiligne.....	rectilignes..	$\frac{a}{i}$	$\frac{1}{pi}$	1	2
I b	»	convexes..	$\frac{a}{i}$	$\frac{3}{2\beta i}$	1	3
I c	»	concaves...	$\frac{a}{i}$	$\frac{2}{3\beta i}$	1	1 1/2
II a	concave.....	rectilignes..	$\frac{a}{\alpha}$	$\frac{4}{5\beta\alpha}$	1/2	1 1/2
II b	»	convexes..	$\frac{a}{\alpha}$	$\frac{16}{15\beta\alpha}$	1/2	2 1/2
III a	convexe.....	rectilignes..	$\frac{a}{\alpha}$	$\frac{3}{2\beta\alpha}$	2	3
III b	»	convexes..	$\frac{a}{\alpha}$	$\frac{4}{3\beta\alpha}$	2	4

A. COUTAGNE,
ancien élève de l'Ecole Polytechnique.

(1) Lire $p = 0,184$ au lieu de $0,275$