DOCUMENTATION

Les Barrages à Arches multiples en Béton armé.

Nouvelles théories et critères d'économie maximum dans les projets.

Par J. BOUDET, Ingénieur des A. et M.

Parmi les types d'ouvrages que les difficultés nées de la guerre ont mis en relief et répandus, parallèlement aux types plus classiques, les barrages à arches multiples occupent une place prépondérante. Mais jusqu'à présent ils ont été appliqués quelque peu sans méthode et n'ont pas donné, semble-t-il, le maximum d'économie que peut permettre l'emploi du béton armé dans ce type d'ouvrage.

Frappés par ce détail qui constitue à lui seul tout le problème de la substitution aux types classiques, les ouvrages nouveaux tendant à une compression maximum des prix de construction, d'éminents techniciens se sont attachés à sa mise au point aussi complète que rationnelle et ont établi sur ce sujet tout un ensemble de théories nouvelles, aussi fortes qu'intéressantes, qui ont fait l'objet d'une étude très documentée parue dernièrement dans un de nos confrères parisiens.

Dans le but d'être utile aux lecteurs de la Houille Blanche, l'auteur en donne ci-après une analyse sommaire complétée par d'opportunes observations personnelles, soulignant tout spécialement les résultats d'ordre pratique auxquels conduisent ces théories, et la facilité d'application des formules, tableaux et graphiques les accompagnant, pour lesquels nous renverrons le lecteur à l'étude originale (« V. T. I. », décembre 1921), qui sera d'un grand secours dans l'élaboration des projets d'ouvrages de ce genre.

Au cours de ces dernières années, la construction des barrages à arches multiples en ciment armé a fait de rapides progrès et pris un essor que l'on peut qualifier de magnifique, tout spécialement aux États-Unis.

La faveur rencontrée auprès des techniciens par ce type de barrage est pleinement justifiée par le fait — accentué du prix de la main-d'œuvre et des matériaux — que leur cube est très inférieur à celui des barrages à gravité pleins (le rapport des deux cubes étant généralement $\leq \frac{1}{3}$) et que leur exécution demande un délai sensiblement moindre, ce qui se traduit d'une façon fort intéressante par la réduction des intérêts intercalaires, en hâtant d'autant le commencement de l'exploitation.

Il est notoire que le prix unitaire des barrages en voûtes est plus élevé que celui des barrages massifs en maçonnerie du fait que dans ceux-ci l'emploi du fer nécessite par ceux-là devient inutile. Toutefois, il résulte de rigoureuses confrontations expérimentales qu'une courbure appropriée et une épaisseur opportune des arches peuvent permettre de réaliser des économies sensibles, tant dans les épaisseurs des voûtes et contreforts que dans le poids de l'ossature métallique à laquelle peut être confié exclusivement le soin d'élever la valeur de la charge de sécurité du béton, par l'action du frettage.

Une telle utilisation du fer — qui est employé dans la proportion de 40 à 50 kilos par mètre cube de béton dans les voûtes, et de 20 à 25 kilos dans les contreforts — permet de réduire la section transversale des voûtes, et la plus grande exiguité de leur épaisseur par rapport au rayon de courbure permet, à son tour, non seulement de réaliser une sérieuse économie de béton, mais encore d'appliquer avec une plus grande approximation les formules d'élasticité et de résistance ainsi que les expressions analytiques du travail de déformation des efforts spécifiques et des déformations élastiques, ou, en autres termes, permettent de retenir valables les hypothèses fondamentales de la conservation des sections planes et de la proportionnalité directe des efforts et des déformations, quand ces dernières se tiennent en deçà des limites d'élasticité.

Si l'on en excepte le barrage sur la rivière Eléonor (1), dans tous les barrages multiples construits à ce jour, les voûtes sont à section droite circulaire en arc surbaissé, avec angle au centre compris entre 120° et 150° (2). Une remarque d'ordre général, à laquelle prête, toutefois, leur construction est que, quelque économique qu'elle

soit, elle n'a pas encore réalisé l'économie maximum à laquelle peut prétendre ce type d'ouvrage. Dans une série de magistrales études d'une haute portée technique, publiées dernièrement dans l'« *Industria* » (vol. XXXIV, n° 14) et dans le *Politecnico* (vol. XII, n° 8), de Milan, puis rassemblées et complétées dernièrement dans le *Giornale del Genio Civile*, de Rome (31 juin 1921), M. Bonetti démontre que cette économie maximum ne peut être réalisée qu'avec l'arc en plein-cintre, et s'attache, en outre, à établir pratiquement les principales autres conditions techniques que doivent remplir ces ouvrages pour réaliser, concurremment avec l'adoption du plein-cintre, le cube et, partant, le prix de revient minimum.

