

On voit ainsi que les stations à l'est du Rhône, où la moyenne d'excédent pluvial par mètre d'altitude, atteint $1^m/m,07$ au lieu de $0^m/m,83$ à l'ouest, reçoivent beaucoup plus de pluie que le plateau de l'Ardèche, brûlé par le soleil faute de bois. Le nombre des jours de pluie, atteignant 135 à Lente, n'est en moyenne que de 81 dans l'Ardèche et s'y abaisse à 65 et 66 pour quelques stations. La répartition des pluies entre les saisons est également plus favorable à l'est du Rhône, où Lente reçoit plus d'eau pendant la période de végétation (1^{er} avril au 30 septembre), que le reste de l'année, tandis que l'inverse a lieu dans l'Ardèche. Le rétablissement du revêtement végétal donne ainsi le moyen de sortir du cercle vicieux signalé par M. Salvador : « D'une part, l'eau indispensable au plein développement de la forêt, est devenue trop rare pour permettre ce développement ; d'autre part, cette rareté tient à la disparition de la forêt qui, seule, est capable de redonner au climat local l'humidité qui lui fait défaut » (1). Dans la montagne dénudée comme dans les régions désertiques, le reboisement est difficile parce que l'air y est trop sec, et l'air est trop sec parce que l'arbre y fait défaut. Mais l'homme n'est pas enfermé pour cela dans un cercle vicieux, puisque l'embroussaillage et l'enherbement lui donnent le moyen de fournir aux jeunes plants, non seulement un abri, mais des conditions hygrométriques favorables à leur croissance (2).

L'Association Centrale pour l'Aménagement des Montagnes sera reconnaissante, aux groupements et aux particuliers qui se livreraient à ce genre d'études, de lui en communiquer les résultats à son siège social (Bordeaux, 142, rue de Pessac) et de seconder ainsi ses recherches entreprises d'accord avec l'administration forestière pour fixer les lois des condensations occultes, dont l'abondance est maintenant un fait acquis. Mais ce serait une imprévoyance impardonnable d'ajourner le gros effort nécessaire au reboisement des montagnes, sous prétexte d'attendre l'achèvement de ces laborieuses études, car on sait aujourd'hui (3) que le renforcement des forces hydrauliques est pour la France une question de vie ou de mort. Aussi les initiatives dévouées à l'Aménagement du Rhône se préoccupent-elles d'y faire contribuer le reboisement : « Pourquoi donc a-t-il perdu cette activité régulière ? dit M. Herriot. J'imagine qu'il faut attribuer cette décadence au déboisement qui a de même appauvri la Tunisie. S'il en était ainsi, notre programme d'aménagement du Rhône devrait s'accroître d'un programme de reboisement » (4).

Paul DESCOMBES,

Ingénieur en chef honoraire des Manufactures de l'Etat.



(1) G. SALVADOR. — La Forêt de la Saute-Baume (*Revue des Eaux et Forêts*, juin 1921).

(2) Les Condensations occultes et l'atténuation de la sécheresse aux grandes altitudes (Bois et résineux, 18 mai 1919).

(3) Un Méfait du déboisement (*Revue des Deux-Mondes* du 15 septembre).

(4) E. HERRIOT. — L'Avenir du Rhône (*Les Annales politiques et littéraires*, 30 octobre 1921).

MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DES ENVELOPPES CYLINDRIQUES A SECTION NON CIRCULAIRE

Cette question a déjà été étudiée dans un précédent numéro de la Houille Blanche, mais seulement dans le cas particulier d'une enveloppe de section elliptique et d'épaisseur uniforme.

Le présent article expose une méthode de calcul beaucoup plus générale puisqu'elle s'applique à des enveloppes dont la section peut être quelconque et dont l'épaisseur peut être variable en tous les points de la section.

Cette méthode est précieuse pour l'étude des corps de robinets vannes, elle est du reste utilisée couramment dans une importante maison de construction hydraulique.

