TRANSPORT ET DISTRIBUTION D'ÉNERGIE

Abaques et Méthode de Calcul des Pylônes métalliques basés sur les prescriptions officielles italiennes.

Par R VALENSI, *Ingénieur E. S. E., Compagnie Générale d'Entreprises électriques.*

Nous avons déjà publié dans notre journal (septembre-octobre 1920) un article sur le même sujet. L'auteur étudie dans la présente note un problème identique, mais il se base pour le flambage des pièces comprimées sur les formules imposées dans les prescriptions officielles italiennes.

Généralités.

Nous avons établi une série de deux abaques pour le calcul des montants et des croisillons des pylônes métalliques. Ces abaques étaient basés sur la formule de Résal, pour les pièces longues comprimées.

L'étude ci-dessous constitue une variante du même problème d'abord dans la façon de présenter les abaques, ensuite dans l'adoption des formules officielles italiennes, pour le flambage des pièces longues comprimées.

L'abaque est en une seule planche comportant à la fois les montants et les croisillons, en outre il se compose de nomogrammes à points alignés, et d'une famille de courbes construite sur des coordonnées rectangulaires cartésiennes, mais à graduation logarithmique.

Dans cette étude, comme d'ailleurs dans l'étude précédente, nous envisagerons le cas le plus général des pylônes ayant les caractéristiques suivantes :

Pylônes à base carrée, composés de quatre montants en cornière à ailes égales et croisillons en cornière également disposés suivant la figure 1.

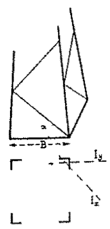


Fig 1.

En outre, le pylône sera soumis à une seule famille de forces, et ces forces sont situées dans un plan de symétrie parallèle aux faces.

Soit : f_1 f_2 f_3 ....f_n ces forces
Soit : h_1 h_2 h_3 ....h_n les hauteurs

des différents points d'application.

Le moment M par rapport à une section est : $M = \Sigma f_n h_n$.

Soit T l'effort tranchant.

Le problème le plus général se ramènerait donc au problème suivant :

Etant donné un pylône métallique établi comme indiqué dans la figure 1 calculer les profils des montants et des croisillons au droit d'une section A B.

Le moment fléchissant par rapport à cette section est M
L'effort tranchant.............................. T
Le coefficient de sécurité.......................... σ

Nous établirons avant de développer l'application du calcul, au pylône métallique, les formules de flambage imposées par les prescriptions officielles italiennes.

Formules relatives au Flambage
(PRESCRIPTIONS ITALIENNES)

Soit une pièce A B chargée debout,
Soit l sa longueur libre,
I le moment d'inertie minimum de la section,
s sa section.

Dans l'application de la formule de flambage nous considèrerons trois cas :

$$\frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}} < 30 \qquad a)$$

$$30 < \frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}} < 105 \qquad b)$$

$$105 < \frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}} \qquad c)$$

Si nous posons $\sqrt{\frac{I}{s}} = \rho$ il vient $I = s\rho^2$

ρ est le rayon de giration.

Dans l'expression de cette valeur tous les termes doivent être exprimés dans les mêmes unités, par exemple :

l en centimètres
I en cm^4
s en cm^2

La formule à appliquer sera différente suivant les trois cas *a*) *b*) *c*) considérés.

Premier cas a). — Dans ce cas nous conviendrons qu'il n'y a pas de flambage, la pièce subit les lois de la compression.

Si P est l'effort vertical qui agit sur la pièce l'effort unitaire est $\frac{P}{s}$ et comme la rupture a lieu sous l'effort R, le coefficient de sécurité σ sera :

$$\frac{R}{\frac{P}{s}} = \rho$$

Deuxième cas b). — Dans ce cas nous conviendrons que le flambage peut avoir lieu. La formule qu'il y aurait lieu d'appliquer serait de la forme de la formule de Tetmayer.

Nous adopterons une variante de cette formule adoptée par les chemins de fer de l'Etat italien.

Cette formule est de la forme :

$$\frac{\text{Taux de rupture par flambage}}{\text{Taux de rupture par compression simple}} = a - b\,\frac{l}{\rho}$$

a et b sont deux constantes qui dépendent de la nature du métal employé.

Fixons une fois pour toutes le taux de rupture unitaire par compression simple, soit :

4.000 Kgrs/cm².

La formule des Chemins de fer de l'Etat Italien que nous désignerons par formule FF. SS et dans ce cas :

$$\frac{\text{Taux de rupture unitaire par flambage}}{4.000} = 1{,}207 - 0{,}0069\,\frac{l}{\rho}$$

ou :

$$f = \left(1{,}207 - 0{,}0069\,\frac{l}{\rho}\right) 4.000$$

f est le taux de rupture unitaire (Kgs/cm²) limite en cas de flambage.