Étant établi, a priori, que le plus grand développement de l'arc en plein-cintre, de par le rôle réservé à l'acier — exclusivement de frettage — n'augmentera certainement pas, s'il ne le réduit, le pourcentage du métal contenu dans le béton d'un arc surbaissé de corde égale. M. Bonetti reprend, pour l'intelligence de sa démonstration, les théories de Guidi (1), auxquelles il emprunte les formules établissant les efforts spécifiques internes maxima à l'extrados et à l'intrados d'un élément de voûte à fibre moyenne circulaire, à génératrice verticale, et d'épaisseur constante des naissances à la clef, produit par la pression hydrostatique et par les variations de température, qu'il remplace par les équivalentes :

$$Q = p \times r \left(1 - \frac{h^2}{6 r^2} \right)$$

$$(1) \quad \delta = \Delta - Z = \frac{d - c}{d} \times \frac{r}{6 \left(\frac{r}{h} \right)^2 - 1}, \text{ dans lesquelles, avec,}$$

$$\theta = \frac{d}{c} \frac{r - f}{r} - \frac{2}{d} \frac{c}{6 r^2} \left(\frac{2}{c} \frac{d}{r} - \frac{r - f}{r} \right)$$

r = le rayon de l'axe géométrique de l'élément de voûte ;
 d = le développement de l'axe géométrique de l'élément de voûte ;
 f = la flèche de l'axe géométrique de l'élément de voûte ;
 c = la corde de l'axe géométrique de l'élément de voûte ;
 h = l'épaisseur constante de l'élément de voûte ;

$p = p_e \times \frac{r_e}{r}$ = la pression hydrostatique, considérée comme constante des naissances à la clef, et déterminée sur l'unité de surface de la superficie moyenne de l'élément

(1) Ouvrage établi dans la Sierra Nevada, en Californie, pour l'alimentation en eau de la ville de San-Francisco.

(2) Dans le *Monitore Tecnico* (nos 18 et 19, 1920), M. Negrotti démontre, en effet, que l'angle au centre pour lequel le cube des voûtes à fibre moyenne circulaire demeure minimum est de 133°34'.

(1) « La statique des barrages en voûte », par Guidi. Voir *Giornale del Genio Civile* (Rome, 31 déc. 1916, 31 janv. et 28 févr. 1918), et l'*Industria* (Milano, n° 12, 1918).

de voûte par la pression hydrostatique (P_e) agissant sur la surface d'extrados de rayon de courbure (r_e) ;

Q = la poussée à la clef ;

Δ = la distance du centre de pression, dans la section de clef au bari-centre de la fibre moyenne (circulaire) de la voûte ;

Z = la distance du bari-centre de la section de clef à celui de la fibre moyenne de la voûte ;

δ = l'excentricité du centre de pression, vers l'extrados ou l'intrados de la voûte, selon que $\delta \geq 0$;

formules qui permettent de tracer la courbe des pressions effectives auxquelles est soumis l'élément de voûte d'épaisseur (h) et de hauteur unitaire.

Etablissant alors les expressions analytiques reliant les éléments géométriques qui figurent dans ces formules, d'une part pour l'arc plein-cintre, d'autre part pour l'arc surbaissé, et appliquant ses investigations aux deux cas-limites se rencontrant le plus fréquemment dans la pratique, pour lesquels : (d) et (d') correspondent à

$\omega = \pi$ (plein-cintre) et $\omega = \frac{2}{3}\pi$ (arc surbaissé), avec des épaisseurs (h)

et (h') définies par les rapports $\frac{r}{h} = 5$ et $\frac{r}{h} = 20$ entre la demi-corde

et l'épaisseur de l'arc plein-cintre, il calcule pour chacun des cas envisagés, et pour les deux arcs, les pressions maxima à l'extrados et à l'intrados des sections de clef et de naissance, lesquelles sont

fonctions continues de (ω) et de $\left(\frac{h}{r}\right)$. Leurs valeurs numériques, groupées dans un tableau comparatif et soulignant la discussion établie, permettent de conclure, en toute évidence, que :

1°) A égalité d'efforts extérieurs, dans l'arc en plein-cintre se manifestent des efforts spécifiques de compression maxima toujours inférieurs aux efforts correspondants constatés dans un arc circulaire surbaissé de volume égal.

