# HYDRAULIQUE

# La Solution générale du Problème de la Détermination des Dimensions Economiques Maximum d'une Conduite forcée en Métal et son Application aux Calculs pratiques.

Par PAUL P.-SANTO RINI, *Ingénieur E. P. Z., Directeur de la « Société Anonyme d'Etudes et d'Entreprises », Athènes.*

(SUITE ET FIN)

## IV. — CONDUITE A AXE POLYGONAL.

### § 1. — Solution théorique.

L'axe d'une conduite étant constitué par un trait polygonal A'A B... E (Fig. 16), nous supposerons des ancrages en A, B, C, D,L ,.... etc.

Soient donc CDL (Fig.17) trois coins successifs du tracé polygonal et soit donné le nombre $n_r$ (que nous supposerons pour le moment comme connu) en lequel nous devons subdiviser le côté CD. Il suffit, pour cette subdivision d'utiliser l'abaque fig. 11 en assumant le rapport $\frac{h_D}{h_C}$ des charges statiques aux coins D et C.

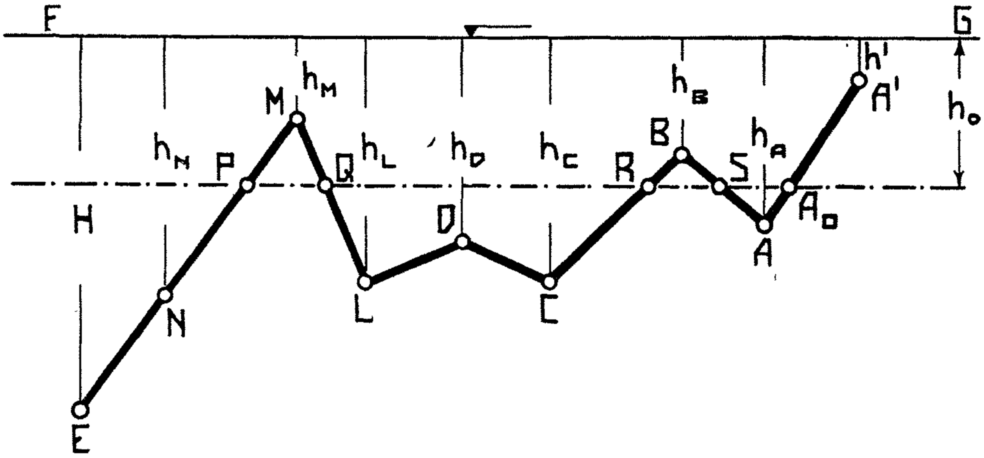


Fig. 16.

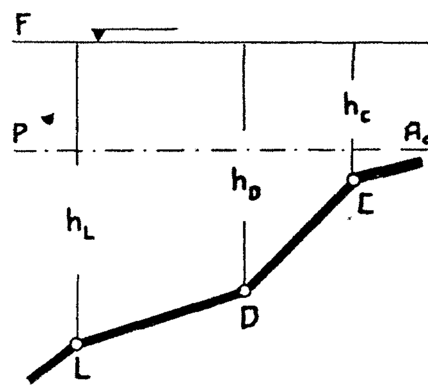


Fig. 17.

Comme nous l'avons déjà exposé au premier chapitre traitant des conduites à axe curviligne, la première chose à faire est de tracer la ligne de niveau $PA_0$ à la distance $h_0$ du niveau hydrostatique F G.

La partie de la conduite comprise entre les deux niveaux FG et $PA_0$ représentera la section amont. Celle-ci sera constituée par des tuyaux de diamètre constant

$$D_0 = \sqrt[7]{\frac{T}{h_0}}$$

et d'épaisseur de paroi constante

$$e_0 = \delta\, D_0$$

La partie de la conduite située au-dessous du niveau $PA_0$ représente, par contre, la section aval et pourra être constituée de plusieurs segments, comme $A_0AS$, RCDLQ, PNE, dont la subdivision en tronçons, d'une manière analogue au cas des conduites en courbe, est indépendante l'une de l'autre.

Ceci posé, étudions comment l'on peut passer de la subdivision du $r^{me}$ côté du trait polygonal en $n_r$ tronçons à la subdivision du $(r + 1)^{me}$ trait en $n_{r+1}$ tronçons.

