TRANSPORT ET DISTRIBUTION D'ÉNERGIE

Calcul des lignes de transport d'énergie électrique à établir en pays de montagne

par le Commandant DEWULF (1), *ancien élève de l'Ecole Polytechnique et de l'I. E. G.*

On a l'habitude, pour le calcul mécanique des portées inclinées des lignes de transport d'énergie, d'utiliser les abaques de M. Blondel, dans lesquelles on entre, alors, non plus avec la projection horizontale de la portée, mais avec la distance oblique entre les points d'attache. La flèche lue diffère très peu de la flèche réelle tant que la portée est faible par rapport à $\frac{T_o}{\pi}$ (2). Lorsque ces deux quantités deviennent du même ordre (grande portée avec faible tension) ce procédé n'est plus applicable. La méthode exposée ci-après donne, dans ce cas, des résultats absolument exacts ; elle nécessite, il est vrai, pour chaque portée particulière, une construction graphique et quelques calculs. Afin que son mécanisme puisse être jugé par les praticiens, je traiterai d'abord un exemple, renvoyant à un prochain article l'exposé des considérations théoriques sur lesquelles elle est basée.

1. — *Chaînette de référence.*

Il faut disposer d'un graphique de chaînette, lequel, une fois établi, servira pour le calcul de tous les câbles similaires. Ainsi, pour tous les gros câbles en aluminium utilisés avec coefficient de sécurité « 10 », la chaînette de référence à employer sera celle dont le module est :

$$s = \frac{0^k,8}{\pi} = 281^m,69$$

Pour cette valeur de « s » calculer très exactement les fonctions

$$z = e^{\frac{x}{s}},\ z' = e^{-\frac{x}{s}}$$

en faisant varier x de 0 à 300. Construire :

$$y = \frac{s}{2}(z + z' - 2)$$

avec, comme échelle horizontale : 1 mm. par mètre ; comme échelle verticale : 1 cm. par 4 mètres.

Par suite de l'inégalité des échelles, la courbe obtenue ainsi n'est plus une chaînette, je l'appellerai « chaînette de référence transformée ».

2. — *Construction graphique préliminaire.*

Soit à déterminer, dans le cas du taux de sécurité « 10 » (qui donne une tension de 2 kg. par mm²), le graphique de pose d'un câble en aluminium de 20 m/m de diamètre pour une portée dont la projection horizontale est 240m et la projection verticale 100m.

Pour les hypothèses de surcharge de la législation française, π est à remplacer par (1)

cas (a) : $\pi'_a = 2,36\ \pi$ cas (b) : $\pi'_b = 1,13 . \pi$

Calculer :

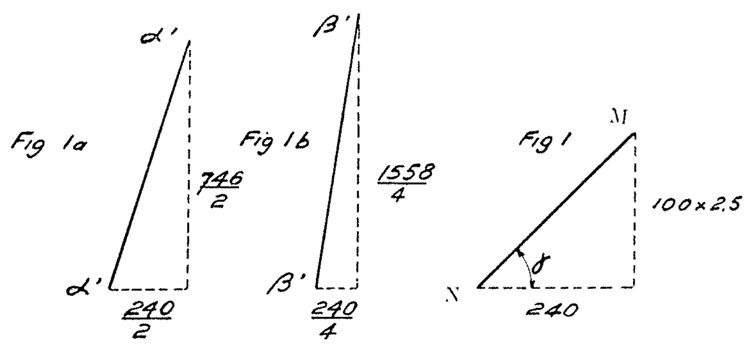
$$Y_a = \frac{2^k}{\pi'_a} \times 2,5 = 746 \qquad Y_b = \frac{2^k}{\pi'_b} \times 2,5 = 1558$$

et

$$m_a = 240 . \frac{0,8 . 2,36}{2^k} = 226,56$$

$$m_b = 240 . \frac{0,8 . 1,13}{2^k} = 108,48$$

Sur la feuille de la chaînette de référence transformée construire les directions $\alpha'\alpha'$ — $\beta'\beta'$ — M N comme il est indiqué fig. (1, 1a, 1b).



