

HYDRAULIQUE

Calcul des Barrages-Voûtes

Par GEORGES PRUDON, *Ingénieur, Professeur à l'Institut Polytechnique de Grenoble*

(SUITE ET FIN)

EFFET THERMIQUE PRODUIT PAR UN ÉCART DE TEMPÉRATURE ENTRE LES DEUX FACES

Il faut prévoir entre la température du parement mouillé et celle du parement extérieur une différence d'au moins $+ 10^{\circ}$ en hiver et de $- 10^{\circ}$ en été. Cet écart fait que les fibres sont inégalement allongées sur les deux faces.

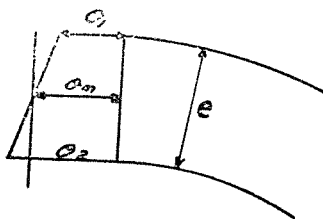


Fig. 12.

Figurons une coupe verticale du barrage (fig. 12).

Soit θ_0 la température initiale (de finition de l'ouvrage), θ_1 et θ_2 les températures des faces intérieures et extérieures.

La loi de variation des températures dans le massif est inconnue. On peut admettre une loi linéaire, faute de mieux.

$$\text{D'où} \quad \theta_{\text{moy}} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$$

Les tensions des fibres extrêmes sont proportionnelles aux températures θ_1 et θ_2 .

Tout se passe comme si la section était soumise à un effort de compression correspondant à la dilatation produite par la température θ moyen et à un effort de flexion produisant sur la fibre la plus tendue un allongement correspondant à l'écart de

$$\text{température : } \frac{\theta_2 - \theta_1}{2}$$

Les tensions moléculaires produites par ces déformations sont pour la compression uniforme.

$$\tau_1 = E \alpha \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \theta_0 \right)$$

soit $E \alpha \theta$ en appelant θ l'écart entre la température moyenne du barrage et la température initiale. C'est ce θ qui figure dans le coefficient thermique dont on a déjà tenu compte dans l'évaluation des poussées.

Pour la flexion, la fibre la plus chaude est soumise à une compression supplémentaire égale à

$$\tau_2 = E \alpha \left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \right)$$

qui peut être considérée comme produite par un couple supplémentaire C tel que $\frac{Cn}{I} = \tau_2$

$$\text{soit :} \quad C = \frac{\tau_2 I}{n} = E \alpha \left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \right) e^2$$

Mais cette flexion n'intervient que dans les arcs et en définitive, quant il y a écart de température entre les deux faces, il se produit sur la face la plus chaude un effort moléculaire supplémentaire de compression égale à $E \alpha \left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \right)$

Le même effort agit en tension sur la face froide.

En supposant comme il a été dit que $\theta_2 - \theta_1 = 10^{\circ}$ on voit que cet effort supplémentaire atteint une valeur très appréciable. En effet pour la maçonnerie le produit $E \alpha = 2 \text{ Klgcm}^2$ et

$$\tau_2 = 2 \times \frac{10}{2} = 10 \text{ Klgcm}^2$$

effort qui, à lui seul, correspond à la moitié du taux de travail admissible.

Vu l'importance considérable des effets thermiques, il est donc illusoire, ou presque, de chercher la précision dans le calcul d'un barrage, car ces effets dépassent souvent toutes les prévisions.

INFLUENCE DU RETRAIT DU CIMENT

Le retrait du ciment agit à la façon d'une baisse de température ($\theta = 0$ dans le facteur thermique γ). Pour du ciment pur, armé ou non, ce retrait est équivalent à un abaissement de 20° , produisant dans l'arc des tensions considérables par rapport aux efforts produits par la poussée des eaux. C'est cette raison qui empêche principalement la construction de barrages arqués en ciment armé. Pour la maçonnerie de moellons, l'effet est naturellement bien diminué, et correspond seulement à un abaissement de 2 ou 3° environ.

MARCHE DU CALCUL

Il nous reste à voir comment on peut appliquer toutes les théories présentées, au calcul d'un barrage, ou plutôt à la vérification de la stabilité du dit barrage.