Si le nombre $n_{r+1}$ de tronçons en lequel l'on devrait subdiviser le côté successif DL était connu, rien ne s'opposerait à utiliser de nouveau l'abaque en assumant cette fois-ci le rapport $\frac{h_L}{h_D}$.

Mais ici la question se présente : étant connu le nombre $n_r$, quel doit être le nombre $n_{r+1}$ ?

Pour résoudre cette question, nous faisons observer que l'ensemble du dernier tronçon du $r^{me}$ côté et du premier tronçon du $(r + 1)^{me}$ côté constitue deux tronçons successifs (Fig. 18) pour lesquels subsiste la relation générale des conduites curvilignes :

$$\frac{5}{2}\,\eta_{r+1}^{\frac{5}{7}} + h_r\,\eta_{r+1}^{-\frac{2}{7}} = \frac{5}{2}\,\eta_r^{\frac{5}{7}} + h_r\,\eta_r^{-\frac{2}{7}}$$

Etant $\eta_{r+1}$ et $\eta_r$ les charges statiques aux centres de gravité des axes rectilignes des deux tronçons, il sera :

$$\eta_{r+1} = \frac{h_r + h_{r+1}}{2}$$

$$\eta = \frac{h_r + h_{r-1}}{2}$$

La relation générale se transforme donc en :

$$\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}=\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}$$

qui est évidemment la relation fondamentale pour les conduites rectilignes.

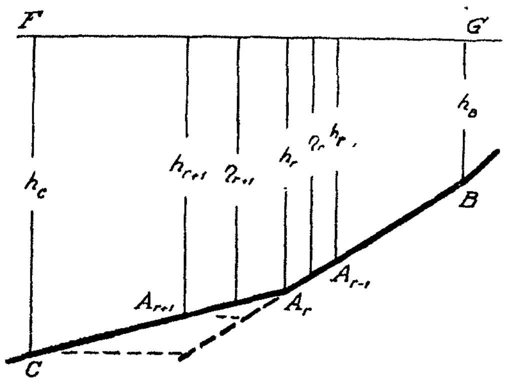


Fig. 18.

Les conséquences sont les suivantes : Si nous considérons comme prolongé (Fig. 18) le $r^{me}$ côté et si nous continuons la subdivision du prolongement projetant les points de subdivision parallèlement à FG sur le $(r+1)^{me}$ côté, celui-ci se trouvera subdivisé en tronçons. Dans le cas où l'extrémité du $(r+1)^{me}$ côté coïncide avec un des points de la subdivision, celle-ci se trouve donc déterminée. Dans le cas contraire, la subdivision servirait à établir le nombre des tronçons $n_{r+1}$. Connaissant maintenant $n_{r+1}$, nous pouvons utiliser notre abaque fig. 11 en assumant le rapport des charges statiques aux extrémités du $(r+1)^{me}$ côté.

Pour la détermination de $n_{r+1}$, une fois $n_r$ connu, l'on pourrait aussi utiliser l'abaque fig. 11 de la manière suivante.

Admettons que $n_r$ soit égal à 4. Conduisant alors la parallèle à l'axe des $\psi$ à la distance $\frac{h_r}{h_B}$ (Fig. 19), cette parallèle rencontrera la courbe 4 dans le point B. Conduisant maintenant la parallèle BA à l'axe des $\varepsilon$, celle-ci rencontrera les courbes 1, 2 et 3 dans les points correspondant à la subdivision. En prolongeant ensuite AB jusqu'à la rencontre de la courbe 5 dans le point D, $\frac{DA}{BA}$ sera égal au rapport $\frac{h_{r+1}}{h_r}$ des charges statiques des extrémités du premier tronçon du côté $A_r$ C.

Si maintenant nous projetons les points B et D d'un point quelconque E de l'axe des $\psi$ et si par F nous menons la parallèle FG à l'axe des $\varepsilon$, il résultera

$$\frac{DA}{AE}=\frac{GQ}{QE} \quad \text{et} \quad \frac{BA}{AE}=\frac{FQ}{QE},$$

donc, en divisant membre par membre :

$$\frac{DA}{BA}=\frac{GQ}{FQ}=\frac{h_{r+1}}{h_r}$$

Si nous projetons, enfin, le point G parallèlement à l'axe des $\psi$ sur la courbe 1 ; si du point H nous conduisons la parallèle à l'axe des $\varepsilon$ et si le point d'intersection K de cette parallèle avec la parallèle LM à l'axe des $\psi$ à la distance $\frac{h_C}{h_r}$ se trouve situé sur l'une des courbes, la subdivision s'en trouvera déterminée.

