ÉLECTRICITÉ

Compensateurs de phase pour Moteurs asynchrones

La question de l'amélioration du facteur de puissance des moteurs asynchrones a été envisagée dès 1901 par Marius Latour. Bien que les Sociétés distributrices fussent intéressées, au premier chef, à ne pas transporter, puisque non payé, du courant dévattu, la nécessité de la compensation individuelle ne se fit pas sentir à cette époque ; les moteurs synchrones surexcités, placés aux centres de distribution, suffisaient à assurer cette compensation pour l'ensemble du réseau. En somme, les usagers ne se préoccupaient pas du $\cos \varphi$ de leur installation.

Cet état d'esprit se modifia du tout au tout lorsqu'apparurent, en 1926, dans certains contrats de vente d'énergie, des coefficients de tarification de la puissance réactive. Les compensateurs de déphasage devinrent rapidement en vogue ; par la suite, chaque constructeur en produisit plusieurs modèles dans les stands d'électricité des Expositions, avec diagrammes très suggestifs à l'appui.

L'auteur de cette étude s'est demandé si ces diagrammes étaient suffisants pour la compréhension réelle du fonctionnement de ces machines. Après avoir rappelé nettement le principe de la compensation, il passe en revue les divers compensateurs rotatifs puis, à titre d'exemple, analyse à fond l'un d'eux.

I. — ÉTUDE GÉNÉRALE DES COMPENSATEURS DE PHASE ROTATIFS.

1. Principe de l'amélioration du facteur de puissance d'un moteur asynchrone.

La manière classique d'expliquer le mode d'amélioration du $\cos \varphi$ d'un moteur asynchrone triphasé est représentée par la figure 1, dont le but est seulement de montrer les décalages,

Fig. 1

dans le temps, des divers vecteurs électriques. I, φ , le courant absorbé et son retard avant amélioration ; le flux tournant Φ est presque constant de l'entrefer décalé de $\frac{\pi}{2}$ en arrière de E_1 est engendré par la résultante AT_r des ampère-tours AT_1 du stator et AT du rotor. Pour diminuer le retard φ , il suffit d'obtenir le

vecteur résultant AT_r au moyen de vecteurs AT' et AT'_1 au lieu de AT et AT_1 . Or AT' représente les ampère-tours du rotor si le courant qui le parcourt est produit par une f. e. m. résultante E' . Pour obtenir E' il suffit d'ajouter géométriquement à E , une f. e. m. supplémentaire e .

φ sera alors devenu φ' .

Le problème de la compensation du déphasage revient donc à créer cette f. e. m. supplémentaire e qui, naturellement, doit être de même pulsation Ω que E .

— A quelle réalité correspondent, dans l'espace intérieur au moteur, les vecteurs-temps de la figure 1 ?

Soit ω la pulsation de U , ω' la vitesse angulaire du rotor ; la pulsation Ω de E est : $\omega - \omega'$.

Considérons la position relative des circuits rotoriques et statiques au moment où U_1 est maximum (fig. 2). Comme, pendant

Fig. 2

chaque pulsation de U , le rotor avance de $2\pi \frac{\omega'}{\omega}$, cette position relative est quelconque, ω et ω' n'ayant généralement pas de diviseur commun ; l'angle λ entre l'axe de l'enroulement rotorique R_1 et l'axe de la phase S_1 du stator est arbitraire.

La figure 1 montre que le décalage ε de E_1 sur U_1 devient négatif quand φ est suffisamment petit et, *a fortiori*, quand I_1 avance sur U_1 . Supposons qu'il en soit ainsi; alors, à l'instant considéré, E_1 n'est pas encore maxima: elle est: $E_1 \cos(-\varepsilon)$. Or, E_1 étant produite uniquement par le flux d'entrefer Φ , elle est maxima quand l'axe de Φ fait, dans l'espace, un angle de 90° avec l'axe de S_1 , et (en choisissant convenablement le sens de la flèche positive de U qui doit être de sens contraire à la direction positive de E_1) l'a dépassé de cet angle; la position de l'axe de Φ à l'instant considéré est donc celle marquée sur la figure 2.

La f. e. m. E de la bobine R_1 du rotor étant produite uniquement par Φ , est, au même instant (en choisissant convenablement le sens de la flèche positive de R_1): $E \cos(-\varepsilon + \lambda)$; les f. e. m. produites par Φ dans R_2, R_3 , sont, au même instant,

$$E \cos\left(-\varepsilon + \lambda - \frac{2\pi}{3}\right) \quad E \cos\left(-\varepsilon + \lambda - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Quelles que soient les autres f. e. m. qui produisent le courant I de l'enroulement R_1 , on peut toujours considérer ce courant comme composé de deux parties: l'une I_a en concordance avec E dans le temps, l'autre I_b décalé de $\frac{\pi}{2}$ sur E dans le temps. De même dans R_2 et R_3 .

