

La Solution générale du Problème de la Détermination des Dimensions Economiques Maximum d'une Conduite forcée en Métal et son Application aux Calculs pratiques.

Par PAUL P.-SANTO RINI, *Ingénieur E. P. Z., Directeur de la « Société Anonyme d'Etudes et d'Entreprises », Athènes.*

VII. — CONDUITES MULTIPLES PARALLÈLES

Les considérations faites jusqu'ici dans le courant de cette étude concernaient exclusivement le cas où *une seule* conduite forcée alimentait la ou les turbines de l'aménagement hydro-électrique.

En pratique, on tâchera toujours de disposer *au moins deux conduites* parallèles, la deuxième conduite devant assurer le service en cas d'avarie à la première. D'autre part, chaque fois où le débit à utiliser est relativement grand, il s'ensuivra nécessairement une conduite de grand diamètre. Or, si la hauteur de la chute est également grande, la conséquence est souvent une conduite dont l'épaisseur de paroi maximum dépasse la valeur d'environ 45 mm, limite supérieure pour la soudure.

Dans tous ces cas l'on procède à l'installation de deux ou plusieurs conduites forcées parallèles. Il importe donc d'examiner les bases du calcul de ces conduites forcées, d'autant plus que le cas d'une seule conduite ne constitue qu'un cas particulier du problème général.

§ 1. — Conduites multiples posées toutes à la fois.

Nous gardons les mêmes notations que dans le § 1 du chapitre I. Les frais annuels seront toujours

$$V = C + (A E + f P) i$$

et les revenus annuels étant

$$R = v E,$$

la fonction « bénéfiques » se traduira par

$$B = R - V = E (v - A i) - f P i - C$$

L'énergie E produite annuellement est fonction de la perte de charge Y et celle-ci l'est du débit s'écoulant par *une conduite*.

Le nombre des conduites étant m, il est logique d'admettre que toutes ces conduites seront de *même diamètre* D : en effet, nous supposons ici que toutes les conduites seront posées *simultanément* et il est bien connu que deux conduites de diamètre identique sont plus économiques que deux conduites de diamètres différents.

La perte de charge d'une pareille conduite est donc

$$Y = q \left(\frac{Q}{m} \right)^2 \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] = \frac{q Q^2}{m^2} \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right]$$

Q étant le *débit total* à utiliser pour les m conduites.

L'énergie produite annuellement devient donc

$$E = s Q (H - Y) = s Q H - \frac{s q Q^3}{m^2} \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right]$$

L'expression des bénéfices contient également le facteur P = poids des conduites. Celui-ci se chiffre à

$$P = m w t \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right]$$

du moment que nous considérons m conduites au lieu d'une seule.

Ces valeurs introduites dans l'expression de B :

$$B = \left\{ s Q H - \frac{s q Q^3}{m^2} \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] \right\} (v - A i) - m w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] - C$$

$$B = s Q H (v - A i) - \frac{s q Q^3}{m^2} (v - A i) \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] - m w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] - C$$

$$B = \text{constante} - \left\{ \frac{s q Q^3}{m^2} (v - A i) \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] + m w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] \right\}$$

La fonction « bénéfiques » devant prendre la forme

$$K = \frac{2 T}{5} \int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \int_0^{L_u} D^2 h dx + \frac{2 T}{5} \frac{l_0}{D_0^5} + h_0 l_0 D_0^2$$

il s'ensuit la valeur de T :

$$T = \frac{2,5 s q Q^3 (v - A i)}{m^3 w t f i} \quad (18)$$

où nous rappelons que

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{6,5 \mu}{c^2} \\ w &= \frac{\lambda}{2 k \varphi} \\ s &= 9,81 a b \\ t &= \pi z p \end{aligned} \right\}$$

En comparant la formule (18) à la valeur de T indiquée au § I, chapitre I :

$$(3) \quad T = \frac{2,5 s q Q^3 (v - A i)}{w t f i}$$

nous observons que la différence entre le calcul à suivre pour le cas de multiples conduites et le cas d'une seule conduite, réside dans la valeur de T.

Le calcul des multiples conduites parallèles, posées toutes à la fois, s'effectue d'après les mêmes règles que celles concernant le cas d'une conduite unique, la seule différence consistant dans la valeur numérique de T. On obtient celle-ci en faisant intervenir dans le calcul de T le débit $\frac{Q}{m}$ d'une seule des m conduites prévues au lieu du débit total utilisable Q.

§ 2. — Conduites multiples dont on ne pose que la première.