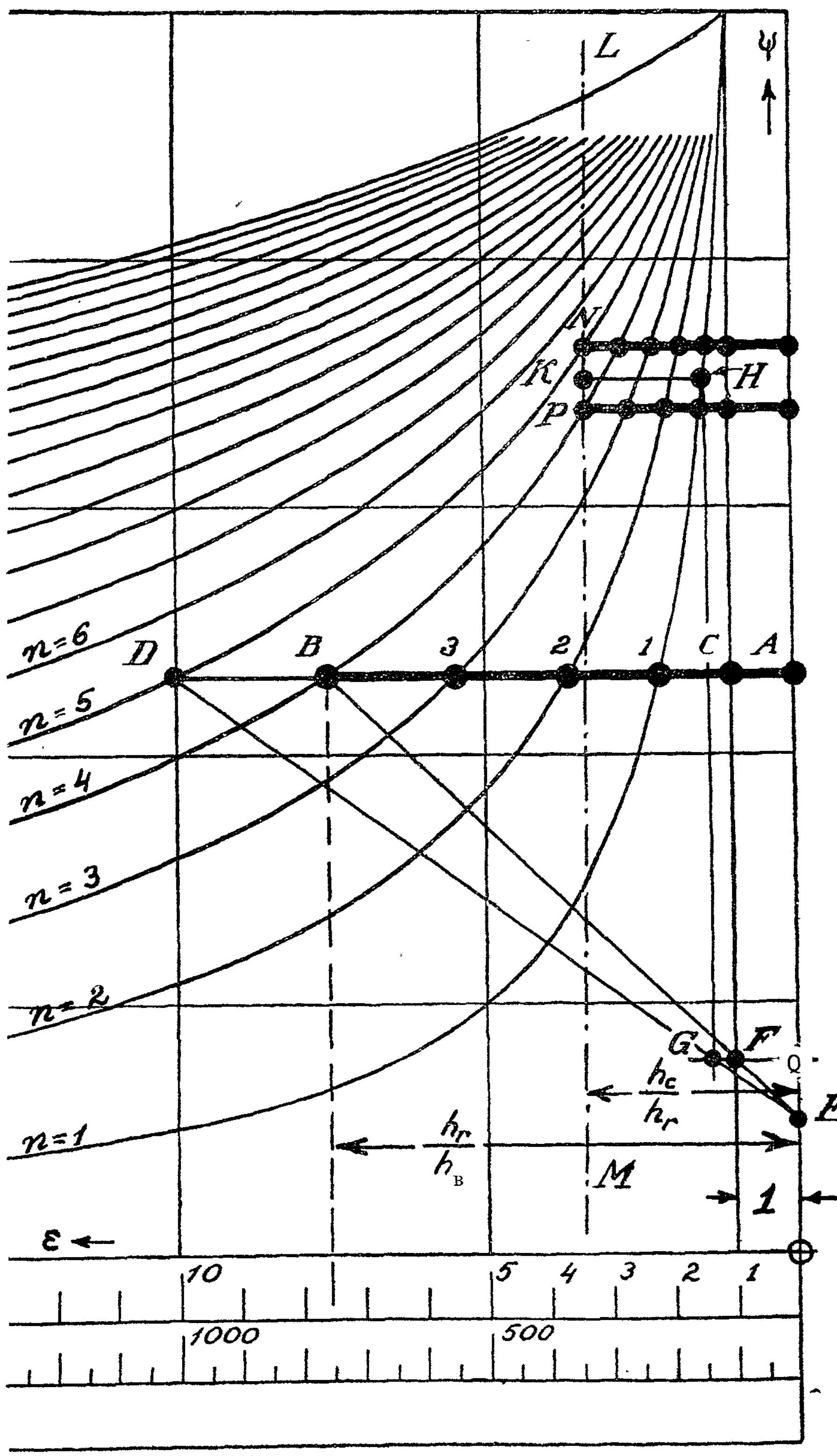


Fig. 19 (1)

Dans le cas contraire, il faut choisir sur LM entre les points N et P celui le plus rapproché du point K et tracer par ce point la parallèle à l'axe des $\varepsilon$.