Les courants I_a , parcourant trois bobines décalées de 120° dans l'espace et étant décalés de $\frac{2\pi}{3}$ dans le temps, donnent lieu à des AT résultants AT_a de valeur constante, tournant dans le rotor à vitesse Ω et, par suite, dans le stator, à vitesse ω . Comme ces c^t I_a sont, dans le temps, en concordance avec les f. e. m. produites par Φ dans leurs bobines respectives, AT_a est, dans l'espace, en retard de 90° sur Φ . A l'instant considéré, il fait donc un angle $-\varepsilon$ avec l'axe de S_1 (flèche OR de fig. 2).

Or les AT résultant des c^ts énergétiques du stator, sont, au même instant, en direction de la flèche U_1 ; par suite les AT résultant des composantes de I_1, I_2, I_3 en phase avec E_1, E_2, E_3 , qui sont en retard de ε sur les premiers, sont dirigés suivant RO, c'est-à-dire en sens inverse de AT_a . Appelons les AT_w .

Mais Φ étant normal à la direction OR, il n'existe aucun flux, donc aucun AT, suivant cet axe; par suite:

$$AT_a = AT_w.$$

En d'autres termes, à toute puissance motrice $3E_1 I_w$ fournie correspondra un courant I_a proportionnel à I_w , indépendant de la vitesse de rotation ω' et des forces électromotrices supplémentaires de compensation introduites dans les circuits rotoriques.

Les c^ts I_b étant décalés de $\frac{\pi}{2}$ sur I_a , la résultante, dans l'espace, de leurs AT est décalée de 90° sur OR. Elle concorde donc avec Φ . Comme Φ nécessite un nombre AT_r d'ampèretours (voir fig. 1), on a, en appelant AT_μ les AT résultant des composantes de I_1, I_2, I_3 du stator décalées de $\frac{\pi}{2}$, dans le temps, sur E_1, E_2, E_3 :

$$\pm AT_\mu \pm AT_b = AT_r$$

Cette égalité, comme la précédente, est indépendante de ω' et des f. e. m. de compensation. Les deux résultats obtenus ci-dessus sont considérés, généralement, comme évidents, parce que la production de la f. e. m. du rotor procède des mêmes causes que celles produisant la f. e. m. du secondaire d'un transformateur. Cependant, il m'a paru préférable d'analyser de près la chose, la rotation du secondaire, qui le rend ici absolument indépendant de tout vecteur de pulsation ω , constituant bien tout de même une différence essentielle par rapport au transformateur normal.

Les considérations précédentes vont nous permettre de déterminer, *a priori*, quelle est la f. e. m. de compensation à introduire dans le circuit du rotor pour réaliser, au stator, un $\cos \varphi$ arbitraire. Soit (fig. 3) I_m le c^t de régime du moteur, φ_0 le

Fig. 3

décalage avant optimum à réaliser pour ce c^t de régime; $o w$ le c^t énergétique correspondant à fournir au moteur, AT_w les AT résultant de ces c^ts. Prendre AT_a égal et opposé à AT_w ; en déduire $o I_a = I_a$. Porter $o AT_r$ égal au nombre d'AT nécessaires à l'obtention de E_1 ; le prolonger d'une longueur $o \mu$ projection de AT_1 . Comme AT_b doit être égal à la longueur $\mu o AT_r$ on a ainsi I_b . La résultante de $o I_a, o I_b$ est I du rotor, φ_2 est son décalage avant sur E . Ω étant faible, $\Omega L^2 I$ peut être négligé, de sorte que $OE_R = RI$ représente la résultante de E et e .

Dans toute cette construction il n'a pas été question du glissement dont I_a, I_b sont indépendants. A chaque valeur du glissement correspondra une valeur de E proportionnelle à $\frac{\Omega}{\omega} E_1$ et,

Fig. 4

par suite, une valeur de la f. e. m. de compensation e dont la pulsation doit aussi être Ω .

2. Procédés divers de compensation.

a) Si le vecteur e est normal à I (fig. 4), le compensateur joue le rôle d'un condensateur en série avec le rotor. C'est le cas du type d'avanceur de phase construit par la Société Alsacienne de Constructions mécaniques. Il est ainsi réalisé (fig. 5) :

Les c^t s du rotor arrivent à trois balais fixes d'un anneau Gramme à collecteur entraîné à une vitesse $\omega'' > \Omega$ du même sens que ω' ,

