

L'ÉTUDE DES COUPS DE BÉLIER

DANS LES

CANALISATIONS MÉTALLIQUES SOUS PRESSION

RÉSULTATS OBTENUS PENDANT LA GUERRE

(SUITE)

Calcul des coups de bélier dans les conduites munies d'un réservoir d'air ⁽¹⁾.

M. Râteau a publié dans la « Revue de Mécanique » et M. de Sparre dans la « Houille blanche », d'importants travaux sur les coups de bélier dans les conduites munies d'un réservoir d'air ; j'ai moi-même étendu les résultats de M. Râteau dans le cas d'une conduite munie de plusieurs poches d'air. Mais, le cas des coups de bélier de grande amplitude n'a pas été étudié, à ma connaissance du moins ; je me propose d'indiquer dans ce travail un mode de calcul de ces coups de bélier et de donner des vérifications expérimentales des résultats obtenus ⁽²⁾.

Prenons donc une conduite munie à sa partie inférieure d'un réservoir d'air, de volume suffisant pour qu'on puisse négliger la compressibilité de l'eau et la variation de volume de la conduite. Étudions le cas d'une fermeture de très courte durée.

En désignant par :

L la longueur de la conduite en mètres ;

S la section de la conduite en mètres carrés ;

v la vitesse de l'eau en mètres par seconde ;

H la pression statique en mètres d'eau à l'extrémité de la conduite ;

$y = H(1+z) + P$ la pression en mètres d'eau, au temps t , à l'extrémité aval de la conduite ;

P la pression atmosphérique en mètres d'eau ;

U le volume de l'air en mètres cubes à la pression y ;

U_0 le volume initial à la pression $y_0 = H + P$;

γ le rapport des chaleurs spécifiques des gaz C et c .

On a les équations suivantes, en supposant que l'air se comprime adiabatiquement :

$$(1) \quad \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = -Hz, \quad (2) \quad \frac{dU}{dt} = -Sv,$$

$$(3) \quad \zeta = Ay^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (4) \quad y = H(1+z) + P.$$

L'élimination de z , U , v entre les quatre équations précédentes, donne :

$$My^{-\frac{1}{\gamma}-2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 - Ny^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{d^2y}{dt^2} + y_0 - y = 0.$$

⁽¹⁾ Article extrait de la *Revue générale de l'Electricité* (12 mai 1917).

⁽²⁾ Je laisse de côté, dans cet article, la discussion de l'emploi des réservoirs d'air dans les conduites forcées, et en particulier la difficulté provenant de la dissolution de l'air dans l'eau ; cette question a été d'ailleurs complètement résolue.

En posant :

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = u,$$

on obtient :

$$\frac{du}{dy} = \frac{2M}{Ny} u + 2 \frac{y_0 - y}{N} y^{\frac{1}{\gamma}+1},$$

d'où l'on déduit :

$$(5) \quad \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = -2,820 \frac{y_0}{N} y^{2,71} - \frac{6,877}{N} y^{3,71} + Cy^{3,42} = F(y),$$

avec

$$\frac{v_0^2 S^2 \gamma^2 y_0^{3,42}}{A^2} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_0^2,$$

$$N = \frac{LA}{Sg\gamma}, \quad M = N \cdot 1,71, \quad y_0 = H + P,$$

$$A = U_0 [H + P]^{\frac{1}{\gamma}}.$$

En écrivant que $\frac{dy}{dt} = 0$, l'équation (5) permet de déterminer le maximum et le minimum de pression.

Cette équation admet deux racines qui résolvent la question. En outre, en remplaçant y par y_0 dans la relation (5), on obtient le coefficient angulaire de la tangente à l'origine à la courbe de surpression. En prenant la dérivée du second membre de l'équation (5) et en égalant à zéro, on obtient l'ordonnée du point d'inflexion de la même courbe. Enfin, on construit cette courbe par points par le procédé suivant :

Appelons $F(y)$ le second membre de l'équation (5), on a :

$$t = \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{F(y)}}$$

qui donne le temps t par une planimétrie.