(1) Le point Q se trouve sur l'intersection de l'axe des $\psi$ avec le prolongement de G F.

Tout ce que nous venons de dire au sujet de la détermination de $n_{r+1}$ une fois $n_r$ connu, est valable pour le cas où les inclinaisons des deux côtés successifs $r$ et $(r+1)$ sont de mêmes signes.

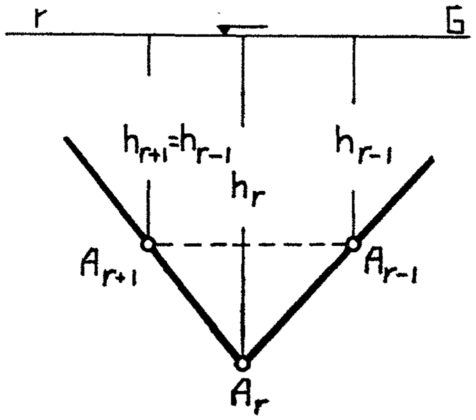


Fig. 20.

Dans le cas contraire (Fig.20), comme nécessairement $h_{r+1}$ et $h_{r-1}$ doivent être ensemble supérieurs (Fig. 21) ou inférieurs (Fig. 20) à $h_r$, et comme la relation générale :

$$\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}=\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}$$

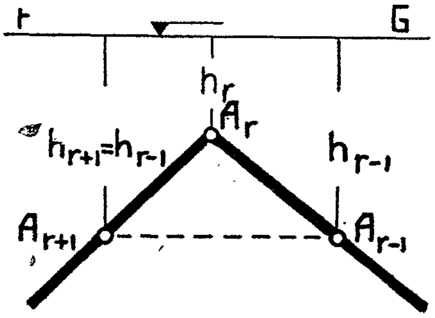


Fig. 21

doit être satisfaite, il résulte nécessairement :

$$h_{r+1}=h_{r-1}$$

En projetant donc le point de division du $r^{me}$ côté sur le $(r+1)^{er}$ côté parallèlement à FG, l'on peut reconnaître la valeur que l'on doit adopter pour $n_{r+1}$.

D'après ce que nous venons de dire, il est évident que si deux côtés successifs du trait polygonal sont tels que les points extrêmes non communs se trouvent à la même cote, les points de subdivision des deux côtés se trouveront sur des parallèles à la ligne du niveau hydrostatique FG (Fig. 22).

Enfin, dans le cas où l'un des côtés du tracé polygonal se trouve situé parallèlement au niveau hydrostatique FG à la distance $h$ en-dessous de celui-ci, il résulte évidemment que ce côté constituera un tronçon unique dont le diamètre a la valeur

$$\sqrt[7]{\frac{T}{h}}.$$

La loi de la détermination du nombre $n_{r+1}$ des tronçons du $(r+1)^{me}$ côté, alors que nous connaissons le nombre de tronçons $n_r$ du $r^{me}$ tronçon, nous montre comme le nombre total de tronçons pour toute la conduite polygonale

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots$$

résulte une fonction du nombre choisi pour le premier côté.

Il reste donc une dernière question à résoudre : quelle est la valeur qu'il faut donner à $n_1$ ?

Pour résoudre théoriquement cette question nous avons besoin de calculer

$$(K_u) = \Sigma\, K_u + n\,N$$

où $K_u$ et N désignent des expressions déjà connues.

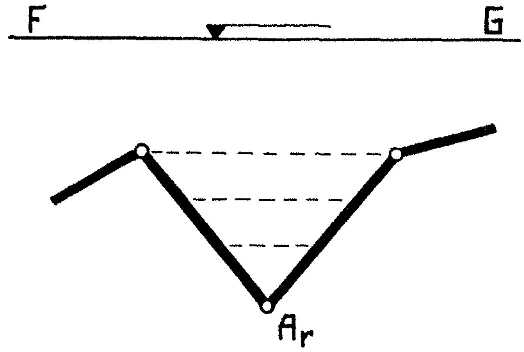


Fig. 22.

A chaque valeur assumée pour $n_1$ correspondra une valeur de $n$ et une valeur pour $\Sigma\, K_u$. A la valeur minimum de $(K_u)$ correspondra donc la valeur à choisir pour $n_1$.

Rappelons encore une fois que la subdivision en un nombre plus ou moins grand de tronçons n'a qu'une influence très faible sur le rendement économique de la conduite.