Rechercher sur la chaînette de référence transformée deux cordes AA', BB' parallèles à MN et telles que : A α étant parallèle à $\alpha'\alpha'$, B β étant parallèle à $\beta'\beta'$, on ait (fig. 2) :

$$\alpha\, a' = m_a \qquad \beta\, b' = m_b$$

Cette construction exige quelques tâtonnements, mais peut être faite avec une grande précision, car les intersections sont très franches.

Mesurer les projections p, q, des cordes, on trouve :

$$p = a\, a' = 351 \qquad q = b\, b' = 130,5.$$

Si le câble est calculé en partant de l'hypothèse (a), il forme,

(1) Le Commandant Dewulf est l'auteur de l'article sur le calcul des Accus, paru dans le numéro de mars-avril 1925.

(2) Voir *R. G. E.* du 10 mai 1924.

(1) Voir *Les Conducteurs d'Electricité en aluminium*, par M. Dusaugey, p. 57.

à la température de 10° et avec un vent correspondant à la charge π'_a, un segment de chaînette de module :

$$s_a = \frac{0{,}8}{\pi} \cdot \frac{240}{351}$$

Si, au contraire, il est calculé en partant de l'hypothèse (*b*),

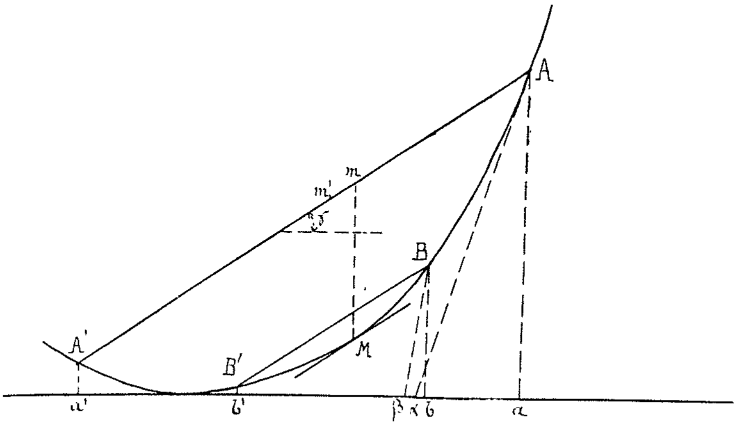


Fig. 2

il réalise, à la température de — 25°, et avec un vent correspondant à la charge π'_b, un segment de chaînette de module :

$$s_b = \frac{0{,}8}{\pi} \cdot \frac{240}{130{,}5}$$

3. — *Vérification, par le calcul, de la précision graphique.*

Vérifions que, pour chacun des segments de chaînette ainsi réalisés, on aura bien, au point le plus haut, une tension de 2 kg.

L'ordonnée du point A, mesurée sur la chaînette de référence transformée, est :

$$y_s^{(a)} = 386{,}3$$

Celle du point B est :

$$y_s^{(b)} = 146$$

Les tensions à vérifier, $T_s^{(a)}$, $T_s^{(b)}$ sont données par :

Cas (*a*) : $$\frac{\dfrac{T_s^{(a)}}{\pi'_a}}{\dfrac{386{,}3}{2{,}5} + s} = \frac{240}{351} \qquad \text{d'où : } T_s^{(a)} = 1^k{,}9999$$

Cas (*b*) : $$\frac{\dfrac{T_s^{(b)}}{\pi'_b}}{\dfrac{146}{2{,}5} + s} = \frac{240}{130{,}5} \qquad \text{d'où : } T_s^{(b)} = 2^k{,}007$$

Les chiffres obtenus différant extrêmement peu de 2 kg, tension maxima fixée, on peut considérer la construction graphique précédente comme suffisante.

