ÉLECTRICITÉ

Abaque pour Câbles triphasés.

Par PAUL CHEVRANT, *Ingénieur I. E. G., aux Mines de la Sarre.*

L'administration des Mines de la Sarre exploite actuellement son bassin houiller sur une quarantaine de kilomètres en longueur et une vingtaine en largeur. Deux centrales à turbines et une à gaz de fours à coke, représentant une puissance installée, de 80.000 kVA débitent sur un réseau souterrain bouclé à 10.000 volts, de 260 km. de développement, alimentant une trentaine de sous-stations. La longueur totale des câbles secondaires au-dessus de 1.000 volts dépasse 250 km. On s'occupe actuellement d'augmenter la puissance des usines génératrices, le nombre des câbles de toutes tensions et de soulager la distribution actuelle par un nouveau réseau à 35.000 volts de 130 km. Vu l'étendue relativement restreinte pour la forte consommation d'énergie, on a préféré les câbles enterrés aux lignes aériennes pour des raisons de sécurité dans une région extrêmement peuplée et très riche en forêts.

Afin de déterminer plus rapidement les sections des câbles de nombreuses installations nouvelles, l'auteur a construit un abaque qui pourra peut-être être utilisé avec fruit par certains lecteurs de cette revue.

USAGE DE L'ABAQUE

Le but est de déterminer indépendamment l'une de l'autre les trois valeurs suivantes :

S_1 section au-dessous de laquelle on ne doit pas descendre sous peine d'avoir un échauffement exagéré du câble ;

S_2 section minima pour que la chute de tension dans le câble ne dépasse pas la limite admissible ;

S_3 la section économique, c'est-à-dire celle pour laquelle la somme de la dépense annuelle en frais d'intérêts, entretien et amortissement du câble et de la valeur marchande de l'énergie perdue annuellement par effet Joule dans le câble est minima.

Exemple I. — Soit par exemple à utiliser une puissance mécanique de 50 HP sur l'arbre du moteur à une distance de 100 mètres sous la tension de 220 volts.

Déterminons d'abord la section minima pour éviter un échauffement exagéré. Supposons un rendement du moteur de 0,90 et un facteur de puissance de 0,85 ; en suivant les indications de la figure I, nous repérons le point c sur l'échelle IV en tendant un fil ; puis tendant ce fil entre les points c déjà repéré et d = 50HP lu à gauche de l'échelle IV, nous déterminons le point e. Le fil tendu à nouveau entre le point e et f = 220 volts, lu à droite de l'échelle V, donne sur l'échelle I, I = 130 ampères. Or, à côté de de l'échelle I on a remporté pour différentes tensions les sections les plus usuelles en face du point représentant l'intensité permanente admissible dans un câble triphasé de la section i indiquée. Nous voyons que l'extrême minimum admissible est :

S = 35 millimètres carrés

Cherchons ensuite la section S_2. Supposons qu'on ne doive pas dépasser une chute de tension de 6 %, c'est-à-dire 14 volts. En suivant les indications de la figure 2 et en ayant soin de lire la graduation correspondante du côté indiqué par cette figure, on obtient :

S_2 = 30 millimètres carrés

Fixons enfin S_3. — Admettons pour cela que le kilowatt-heure coûte 20 centimes, le nombre d'heures de fonctionnement par an étant de H = 300 seulement. Donnons-nous de plus le prix p' d'un kilomètre de câble de section S' = 25 mm², soit 13.500 fr., et le prix p' d'un câble de S = 35 mm², soit 19.000 fr. et supposons que l'on évalue à 1/7 du prix d'achat la dépense annuelle résultant de l'intérêt, entretien et amortissement du câble. Alors :

$$\frac{p - p'}{S - S'}\, t = \frac{10.000 - 13.500}{35 - 25} \times \frac{1}{7} = 78 \text{ francs}$$

d'augmentation de frais par an et par millimètre carré supplémentaire. (Sauf les deux soustractions, toutes les opérations se font au moyen de l'abaque). D'après les indications de la figure 5, nous pouvons calculer $HI^2 = 300 \times \overline{130}^2 = 5 \times \overline{10}^5$.