Les valeurs $n_1$, $n_2$, ... peuvent aussi être obtenues par la condition :

$$K_{u,1} + n_1\,N = \text{minimum}$$
$$K_{u,2} + n_2\,N = \text{minimum}$$
$$K_{u,3} + n_3\,N = \text{minimum}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

En faisant la somme, nous aboutissons à la relation déjà définie

$$\Sigma\, K_u + n\,N = \text{minimum}$$

Nous pouvons donc combiner avec avantage les deux méthodes pour la détermination de $n$.

En effet, pour déterminer $n_1$, nous pouvons nous servir de la première relation

$$K_{u,1} + n_1\,N = \text{minimum}$$

Une fois $n_1$ connu, nous déterminons successivement $n_2$, $n_3$,..... par les constructions précédemment exposées.

## § 2. — Solution pratique.

Supposons en dernier lieu, et c'est là *le cas le plus important de ceux jusqu'ici examinés*, que la conduite doive suivre les sinuosités d'un terrain accidenté.

Nous nous proposons de subdiviser la section aval de cette conduite en $n$ tronçons et de joindre par des traits rectilignes les points de séparation des divers tronçons pour aboutir au tracé polygonal.

A cet effet, considérons une autre conduite idéale rectiligne A'$e$ dont les extrémités se trouvent sous les mêmes charges statiques que la conduite polygonale (Fig. 23).

Subdivisons par le moyen de l'abaque fig. 11 la section aval de la conduite idéale en $n$ tronçons et conduisons par les points de subdivision les parallèles à FG jusqu'à l'encontre de la ligne du terrain.

En joignant les points A' $A_0$ $A_1$ $A_2$..... l'on obtient *automatiquement* le tracé de la conduite polygonale.

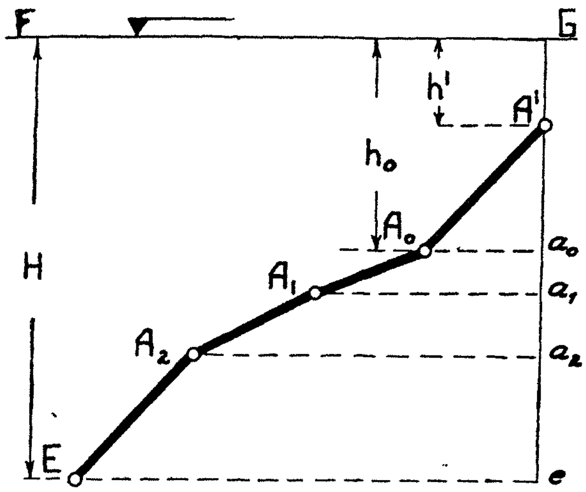


Fig. 23.

Cette construction se trouve immédiatement justifiée si l'on observe qu'aussi bien pour la conduite polygonale que pour la conduite idéale doit être toujours satisfaite la relation fondamentale :

$$\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r+1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}=\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{\frac{5}{7}}+5\left(1+\frac{h_{r-1}}{h_r}\right)^{-\frac{2}{7}}$$

Cette construction n'est valable que dans le cas où les inclinaisons des divers côtés sont toutes de même signe.

Dans le cas contraire, la construction se modifie de la manière suivante :