Pour un arc surbaissé défini par l'angle au centre $\omega = \frac{2}{3}\pi$, la différence entre ces efforts spécifiques, rapportés aux efforts maxima de compression constatés dans l'arc en plein-cintre, varie de 5,86 %

pour les arcs très minces, à rapport $\frac{r}{h} = 20$, à 22,45 % pour les arcs

épais, à rapport $\frac{r}{h} = 5$, et, dans un même barrage, du sommet à la base des arches, selon des rapports du même ordre de grandeur. Il s'ensuit que :

2°) A égalité de pressions maxima, l'arc en plein-cintre est plus économique que n'importe quel arc surbaissé.

La justification réside dans ce fait que, dans l'arc surbaissé, l'excentricité de la courbe des pressions par rapport à la fibre baricentrique dans le plan des sections extrêmes de clef et de naissances est de beaucoup supérieure à l'excentricité correspondante résultant de semblables sollicitations extérieures dans un arc à plein-cintre de volume égal (1).

On peut même dire que la plus petite excentricité de la courbe des pressions de l'arc de plein-cintre rend possible une utilisation plus rationnelle de la section résistante qui, dans l'hypothèse admise de l'égalité de volume, est sensiblement moindre dans l'arc surbaissé.

3°) De même qu'elle détermine, dans les arcs surbaissés, un accroissement de valeur des taux de travail unitaires maxima à la compression, la forte excentricité de la courbe des pressions par rapport à la fibre baricentrique détermine une diminution des efforts unitaires minima de compression, qui peuvent, même à la température de construction, se transformer en efforts de tension.

4°) Crompte tenu des efforts spécifiques résultant des variations de température, les efforts unitaires de compression, dans un arc surbaissé, durant les pointes thermiques estivales et hivernales, seront dans la section de clef, à l'intrados et respectivement à l'extrados, sensiblement supérieurs aux efforts correspondants dans la même section d'un arc en plein-cintre d'égal volume, alors que, dans cette même section, les efforts de compression à l'extrados et, respectivement

à l'intrados, seront très sensiblement inférieurs au point de pouvoir se transformer également en efforts de tension.

Des considérations qui précèdent, tant du point de vue technique que du point de vue économique, ressort nettement que, dans les barrages à arches multiples, l'arc en plein-cintre est préférable à n'importe quel arc surbaissé, parce que présentant les caractéristiques d'une plus judicieuse répartition et variation des pressions, en même temps que d'une utilisation plus rationnelle et surtout plus économique des matériaux de construction.

Dans le but de rendre plus expéditifs les calculs de vérification, et de permettre, à l'avance, la détermination des épaisseurs (h) de l'arc aux diverses profondeurs (y) sous la retenue maximum, l'auteur détermine ensuite les variations de la fonction.

$$(2) \quad y = f\left(\frac{r}{h} \times K\right)$$

dans laquelle y = la pression hydrostatique sur la surface extradossale ;

r = le rayon de la fibre moyenne de l'arc ;

h = l'épaisseur de l'arc à la profondeur moyenne (y) sous le plan d'eau maximum ;

et K = le taux maximum du travail de compression du béton à la température de construction ;

Il obtient ainsi la formule fondamentale :

$$(3) \quad y = \frac{2K}{2x+1} \times \frac{(0,5684x^2 + 1)}{(0,5684x^2 + 1) + 1,21578x}$$

qui permet de tracer pour chaque valeur assignée à (K) une courbe d'équation : $y = f(x)$ donnant pour chaque valeur de (r) les valeurs de (h) correspondant à chaque profondeur (y), et de déterminer, par voie de conséquence, une voûte présentant un **profil d'uniforme résistance**, en ce sens que chacun de ses éléments est soumis, à n'importe quel niveau, à un effort unitaire de compression maximum constante.