En appelant y_M la pression maximum et y_m la pression minimum, la période T sera donnée par la formule :

$$T = 2 \int_{y_m}^{y_M} \frac{dy}{\sqrt{F(y)}}$$

La courbe représentant $\frac{1}{\sqrt{F(y)}}$ ayant des branches asymptotiques pour $y = y_m$ et $y = y_M$, on se contente de faire la planimétrie entre les limites $y_m + \epsilon$ et $y_M - \epsilon$; ϵ étant très petit.

On peut ensuite faire le même calcul en prenant une compression isotherme. Nous appellerons A' la nouvelle constante :

$$A' = U_0 y_0, \quad N = \frac{LA'}{Sg},$$

on obtient facilement l'équation suivante :

$$(6) \quad \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = \left(-\frac{2y_0}{N} \cdot \frac{1}{y} - \frac{2}{N} Ly + C' \right) y^4 = F(y),$$

$$(7) \quad \text{et } C' = \frac{v_0^2 S^2}{A'^2} + \frac{2}{N} (1 + Ly_0).$$

La question se résout de la même façon pour la valeur maximum et minimum de la pression, pour la construction par points de la courbe de surpression et pour la détermination *a priori* de la période.

Quand H_z est faible vis-à-vis de y_0 , les formules précédentes se simplifient ; l'équation (5) peut s'écrire, dans le cas d'une compression adiabatique :

$$\frac{2,82}{N} [y^{-0,71} - y_0^{-0,71}] + \frac{6,877}{N} [y^{0,29} - y_0^{0,29}] = \frac{v_0^2 S^2 \gamma^2}{A^2}$$

En développant en série et négligeant les termes à partir du troisième ordre, on obtient la formule de Rateau :

$$Hz = v_0 \sqrt{\frac{L S}{g U} \gamma y_0}$$

de même, dans le cas des compressions isothermes, l'équation (6) peut s'écrire :

$$\frac{2}{N} L \left(1 + \frac{Hz}{y_0}\right) + \frac{2}{N} \left(\frac{y_0}{Hz + y_0} - 1\right) = \frac{v_0^2 S^2}{A^2}$$

qui donne, toujours avec les mêmes approximations, la même formule de M. Rateau avec $\gamma = 1$.

EXPÉRIENCES. — L'expérience vérifie d'une façon très satisfaisante les formules précédentes et montre, en particulier, que les conditions limites ont été correctement écrites. Les expériences ont porté, en particulier, sur une conduite dans laquelle, on a :

$$L = 18,36 \text{ m. } S = 50 \text{ cm}^2, H = 15,5 \text{ m.}$$

$$T = 1^\circ\text{C, } P = 735 \text{ mm de Hg.}$$

Quand les coups de bélier sont petits, la courbe de surpression est de forme sinusoidale. Au contraire, quand les coups de bélier deviennent considérables, c'est-à-dire lorsque H_z n'est plus négligeable vis-à-vis de y_0 , les courbes obtenues, comme le montrent les figures 1 et 2, ont des portions positives beaucoup plus pointues que les portions négatives, c'est-à-dire situées au-dessous de la ligne de pression statique ; la surpression et la dépression deviennent donc très inégales. L'équation rend compte complètement de cette forme ; exemple : expérience IE — 139 — 4. La fonction $F(y)$ est réelle pour les valeurs de y comprises entre 18,2 m et 37,2 m, dans le cas de la compression adiabatique, et entre les valeurs 19,3 m et 35,2 m, dans le cas de la compression isotherme. On trouve les résultats suivants :

	Adiabatique calculée par l'équation	Observation	Isotherme calculée par l'équation
Maximum de y : $y_M =$	37,2 m	36,75 m	35,2 m
Minimum de y : $y_m =$	18,2 m	19,15 m	19,3 m