Elle permet de déterminer la fatigue du métal en tous les points d'un robinet vanne donné ; on arrive ainsi, en renforçant les parties qui fatiguent beaucoup et en réduisant les autres, à obtenir une utilisation rationnelle du métal et à réaliser le minimum de poids pour une fatigue maximum déterminée.

GÉNÉRALITÉS

Lorsqu'une enveloppe cylindrique, de section non circulaire, se trouve soumise à une pression intérieure, elle tend :

1° A éclater ;

2° A se déformer pour se rapprocher de la section circulaire.

Le métal est donc soumis à des efforts d'extension et à des efforts de flexion (il y a aussi des efforts de cisaillement, comme nous le verrons plus loin).

Il est difficile d'évaluer, a priori, ces efforts de flexion qui peuvent être considérables ; la méthode que nous allons exposer permet de les calculer avec précision.

Cette méthode n'est, du reste, pas nouvelle ; elle est, croyons-nous, appliquée dans le calcul des coques de sous-marins.

On remarquera, en passant, que le calcul d'enveloppes soumises, comme ces coques, à des pressions extérieures, présente une difficulté supplémentaire provenant du fait que la déformation de l'enveloppe l'éloigne de la forme circulaire ce qui augmente la fatigue du métal ; il y a ainsi à craindre une instabilité de l'enveloppe analogue au flambage des pièces longues comprimées.

Dans les enveloppes soumises à une pression intérieure, les seules que nous ayons en vue dans cet article, ce phénomène n'est pas à craindre, car la déformation de l'enveloppe la rapproche de la forme circulaire et diminue la fatigue.

Nous bornerons notre étude au cas où la section de l'enveloppe présente deux axes de symétrie, c'est le cas le plus fréquent dans la pratique.

La méthode que nous allons exposer peut être généralisée pour l'étude des enveloppes de section non symé-

trique. mais cette généralisation nous entraînerait trop loin.

Considérons donc une enveloppe cylindrique de section non circulaire présentant deux axes de symétrie (Fig. 1). L'épaisseur de l'enveloppe peut être variable le long de la section, tout en respectant la symétrie ; l'enveloppe peut aussi être munie de nervures, perpendiculaires aux génératrices.

Considérons une certaine longueur L de l'enveloppe, considérons un point M (fig. 1) et une section normale à la paroi intérieure, ou, plus exactement, à la fibre neutre, ce qui revient pratiquement au même.

Cette section présente une surface S_M et un moment d'inertie I_M , moment d'inertie calculé par rapport à un axe parallèle aux génératrices de l'enveloppe et passant par le centre de gravité de la section S_M .

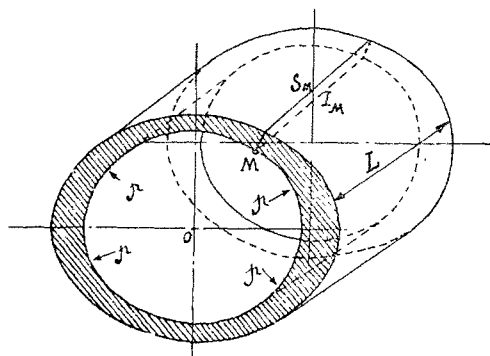


Fig. 1

Nous calculerons facilement les fatigues en tous les points de la section S_M si nous arrivons à déterminer :

1° La résultante R_M des actions moléculaires développées dans cette section ;

2° Le couple résultant C_M de ces mêmes actions moléculaires.

CALCUL DE LA RÉSULTANTE R_M DES ACTIONS MOLÉCULAIRES

Par raison de symétrie, aux points A et B (fig. 2) situés sur les axes de symétrie, les résultantes R_A et R_B sont normales aux axes.

Nous pouvons calculer facilement R_A et R_B .