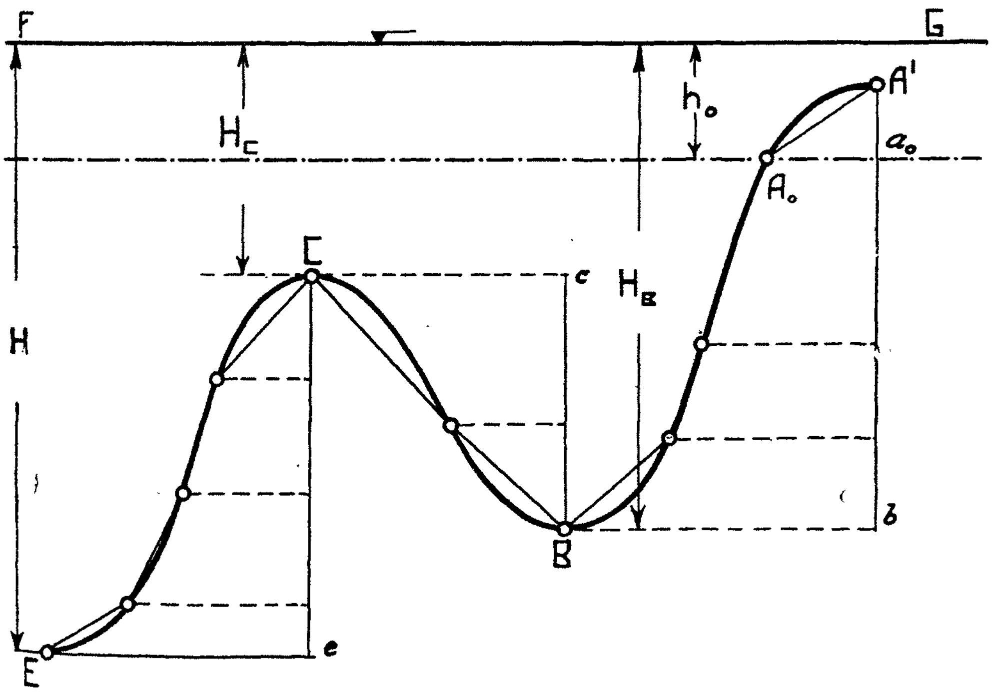


Fig. 24.

Soit A'BCE la ligne du terrain (Fig. 24). Traçons, pour commencer la ligne de niveau à la distance $h_0$ sous le niveau hydrostatique FG.

Conduisons ensuite les tangentes à la ligne du terrain parallèles à FG.

La section aval se trouvera ainsi subdivisée en segments successifs $A_0B$, BC, CE, pour chacun desquels l'inclinaison ne change pas de signe et pour lesquels la construction déjà indiquée est donc directement applicable.

Ainsi, considérons les trois conduites rectilignes idéales $a_0b$, Bc et Ce. A l'aide de notre abaque fig. 11 nous subdivisons ces trois conduites en assumant à tour de rôle les rapports des charges statiques extrêmes :

$$\frac{H_B}{h_o} \qquad \frac{H_B}{H_C} \qquad \frac{H}{H_C}$$

En projetant parallèlement à FG les points de subdivision des conduites idéales sur le terrain, la subdivision cherchée de la conduite polygonale se trouvera déterminée.

Le cas de la fig. 24 étant très rare, c'est la construction fig. 23 qui est à utiliser dans la plupart des applications pratiques.

Comme l'on voit, chaque problème se résoud immédiatement par l'application de notre abaque graphique.

Dans le but de rendre plus facile encore l'utilisation de cet abaque, nous rappelons qu'il indique la subdivision d'une conduite quelconque dont on connaît le rapport H : $h_o$.

Or, nous l'avons déjà remarqué au chapitre I, § 3, $h_o$ est une constante propre à chaque constructeur.

Celui-ci n'aura donc plus qu'à la calculer une fois pour toutes, ce qui lui permettra de se débarrasser définitivement de cette constante.

En effet :

$$h_o = \frac{\delta}{w} = \frac{2\,\delta\,k\,\varphi}{\lambda}$$

Avec :

$\delta = 0{,}005$
$\lambda = 1{,}10$
$k = 12.000\ t/m^2$
$\varphi = 0{,}90$

Le constructeur introduira les valeurs de son choix.

l'on obtient :

$$h_o = 91{,}18\ m.$$

que l'on porte évidemment à 100 *mètres*, du fait que la valeur de $\delta = 0{,}005$ n'a rien d'absolu.

Dans le cas de la figure 23 — qui est *presque exclusivement celui qui se présente en pratique* — l'on peut maintenant utiliser l'abaque en fonction non plus de H : $h_o$, mais simplement de H.

Comme exemple, nous avons indiqué, dans la figure 11, la subdivision pour $h_o$ = 100 *mètres*.

Une deuxième rubrique a été prévue pour le cas individuel de chaque constructeur qui marquera les valeurs de H pour la constante $h_o$ conforme à ses principes.

La valeur de $h_o$ = 100 *mètres* correspondant à une moyenne plutôt normale, *notre abaque peut être utilisé pour la subdivision de n'importe quelle conduite forcée en métal soumise à une charge statique jusqu,à 2.500 mètres en un nombre quelconque de tronçons compris entre 1 et 20.*

Il s'ensuit que tous les cas pratiquement possibles sont ainsi couverts par notre abaque.