Fig. 5

à l'intérieur d'un stator non bobiné ; ils y créent un champ tournant à vitesse Ω puisque les ponts $B_1 B_2$, $B_2 B_3$, $B_3 B_1$ sont fixes dans l'espace et sont parcourus par des c^t s de pulsation Ω décalés de $\frac{2\pi}{3}$. La vitesse angulaire relative de ce champ par rapport aux conducteurs de l'anneau est $-\Omega' = \Omega - \omega''$, c'est-à-dire en sens inverse de ce qu'elle serait si l'anneau était arrêté. Il crée dans chaque spire une f. e. m. $+\Omega' \mathcal{L} I$ inverse de la f. e. m. de self, $-\Omega' \mathcal{L} I$, que produirait un c^t de pulsation Ω' dans une spire immobile. Ces f. e. m. partielles peuvent être représentées, dans l'anneau considéré comme fixe, par de petits vecteurs $e_1 e_2 e_3 e_4 \dots$ (fig. 6), tournant à vitesse Ω' . — On sait que la f. e. m.,

Fig. 6

entre deux points I et II de l'anneau résultant de $e_1 e_2 e_3 \dots$, est alors le vecteur $I - II$ (à l'échelle des vecteurs $e_1 e_2 \dots$). La projection de ce vecteur sur un axe fixe YZ est la f. e. m. instantanée entre I et II. Si ces points sont fixes sur l'anneau, la pulsation de cette projection est Ω' ; mais s'ils avancent à vitesse ω'' , la pulsation de cette projection sera $\Omega' - \omega''$, c'est-à-dire $-\Omega$.

En résumé, la f. e. m. créée dans le circuit rotorique par l'anneau Gramme est de la forme $+\Omega' \mathcal{L} I$ de pulsation Ω . On réalise donc bien ainsi une f. e. m. supplémentaire identique à celle que produirait la mise en série avec le rotor d'un condensateur de capacité $\frac{1}{\Omega' \Omega \mathcal{L}}$. Comme ω'' est indépendant de Ω c'est-à-dire de E , on pourra, pour toute valeur du glissement, comme on le ferait avec une capacité variable, régler I et φ_2 , c'est-à-dire

(fig. 4) I_b donc φ . Si ce réglage a été fait pour le glissement moyen et φ_0 , un glissement plus grand aura pour effet de diminuer Ω' puis de le faire changer de signe ; le diamètre du demi-cercle de la figure (4) croissant avec E c'est-à-dire avec le glissement, I_b peut passer par un maximum. Ce maximum de ϕI_b correspond à un maximum de $\phi \varphi$, alors que $\phi \omega$ croît constamment avec le glissement.

Ce dernier cas est notamment réalisé lorsque l'anneau compensateur est calé sur l'arbre du moteur, car, alors, $\omega'' = \frac{\omega'}{p}$. $\mathcal{L}$ et p sont choisis de manière que l'avance φ soit maxima pour le glissement de la marche en régime normal. L'extrémité du vecteur I_1 parcourt alors une courbe coupant l'axe du y en deux points (fig. 4) correspondants à $\cos \varphi = 1$, quand Ω s'écarte du glissement normal.

b) Si on veut avoir une f. e. m. de compensation e (fig. 3) décalée par rapport à I d'un angle variable, il faut disposer, dans le circuit rotorique, non pas seulement comme dans le cas (a) ci-dessus, d'un seul enroulement d'inductance inversible, mais de deux enroulements dont l'action mutuelle puisse être décalée dans le temps. Ce genre de compensateur est construit par Jeumont. L'anneau collecteur, au lieu de tourner dans un stator non bobiné, est entouré de bobines excitatrices parcourues par le c^t rotorique (fig. 7). La f. e. m. entre balais est créée par les

Fig. 7

AT résultant du stator bobiné et du rotor ; si les balais sont dans l'axe des bobines du stator, les AT statoriques et rotoriques s'ajoutent algébriquement ; on est exactement dans les conditions du cas précédent car on peut négliger la f. e. m. supplémentaire produite, par le champ, dans les enroulements du stator, la vitesse relative Ω de ce champ par rapport à ces enroulements étant généralement très petite en marche normale.

En décalant les balais on modifie, pour un même I , l'intensité et la direction du champ résultant, donc e et φ_2 . Le réglage de e s'effectuant ainsi, sans aucune modification à la vitesse de rotation, ω'' , comme cela était nécessaire dans le cas précédent, il n'y a aucun inconvénient à relier rigidement les rotors du compensateur et du moteur.

c) Dans le montage précédent, le décalage $\pm \delta$ est généralement petit, le couple engendré ou absorbé par le compensateur est donc faible ; son influence est négligeable. Dans le montage Scherbius, au contraire, on augmente δ jusqu'à production d'un couple important utilisé soit pour renforcer le couple du moteur principal (montage sur le même arbre) soit pour entraîner (arbre

distinct) une génératrice qui envoie du courant sur le réseau. En somme, sans modifier le c^t magnétisant fourni par le réseau au moteur principal, on augmente ainsi son courant watté, ce qui améliore $\cos \varphi$.