L'équilibre de la portion d'enveloppe ANMB A'N'M'B' entraîne :

$$R_A = p \times L \times \overline{OA}$$

$$R_B = p \times L \times \overline{OB}$$

Pour calculer la résultante R_M en un point M, nous considérerons les conditions d'équilibre de la portion d'enveloppe ANMA'N'M'.

On a, en projetant les efforts sur Ox :

$$X = p \times L \times \overline{Mm}$$

et en projetant sur Oy :

$$Y = R_A - p \times L \times \overline{Am} = p \times L \times \overline{OA} - p \times L \times \overline{Am}$$

$$Y = p \times L \times \overline{Om}$$

Il en résulte que les triangles OMm et $MR_M Y$ sont semblables et que :

$$R_M \text{ est normal à } OM \text{ et a pour valeur } R_M = p \times L \times \overline{OM}$$

Cet effort R_M se décompose en deux efforts :

1° E_M composante tangentielle donnant la fatigue d'extension le long du contour

$$e_{ext.} = \frac{E_M}{S_M}$$

2° T_M composante transversale donnant la fatigue de cisaillement

$$e_{cis.} = \frac{T_M}{S_M}$$

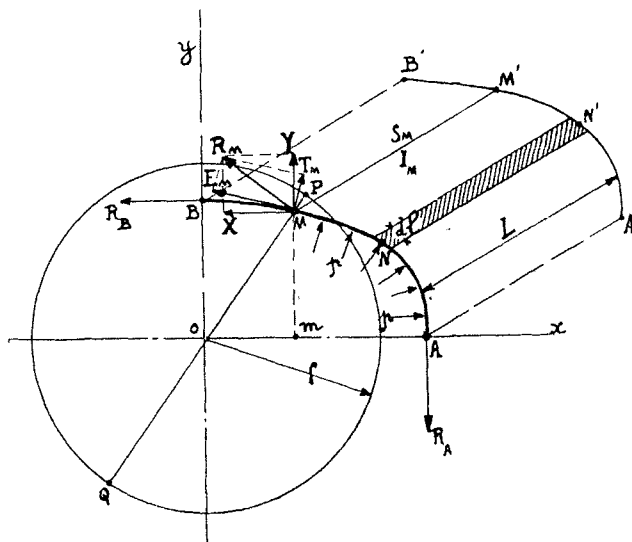


Fig. 2

CALCUL DU COUPLE RÉSULTANT DES ACTIONS MOLÉCULAIRES

Soit C_M , ce couple dans la section M ; soient C_A et C_B les couples dans les sections A et B.

L'équilibre du tronçon \overline{AM} nous donne, en prenant les moments par rapport à O :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} C_A + C_M + R_A \times \overline{OA} - R_M \times \overline{OM} + \text{Moment résultant des efforts élémentaires } pLdl = 0. \end{array} \right.$$

Pour évaluer le moment résultant des efforts élémentaires $pLdl$, considérons le prisme liquide $AMO A'M'O'$.

Il est en équilibre et on peut écrire, en prenant les moments par rapport à O :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \text{Moment résultant des efforts élémentaires } pLdl \\ + p \times L \times \overline{OA} \times \frac{\overline{OA}}{2} - p \times L \times \overline{OM} \times \frac{\overline{OM}}{2} = 0. \end{array} \right.$$

L'équation (1) devient :

$$C_A + C_M + R_A \times \overline{OA} - R_M \times \overline{OM} - p \times L \times \frac{\overline{OA}^2}{2} + p \times L \times \frac{\overline{OM}^2}{2} = 0.$$

$$\text{or } R_A = p \times L \times \overline{OA}; \quad R_M = p \times L \times \overline{OM}$$

d'où :

$$C_A + C_M + p \times L \times \frac{\overline{OA}^2}{2} - p \times L \times \frac{\overline{OM}^2}{2} = 0.$$

$$\text{d'où } C_M = -C_A + p \times L \times \frac{\overline{OM}^2}{2} - p \times L \times \frac{\overline{OA}^2}{2} \quad (3)$$

Cette relation ne suffit pas à elle seule pour donner C_M puisque nous ne connaissons pas C_A .