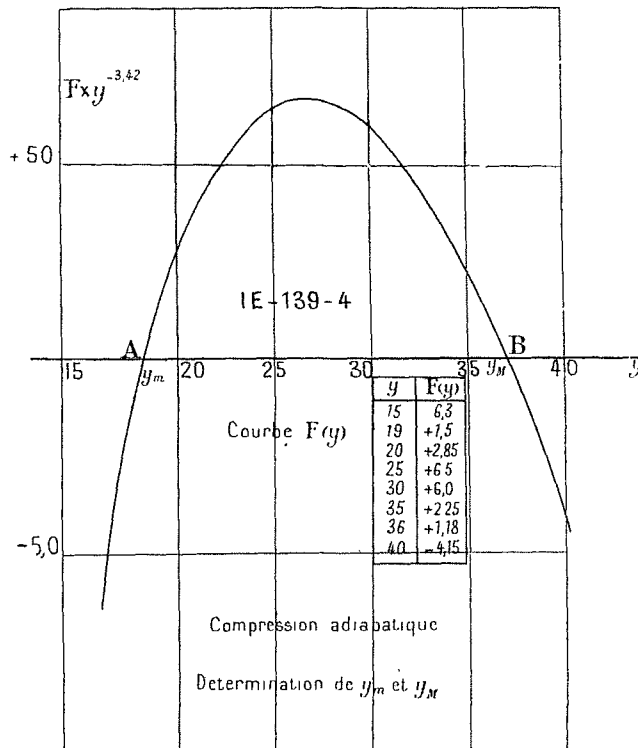


Fig. 3. — Courbe représentative de la fonction $F(y) y^{-3,42}$.

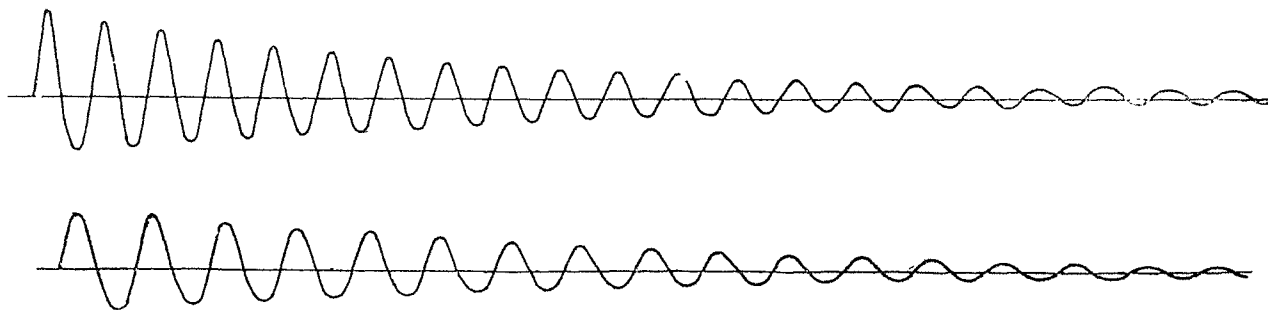


Fig. 1 et 2. — Courbes de surpression dans le cas de coups de bélier considérables. — Fig. 1 : $U_0 = 490 \text{ cm}$. — Fig. 2 : $U_0 = 720 \text{ cm}$