Troisième cas c). — Dans ce cas $\frac{l}{\rho} > 105$ la formule des FF. SS n'est plus applicable, il faut faire appel à la formule d'Euler.

Elle sera dans ce cas de la forme :

$$\text{Taux de rupture par flambage} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

et comme $I = s\rho^2$

L'expression peut être mise sous la forme :

$$\text{Taux de rupture total par flambage} = \frac{\pi^2 E s}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2}$$

$$\text{Taux de rupture unitaire par flambage} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2}$$

En prenant :

$$\pi = 3{,}1416$$
$$E = 2{,}15^6\ 10\text{Kgs/cm}^2$$

et en divisant les deux expressions par le taux de rupture unitaire par compression simple, il vient :

$$\frac{f}{4.000} = \frac{5.300}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2}$$

Application du Calcul des Pylônes métalliques.

Calcul des montants

Calculons le profil à employer pour les montants d'un pylône, disposé comme indiqué au début de la présente note. Nos avons établi dans une précédente étude que l'effort unitaire sollicitant le montant est $\frac{M}{2\,B\,s}$

M étant le moment fléchissant pris au droit de la section considérée,

B la largeur de la base,

s la section d'un montant.

Nous devons avoir, à la limite, si le coefficient de sécurité est fixé à σ

Pour le premier cas :

$$\frac{M}{2\,B\,s} \leqslant \frac{4.000}{\sigma}$$

ou :

$$\frac{\sigma M}{2\,B} \leqslant 4.000\,s$$

Pour le deuxième cas :

$$\frac{M}{2\,B\,s} \leqslant \left(1{,}207 - 0{,}0069\,\frac{l}{\rho}\right)\frac{4.000}{\sigma}$$

ce qui pourrait s'écrire :

ou :

$$\frac{\sigma M}{2\,B} \leqslant \left(1{,}207 - 0{,}0069\,\frac{l}{\rho}\right) 4.000\,s$$

ou bien pour le troisième cas :

$$\frac{\sigma M}{2\,B} < \frac{5.300 \times 4.000\,s}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2}$$

Posons :

$$\frac{\sigma M}{2\,B} = Y$$

et

$$\frac{l}{\rho} = X$$

Nous aurons pour un même profil ; s = constante.

Dans les premiers et deuxième cas l'équation en X et Y prise avec le signe égal représenterait une droite et dans le troisième cas une courbe du 3e degré.

En changeant la graduation des axes des X et des Y soit en prenant une graduation à échelle logarithmique nous aurons des droites dans le premier et le troisième cas et des courbes dans le deuxième cas.

Remarque. — Il est à noter pour le cas spécial des montants que le flambage de cette pièce pouvant se produire soit dans le plan d'une face soit dans le plan diagonal, il y a lieu de tenir compte dans le calcul des valeurs de $\frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}}$ des valeurs respectives et correspondantes des longueurs de flambage et de moment d'inertie correspondantes.

Si B est la largeur de la base,

α l'inclinaison du croisillon sur l'horizontale,

I_y le moment d'inertie pris par rapport à un axe parallèle aux ailes de la cornière et passant par le centre de gravité,

I_x le moment d'inertie pris par rapport à un axe perpendiculaire à la bissectrice et passant par le centre de gravité,

on considèrera : la longueur de flambage 2 B tg α en même temps que le moment d'inertie I_y et B tg α en même temps que I_x.

C'est en général le premier cas qui est le plus favorable.