Pour avoir une autre équation, nous écrirons que : dans la déformation de l'enveloppe, les sections A et B restent perpendiculaires entre elles, ainsi que cela résulte de la symétrie.

Un élément de longueur dl autour d'un point N (fig. 2) subit une flexion et ses deux faces extrêmes tournent, l'une par rapport à l'autre, d'un angle $d\theta$

$$d\theta = dl \frac{C_N}{EI_N}$$

(E étant le coefficient d'élasticité du métal, I_N le moment d'inertie de la section en N).

Si nous intégrons entre A et B nous devons avoir :

$$\int_A^B d\theta = 0 = \int_A^B \frac{C_N dl}{EI_N}$$

En remplaçant C_N par sa valeur tirée de (3), il vient :

$$(4) - \left(C_A + p \times L \times \frac{\overline{OA^2}}{2} \right) \int_A^B \frac{dl}{EI_N} + \frac{p \times L}{2} \int_A^B \frac{\overline{OM^2} dl}{EI_N} = 0.$$

Considérons la quantité

$$\rho^2 = \frac{\int_A^B \overline{OM^2} \frac{dl}{EI_M}}{\int_A^B \frac{dl}{EI_M}}$$

ρ est une longueur analogue à un rayon de giration, c'est une grandeur géométrique qui peut être calculée indépendamment des efforts mis en jeu dans l'enveloppe.

L'équation (4) peut s'écrire :

$$\frac{p \times L}{2} \times \rho^2 = C_A + p \times L \times \frac{\overline{OA^2}}{2}$$

$$d'où C_A = \frac{pL}{2} (\rho^2 - \overline{OA^2}) = \frac{pL}{2} (\overline{OA} + \rho) (\overline{OA} - \rho) \quad (5)$$

en portant cette valeur dans (3) il vient :

$$C_M = - \frac{pL}{2} (\rho^2 - \overline{OA^2}) + \frac{pL}{2} \overline{OM^2} - \frac{pL}{2} \overline{OA^2}$$

$$= \frac{pL}{2} (\overline{OM^2} - \rho^2) = \frac{pL}{2} (\overline{OM} + \rho) (\overline{OM} - \rho)$$

ou

$$C_M = \frac{pL}{2} \times \overline{MP} \times \overline{MQ} \quad (\text{Fig. 2})$$

Les fatigues de flexion sont ensuite faciles à calculer puisqu'on connaît le moment fléchissant C_M et le moment d'inertie I_N .

RÉSUMÉ

Pour étudier les fatigues aux différents points d'une enveloppe cylindrique, de section non circulaire mais ayant deux axes de symétrie, il faut considérer d'abord le centre de symétrie O (fig. 3).

Calculer ensuite la quantité ρ telle que :

$$\rho^2 = \frac{\sum \frac{\overline{OM^2} \times dl}{EI}}{\sum \frac{dl}{EI}}$$

E étant le coefficient d'élasticité du métal.
I étant le moment d'inertie de la section M.

Ce calcul se fait facilement en considérant dans le con-

tour de l'enveloppe des sections équidistantes. On cherche d'abord le centre de gravité de ces sections, puis leur moment d'inertie I par rapport à un axe passant par ce centre de gravité et parallèle aux génératrices de l'enveloppe.

On calcule ensuite $\frac{1}{I}$ puis $\frac{\overline{OM^2}}{I}$ et l'on obtient :

$$\rho^2 = \frac{\sum \frac{\overline{OM^2}}{I}}{\sum \frac{1}{I}}$$

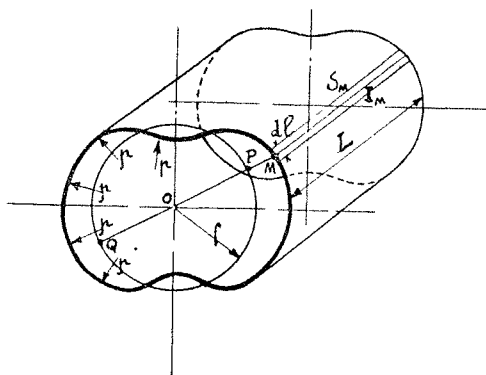


Fig. 3

Tracer ensuite le cercle de rayon ρ et de centre O.