4. — *Calcul de la longueur du câble.*

Lors de la pose du câble, la longueur de câble à employer ne sera pas la même suivant qu'on voudra réaliser, ou la chaînette « s_a » avec charge π'_a, ou la chaînette « s_b » avec charge π'_b ; pour s'en rendre compte, calculer les longueurs L_a, L_b, de ces deux segments. Elles sont données par les formules :

$$L_a = \sqrt{\left(\frac{240}{351}\, lp\right)^2 + 100^2}, \quad L_b = \sqrt{\left(\frac{240}{130{,}5}\, lq\right)^2 + 100^2}$$

lp, lq, sont les longueurs des portées horizontales de la chaînette de référence correspondant aux valeurs de z et z' (voir § 1) obtenues par :

$$x_a = \frac{351}{2}, \quad x_b = \frac{130{,}5}{2} ;$$

elles sont à calculer par les formules :

$$lp = s\,(z_a - z'_a) \qquad\qquad lq = s\,(z_b - z'_b)$$

on trouve :

$$lp = 187^m{,}07596 \qquad\qquad lq = 65^m{,}835319$$

d'où :

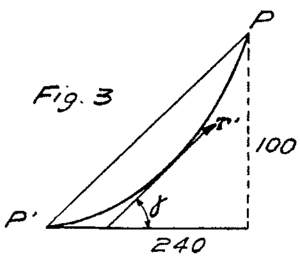
$$L_a = 274^m{,}67975 \qquad\qquad L_b = 261^m{,}987.$$

Les deux longueurs L_a L_b différant de plus de 12 mètres, il est fort probable, *à priori*, que l'hypothèse (*a*) est la plus désavantageuse.

5. — *Calcul des tensions et détermination graphique de l'hypothèse de surcharge la plus défavorable.*

La tension moyenne T' d'un segment de chaînette PP' (fig. 3) de module « s' » est donnée par :

$$\frac{T'}{\pi'} = s' \cdot \frac{1}{\cos \gamma}$$



Dans les cas (*a*) et (*b*), les valeurs du module ont été calculées au § 2 ; elles donnent, comme valeur de T' :

$$T_{(a)} = 1^k{,}3962 \qquad\qquad T_{(b)} = 1^k{,}801.$$

Sur la chaînette de référence, la tension au point de contact de la tangente de direction γ est :

$$T_\gamma = 0{,}8 \cdot \frac{1}{\cos \gamma} = 0^k{,}866$$

Appelons T la tension moyenne, après pose, sans surcharge, et $2x$ le rapport $\dfrac{T_\gamma}{T}\,240$, ce qui revient à poser : $T = T_\gamma \cdot \dfrac{240}{2x}$.

La longueur d'un segment P P' (fig. 3) de tension moyenne T, est :

$$L = \sqrt{\left(\frac{240}{2x}\, l_{(2x)}\right)^2 + 100^2}$$

avec :

$$l_{(2x)} = s\,(z - z')$$

$$z = e^{\frac{x}{s}} \qquad\qquad z' = e^{-\frac{x}{s}}$$

Pour la température θ, dans le cas où la longueur de pose est choisie en vue de réaliser la longueur L_a dans l'hypothèse (*a*), x est donné par la formule :

$$\frac{2{,}30258}{23 \cdot 10^{-6}}\,(\log . L - \log . L_a) = \theta - 10 + \frac{1}{5{,}4 \cdot 23 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{104}{x} - T_a\right)$$

qui se ramène, avec une approximation suffisante, à :

$$\frac{2,30258}{23 \, . \, 10^{-6}} \cdot \left(\frac{lp \cdot \frac{240}{351}}{L_a}\right)^2 \cdot \left[log \cdot \left(\frac{240}{2\,x}\, l_{(2\,x)}\right) - log \cdot \left(\frac{240}{351}\, lp\right)\right]$$

$$= \theta - 10 + 8,0515 \left(\frac{104}{x} - 1^k,390\right)$$

c'est-à-dire :

$$(1) \quad 86843 \, [log\,(z - z') - log \, . \, x + 2,421] + 8,0515 \left(1^k,396 - \frac{104}{x}\right) = \theta - 10$$

Si, au contraire, la longueur de pose est choisie de manière à réaliser la longueur L_b dans l'hypothèse (b), x est donné par la formule :

$$\frac{2,30258}{23 \, . \, 10^{-6}} \cdot \left(\frac{lq \cdot \frac{240}{130,5}}{L_b}\right) \cdot \left[log \cdot \left(\frac{240}{2\,x}\, l_{(2\,x)}\right) - log \left(\frac{240}{130,5}\, lq\right)\right]$$

$$= \theta + 25^o + 8,0515 \left(\frac{104}{x} - 1^k,801\right)$$

Ces valeurs d'x et d'y déterminent quatre points A_1 A_2, B_1 sur un graphique à grande échelle (fig. 4).