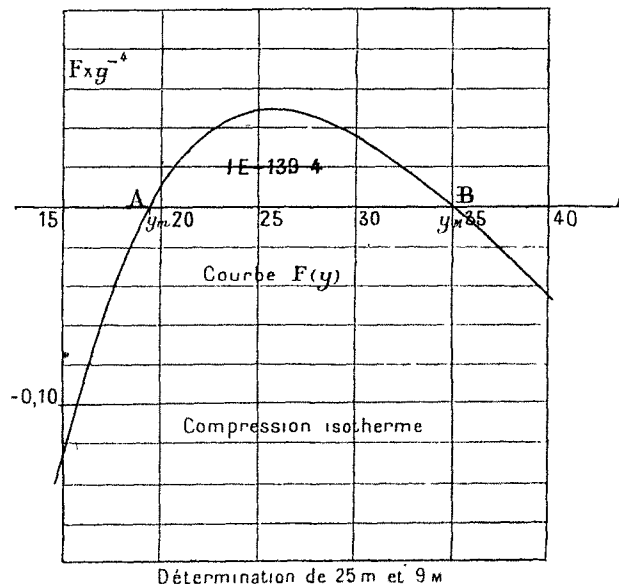


Fig. 4. — Courbe représentative de la fonction $F(y) y^{-4}$.

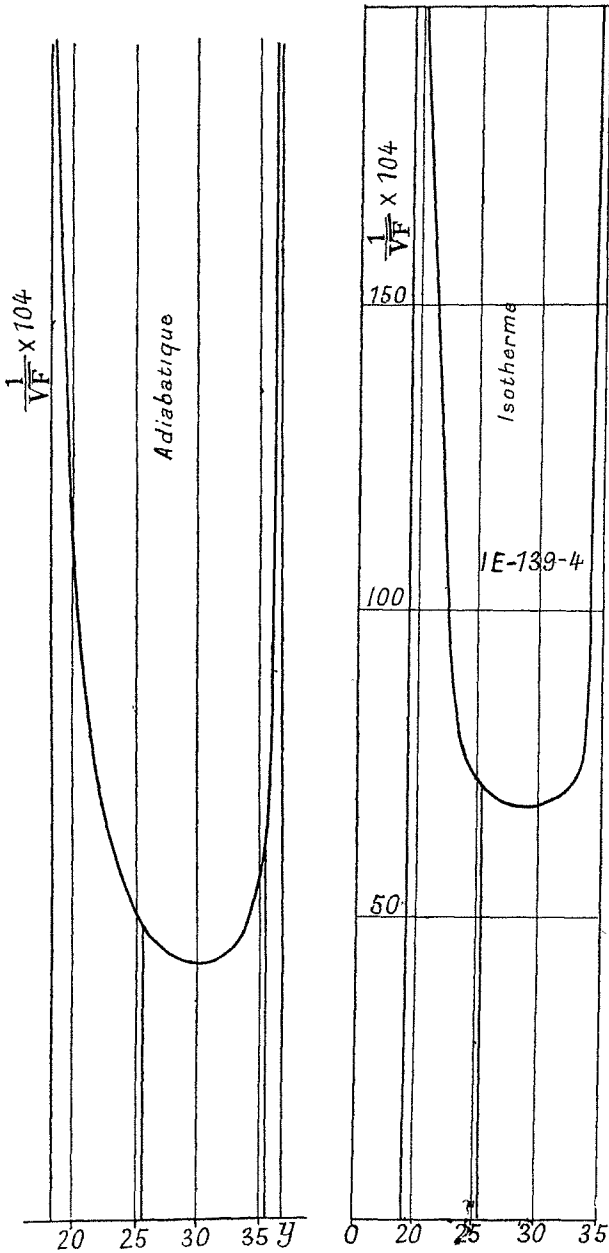


Fig. 5

Fig. 6

Fig. 5. — Courbe représentative de la fonction $\frac{1}{\sqrt{F(y)}}$ dans le cas d'une compression adiabatique.

Fig. 6. — Courbe représentative de la fonction $\frac{1}{\sqrt{F(y)}}$ dans le cas d'une compression isotherme.

pour cette expérience, la valeur de v_0 est : 0,224 m. et $U_0 = 490 \text{ cm}^3$ à la pression de 735 mm de mercure.

Le graphique des surpressions est représenté figure 1, la fonction $F(y)$. $y^{-3,42}$, figure 3 ; et la fonction $F(y) y^{-4}$, figure 4.