Un cas très souvent rencontré dans la pratique est celui où l'on dispose d'un débit utilisable Q, mais dont on n'a pas l'emploi immédiat en raison de la consommation de courant insuffisante pour justifier l'aménagement complet de la chute.

Il arrive, en effet, qu'une ville, alimentée jusqu'ici par des aménagements thermiques, songe à passer à l'utilisation des forces motrices hydrauliques, plus économiques, de son voisinage plus ou moins immédiat.

Dans un pareil cas la probabilité est très grande que la société thermique pensera à mettre son usine à la disposition de la nouvelle société hydro-électrique, l'installation thermique existante étant alors destinée soit pour couvrir les pointes, soit comme facteur de secours en cas d'avarie de l'aménagement hydraulique.

On peut donc très bien entrevoir le cas où la société hydro-électrique, pour des raisons de concession ou autres, trouverait son compte dans une combinaison de ce genre.

Or, l'installation thermique, acquise de bonne ou mauvaise grâce, constitue un facteur de réserve de premier ordre, et il est évident que le nouvel aménagement hydraulique pourra très bien être pourvu d'une seule conduite couvrant la consommation existante, plus une certaine tranche pour l'augmentation de la consommation qui se produira à la suite de la fourniture de courant meilleur marché.

Nous nous proposons donc de déterminer les bases sur lesquelles le calcul d'une seule conduite pourra se faire, l'existence de l'usine thermique de secours étant considérée seulement comme justification de la prévision d'une seule conduite au lieu du minimum de deux.

Nous supposons, évidemment, que la vente du courant de l'aménagement à une seule conduite devra justifier la rentabilité de l'entreprise, l'adjonction future des autres conduites étant considérée comme facteur permettant soit d'abaisser le prix de vente du kWh, soit de réaliser des bénéfices supplémentaires.

Les frais annuels d'entretien et de fonctionnement seront

$$V = C + (A' E' + f P) i,$$

mais il s'entend que A' et E' seront des valeurs modifiées et rapportées à l'aménagement avec une seule conduite.

Les revenus annuels seront

$$R = v E'$$

et les bénéfices annuels se traduiront par la différence

$$B = R - V = E' (v - A'i) - f P i - C$$

Etant donné que nous nous proposons de produire une énergie annuelle de E' kWh, nous pourrions déterminer le débit Q' nécessaire par quelques essais successifs en nous basant sur la vitesse

d'eau maximum admise, du moment que la puissance maximum de la conduite ne peut guère être pratiquement utilisée. La perte de charge s'établit alors par

$$Y = q Q'^2 \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right]$$

L'énergie produite annuellement devient donc

$$E = s Q' (H - Y) = s Q' H - s q Q'^3 \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right]$$

Comme poids de conduite nous n'aurons à tenir compte — suivant l'hypothèse admise — que du poids de la première conduite, donc

$$P = w t \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right]$$

Avec ces valeurs, l'expression de B se traduit par

$$\begin{aligned} B &= \left\{ s Q' H - s q Q'^3 \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] \right\} (v - A'i) - \\ &\quad - w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] - C \\ &= \underbrace{s Q' H (v - A'i)} - C - s q Q'^3 (v - A'i) \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] - \\ &\quad - w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] \\ B &= \text{constante} - \left\{ s q Q'^3 (v - A'i) \left[\int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \frac{l_0}{D_0^5} \right] + \right. \\ &\quad \left. + w t f i \left[\int_0^{L_u} D^2 h dx + D_0^2 l_0 h_0 \right] \right\} \end{aligned}$$

Ici aussi la fonction bénéfiques doit prendre la forme

$$K = \frac{2 T}{5} \int_0^{L_u} \frac{dx}{D^5} + \int_0^{L_u} D^2 h dx + \frac{2 T}{5} \frac{l_0}{D_0^5} + h_0 l_0 D_0^2$$

et il s'ensuit

$$T = \frac{2,5 s q Q'^3 (v - A'i)}{w t f i} \tag{19}$$

Nous observons que cette valeur de T est sensiblement identique à celle obtenue pour le cas d'une seule conduite.

La différence consiste à introduire directement le débit Q' à utiliser par l'unique conduite prévue, la valeur de T se trouvant, d'autre part, fortement diminuée par le fait que nous devons rapporter A' au nombre de kWh produits par l'aménagement à une seule conduite, alors que normalement le coût de l'aménagement (conduites exclues) se trouverait réparti sur l'énergie obtenable avec le débit total disponible Q au lieu de Q'.