Mais le but du système Scherbius est surtout l'obtention d'une très grande marge de vitesse; l'amélioration de $\cos \varphi$ y est un résultat secondaire; il sort donc du programme de cette étude.

d) Les systèmes précédents sont inopérants à vide (synchrisme) puisque le champ du compensateur est produit par le courant du rotor; de plus on ne peut y régler séparément e et φ_2 . Le système Kramer n'offre pas ces inconvénients. Le rotor à

Fig. 8

collecteur ordinaire y est remplacé par un rotor de commutatrice claveté sur l'arbre du moteur à compenser. Les c^t s rotoriques arrivent aux trois balais fixes $B_1 B_2 B_3$; les trois bagues 1, 2, 3 sont reliées au réseau par l'intermédiaire d'un transformateur T; le stator n'est pas bobiné.

Les c^t s I produisent un champ de vitesse angulaire Ω comme dans les anneaux à collecteur précédents. Les c^t s I' venant de T produisent, dans l'anneau, un champ de vitesse angulaire ω , mais les connexions sont disposées de manière que ω soit de sens inverse à la vitesse de rotation ω' , de sorte que la vitesse absolue de rotation de ce champ dans l'espace est $\omega - \omega' = \Omega$.

Si, au lieu de trois balais, on en avait seulement deux diamétralement opposés et tournant à vitesse Ω en sens inverse de ω' , ils seraient fixes dans le champ; on serait exactement dans le cas d'une commutatrice alimentée par un courant alternatif de pulsation ω , tournant à vitesse ω' , dont le synchronisme serait réalisé par rotation de l'inducteur et des balais à vitesse $\Omega = \omega - \omega'$. La différence de potentiel constante aux balais, serait, en appelant u le potentiel du secondaire de T, $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} u$. Si on immobilise

les balais, cette différence de potentiel devient alternative de pulsation Ω . Avec trois balais fixes, on introduit par conséquent dans le circuit rotorique du moteur une f. e. m. e de pulsation Ω proportionnelle à u , donc réglable en grandeur par déplacement des prises de c^t sur T.

Suivant le calage des balais, la f. e. m. du rotor peut être en concordance ou opposée à la différence de potentiel aux balais, ce qui permet soit d'emprunter du c^t au réseau soit de lui en fournir; le couple du compensateur sera donc additif ou soustractif; on réalise ainsi, comme dans le système Scherbius, une très grande marge pour la vitesse du moteur et cela est le but

principal du couplage Kramer. Mais ce déplacement des balais produisant en même temps un décalage arbitraire entre e et E , donne la possibilité de compenser $\cos \varphi$.

e) Dans le montage de la figure 9, le compensateur emprunte

Fig. 9

au réseau uniquement du c^t magnétisant de pulsation ω et le transforme en c^t de pulsation Ω en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur E. Le réglage de φ_2 est donc réalisé directement au moyen de u . Le calage des balais doit être immuable afin que le c^t emprunté au réseau reste déwatté. Les variations de vitesse du moteur modifient parallèlement e et E parce que les champs des deux machines sont constants tant que U et u le sont.

La commutation, pour ce compensateur, est meilleure que dans les précédents car son champ n'étant pas influencé par le c^t du rotor (on verra plus loin qu'il est produit uniquement par les AT magnétisants provenant de T) elle se fait toujours dans la région du champ la mieux appropriée. Ce genre de compensateur sera étudié en détail au chapitre II.

f) Enfin un dernier procédé consiste à produire « e » au moyen d'un champ supplémentaire créé dans le moteur lui-même et convenablement décalé dans l'espace par rapport au champ normal; les AT de ce champ sont produits par une génératrice auxiliaire entraînée par le moteur lui-même; cette génératrice alimente un enroulement statorique auxiliaire intercalé dans les encoches du moteur.

C'est l'auto-compensateur Grammont.

La génératrice du c^t magnétisant est un enroulement spécial genre Gramme constitué par quelques spires insérées dans les encoches du rotor du moteur et aboutissant chacune à une lame d'un collecteur placé en bout d'arbre; trois balais fixes recueillent sur ce collecteur, la f. e. m. induite, par les A. T. magnétisants du stator normal, dans l'enroulement spécial rotorique; cette f. e. m. ayant à produire seulement le c^t du stator auxiliaire, le c^t magnétisant à emprunter au réseau pour la créer est très faible. La pulsation de cette f. e. m., dans l'enroulement rotorique spécial, est Ω ; mais la vitesse relative des balais fixes par rapport au collecteur étant ω' , ceux-ci la recueillent à la pulsation

$$\Omega + \omega' = \omega.$$

Les c^t s envoyés par ces balais dans l'enroulement statorique auxiliaire créent un champ tournant dont le décalage, dans l'espace, par rapport au champ normal, peut être réglé par déplacement des balais.