La tangente à l'origine pour la courbe adiabatique donne :

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 207 \text{ m : s.}$$

pour la courbe isotherme :

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 150 \text{ m : s.}$$

Le graphique donne :

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 187 \text{ m : s.}$$

On voit donc que la compression est comprise entre une isotherme et une adiabatique ; avec des réservoirs d'air à parois métalliques et des périodes assez longues, elle se rapproche davantage de l'isotherme que de l'adiabatique.

Autre exemple de la même série : Expérience IE — 139 — 2 $V_0 = 0,190 \text{ m}$, $U_0 = 720 \text{ cm}^3$ à la pression de 735 mm de mercure.

	Adiabatique	Observation	Isotherme
Maximum de y : $y_M =$	35,5 m	32,75 m	31,75 m
Minimum de y : $y_m =$	18,8 m	20,67 m	20,9 m

La courbe représentant les surpressions obtenues expérimentalement est reproduite dans la figure 2. La courbe représentant la fonction $F(y)$, y^{-4} est reproduite dans la figure 4.

Pour déterminer la période, on construit par points les courbes représentant la fonction $\frac{1}{\sqrt{F(y)}}$.

Ces courbes sont représentées par la figure 5, pour la compression adiabatique, et par la figure 6, pour la compression isotherme.

On trouve : pour l'expérience IE — 139 — 4 ;

Période isotherme : 0,278 s ;

Période adiabatique : 0,330 s ;

La période observée est : 0,300 s.

CONCLUSION. — Pour déterminer la surpression

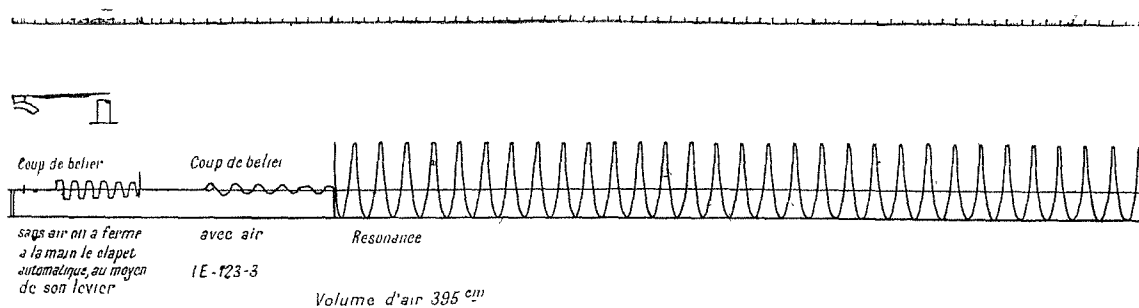


Fig 7. — Représentation graphique du coup de bélier dans une conduite sans air, puis avec air, le clapet étant maintenu fermé, et phénomène de résonance, le clapet étant abandonné à lui-même.

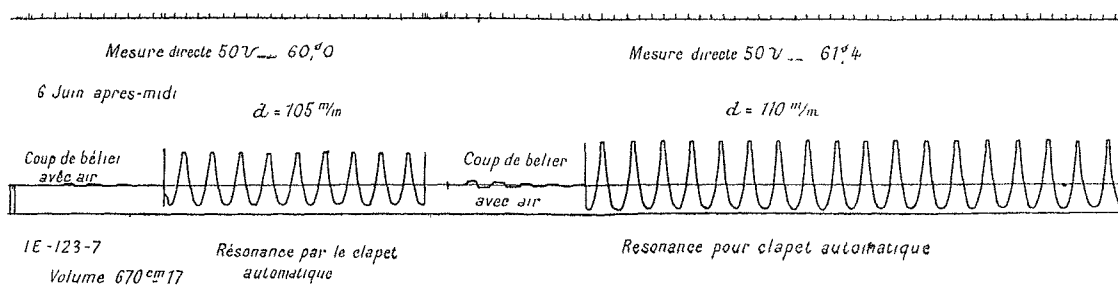


Fig. 8. — Mêmes phénomènes que dans le cas de la figure 7, mais enregistrés dans une autre expérience.

maximum y_M produite par une fermeture instantanée du distributeur dans une conduite munie d'un réservoir d'air à son extrémité aval, on fera usage des équations (5) et (6) ; l'équation (5) donnera une limite supérieure et l'équation (6) une limite inférieure de la surpression cherchée.