Suivant les indications de la figure 3, il suffit de repérer c par l'intersection de l'axe médian avec la droite passant par $a = 0{,}20$ et $b = 5 \times 10^5$, puis de lire l'intersection de la droite $\overline{d = 78, c}$ avec la graduation gauche de l'échelle IV, ce qui donne :

S = 27 mm²

Il faudra donc adopter dans ce cas un câble triphasé à trois conducteurs ayant chacun une section de 35 mm² ou un peu supérieure à ce chiffre.

II.— Soit, comme second exemple, à transporter une puissance de 245 HP sur l'arbre, à 3.000 volts et une durée de fonctionnement de 3.000 heures par an.

En procédant exactement comme il vient d'être dit on trouve (en supposant, pour simplifier, toutes les autres données identiques à celles du cas précédent) :

$$S_1 = 10$$
$$S_2 = 38$$
$$S_3 = 32$$

On prendra donc la section usuelle de câble immédiatement supérieure ou égale à 38 millimètres carrés par phase.

III. — Soit, comme dernier exemple : dans une distribution 5.500 volts et à une distance de 5.200 mètres, transporter 1.200 HP pendant 5.000 heures par an et 700 HP pendant 3.000 heures.

Seule, la puissance maxima de 1.200 HP intervient pour le calcul de S_1, et S_2 qui sont :

$S_1 = 73$

$S_2 = 112$ millimètres carrés

En supposant encore des données identiques aux précédentes, cherchons à déterminer S_3. — Pour 1.200 HP, I = 128, pour 700 HP, I = 72 ampères. D'après la figure 5, nous calculons :

$$3000 \quad 128^2 = 8{,}5 \times 10^7$$
$$5000 \times 72^2 = 1{,}6 \times 10^7$$
$$\text{Somme de } HI^2 = 10{,}1 \times 10^7$$

Le point représentatif correspondant sortirait de la graduation V de gauche ; mais nous n'avons pas besoin de prolonger pour cela cette graduation. En effet, le point *c* de la figure 3 sera le même si nous abaissons le point *b* et relevons le point *a* d'une longueur correspondante à deux fois une puissance de 10 par exemple. Ce point, pour $f = 20$ fr. (au lieu de 20 centimes) et $V\,b = 1{,}01 \times 10^6$ (au lieu de 10^8) sera caractérisé par $1{,}2 \times 10^6$, lue sur l'axe du milieu, qui donnera :

$$S_3 = 123$$

il faudra donc choisir la section usuelle la plus voisine de 123, pourvu toutefois qu'elle soit supérieure à 112.

Remarques sur l'Emploi de l'Abaque

On voit donc que, pour déterminer S_1, il faut connaître :

1° Le rendement des moteurs η en % ;

2° Le facteur de puissance de l'installation : cos φ en % ;

3° La puissance P à recevoir en KW ou en HP ;

4° La tension de la distribution V en volts ;

Pour déterminer S_2, on doit savoir, en plus des données précédentes :

5° La longueur du câble à placer L en mètres ;

6° La chute de tension maximum admissible V' en volts ;

Pour fixer S_3, en plus de 1°, 2°, 3° et 4°, on a besoin d'avoir :

7° Le prix du Kwh au départ du câble, *f* en francs.

8° Le prix « *p* » d'un kilomètre de câble de section « *s* », de tension de service V volts, *p* exprimée en franc et *s* en millimètres de cuivre.

9° Le prix « *p'* » d'un kilomètre de même câble de section « *s'* » en francs et millimètres carrés ;

10° Le taux « *t* » auquel on estime les frais d'intérêts, entretien et amortissement du câble à placer, en % ;

11° Les différentes puissances « P » à fournir et les durées moyennes par an « H » de ces différents régimes, en KW ou en HP et en heures.

La valeur de S_1 est une fonction croissante avec l'intensité maximum I admissible de façon continue, déterminée expérimentalement et indiquée en millimètres carrés à la hauteur de l'intensité maximum correspondante ; à gauche de la graduation I pour les valeurs usuelles françaises et les câbles à 20.000 volts, à droite et en traits pleins pour les types normaux allemands à tension inférieure à 3.000 volts, et en traits ponctués pour les types allemands de tension comprise entre 3.000 et 10.000 volts.

Il suffira donc de déterminer l'intensité maxima I que le câble devra supporter pendant une heure de suite pour lire sur l'une des graduations une valeur égale à S_1 ou légèrement supérieure. On choisira la graduation d'après la tension de service.