En réalité, il n'existe pas deux champs distincts. D'une part, comme on l'a démontré au § 1, les AT_w fournis par le stator normal sont annulés par ceux du rotor normal; d'autre part, φ étant petit, les AT_u du stator normal interviennent peu dans la production du champ; celui-ci est créé presque entièrement par l'enroulement statorique auxiliaire. On peut donc dire que le

moteur fabrique lui-même son courant magnétisant; il est auto-exciteur.

Remarque. — Dans les systèmes *d* et *e* ci-dessus, le c^t magnétisant nécessaire à l'excitation du compensateur est emprunté au réseau; on peut alors se demander si l'amélioration du $\cos \varphi$ de l'ensemble « moteur-compensateur » n'est pas compromise par cette charge magnétisante supplémentaire. Il n'en est rien; en effet: soient N_1 N_2 les nombres de spires du stator et du rotor du moteur; supposons que l'on veuille réaliser $\cos \varphi = 1$ pour l'ensemble; appelons I_μ le c^t magnétisant du stator du moteur susceptible de fournir à lui tout seul, c'est-à-dire sans l'aide du rotor, le champ Φ proportionnel à U . D'après ce qui a été dit au § 1, on aura :

$$N_2 I_b = N_1 I_\mu$$

La puissance magnétisante à fournir au rotor par le compensateur est $E I_b$, c'est-à-dire, puisque

$$\frac{E}{U} = \sim \frac{\Omega N_2}{\omega N_1},$$

$$U \frac{\Omega N_2}{\omega N_1} \cdot \frac{N_1}{N_2} I_\mu$$

c'est-à-dire $U I_\mu \frac{\Omega}{\omega}$. Cette puissance magnétisante étant fournie par le compensateur, c'est approximativement celle à emprunter au réseau car le champ propre du compensateur est toujours très faible, puisque e est du même ordre que E et que le nombre de spires excitatrices peut être très grand.

Il suffira donc, pour ramener à 1 le $\cos \varphi$ d'ensemble, que le φ' propre du moteur annule $U I_\mu \frac{\Omega}{\omega}$ puissance magnétisante très petite pour un glissement normal.

En résumé, grâce au léger couple transmis au rotor du compensateur par le rotor du moteur, il se produit une génération de puissance magnétisante dans le groupe; cette puissance magnétisante excite et même surexcite le moteur qui, dès lors, prend

Fig. 10

au réseau uniquement de la puissance wattée; en revanche, cette surexcitation du moteur nécessite un emprunt presque insignifiant de c^t déwatté au réseau.

Bien entendu, cela suppose une régulation permanente du calage des balais (ou de u), ce qui est impossible sans de grandes complications; le résultat ci-dessus est donc atteint seulement au voisinage du glissement pour lequel a été faite la régulation préalable. Un bon compensateur devra maintenir un facteur de puissance voisin de l'unité même pour des glissements s'écartant notablement de celui prévu lors du calage initial des balais ou de la prise de c^t sur le transformateur.

II. — ÉTUDE ÉLECTRIQUE DÉTAILLÉE D'UN COMPENSATEUR.

Le système de compensation décrit sommairement au § 2-*e* semble être le plus séduisant; cependant, pour faire disparaître

les inconvénients de la commutation, aux balais, d'un c^t assez considérable (c^t rotorique total), on est tenté de l'inverser; on arrive alors au schéma de la figure 10. Le courant à commuter est ainsi seulement le c^t magnétisant emprunté à la ligne par le transformateur T ; on a déjà dit précédemment pourquoi ce courant pouvait être très réduit. En réalité, comme on le verra plus loin, cette inversion est impossible. Admettons-la cependant provisoirement et établissons les formules de fonctionnement de ce compensateur. Bien entendu les enroulements sont supposés avoir un sens tel que le sens de rotation des AT produits par les c^t s de pulsation Ω venant du rotor et celui des AT produits par les c^t s de pulsation ω venant du transformateur soient aussi le sens de rotation du rotor, afin que le champ Φ' du compensateur soit produit par la résultante d'AT tournant tous à vitesse ω .

1. — Considérons la position des divers circuits du système au moment où, par l'intermédiaire du collecteur, les spires baguées du compensateur sont en contact avec ses balais. Le rotor du moteur étant relié rigidement à celui du compensateur, la position de ses enroulements est bien déterminée; λ dépend donc uniquement de ε ; en d'autres termes, $\lambda - \varepsilon$ est un coefficient de construction que j'appellerai H .

La différence du potentiel U , de la phase S_1 du stator du moteur a dépassé, à ce moment, son maximum d'une quantité quelconque α (voir remarque analogue relative à la fig. 1). Soit Φ' le flux du compensateur que nous admettrons provisoirement constant (on verra plus loin pourquoi ceci n'est pas certain *a priori*).