REMARQUE. — Les phénomènes de résonance produits par le fonctionnement d'un clapet automatique (1) dans une conduite munie d'une poche d'air donnent des courbes de surpressions analogues aux précédentes. Je reviendrai sur ces phénomènes qui présentent un très grand intérêt ; au point de vue industriel, on remarquera sur la figure 7 : 1° le coup de bélier produit dans la conduite purgée d'air, en fermant à la main le clapet et le maintenant fermé ; 2° le coup de bélier produit dans les mêmes conditions, quand on crée dans la conduite une poche d'air de 378 cm³ (mesurée à la pression de 10 m d'eau) et, enfin, le phénomène de résonance obtenu en abandonnant le clapet à lui-même. La figure 8 donne un autre exemple de phénomène de résonance.

C. CAMICHEL,

Professeur à la Faculté des Sciences,
Directeur de l'Institut électrotechnique de Toulouse

Sur les grandes vitesses de l'eau dans les conduites (2).

L'auteur a étudié l'écoulement de l'eau dans les tubes pour des vitesses considérables atteignant 80 m. : sec ; il a montré que, pour ces vitesses, la loi de la perte de charge était rigoureusement la même que pour les faibles vitesses inférieures à 10 m. : sec, qui seules avaient été envisagées jusqu'à maintenant.

Les hautes pressions actuellement utilisées dans l'industrie hydraulique peuvent donner à l'eau des vitesses considérables de l'ordre de 100 m. : sec, par exemple ; jusqu'à présent, l'étude de ces vitesses a été, du moins à ma connaissance, complètement laissée de côté, les expériences signalées concernant toutes des vitesses inférieures à 10 m. : sec. L'objet de cette note est d'indiquer les résultats que j'ai obtenus relativement aux pertes de charge dans les tubes pour des vitesses atteignant 80 m. : sec.

(1) Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. CLXIII, p. 224 ; La Revue électrique, t. XXVI, p. 291.

(2) Article extrait de la Revue générale de l'Électricité (23 nov 1918).

La disposition adoptée est la suivante :

Un accumulateur de 1000 litres de capacité et dont la pression est 150 kg : cm², équivalant par conséquent aux plus hautes chutes utilisées actuellement, est mis en communication avec le tube horizontal dans lequel l'eau s'écoule ; un robinet à pointeau, placé entre l'accumulateur et le tube, permet de faire varier la vitesse de l'eau.

Considérons un tube horizontal et supposons que la vitesse est partout parallèle à l'axe du tube et que le régime permanent est établi ; prenons l'axe du tube à partir de l'orifice d'entrée comme axe des x , oy horizontal et oz vertical, et appliquons les équations générales du mouvement des liquides pesants doués de viscosité. La vitesse se réduit à la composante u parallèle à ox , les deux autres composantes v et w sont nulles ; on en déduit facilement que $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0$, c'est-à-dire que la pression est uniforme dans toute la section du tube. L'équation de continuité donne $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, ce qui veut dire que la vitesse du fluide est la même en tous les points d'une même parallèle à l'axe du tube. Enfin, on trouve que $\frac{\partial p}{\partial x} = \text{constante}$, c'est-à-dire que la pression varie uniformément d'une extrémité à l'autre du tube.

Étendons ces résultats au cas des grandes vitesses.