Devant se fixer soi-même les épaisseurs, on peut calculer l'épaisseur des arcs supérieurs comme si ceux-ci supportaient toute la poussée et travaillaient à la compression simple. On a alors :

$$N = \text{effort de compression} = p$$

L'épaisseur $e = \frac{N}{\tau} = \frac{p r}{\tau}$, τ taux de travail étant pris faible (150 Tonnes par m^2) par exemple. Pour un rayon de 100 m. on trouve ainsi une profondeur de 10 mètres.

$e = \frac{10 \times 100}{150} = 7 \text{ m. environ}$, le profil est alors triangulaire puisque e est proportionné à la pression.

Il semble donc, puisque l'on adopte un profil triangulaire, ou presque, que la forme en arc n'est pas plus avantageuse que la forme rectiligne des barrages de gravitation.

Mais au fait, et c'est la tendance moderne, on peut très bien donner aux différents arcs une courbure augmentant avec la profondeur de façon à faire diminuer ρ quand x augmente.

Toutefois, il peut y avoir intérêt, pour que les poussées soient centrées, à ce que les différents centres de courbure soient sur une même verticale Δ . La fibre moyenne du mur est sur une surface de révolution autour de Δ .

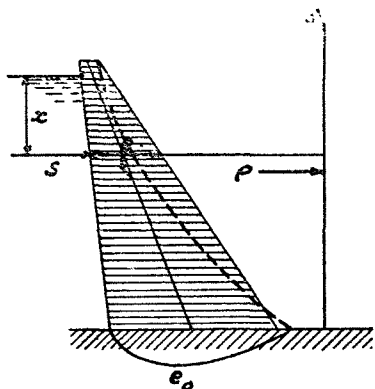


Fig. 13

Soit donc (fig. 13) une section de mur ainsi déterminée, ρ diminue quand x et e augmentent. Le mur a un profil particulier, légèrement penché vers l'amont.

L'épaisseur à la base peut être prise un peu plus forte pour avoir un bon encastrement au sol, soit : $e_0 = \frac{3}{4} H$

Ce profil peut être retouché, car il ne sert que d'indication.

Dans les cas pratiques, il arrive fatalement que le barrage devant s'appuyer par ses extrémités aux flancs d'une vallée plus ou moins ouverte, les arcs aux différentes profondeurs ont une longueur décroissant vers le bas. Si donc on veut réaliser pour ces arcs une courbure croissante, la question peut se résoudre identiquement. L'angle d'ouverture φ_0 de chaque arc va varier. Mais les angles α qui déterminent la position de l'élément sont les mêmes pour tous les arcs.

Certains auteurs préconisent, par contre, de maintenir φ_0 constant pour tous les arcs et le rayon $\rho = \frac{s}{\varphi_0}$ diminue avec s (longueur d'arc) quand la profondeur augmente.

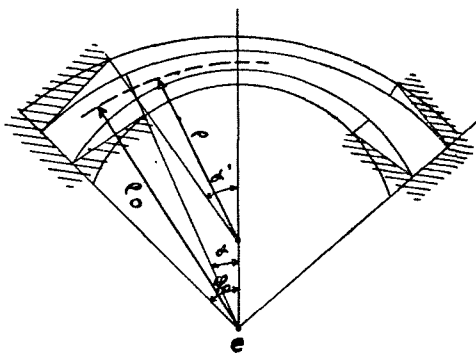


Fig. 14

Cette façon de faire a certains inconvénients.

1° L'angle α varie suivant les arcs, car ceux-ci n'ont plus leur centre de courbure sur la même verticale (fig. 14). Le centre est en C pour l'arc supérieur, en C₁ pour l'arc inférieur. L'angle α pour l'arc supérieur devient l'angle $\alpha' = \alpha \left(\frac{e_0}{\rho} \right)$ pour l'arc inférieur. D'où complication dans le calcul des coefficients de poussée.

2° La détermination du profil du mur est plus compliquée et

conduit à une forme très bombée vers l'amont nécessitant la vérification de la stabilité du mur à vide, et surtout elle est défavorable à la stabilité du mur, comme éloignant la ligne des poussées de la fibre moyenne.

Nous supposons donc que nous nous en tenons au premier cas : ρ et φ_0 variables, mais tous les centres sur la même verticale.

On doit, en outre, faire croître l'épaisseur e de chaque arc d'une valeur e_0 à la clé, à un maximum $e_1 = \frac{s_0}{\cos \varphi_0}$ aux naissances.