Le circuit 01 AD 30 donne, en conservant pour ε la signification des fig. 2 et 3, en appelant e la f. e. m. maxima produite par Φ' entre deux bagues du compenstaieur, et tenant compte que e est

Fig. 11

maxima dans DA au moment où l'axe de Φ' passe par la bissectrice de l'angle $Do'A$ (je suppose l'enroulement fait dans un sens tel que cette f. e. m. a le sens de la flèche quand Φ' a dépassé de 90° le direction DA) :

$$E \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda) - R I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2) - e \cos\left(-30^\circ + \varepsilon + \alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right) + \rho i_2 - \\ - E \cos\left(\alpha - \varepsilon - \lambda + \frac{2\pi}{3}\right) + R I \cos\left(\alpha - \varepsilon - \lambda + \varphi_2 + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

En appelant ρ la résistance de l'enroulement rotorique du compensateur de A à D. Cette équation s'écrit :

$$(1) \quad \sqrt{3} E \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda - 30^\circ) - \sqrt{3} R I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ) - e \sin(\alpha + \varepsilon + \beta - 30^\circ) = -\rho i_2$$

Le circuit $s_1 B_1 ADB_3 s_3$ donne, en appelant ε' le retard, dans le transformateur T, de la tension secondaire sur la tension primaire, c'est-à-dire $\alpha - \varepsilon'$ la phase actuelle du ct watté de s_1 , s_1 la phase correspondant à U_1 de S_1 du moteur, et ε' la f. e. m. maxima produite dans s_1 , comptée en sens inverse de u , par Φ' , au moment où ce flux a dépassé l'axe os_1 de 90° (pour un sens d'enroulement convenable).

$$u \cos(\alpha - \varepsilon') - r I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi') - e' \cos\left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right) - e \cos\left(-30^\circ + \varepsilon + \alpha + \beta - \frac{\pi}{2}\right) + \rho i_2 - u \cos\left(\alpha - \varepsilon' + \frac{1}{3}\pi\right) + r I' \cos\left(\alpha - \varepsilon' - \varphi' + \frac{2}{3}\pi\right) + e' \cos\left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}\pi\right) = 0$$

Cette équation s'écrit :

$$(2) \sqrt{3} u \cos(\alpha - \varepsilon' - 30^\circ) - \sqrt{3} r I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ) - e' \sqrt{3} \sin(\alpha + \beta - 30^\circ) - e \sin(\alpha + \varepsilon + \beta - 30^\circ) = -\rho i_2$$

Les deux autres doubles circuits analogues à ceux choisis ci-dessus donnent deux autres séries de deux équations dans lesquelles i_2 est remplacé par i_3 , puis par i_1 , α par $\alpha - \frac{2}{3}\pi$ puis par $\alpha - \frac{4}{3}\pi$.

Considérons, comme origine du temps, l'instant correspondant aux positions respectives de la fig. 11. Après un temps t , ces positions sont devenues, pour le compensateur, celle de la fig. 12, et

Fig. 12

les équations (1) et (2) sont devenues, en appelant ω la pulsation de U , $\frac{\Omega}{\omega}$ le glissement, ω' la vitesse de rotation.

$$(1') E \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda - 30^\circ + \Omega t) - R I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ + \Omega t) - \frac{e}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + \varepsilon + \beta - 30^\circ + \Omega t) = -\frac{\rho}{\sqrt{3}} \left[\frac{\omega' t}{120} i_2' + \frac{120 - \omega' t}{120} i_2'' \right]$$

$$(2') u \cos(\alpha - \varepsilon' - 30^\circ + \omega t) - r I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ + \omega t) - e' \sin(\alpha + \beta - 30^\circ + \omega t) - \frac{e}{\sqrt{3}} \sin(\alpha + \varepsilon + \beta - 30^\circ + \omega t) = -\frac{\rho}{\sqrt{3}} \left[\frac{\omega' t}{120} i_1' + \frac{120 - \omega' t}{120} i_1'' \right]$$

Après un temps $t_1 = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{\omega}$, les spires baguées sont de nouveau en contact avec les balais, mais chacune a avancé d'un balai de

sorte que α est à remplacer par $\alpha - \frac{2}{3}\pi$ dans l'équation (2'). Comme, d'autre part, $\omega = \Omega + \omega'$, $\omega t_1 = \Omega t_1 + \frac{2}{3}\pi$, par suite, $\alpha + \omega t$ prend la valeur $\alpha - \frac{2}{3}\pi + \Omega t_1 + \frac{2}{3}\pi$, c'est-à-dire $\alpha + \Omega t_1$ c'est-à-dire la même valeur que celle prise par $\alpha + \Omega t$ dans l'équation (1'). On retombe donc sur les équations (1) (2) sauf que « α » y est remplacé par $\alpha + \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{\Omega}{\omega}$; la nouvelle valeur de i_2 est donc celle du temps 0 décalée de $\frac{2}{3}\pi \cdot \frac{\Omega}{\omega}$ en avant. En d'autres termes, le ct rotorique est, si on le considère seulement aux instants des conjonctions successives bagues-balais, un ct

Fig. 12 bis

sinusoïdal de pulsation Ω . (fig. 12 bis). Pendant les intervalles il est i_2' , i_2'' .