Joindre A_1 A_2, B_1 B_2 par deux lignes droites.

Pour la première, — 34,03 correspond à :

$+ 10^o - 34^o,03 = 24^o,03.$

Pour la première, + 33,68 correspond à :

$+ 10^o + 33^o 68 = 43^o \; 68.$

Pour la seconde, — 11,28 correspond à :

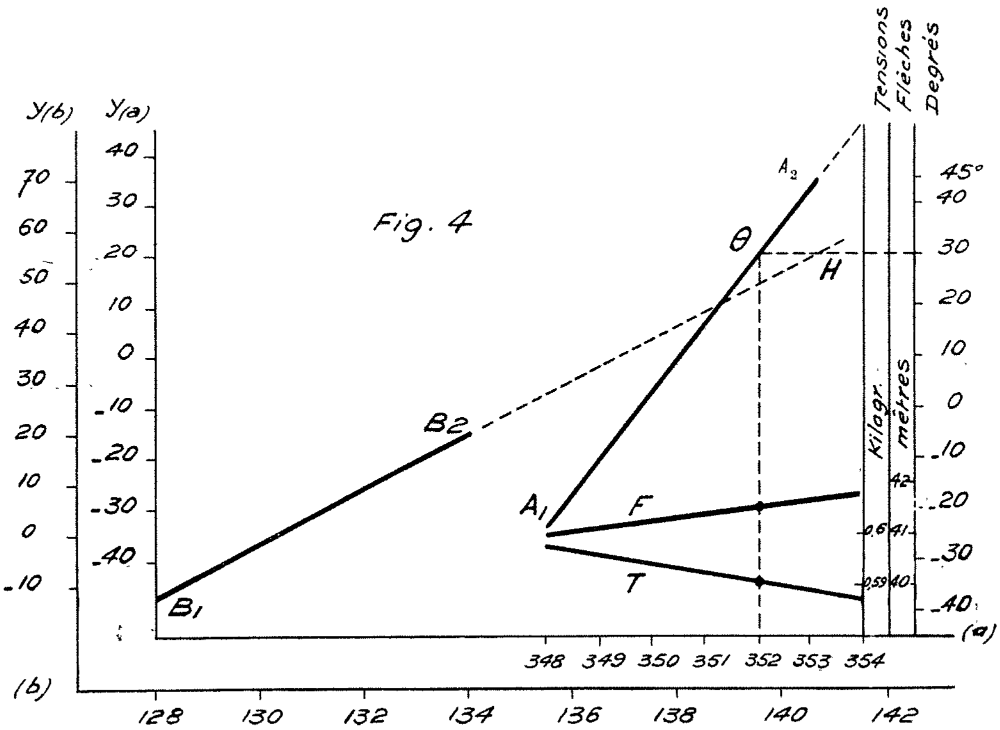
$- 25^o - 11^o,28 = - 36^o,28.$

Pour la seconde, + 19,84 correspond à :

$- 25^o + 19,84 = - 5^o,16.$

En prolongeant ces droites, on obtient les valeurs des pre membres correspondant à toutes les températures de — + 45°. Voir équations (1) et (2).

Elles permettent de lire la valeur de x correspondant à ch température, d'où l'on conclut la tension moyenne de p cette température. Voir équation (3).



c'est-à-dire :

$$(2) \quad 85526 \, [log \, . \, (z - z') - log \, . \, x + 2,1448629] + 8,0515 \left(1^k,801 - \frac{104}{x}\right) = \theta + 25^o$$

Pour chaque valeur de x satisfaisant aux équations (1) ou (2) la tension moyenne de pose à la température θ sera donnée par :

$$(3) \qquad T = \frac{104}{x}$$

6. — *Résolution graphique des équations* (1) *et* (2).