Etablissant alors, d'après cette formule, un tableau des valeurs de (y) pour lesquelles à un certain nombre de valeurs de (x) (comprises entre $x=4$ et $x=20$) correspond une valeur déterminée de (K) (comprise entre 24 et 34 kg-cm²), il en déduit un graphique d'utilisation pratique, qui donne immédiatement — par coordonnées rectangulaires — les valeurs de (x) correspondant à (y), et permet d'obtenir ensuite, à l'aide de la formule :

$$(4) \quad h = \frac{r_e}{x + 0,50}$$

la valeur de (h) en fonction de (y), de (K), et de l'entr'axe $\lambda = 2r_e$ des contreforts.

Fig. 1.

Section droite des voûtes, rabattue autour de l'axe $x-y$ sur le plan horizontal de même trace coupant les contreforts.

Dans la deuxième partie de son étude, M. Bonetti cherche à déterminer quelle relation doit exister entre cet espacement (λ) des contreforts, et leur hauteur, pour que le volume du barrage (ensemble voûtes et contreforts) soit minimum — entraînant, par voie de conséquence, la dépense minimum.

(1) Pour $\omega = \frac{2}{3}\pi$, l'excentricité de la courbe des pressions, dans les sections de clef et de naissances, est plus du triple de l'excentricité correspondante dans l'arc plein-cintre d'égal volume.

A cet effet, il reprend la formule fondamentale (3) et l'écrit, avec une approximation suffisante, sous la forme :

$$(5) \quad x = ay^2 - by + c \quad (*)$$

représentant l'équation d'une parabole du second degré dont l'axe est parallèle à l'axe des (x) et qui permet de déduire l'expression analytique du volume d'un élément de barrage (c'est-à-dire d'un contrefort et des deux demi-voûtes s'appuyant dessus (Fig. 1), laquelle est donnée par la formule :

$$(6) \quad V = \frac{\alpha\pi}{2R} \times \lambda^2 \times \eta y + \frac{A}{a} \lambda \left[\frac{(2a \cdot l + B \cdot b)}{R} \times \eta y - 1,1515 B \eta y \right]$$

dans laquelle le premier membre représente le volume de la voûte, et le deuxième celui du contrefort ;

$$\alpha = \frac{1}{\cos \varphi} \quad (\varphi \text{ étant l'angle du plan des naissances avec la verticale}) ;$$

$$R = \sqrt{2a(2c+1) - b^2}$$

$$\eta y = \left[\arctan \sqrt{\frac{4a(x-c) + b^2}{2a(2c+1) - b^2}} \right]_{x_0}^{x_1} ;$$

Fig. 2

A = le coefficient de réduction de la surface théorique d'une section horizontale générique d'un contrefort, c'est-à-dire le rapport entre son épaisseur moyenne en une section quelconque et son épaisseur ($2h$) en la même section, aux naissances de la voûte — étant établi que cette épaisseur ($2h$) ne doit pas nécessairement régner sur toute la longueur de la section horizontale des contreforts ;

l = la longueur minimum du contrefort, à la profondeur $y = 0$ (fig. 2) ;

$B = tg \varphi + tg \psi$ (fig. 2), coefficient d'accroissement de cette longueur, en fonction des angles des parements amont et aval, avec la verticale ;

$$N_y = \log_{10} \left(\frac{x_0}{x_y} \right)$$

Egalant alors à (D_y) la partie entre crochets du deuxième membre de l'équation (6) et désignant respectivement par (c_1) et (c_2) les prix de l'unité de volume de voûte et de contrefort, il en déduit, tout d'abord, les prix de revient de l'élément de barrage et de l'unité de longueur de barrage, dans lesquels il fait : $c_2 A = A'$.

$$A' = \frac{S + Q\lambda}{P + \lambda} \quad (P, Q \text{ et } S \text{ étant des coefficients numériques à se}$$