2. — Recherche des AT produits par le rotor.

Les cts i_1 , i_3 résultant d'équations dont chaque terme est décalé de $\frac{2}{3}\pi$ sur ceux de (1) (2), sont aussi, lors des conjonctions bagues-balais, des cts sinusoïdaux de pulsation Ω décalés de $\frac{2}{3}\pi$ sur i_2 , l'un en avance l'autre en retard. Ces trois courants instantanés se trouvant dans trois enroulements décalés de 120° , la résultante instantanée de leurs AT se retrouvera la même à chaque conjonction; sa vitesse moyenne de rotation, dans le rotor, est Ω ; elle est donc ω dans le stator.

Appelant N le nombre de spires du rotor par unité d'angle, le nombre d'AT, i_2 , dans la direction DA (fig. 13) est :

Fig. 13

$$i_2 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} N d\gamma \cos(\gamma') = N i_2 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \sin(\gamma + 30^\circ) d\gamma = N i_2 \sqrt{3}$$

La résultante constante des AT des cts i_1 , i_2 , i_3 est donc, à chaque conjonction :

$$(3) \quad \Lambda T_1 = \frac{3}{2} \sqrt{3} N i$$

en appelant i l'ordonnée maxima de la figure 12 bis.

La projection sur Ao au temps o est :

$$\sqrt{3} N [i_2 \cos(\pi - 30^\circ) + i_3 \cos 30^\circ] = \frac{3}{2} N (i_3 - i_2)$$

Mais

$$i_3 - i_2 = I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi') + I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2)$$

Donc la projection sur Ao des AT totaux du rotor au temps o , est :

$$(3)' \quad \frac{3}{2} N [I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi') + I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2)]$$

La projection sur ox est :

$$\begin{aligned} \sqrt{3} N (i_1 - i_2 \cos 60^\circ - i_3 \cos 60^\circ) &= \sqrt{3} N \\ \left(i_1 - \frac{1}{2} (i_2 + i_3) \right) &= \frac{\sqrt{3} N}{2} (i_1 - i_2 + i_1 - i_3) \\ &= \frac{\sqrt{3} N}{2} \left[-I' \cos\left(\alpha - \varepsilon' - \varphi' + \frac{2\pi}{3}\right) - I \cos\left(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + I' \cos\left(\alpha - \varepsilon' - \varphi' - \frac{2\pi}{3}\right) + I \cos\left(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ (3)'' &= \frac{3}{2} N [I' \sin(\alpha - \varepsilon' - \varphi') + I \sin(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2)] \end{aligned}$$

Elevant au carré les valeurs ainsi trouvées pour les deux projections, égalités (3') et (3''), et ajoutant :

$$\begin{aligned} A T_i &= \frac{3}{2} N \sqrt{I^2 + I'^2 + 2 I I' \cos(I, I')} = \\ &= \frac{3}{2} N \sqrt{I^2 + I'^2 - 2 I I' \cos \gamma} \quad (\text{voir figure 14}) \end{aligned}$$

Fig. 14

$$(4) \quad A T_i = \frac{3}{2} N \quad (\text{valeur absolue de la résultante géométrique de } I \text{ et } I').$$

En comparant à la valeur trouvée ci-dessus, égalité (3) :

$$\frac{3}{2} N (\bar{I} + \bar{I}') = \frac{3}{2} \sqrt{3} N i$$

donc :

$$(5) \quad i = \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{I} + \bar{I}')$$

Cette égalité nous donne la valeur de l'ordonnée maximum de la figure 12 bis. D'autre part, au cours des transformations qui ont abouti à (3'') on a trouvé :

$$\sqrt{3} N \left(i_1 - \frac{1}{2} (i_2 + i_3) \right) = \text{Projection horizontale } A T_i$$

Or, par suite de la remarque faite au début de ce paragraphe :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

l'égalité précédents s'écrit alors :

$$\sqrt{3} N \left(2 \frac{i_1}{2} + \frac{i_1}{2} \right) A T_i(x) = \frac{3}{2} \sqrt{3} N i_1$$

donc, vu (3'') :

$$\sqrt{3} i_1 = I \sin(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2) + I' \sin(\alpha - \varepsilon' - \varphi')$$

qui peut s'écrire :

$$(6) \quad \begin{aligned} \sqrt{3} i_1 &= -I \cos\left(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) - \\ &- I' \cos\left(\alpha - \varepsilon' - \varphi' + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Si les courants triphasés I et I' alimentaient chacun un récepteur enroulé en triangle (fig. 15), le courant dans le pont un

Fig. 15

aurait la valeur du 1^{er} terme de ce second membre, le ct dans le pont 1' celle du 2^e terme. Donc I_1 est la superposition de ces deux courants hypothétiques.