Ceci fait, on considère les éléments murs successifs du $\frac{1}{2}$ arc en traçant pour chacun les courbes $y(x)$ et $z(x)$. Cette dernière se trace d'abord sans tenir compte de la température, soit en faisant $\lambda = 1$, ce qui donne :

$$z = \frac{\rho^2}{2 E e} (\varphi_0 - \alpha)^2 \left[\frac{(\rho_0 + \alpha)^2}{0,8 \varphi_0^2 + \left(\frac{e}{\rho}\right)^2} + 1 \right]$$

(on voit que z varie avec ρ , φ_0 et e , donc avec x).

Pour chaque élément, les formules approchées établies donnent les coefficients de poussée réduite sur l'arc $(1 - K_1)$, $(1 - K_2)$ aux différentes profondeurs.

On trace ensuite la ligne des poussées réduites dans les différents arcs. Les épures de déformation (11) nous donnent pour les coefficients z des valeurs plus exactes, permettant de tracer pour tous les murs de nouvelles courbes $z(x)$ qui vont nous permettre de calculer exactement les coefficients de poussée.

Pour ce faire, il est nécessaire d'appliquer les principes indiqués au début. C'est à dire tracer directement, pour chaque élément mur, les différentes lignes d'influence.

h étant toujours l'épaisseur de chaque tranche, les équations de flèche donnent alors :

$$K_1 x_1 y_{11} + K_1 x_2 y_{21} + \dots + K_n x_n y_{n1} = (1 - K_1) \frac{z_1 x_1}{h}$$

$$K_1 x_1 y_{12} + K_2 x_2 y_{22} + \dots + K_n x_n y_{n2} = (1 - K_2) \frac{z_2 x_2}{h}$$

soit au total n équations à n inconnues (4 par exemple en prenant 4 tranches soit 4 arcs).

La résolution de ce système, sans aucune simplification possible, donne les inconnues K_1, K_2, K_n d'où par suite $(1 - K_1), (1 - K_2)$.

C'est alors que l'on peut vérifier définitivement la stabilité des murs, de même que celle des arcs.

Le tracé de nouvelles lignes de poussée pour ceux-ci permet de trouver la forme définitive à donner à l'arc, car il n'est pas nécessaire de recommencer plusieurs fois toute cette série d'opérations.

Il reste encore toutefois à faire intervenir la température.

Le cas le plus défavorable est celui de l'hiver.

On peut alors admettre $\theta = -15^\circ$ $E\alpha\theta = -30 \text{ kg/cm}^2$.

La poussée est changée, le facteur thermique

$$\lambda = \left(1 - \frac{3 E \alpha \theta l}{\tau \rho_0^2 s} \right)$$

intervient considérablement. Il vaut environ $1 + \frac{6}{\varphi_0^2}$

Pour les arcs du haut son influence est considérable.

Les coefficients z sont alors donnés par :

$$z = \frac{\rho^2}{2 E e} (\varphi_0 - \alpha)^2 \left[\frac{\lambda (\varphi_0 + \alpha)^2}{0,8 \varphi_0^2 + \left(\frac{e}{\rho}\right)^2} + 1 \right]$$

On trace les nouvelles courbes $z(x)$, on détermine les coefficients $(1 - K)$ et on achève comme il est indiqué dans la marche précédente.

A tenir compte toutefois, en fin de calcul, de l'écart possible de température entre faces extrêmes qui produit un effort supplémentaire de 10 Klgcm² en compression sur la force aval, et en extension sur la face amont.

Ces efforts n'intéressent que les arcs et ils ont même un effet favorable, car ils soulagent le travail de compression aux naissances qui sont les plus menacées.

Toutes ces opérations sont évidemment compliquées, mais l'étude d'un barrage, quelque soit la méthode, est une opération de longue haleine que l'on ne peut traiter en quelques heures et qui varie à l'infini suivant les circonstances locales.

Nous terminerons notre étude par une note qui découle naturellement de certains résultats auxquels nous sommes parvenus.

DÉTERMINATION RATIONNELLE DU PROFIL DU MUR

La méthode de calcul que nous avons indiqué, ainsi d'ailleurs que toutes celles qui existent actuellement, ne permet de calculer les taux du travail qu'en ne fixant soi-même, au hasard à vrai dire, le profil du mur.