Calcul des Croisillons

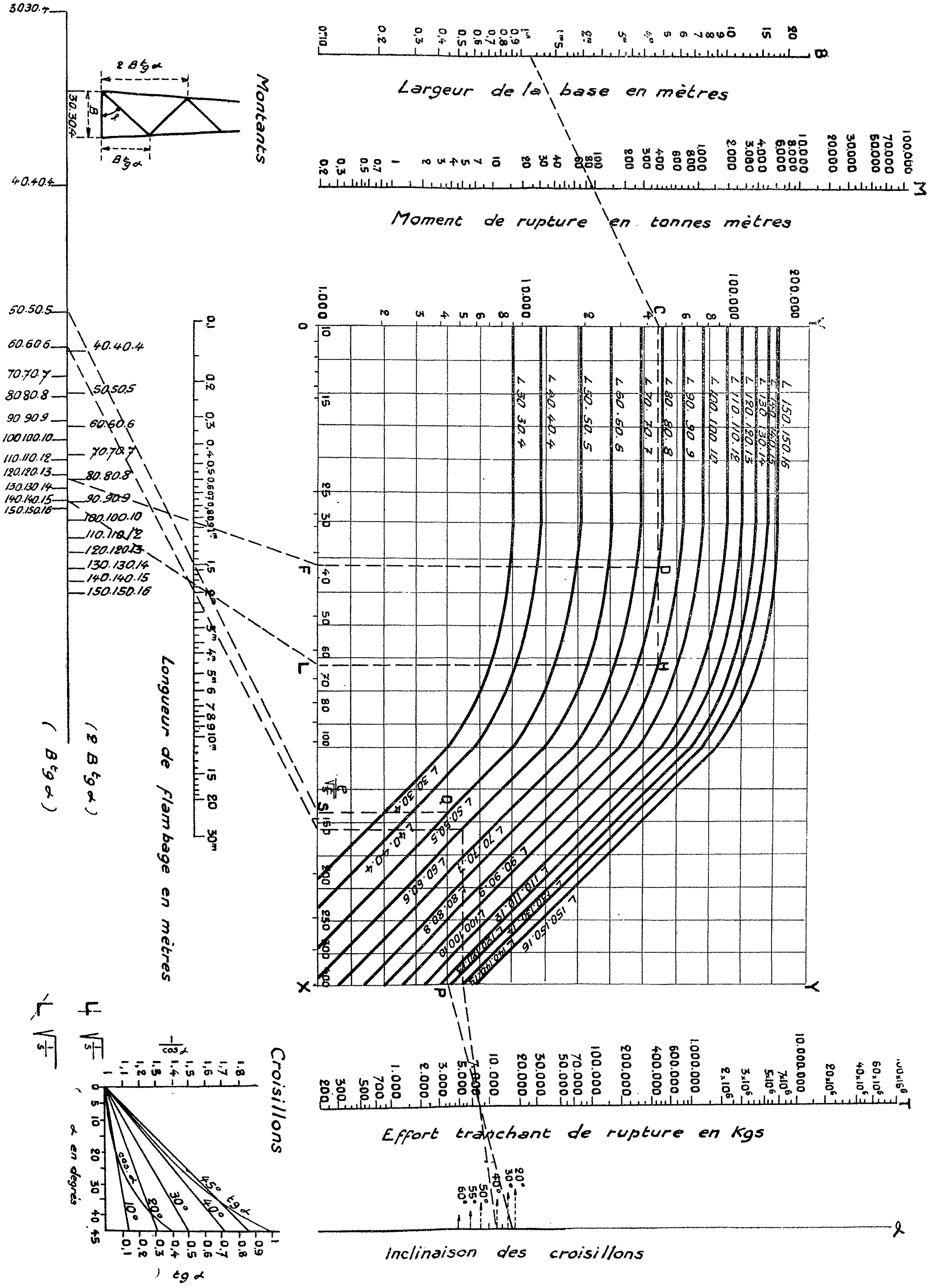
Soit T l'effort tranchant total; pour le croisillon soumis à la compression, l'effort unitaire appliqué réel est :

$$\frac{T}{2\,s\cos\alpha}$$

s étant la section du croisillon,

α l'angle exprimé en degrés, représentant l'inclinaison du croisillon sur l'horizontale.

Nous aurons comme pour le cas des montants


Montants
Largeur de la base en mètres
Moment de rupture en tonnes mètres
Longueur de flambage en mètres
Croisillons
Effort tranchant de rupture en Kgs
Inclinaison des croisillons
α en degrés

Pour le premier cas :

$$\frac{T}{2\ s\ \cos\alpha} \leqslant \frac{4.000}{\sigma}$$

ou :

$$\frac{\sigma\ T}{2\ \cos\ \alpha} \leqslant 4.000\ s$$

Pour le deuxième cas :

$$\frac{T}{2\ \cos\ \alpha} \leqslant \left(1{,}207 - 0{,}0069\ \frac{l}{\rho}\right) 4.000\ s$$

et pour le troisième cas :

$$\frac{\sigma\ T}{2\ \cos\ \alpha} \leqslant \frac{5.300}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2} \times 4.000\ s$$

On pourra se servir des familles de courbes précédemment établies pour les montants en posant :

$$\frac{\sigma\ T}{2\ \cos\ \alpha} = Y$$

$$\frac{l}{\rho} = X$$

Établissement de l'Abaque.