On trouverait de même :

$$(b)' \quad \begin{aligned} \sqrt{3} i_2 &= -I \cos(\alpha - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ) - \\ &- I' \cos(\alpha - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ) \end{aligned}$$

Les formules (4) et (6) montrent que, au point de vue des AT du rotor, tout se passe, lors des conjonctions, comme si les courants provenant du rotor, du moteur et du transformateur se superposaient indépendamment dans le rotor.

Fig. 16

Voyons si cette conclusion reste vraie dans les positions médianes. La figure 16 représente le rotor au temps

$$t < \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{\omega}.$$

Le ct i'_2 parcourt $N \omega' t$ spires

Le ct i''_2 parcourt $N (120^\circ - \omega' t)$ spires.

La valeur de la projection sur $B_1 o$ d'un AT quelconque est : $i \sin \gamma$.

Le total des projections des AT de i'_2 est donc :

$$\int_0^{\omega' t} N d\gamma i'_2 \sin \gamma = N i'_2 (-\cos \gamma)_0^{\omega' t} = N i'_2 (1 - \cos \omega' t)$$

pour i''_2 , c'est :

$$\int_0^{120 - \omega' t} N i''_2 d\gamma \left(-\cos \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) \right) = -N i''_2 (1 - \cos (120 - \omega' t))$$

Pour i'_3 l'intégrale devient :

$$\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3} + \omega' t} N i'_3 \sin \gamma = N i'_3 (\cos 120^\circ - \cos (120 + \omega' t))$$

Pour i''_3 elle est : $-N i''_3 (\cos 120 - \cos \omega' t)$.

Pour i'_1 elle est : $N i'_1 (\cos 240 - \cos (240 + \omega' t))$.

Pour i''_1 elle est : $-N i''_1 (\cos 240 - \cos (120 + \omega' t))$.

Totalisant, on aura la valeur de la projection verticale des AT totaux du rotor :

$$\begin{aligned} N \left[i'_2 - i''_2 - \frac{1}{2} (i'_3 - i''_3) - \frac{1}{2} (i'_1 - i''_1) - \cos \omega' t \right. \\ \left. \left[i'_2 - i''_2 - \frac{1}{2} (i'_1 - i''_1) - \frac{1}{2} (i'_3 - i''_3) \right] \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega' t [(i'_3 - i''_1) - (i'_1 - i''_2)] \right] \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} N \left[I'_1 - \frac{1}{2} I'_2 - \frac{1}{2} I'_3 \right] + \cos \omega' t \left[I_1 - \frac{1}{2} I_2 - \frac{1}{2} I_3 \right] - \\ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega' t (I_2 - I_3) \end{aligned}$$

Comme les cts I et I' sont triphasés normaux, on a :

$$\Sigma I = 0 \quad \Sigma I' = 0 \quad I_2 - I_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(I_1 \text{ décalé en arrière de } \frac{\pi}{2} \right)$$

Le total précédent est donc :

$$\begin{aligned} N \left(\frac{3}{2} I'_1 \right) + \cos \omega' t \left(\frac{3}{2} I_1 \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega' t \frac{\sqrt{3}}{2} I_1 \left(-\frac{\pi}{2} \right) \\ = \frac{3}{2} N [I' \cos (x - \varepsilon' - \varphi' + \omega' t) + \cos \omega' t \cdot I \cdot \cos (x - \\ - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \Omega t) - \sin \omega' t I \sin (x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \Omega t)] \\ \text{Donc :} \\ \text{Proj. A T Rotor sur } B_1 o : \\ = \frac{3}{2} N [I' \cos (x - \varepsilon' - \varphi' + \omega' t) + I \cos (x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \\ + \Omega t + \omega' t)] \\ = \frac{3}{2} N [I \cos (x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \omega' t) + I \cos (x - \varepsilon' - \varphi' + \omega' t)] \end{aligned}$$

En comparant cette égalité à (3') on voit que les AT résultant du rotor peuvent être représentés dans l'espace par un vecteur tournant à vitesse ω et égal à $\frac{3}{2} N (I + I')$. De plus, comme on l'avait démontré précédemment pour les instants des conjonctions, les AT émanant du rotor sont les mêmes que si les cts fournis par le transformateur et le rotor du moteur alimentaient deux rotors identiques au rotor du compensateur, superposés, l'un fixe, l'autre tournant à la vitesse ω' (fig. 17). A chaque 1/3

Fig. 17

de tour ces deux rotors peuvent être confondus puisque, comme on l'a vu précédemment, les cts i_1, i_2, i_3 sont la superposition des deux courants ci-dessus.

(A suivre).

N. DEWULF.