On voit de suite que, pour une intensité donnée, les sections minima allemandes sont beaucoup plus faibles que les françaises. Cela nous paraît moins dû à une très grande différence de fabrication pour des tensions plus élevées qu'à ce que le règlement du V. D. E. tient compte du refroidissement du câble par un terrain généralement froid et humide.

Une graduation supplémentaire donnant le poids du cuivre a été mise en haut et à droite de la feuille et peut s'utiliser comme l'indique la figure 6.

Enfin, à la suite de l'échelle V (tensions et longueurs), on a signalé par les initiales AL, EU, FR et GB les tensions recommandées comme normales en Allemagne, Amérique du Nord, France et Angleterre, en majuscules ou minuscules suivant que ces tensions sont plus ou moins usuelles.

A l'heure actuelle, on ne semble pas fabriquer en très grandes longueurs des câbles triphasés à trois conducteurs dont la tension de service dépasse 40.000 volts. Cependant ces tensions augmentent à mesure que la fabrication se perfectionne. S'il n'était pas téméraire de la part d'un simple exploitant d'oser des pronostics, l'auteur exprimerait ici la supposition qu'un prochain progrès dans la technique sera peut-être l'emploi du verre tissé ou laminé assez mince pour avoir une souplesse supérieure à celle du mica. Quoi qu'il en soit, nous avons indiqué sur l'échelle même les tensions les plus élevées (qu'on n'atteindra sans doute jamais industriellement dans des câbles) parce qu'il est bon qu'un ingénieur ait ces valeurs devant les yeux et aussi parce que ce même abaque pourrait, avec peu d'adjonctions, être utilisé pour les lignes aériennes.

On peut reprocher à ce mode de détermination une précision assez faible d'une manière générale, puisque le calcul de la chute de tension pour déterminer S_2 ne tient compte que de la résistance ohmique du câble ; et encore, dans le calcul de S_3, l'hypothèse approximative, que, pour une tension donnée, l'augmentation du prix du câble est proportionnelle à l'augmentation de la section. Nous estimons cependant que les erreurs inséparables de ces simplifications sont en pratique très inférieures à celles que l'on commet forcément dans les prévisions de la puissance consommée, du prix de l'énergie, de la durée de l'amortissement de l'installation, etc.

Etablissement des Formules

1° Pour S_1, on part de : $P = VI\sqrt{3}\cos\varphi \times \eta \times \frac{1}{1000}$

P exprimé en kilowatts de puissance mécanique, V en volts aux bornes de la machine, I en ampères, Cos φ et η en %. Formule qui se transforme en :