Nous mesurerons les pertes de charge en évaluant les pressions en divers points du tube ; il ne serait pas correct de mesurer la différence des pressions aux deux extrémités du tube, car la pression P'_0 qui règne dans la section du tube à l'orifice d'entrée diffère beaucoup de la pression P_0 dans le réservoir qui alimente le tube mesurée en un point où le liquide est immobile. La différence $P_0 - P'_0$ correspond à la chute de pression nécessaire pour donner au liquide la force vive qu'il a à l'entrée du tube et pour vaincre les frottements des filets liquides les uns contre les autres, dans le réservoir qui alimente le tube. À la sortie, au contraire, l'examen du jet montre que la distribution des vitesses est la même que dans l'intérieur du tube ; on peut en conclure qu'il en est de même pour les pressions. Il n'y aurait donc pas de difficulté pour l'extrémité aval du tube, mais en revanche l'évaluation de la différence $P_0 - P'_0$ à l'entrée serait bien incertaine. Il faut remarquer, en outre, que la contraction de la veine, qui se produit dans la partie antérieure du tube, rend complètement inexacte pour cette région l'hypothèse du parallélisme des filets liquides à l'axe du tube, par exemple, dans un tube de 3 mm de diamètre et de 0,20 m de longueur, traversé par de l'eau ayant à la sortie une vitesse de 80 m. : sec, la contraction de la veine est telle qu'à 5 cm de l'entrée la pression y devient sensible-

ment égale à la pression atmosphérique et que le tube peut être ouvert en ce point sans qu'il y ait écoulement de l'eau à l'extérieur.

Il en résulte qu'il faut mesurer les pressions à une certaine distance, 12 cm au moins, de l'orifice d'entrée et employer des tubes de 0,50 de longueur au minimum. Les manomètres étaient des appareils Bourdon, étalonnés, avant et après l'essai, par un manomètre Marex (piston chargé de poids) alimenté par une pompe Deauville du modèle de celles qui servent à essayer les obus.

Les tubes étudiés avaient un diamètre intérieur de 3 mm environ, qui était mesuré au moyen d'un microscope à réticule, muni d'un chariot micrométrique. Les expériences ont porté sur 3 tubes, un de cuivre rouge, les deux autres de laiton. Voici quelques résultats correspondant à un tube de laiton.

Diamètre intérieur : 0,0029 m, longueur : 0,483 m.

Dans la première colonne du tableau ci-joint, J désigne la quantité $-\frac{\partial p}{\partial x}$, évaluée en mètres d'eau par mètre de longueur ; la première colonne donne les valeurs correspondantes de la vitesse moyenne U égale au quotient du débit par la section, évaluée en mètres par seconde.

NUMÉROS	U	J	$\log U$	$\log J$
1	79,9	2 060	1,90	3,31
2	79,9	2 000	1,90	3,30
3	74,1	1 690	1,87	3,23
4	66,0	1 400	1,82	3,14
5	55,6	930	1,75	2,97
6	46,7	642	1,67	2,81
7	45,0	626	1,65	2,80
8	37,9	452	1,58	2,65
9	30,9	312	1,49	2,49
10	22,9	176	1,36	2,25
11	7,82	24,7	0,89	1,39
12	3,84	6,78	0,58	0,83
13	3,70	6,40	0,67	0,79
14	3,45	5,52	0,54	0,74
15	2,27	2,77	0,36	0,44
16	1,84	1,89	0,26	0,28
17	1,37	1,11	0,14	0,047
18	1,10	0,74	0,041	-0,133
19	0,71	0,302	-0,15	-0,52
20	0,493	0,244	-0,31	-0,61
21	0,197	0,076	-0,70	-1,12
22	0,093	0,040	-1,03	-1,40