Pour $2\,x = 348$ le 1er membre de (1) prend la valeur $y = - 34,03$.

Pour $2\,x = 353$, le 1er membre de (1) prend la valeur $y = 33,68$.

Pour $2\,x = 128$ le 1er membre de (2) prend la valeur $y = - 11,28$.

Pour $2\,x = 134$ le 1er membre de (2) prend la valeur $y = 19,84$.

Ce graphique montre que l'hypothèse de surcharge (a) est beaucoup plus défavorable que l'hypothèse (b) ; les flèches pose sont donc à déterminer seulement pour le 1er cas.

Faire le graphique de T pour le cas de l'hypothèse (a) : la ligne T de la fig. 4 ; l'échelle verticale à adopter est : 1 pour 1 gramme.

7. — *Détermination graphique des flèches de pose.*

Marquer, sur une feuille quadrillée au m/m, un point A repr tant « A » de la figure 2. L'abscisse du point A de la chaînett référence transformée est 283 (1). L'abscisse du point A' (fig est donc 351 — 283 = 68.

(1) On a vérifié au paragraphe 3 l'exactitude de l'ordonnée point. La formule $y = \frac{s}{2}\,(z - z')$ permet de vérifier l'exacti de l'abscisse 283.

Prendre (fig 5), sur la feuille quadrillée au $^{m}/_{m}$,

$$Aa = 5 \text{ mètres} = \frac{1}{10} \cdot \frac{100}{2} \qquad aa' = 12^{m}. = \frac{1}{10} \cdot \frac{240}{2}$$

à l'échelle de 2 cm, 5 par mètre.

Sur une horizontale, figurer deux graduations en mètres :

65, 66, 67, 68, 69, 70
279, 280, 281, 282, 283, 284

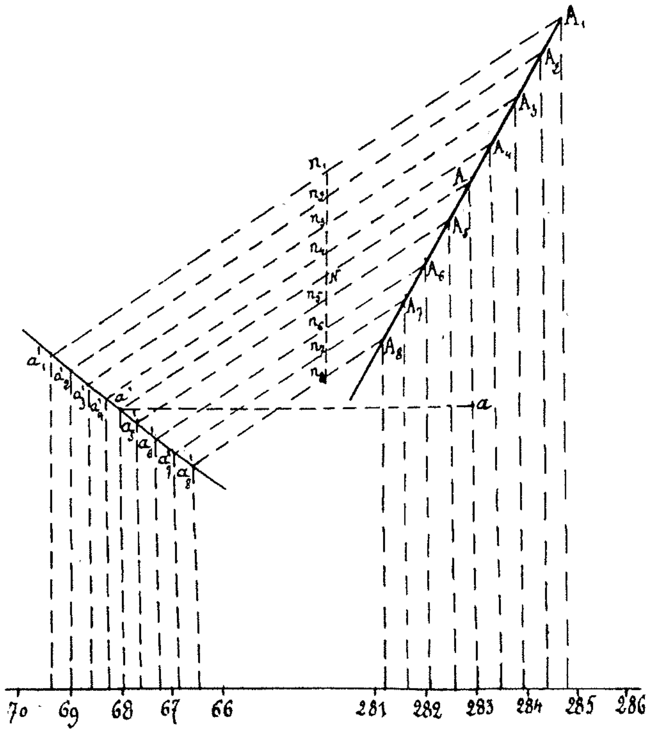


Fig. 5

A chacune de ces valeurs d'abscisse correspond, sur la chaînette de référence, une tangente de coefficient angulaire :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(z - z') \quad \text{avec} \quad z = e^{\frac{x}{s}},\ z' = e^{-\frac{x}{s}}.$$