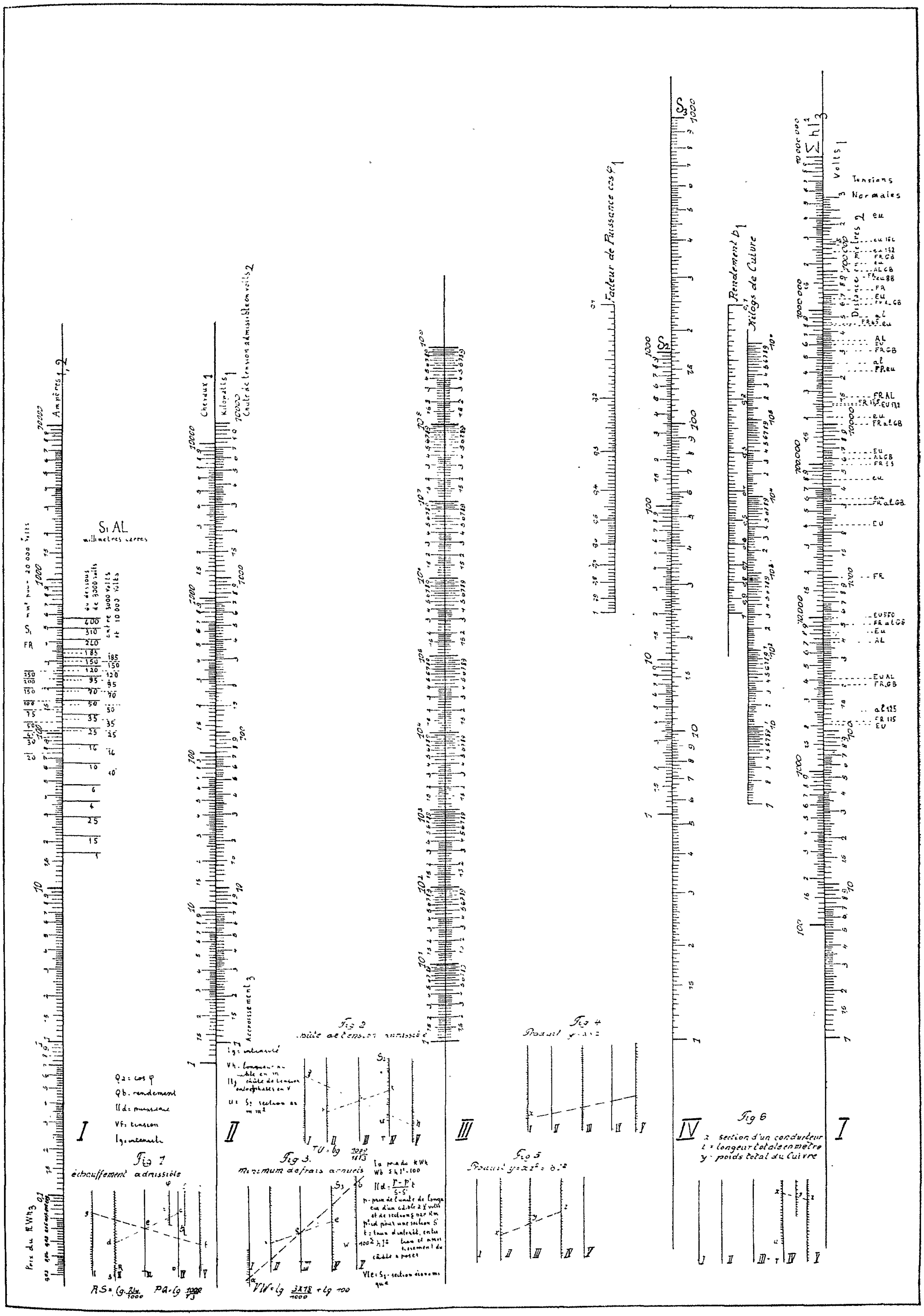
$$\log I + \log V = \log P + \log \frac{1000}{\sqrt{3}} + \log \frac{1}{\cos\varphi} + \log \frac{1}{\eta}$$

Or, on voit dans la figure 1 :

$$\overline{I\,g} = \log I, \quad \overline{V\,f} = \log V, \quad \overline{II\,d} = \log P, \quad \overline{IV\,Q} = \log \frac{1000}{\sqrt{3}}$$

$$\overline{Q\,a} = -2\log\cos\varphi, \quad \overline{Q\,b} = 2\log\eta, \quad \text{d'où } \overline{Q\,c} = \log\frac{1}{\cos\varphi} + \log\frac{1}{\eta}$$

Les échelles I et V, d'une part, et, d'autre part, l'échelle II sur laquelle est marquée P et l'échelle IV sont symétriques par rapport à l'axe III. La condition nécessaire et suffisante pour que les deux trapèzes IV, *c*, *d*, II et V *f*, *g*, I aient la somme de leurs bases égale et que les droites $\overline{cd}$ et $\overline{ef}$ coupent l'axe de symétrie au même point.



Or, la connaissance de cos φ donne le point a, celle de η donne le point b, ce qui détermine le point c. En joignant c au point d, représentatif de la puissance, on obtient le point e. Le point f est donné par la valeur de la tension ; et, en prolongeant $f\ e$ (on se sert commodément d'un fil tendu), on obtient le point I donnant l'intensité. On trouvera donc immédiatement une valeur approchée de S_1 en lisant au niveau de I ou un peu au-dessus la valeur indiquée pour une tension voisine de la tension donnée.

2° Pour S_2

Si V' est la chute de tension maximum que l'on peut consentir en ligne on a, en ne tenant compte que de la résistance ohmique :

$$V' = \frac{18\sqrt{3}}{1000}\,\frac{L}{S_2}\,I$$

qui peut s'écrire :

$$\log I + \log L = \log V' + \log \frac{1000}{18\sqrt{3}} + \log S_2$$

I en ampères, L en mètres, V' en volts, S_2 en millimètres carrés.

On raisonnerait de même que précédemment en remarquant que la graduation S_2 commence en un point U tel que $\overline{IVU} = \log \frac{18\sqrt{3}}{1000}$.