(*) (a), (b) et (c) étant des constantes numériques positives définies par 3 points (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) appartenant à la courbe (3) déterminée par une valeur assignée au paramètre (K) et pour laquelle subsiste la relation :

$$b^2 - 4ac < 0 \quad (10)$$

fixer par avance d'après les données constructives et pour lesquels il donne des exemples), et établit, finalement, que la valeur de (λ) rendant minimum le prix de l'unité de longueur de barrage pour des valeurs déterminées de (K) et de (y), c'est-à-dire pour un taux assigné au travail dans les voûtes et des valeurs quelconques attribuées à la hauteur moyenne du barrage (*), est donnée par l'expression :

$$(7) \quad \lambda = \left[\sqrt{\frac{2R(S-P.Q)}{c_1 \alpha \pi a}} \cdot \sqrt{\frac{Dy}{\eta y}} \right] - P$$

Certes, l'étude de M. Bonetti, venant après celle de Guidi constitue un important travail en même temps qu'une contribution de haute valeur aux nouvelles théories italiennes — du reste fort prises — sur les barrages en voûtes ; mais elle comporte néanmoins deux lacunes qui, pour n'avoir point l'importance des considérations exposées, n'en sont pas moins fâcheuses, surtout en une matière qui est encore nouvelle pour le plus grand nombre des techniciens européens :

En premier lieu, l'auteur ne parle point de la « pente économique » à donner à l'extrados des voûtes et qui est, elle aussi, un des facteurs

Section théorique

Section pratique

du coût minimum de l'ouvrage ; il ne donne, en outre, aucune explication ni justification quant au choix des valeurs-limites qu'il a assignées à (y) dans ses tableaux et épures, et qui oscillent aux environs de 40 mètres.

Dans le but de combler cette lacune, nous ajouterons brièvement :

A) En ce qui concerne la « pente économique », qu'elle varie avec la hauteur et en raison inverse, mais non proportionnellement, entre les limites indiquées au graphique ci-contre (fig. 3) (1).

B) En ce qui concerne les valeurs-limites assignées à (y), les chiffres de 40-45 mètres sont des maxima au-dessus desquels le type de barrage à arches multiples est nettement déconseillé, car à partir de 40 à 45 mètres de hauteur les épaisseurs des voûtes augmentent très rapidement, les contreforts demandent des contreventements transversaux, deviennent eux-mêmes considérables,

(*) A stricte rigueur, ainsi qu'il résulte de la formule (7), dans un barrage à arches multiples avec voûtes en plein-cintre, l'espacement des contreforts devrait être non uniforme mais variable, et croître, des rives au milieu de l'ouvrage, avec la hauteur de retenue correspondant à l'élément de digue considéré.

Toutefois, cette disposition comportant de sérieuses difficultés de réalisation pratique, les résultats du calcul doivent s'entendre rapportés à la hauteur moyenne du barrage plutôt qu'à celle des éléments séparés.

(1) Emprunts faits à notre étude « Les nouvelles théories sur les barrages à arches multiples au point de vue technique et économique », publiée dans le numéro de décembre 1921 de la Vie technique et industrielle.

et la structure entière croît dans des proportions telles que son coût dépasse celui d'un barrage des types couramment appliqués,

Fig. 3

— barrage à gravité ou, pour le moins, barrage en voûte, — et que, non seulement, par raison d'économie, mais aussi pour des raisons

d'ordre exclusivement technique — (le barrage à arches multiples nécessite des appuis tellement sérieux qu'à de pareilles hauteurs fonder sur du rocher qui n'est pas indubitablement parfait serait risqué), — l'adoption d'un de ces types classiques d'ouvrages, qui s'accommodent beaucoup mieux de fondations moins parfaites ou améliorées artificiellement est généralement préférable.

En dessous de ces hauteurs de 40 à 45 mètres, c'est-à-dire dans de larges limites comprenant d'une façon générale la plupart des cas se présentant ordinairement dans la pratique (les barrages dont la hauteur dépasse 40 mètres ne pouvant guère être considérés comme des ouvrages courants), — le type à arches multiples permet d'économiser de 15 à 30 % sur n'importe lequel des autres types classiques de cube minimum appliqués à ce jour, et ceci dans les conditions d'exécution les plus défavorables ; c'est, du reste, ce qui fait son grand intérêt. Le seul point délicat de son application réside, nous l'avons dit, dans la nature du terrain de fondation, au sujet duquel on ne saurait s'entourer de trop de certitudes et de garanties quant à la résistance et à l'homogénéité : le moindre mouvement d'un contre-fort pouvant affecter la structure entière de l'ouvrage ; mais, en dehors des cas — cependant assez rares — où la géologie en prohibe l'application, on ne saurait trop conseiller la vulgarisation de ce type de barrage, qui a déjà donné de si intéressants résultats, à l'heure où les multiples programmes d'aménagements hydrauliques étudiés depuis quelques années pour la mise en valeur de nos ressources en houille blanche vont enfin recevoir un commencement d'exécution (1).