Les directions ainsi déterminées permettent de dessiner sur la figure (5) de proche en proche, les portions de la chaînette de référence considérablement agrandies avoisinant A et A' de la figure (2). Sur l'ordonnée d'un point quelconque N de la corde a' A marquer des points suffisamment voisins. Soient $n_1\, n_2\, n_3$, leurs intervalles par rapport à N. Par chacun d'eux faire passer une droite inclinée à $\frac{5}{12}$. Ces droites coupent les segments A et a' en :

$$A_1\, A_2\, A_3\, \ldots\ldots\ a'_1\, a'_2\, a'_3 \ldots\ldots$$

Lire sur la graduation de gauche de l'axe horizontal le chiffre correspondant aux points $a'_1\, a'_2\, a'_3 \ldots\ldots$; sur la graduation de droite, lire ceux correspondants aux points $A_1\, A_2\, A_3 \ldots\ldots$

Pour chaque droite $A_1\, a'_1$, $A_2\, a'_2$, $A_3 a'_3$, etc., faire la différence des chiffres lus sur les graduations horizontales.

On a ainsi les mesures $p_1\, p_2\, p_3\, \ldots\ldots$ des projections horizontales des cordes de la chaînette de référence voisines d (fig. 2) et parallèles à elle.

La flèche des arcs de la chaînette de référence sous-te par ces cordes se calcule comme il suit.

L'ordonnée du point de contact de la tangente parallèle (fig. 2) est :

$$\left(\frac{0^{k}866}{\pi} - s\right) 2{,}5 = 58{,}075$$

Cette valeur d'ordonnée correspond, sur la chaînette de rence transformée, à une abscisse 113,7. D'autre part, l'ord de AA' (fig. 2), pour $x = 113{,}7$ est 209,7.

La flèche de l'arc AA' est donc :

$$\frac{209{,}7 - 58{,}475}{2{,}5} = 60^{m}{,}66$$

Les flèches des arcs sous-tendus, dans la chaînette de réfé par des cordes successives parallèles à AA' espacées entr comme $A_1 a'_1$, $A_2 a'_2$, $A_3 a'_3\, \ldots\ldots$ seront :

$$60^{m}{,}66 + n_1,\quad 60^{m}{,}66 + n_2,\quad 60^{m}{,}66 + n_3 \ldots \text{etc}$$
$$60^{m}{,}66 - n_5,\quad 60^{m}{,}66 - n_6,\quad 60^{m}{,}66 - n_7 \ldots \text{etc}$$

Calculer :

$$f_1 = \frac{240}{p_1}(60^{m}{,}66 + n_1),\ f_2 = \frac{240}{p_2}(60^{m}{,}66 + n_2)\ \ldots$$
$$f_5 = \frac{240}{p_5}(60^{m}{,}66 - n_5),\ f_2 = \frac{140}{p_6}(60^{m}{,}66 - n_6)\ \ldots$$

Sur la figure (4), marquer les abcisses de valeurs $p_1\, p_2$ sur la verticale de chacune d'elles, porter les valeurs f_1, f déterminées ci-dessus ; on obtient ainsi le graphique flèches F.

8. *Graphique de pose.*

La figure 4 renferme maintenant tous les éléments suff pour la détermination du graphique de pose.

Pour 30°, par exemple, l'horizontale H donne un point $A_1\, A_2$.

La verticale θ coupe F et T aux points :

$$f = 41^{m}{,}59 \qquad T = 0^{k}{,}5908.$$

Ce sont les flèches et la tension moyenne de pose à la ten ture 30°. La tension de pose au point le plus haut est, peu de chose près (1).

$$T_s = T + \pi f + \pi . 50 = 0^{k}{,}8509.$$

Finalement, le tableau de pose sera :

	—10°	0°	10°	20°	30°	4
f	41ᵐ,24	41ᵐ,33	41ᵐ,415	41ᵐ,50	41ᵐ,59	41
T_s	0ᵏ,855	0ᵏ,854	0ᵏ,853	0ᵏ,852	0ᵏ,851	0ᵏ,

(1) On pourrait la déterminer d'une façon absolument exa mesurant l'intervalle mm' entre le milieu de AA' et le point m verticale de M (fig. 2). Retrancher de 50 : $\frac{mm' \sin \gamma}{2{,}5} \cdot \frac{240}{p}$.