L'ensemble comportera :

Au centre un abaque en coordonnées cartésiennes, avec graduation logarithmique des axes.

Cet abaque central se rapporte aux courbes fonction (XY) soit :

fonction $\left(\frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}}\ ,\ \frac{\sigma\ M}{2\ B}\right)$ ou fonction $\left(\frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}}\ ,\ \frac{\sigma\ T}{2\ \cos\ \alpha}\right)$

pour différents profils types des cornières à ailes égales généralement employées pour constituer les montants et les croisillons des pylônes. (On remarquera que toutes ces courbes ne différant que par le facteur s se trouvent être identiques et simplement déplacées parallèlement à elles-mêmes, ceci en raison de la graduation logarithmique adoptée).

A droite, à gauche et en-dessous de cet abaque central se trouvent trois abaques à points alignés ou nomogrammes permettant d'effectuer les opérations :

$\frac{\sigma\ M}{2\ B}$ pour le nomogramme de gauche,

$\frac{T}{2\ \cos\ \alpha}$ pour le nomogramme de droite,

$\frac{l}{\sqrt{\frac{I}{s}}}$ pour le nomogramme inférieur.

La droite portant les valeurs de $\sqrt{\frac{I}{s}}$ a une double graduation selon les axes considérés ; en outre elle est graduée avec l'indication de la cornière et non en valeurs effectives de $\sqrt{\frac{I}{s}}$

Application.

Mode d'emploi de l'Abaque.

Soit à déterminer les profils des montants et des croisillons d'un pylône métallique établi comme indiqué au début de la présente note.

Supposons que ce pylône soit sollicité seulement par des forces situées dans le plan parallèle à deux faces.

Proposons-nous de calculer les profils d'une section transversale A B.

Soit (par rapport à cette section A B) :

M=33,33 Tonnes-mètres, le moment résultant de toutes ces forces,
T=2.600 Kgrs, l'effort tranchant,
σ = 3, le coefficient de sécurité,
4.000 Kgrs/cm², le taux de rupture de l'acier employé.

Calcul des montants

Fixons-nous la largeur de la section A B soit 1 m. 10.

Nous prendrons en commençant par le nomogramme de gauche:

1 m. 10 sur le support B.
33,33×3=100 T M sur le support M.

La droite joignant ces deux points rencontre l'axe O Y en C.

Nous concluons déjà d'après la position de ce point C que le profil à employer ne sera pas inférieur à 70,70.7

Prenons de la cornière de 80.80.8.

Menons l'horizontale du point C Elle rencontre la courbe cotée 80.80.8. en D d'où nous abaisserons la verticale qui coupe OX en F, joignons le point F au point de la droite support des valeurs $\sqrt{\frac{I}{s}}$ (échelle supérieure) cotée 80.80.8.

Nous lisons sur l'échelle des longueurs l=0 m. 96

soit : $2\ B tg\ \alpha$=0 m. 96.
or, B =1 m. 10.

d'où l'on tire : $tg\ \alpha$ et α dans ce cas α=25°36.

Avec de la cornière de 90.90.9 nous aurions obtenu le contour C H L et on trouverait : l=1 m. 85.

$$tg\ \alpha = \frac{185}{220} \text{ d'où } \alpha = 40^o10.$$

Calcul des croisillons

Dans le cas où les montants sont en cornière de 80.80.8 et α=25°36 nous aurions pour la longueur du croisillon :

$$\frac{110}{\cos\ 25°36} = 1 \text{ m, } 22.$$

Prenons sur l'échelle α du nomogramme de droite le point coté 25°36 (ou approximativement 25°), joignons-le sur la droite T au point coté 3×2.600 Kgrs=7.800 Kgrs.

La droite rencontre O Y' en un point P, menons une parallèle à O X. Elle rencontre la courbe cotée 50.50. 5 en un point Q d'où nous abaisserons une verticale Q S. Joignons le point S au point coté 50.50. 5 (graduation inférieure) sur la droite support des valeurs de $\sqrt{\frac{I}{s}}$. Nous trouvons :

l=1 m. 48.

Donc la cornière 50.50.5 conviendrait puisque la longueur de flambage maxima est plus grande que la longueur de flambage réelle.

Nous pourrons de même par une construction identique vérifier que pour le cas des montants en profil 90.90.9 et α=40°10. La cornière de 50.50.5 ne convient pas et il faudra adopter le profil 60.60.6

L'abaque se prête à toutes les combinaisons possibles pour résoudre les problèmes les plus généraux qui pourraient se poser dans le calcul des pylônes métalliques.