Paris, janvier 1922.

(1) A titre documentaire, signalons que trois ouvrages de ce genre sont actuellement en construction en Italie — où le type de la Scoltenna compte de fervents adeptes — : l'un sur le Neto (prov. de Cosenza) — H=28 m. ; l'autre sur la Tirso (Cagliari), dont la hauteur de 60 m. dépassera celle généralement considérée comme maximum, et le 3^e sur le Gleno (Bergamo), également de hauteur maximum pour ce type d'ouvrages (H=50 m.).

Tarification de l'Energie électrique.

Par E. BÉRARD, Ingénieur I. E. G., Licencié ès-Sciences Physiques.

Au moment où l'attention des milieux techniques est tout spécialement attirée vers le développement des centrales thermo et hydro-électriques, je pense intéressant de résumer, au cours de cette petite étude, les modes pratiques de tarification de l'énergie électrique. Nombreux sont les moyens proposés jusqu'à ce jour. Les résultats donnés par chacun d'eux diffèrent notablement. Tel système réussissant bien dans une région ne convient pas du tout dans une autre. Ceci tient à ce que les facteurs principaux de l'exploitation d'une centrale sont des facteurs directs et du genre d'énergie employée (thermique ou hydraulique) et des besoins de la région desservie. Mais quel que soit le service assuré par la centrale, certains facteurs interviennent toujours dans l'évaluation du prix de vente de l'énergie.

Au cours de cette étude, nous ne nous occuperons pas de la question des compteurs, qui a été déjà souvent et bien traitée. (Nous citerons entre autres, l'ouvrage : « Compteurs électriques », de M. Barbillon). Quant au plan suivi, il peut se diviser comme suit :

1^{re} Partie. — Rappel des conditions générales d'exploitation d'une centrale.

2^e Partie. — Etude du prix de revient de l'énergie.

3^e Partie. — Etude du prix de vente. Divers modes de tarification.

4^e Partie. — Tarification de l'énergie déwattée.

Dans chacune de ces parties, nous nous sommes efforcé, tout en étant aussi bref que possible, de donner tous les détails nécessaires pour la compréhension des systèmes exposés et leur application.

Si cette étude peut être utile, tant aux Ingénieurs déjà dans la pratique qu'aux étudiants s'orientant vers l'Electro technique appliquée, nous estimerons atteint le but que nous nous sommes proposé et en serons très satisfait.

PBEMIÈRE PARTIE

Exploitation d'une Station Centrale.

Les stations centrales actuelles desservent généralement des réseaux mixtes, c'est-à-dire fournissent à la fois de l'énergie pour l'éclairage (énergie-lumière) et de l'énergie pour la force motrice (énergie-force).

Les demandes des différents consommateurs sont très variées, tant au point de vue puissance instantanée, qu'au point de vue régularité, et heure de demande maximum. La courbe de consommation journalière d'une centrale se présente sous la forme indiquée par la figure I.

La nécessité du maintien d'une tension constante sur le réseau exigée pour le bon fonctionnement des lampes à incandescence dont la puissance lumineuse varie rapidement en fonction du voltage, la simultanéité et la faible durée des maxima de consommation des divers clients, maxima ayant lieu de 18 heures à 20 heures généralement, font des consommateurs « Energie-Lumière » une catégorie difficile à satisfaire.

Pour leur donner satisfaction, l'usine doit pouvoir fournir une énergie énorme, pendant un temps assez court, relativement à la consommation moyenne du réseau. L'allure des graphiques de consommation montre que l'utilisation des machines est déficiente. Par suite, l'énergie-lumière doit être facturée à un prix relativement élevé.