Si l'on construit la courbe (fig. 1) ayant comme abscisse $\log U$ et comme ordonnée $\log \left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right)$, les points correspondant aux vitesses inférieures à 0,50 m : sec se placent sur une droite ayant pour équation

$$\log J = \log U - 0,395, \quad (1)$$

cette droite représente le régime de Poiseuille. Les points correspondant à des vitesses supérieures à 2,50 m : sec se placent sur une droite

$$\log J = 1,93 \log U - 0,36, \quad (2)$$

qui représente le régime hydraulique. Tout ceci est conforme aux recherches de M. Couette et de M. Osborne Reynolds ; le coefficient 1,93 trouvé diffère très peu de celui qui résulte des expériences de Darcy et qui est égal à 1,92 ; mais le résultat qui n'avait pas été indiqué jusqu'à présent et qui constitue l'objet de cette note est le suivant : la droite (2) représente avec toute la rigueur désirable la relation entre J et U , jusqu'aux vitesses de 80 m : sec ; les points obtenus expérimentalement se placent sur cette droite avec une telle précision qu'il est vraisemblable que la même relation s'applique pour des vitesses encore plus élevées.

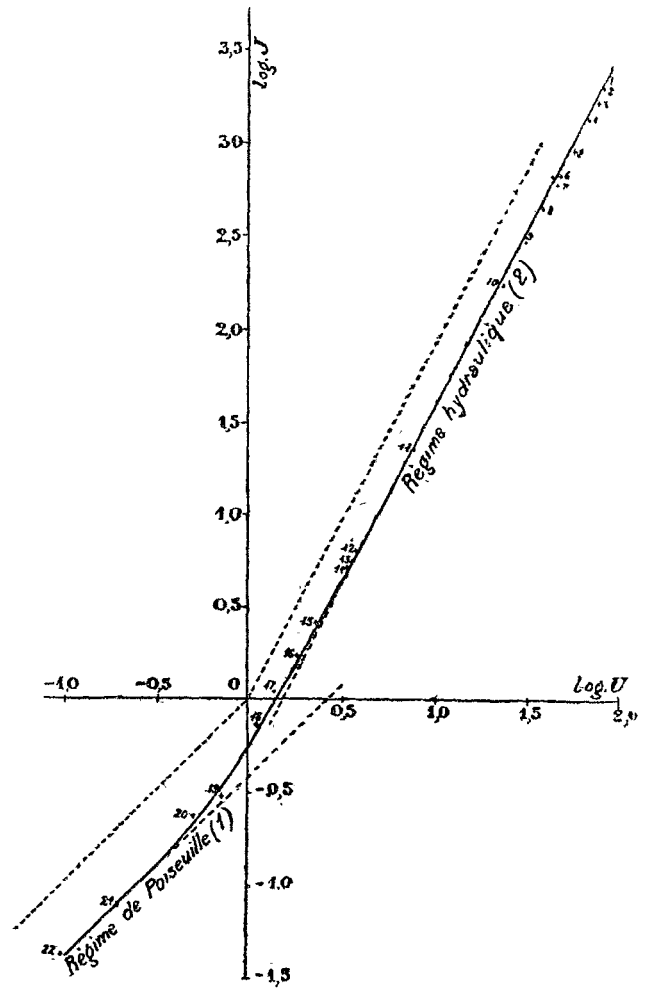


Fig. 1

Il résulte donc avec la plus grande netteté des expériences que la loi de variation de la perte de charge en fonction de la vitesse est la même pour les faibles vitesses ordinairement employées dans l'industrie et pour les grandes vitesses, par exemple 80 m : sec, que les hautes chutes permettent de produire.

Ce résultat peut dès maintenant être utilisé par les ingénieurs.

Nous nous proposons, avec M. Eydoux, d'étendre ces expériences et de poursuivre l'étude des propriétés de l'eau aux grandes vitesses ; des recherches de ce genre présentent des difficultés provenant des puissances considérables qu'elles nécessitent et des précautions qu'elles exigent.

C. CAMICHEL,
 Professeur à la Faculté des Sciences,
 Directeur de l'Institut électrotechnique de Toulouse.