1° La résultante des efforts moléculaires dans une section M est normale à OM et, pour une tranche d'enveloppe de longueur L sa valeur est :

$$R_M = L \times p \overline{OM}$$

2° Le couple résultant des actions moléculaires dans une section M a pour valeur :

$$C_M = \frac{L \times p}{2} \times \overline{MP} \times \overline{MQ}$$

MP et MQ étant les deux distances de M au cercle de centre O et de rayon ρ .

Connaissant R_M et C_M , il est facile de calculer toutes les fatigues.

On remarquera que cette méthode de vérification des fatigues s'applique avec la même facilité aux enveloppes à épaisseur constante, aux enveloppes à épaisseur variable et aux enveloppes renforcées par des nervures de dimensions constantes ou variables.

APPLICATION

Nous allons appliquer cette méthode à la vérification des fatigues dans l'enveloppe elliptique d'épaisseur constante, étudiée, à titre d'exemple, par M. Prudon, dans un précédent numéro de la *Houille Blanche*.

Cette enveloppe avait pour demis axes 0m,45 et 0m,90 ; pour épaisseur 0m,17, et, sous une pression de 20 kgs par cm^2 , la fatigue maximum calculée atteignait 800 kgs par cm^2 .

Considérons une tranche d'enveloppe de 1 cm de longueur, toutes les sections normales à l'enveloppe et passant par des génératrices sont identiques ; leur surface est $S = 17cm^2$; leur moment d'inertie $I = 1 \times \frac{17^3}{12} = 410$.

Le calcul de ρ , rayon du cercle des moments fléchissants est ici facile, en divisant le contour en éléments d'égale longueur, en mesurant pour chacun OM moyen, puis en prenant la moyenne des OM² nous trouvons

$$\rho^2 = 4480 \quad \text{d'où} \quad \rho = 67 \text{ c/m}$$

L'épure de la figure 4 permet alors de calculer la résultante R_M des efforts dans une section quelconque, le couple C_M dans cette même section, et par suite les fatigues d'extension, de cisaillement et de flexion en tous les points de cette section.

Le tableau ci-après résume ce calcul :

FORME RATIONNELLE DES ENVELOPPES ELLIPTIQUES
(Corps de robinet-vannes).

La considération des fatigues obtenues dans l'exemple ci-dessus conduit à employer des nervures afin de mieux résister aux efforts de flexion qui sont, de beaucoup, les plus importants.

On arrive ainsi à une disposition représentée fig. 5. L'épaisseur en ab est plus petite qu'en de .

Les nervures sont disposées de façon à travailler à la compression. Comme les points les plus éloignés de la fibre neutre et, par conséquent, les plus fatigués sont à la

	OM	R_M = $p \times OM$	T effort cisaillement	E effort extension	MP	MQ	C_M kg × cm	Fatigues en kg/m ²			
								Cisail.	Ext.	Flex.	Résultante
Section 1.....	45	900	0	900	- 22	112	24.600	0	0,53	5,10	A ₁ : 4,6 comp B ₁ : 5,6 ext.
Section 2.....	47	940	200	900	- 20	114	22 800	0,12	0,53	4,75	A ₂ : 4,2 comp. B ₂ : 5,3 ext.
Section 3....	53	1.060	480	960	- 13	121	15.800	0,28	0,56	3,50	A ₃ : 2,9 comp. B ₃ : 4,1 ext.
Section 4.....	64	1.280	800	1.010	- 3	131	3.930	0,47	0,60	0,62	A ₄ : 0. B ₄ : 1,2 ext.
Section 5.....	75,5	1.510	990	1.170	9	143	12.800	0,58	0,69	2,67	A ₅ : 3,5 ext. B ₅ : 2 comp.
Section 6... ..	86,5	1.730	750	1.504	19	153	29.000	0,44	0,89	6,00	A ₆ : 6,9 ext. B ₆ : 5,1 comp
Section 7.....	90	1.800	0	1.800	23	157	36.000	0	1,06	7,50	A ₇ : 8,7 ext. B ₇ : 6,5 comp.