3° Pour S_3

L'énergie perdue dans un kilomètre de câble triphasé parcouru par un courant I est en KW :

$$\frac{1}{1000} \times \frac{3 \times 18}{S}\, I^2$$

Si le câble fonctionne durant l'année pendant une certain nombre d'heures H avec le courant I, pendant un certain nombre d'heure H' avec le courant I' etc..., la valeur marchande de l'énergie perdue par kilomètre sera : f étant le prix du kwh en francs :

$$\frac{f}{1000} \times \frac{3 \times 18}{S} \times \Sigma\, HI^2$$

Or, si t est le taux d'intérêt entretien et amortissement du câble, le prix p du kilomètre de câble étant pour une tension donnée de la forme $p = a + b\,s$, la somme des dépenses annuelles par kilomètre de câble sera :

$$\frac{f}{1000} \times \frac{3 \times 18}{S_3}\, \Sigma\, HI^2 + t\,(a + b\,S_3)$$

C'est une expression de la forme $y = \frac{m}{x} + n\,x + k$; qui est minima pour $\frac{m}{x^2} = n$

d'où la relation :

$$f\,\frac{3 \times 18}{1000} \times \left[\frac{1}{S_3}\right]^2 \times \Sigma\, HI^2 = t\,b = t\,\frac{p - p'}{S - S'}$$

qui peut s'écrire :

$$\log \frac{p - p'}{S - S'}\,t + 2 \log S_3 = \log f + \log \frac{3 \times 18}{1000} + \log \Sigma\, HI^2$$

Comme précédemment, on voit que cette égalité est réalisée sur la figure 3 en prenant pour la graduation de S_3 une échelle double de celle des axes I, II et V et en décalant la graduation de « somme de H I² » d'une hauteur correspondante à $\log \frac{3 \times 18}{1000}$

Ceci à la seule condition que les droites $\overline{ab}$, $\overline{de}$ et l'axe III se coupent au même point c. Alors, pour avoir S_3, avec a et b on détermine c, et d et c déterminent e.

4° Produit x, $y = z$ (fig. 4).

Dans le trapèze I, x, z, V on voit que :

$$\overline{III\,y} = \frac{1}{2}(\overline{I\,X} + \overline{V\,Z})$$

or l'axe III porte une graduation à échelle moitié moindre que celle de I et de V. Les points x, y, z étant en ligne droite, il suffira de connaître deux d'entre eux pour avoir le troisième et déterminer ainsi le produit ou le quotient de deux nombres.

5° Produit H I² (fig. 5).

On vérifie immédiatement que les graduations sont telles que :

$$\log y = \log x + 2 \log z$$

6° Poids du cuivre (fig. 6).

Ce poids étant proportionnel à S_3L, il a suffi de construire au milieu de ces deux graduations une graduation à échelle moitié moindre et à une hauteur telle que la valeur indiquée soit vérifiée pour une seule valeur quelconque choisie à l'avance de la section et de la longueur.

D'une manière générale, nous voyons que, dans les figures 4, 5 et 6, nous avons, au moyen de trois axes parallèles équidistants à graduation logarithmique, mis en abaque une équation de la forme :

$$X^a\ Y^b\ Z = K^L$$

Avec des graduations linéaires, nous pourrions résoudre également toute équation de la forme :

$$a\,X + b\,Y + c\,Z = K$$

Dans les figures 1, 2 et 3, nous avons déterminé au moyen de quatre axes principaux symétriques par rapport à un axe médian une variable quelconque en fonction des trois autres dans une expression de la forme :

$$X^d\ Y^b\ Z^e\ T^d = K^L$$

avec des graduations logarithmiques. Cette méthode pourrait d'ailleurs servir, avec des graduations linéaires, à résoudre la relation :

$$a\,X + b\,Y + c\,Z + d\,T = K$$

On pourrait encore généraliser et montrer que ces axes ne sont pas forcément équidistants, ce qui permettrait de modifier les échelles adoptées pour les graduations. Or de telles équations, surtout celles pouvant se mettre sous forme d'un produit d'exponentielles, sont extrêmement fréquentes dans la pratique ; leur résolution par abaque deviendrait particulièrement rapide et aisée si l'on pouvait se procurer facilement dans le commerce des graduations logarithmiques imprimées à des échelles différentes qu'il suffirait de coller sur le papier.