Or le plus intéressant du problème est de déterminer la forme de ce profil pour réaliser une économie effective sur le cube de maçonnerie.

Il semble que celle-ci serait obtenue si le profil était tel qu'à toutes les profondeurs, l'arc et le mur se partagent la charge suivant une loi logique, et non pas au hasard, car alors on risque même que le soulagement espéré ne devienne en fait pour certains points négatif, par exemple la flexion des arcs peut en certains points, près de la clé par exemple, entraîner le mur dans son mouvement de recul et le faire travailler plus qu'il ne le ferait s'il était indépendant comme un barrage rectiligne.

On peut dire que l'arc et le mur travailleraient tous deux dans de bonnes conditions si le rapport des coefficients de poussée était constant, indépendant de la profondeur, soit si ces coefficients étaient eux-mêmes constants.

Or, pour qu'il en soit ainsi, revenons en arrière, aux équations approchées qui donnent les coefficients de poussée. Nous avons trouvé, suivant un élément de mur, que ces coefficients sont liés par les équations approximatives.

$$\frac{1 - K_1) z_1 x_1}{y_1} = \frac{(1 - K_2) z_2 x_2}{y_2}$$

Si les K sont constants, le système se réduit à

$$\frac{z_1 x_1}{y_1} = \frac{z_2 x_2}{y_2} = \dots = \frac{z_n x_n}{y_n} = \text{constante} = H$$

Or (fig. 15) $y(x)$ est la ligne d'influence des flèches du mur relative au moment.

$z(x)$ est la courbe des déformations de l'arc suivant son épaisseur, c'est-à-dire la profondeur.

Pour que K fut constant, il faudrait que les courbes $y(x)$ et $xz(x)$ aient leur ordonnées proportionnelles. La chose semble difficile, car les deux courbes ont des formes toutes différentes.

Toutefois, mathématiquement, la question est peut-être soluble. En effet z est de la forme $\frac{A}{e}$, A étant très sensiblement une constante suivant un élément mur donné, et e étant l'épaisseur variable du mur (dans le cas idéal où ϵ_0 et ρ restent constants).

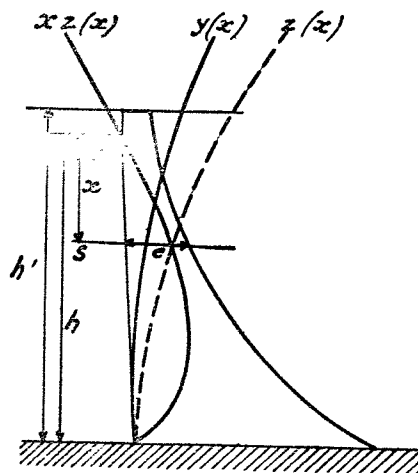


Fig. 15

On aura donc $y = \frac{Ax}{He} = C \frac{x}{e}$ (C constante).

Or y est la flèche produite à la section d'abscisse x par une poussée $p = 1$ au sommet.

Le moment fléchissant pour cette section est :

$$M = (h' - h + x)$$

L'équation différentielle de la ligne d'influence est :

$$EI y'' = h' - h + x = x.$$

en négligeant $(h' - h)$ très faible. On a : $I = \frac{e^3}{12}$ et y'' s'obtient

en dérivant deux fois la quantité $\frac{Cx}{e}$.

D'où en posant

$$\frac{x}{e} = t, \quad e = \frac{x}{t}$$

L'équation devient :

$$Ct'' = \frac{x}{EI} = \frac{12 t^3}{Ex^2}$$

Soit en posant $\frac{12}{CE} = B$, l'équation devient : $x^2 t'' = Bt^3$

qui est inintégrable par les procédés connus.

On ne peut donc rechercher la forme du profil la plus rationnelle que par tâtonnements, en essayant plusieurs formes de profils et en adoptant celui pour lequel les courbes $y(x)$ et $xz(x)$ présentent le plus d'analogie de forme.

Remarquons d'ailleurs que ce profil déterminé pour un élément de mur donné ne serait pas identique pour tous les éléments, car les courbes $y(x)$ et $z(x)$ varient d'un élément de mur à l'autre. La forme rationnelle d'un barrage établi suivant ces données serait donc très compliqué et même très probablement impossible à exécuter en pratique.