NOTA. — Il y aurait encore à considérer une fatigue d'extension le long d'une génératrice ; dans l'exemple choisi, cette fatigue serait 0k,35 par m/m².

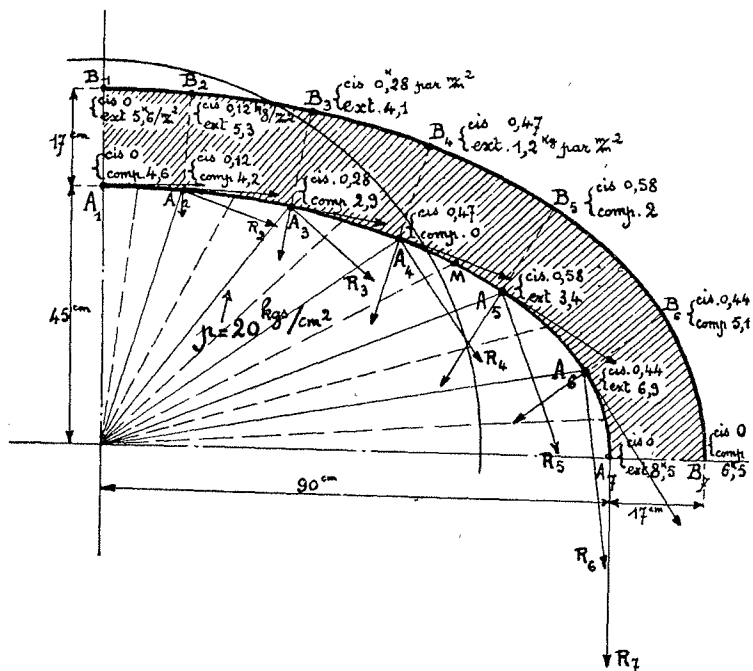


Fig. 4

On voit, par cet exemple, que l'emploi d'une épaisseur constante conduit à une très mauvaise utilisation du métal.

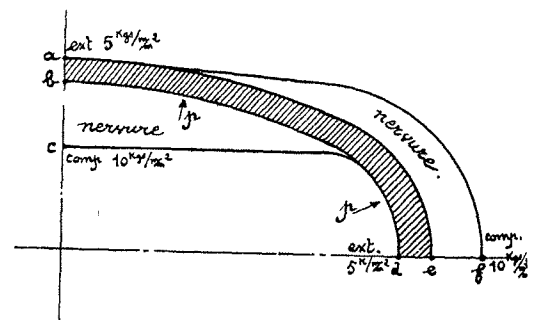


Fig. 5

partie extérieure des nervures, on arrive à obtenir que les fatigues les plus élevées soient des compressions, tandis qu'avec l'épaisseur constante, c'est l'inverse qui se produit.

Par exemple, dans un corps de robinet-vanne en fonte aciérée, on s'arrangera pour que les fatigues en a et en d (extensions) soient de 5 kgs par m/m², et que les fatigues en c et f (compressions) soient de 10 kgs par m/m².

Ces conditions de fatigue assurent à la pièce le minimum de poids pour un coefficient de sécurité donné.

P. CAYÈRE,
Ingénieur A. M. et I. E. G.,
Ingénieur aux Etablissements Neyret-Beylier et Piccard-Picdel.