Ce procédé de calcul n'est justifié que si les frais d'aménagement A' pour Q' sont inférieurs aux frais A pour Q. Si A' = A, alors nous nous trouvons en présence du débit total Q et les bases du calcul changent complètement : dans ce cas

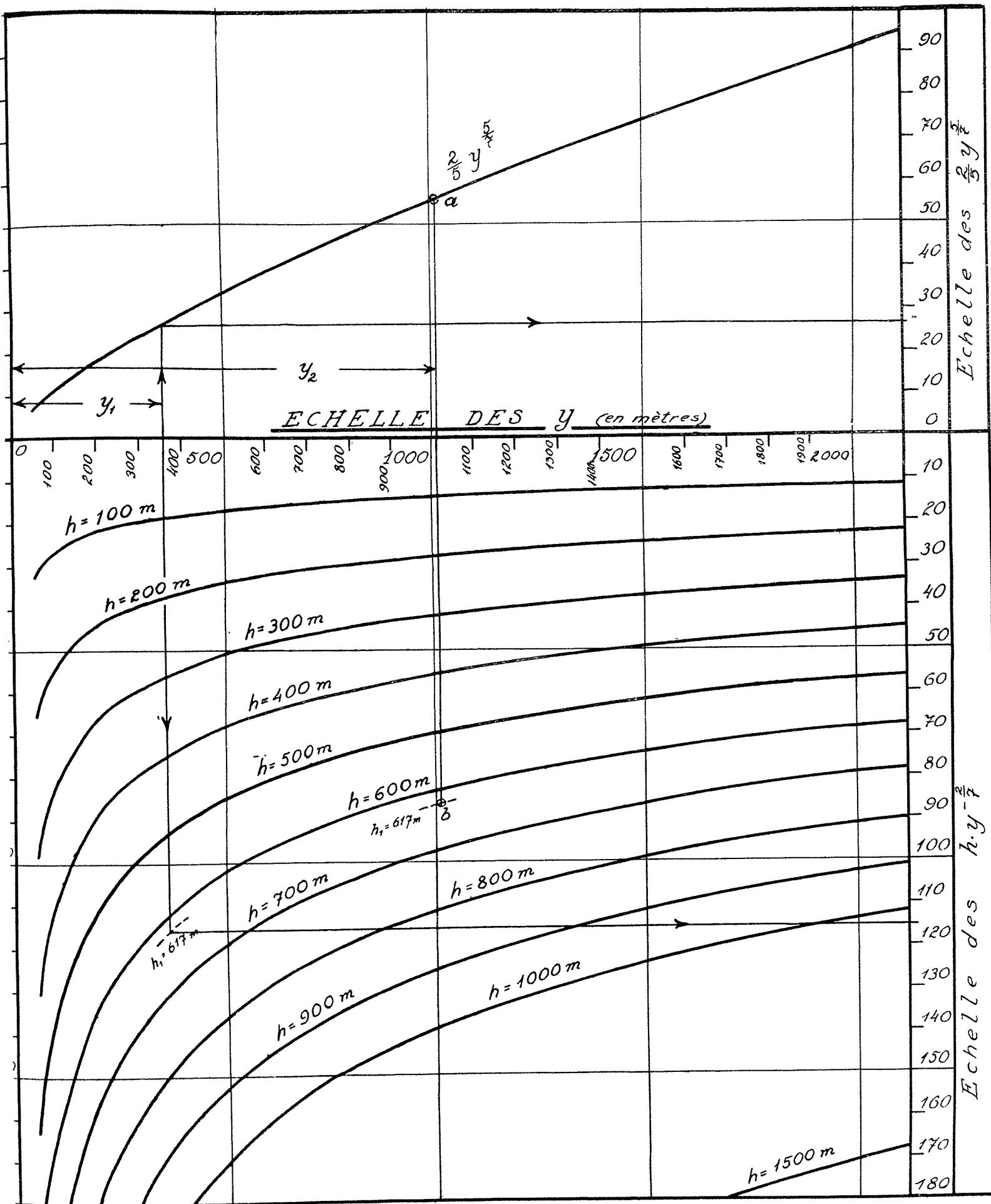


Fig. 26

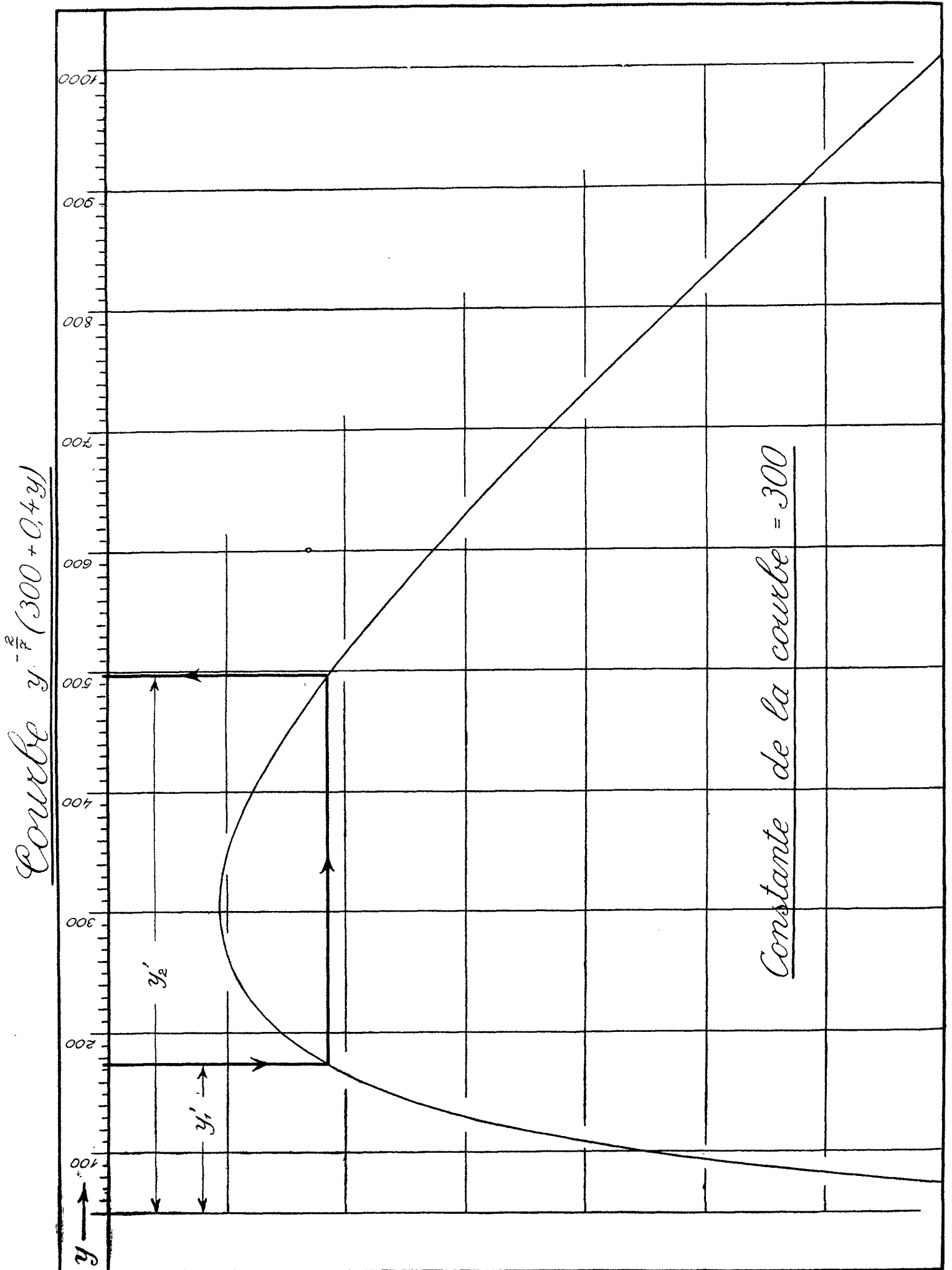


Fig. 27.

TABLEAU XI

y	$y^{\frac{5}{7}}$	$y^{-\frac{2}{7}}$
50	16,351	0,32702
100	26,826	0,26828
200	44,015	0,22007
300	58,797	0,19600
400	72,211	0,18053
500	84,694	0,16938
600	96,472	0,16078
700	107,70	0,15385
800	118,48	0,14810
900	128,87	0,14320
1000	138,95	0,13895
1500	185,63	0,12375
2000	227,98	0,11398

Si l'on désire résoudre les équations du système (7) à l'aide de cet abaque, on procède de la manière suivante :

Soit à résoudre par exemple la première équation :

$$\frac{2}{5} y_2^{\frac{5}{7}} + y_2^{-\frac{2}{7}} h_1 = \frac{2}{5} y_1^{\frac{5}{7}} + y_1^{-\frac{2}{7}} h_1$$

L'abaque Fig. 26 a été construit de telle façon que les valeurs $\frac{2}{5} y^{\frac{5}{7}}$ se trouvent disposées au-dessus et les valeurs de $y^{-\frac{2}{7}} h$ au-dessous de l'axe horizontal commun des y . En donnant à h les valeurs successives 100, 200, 300... etc., on obtient ainsi un faisceau de courbes désignées simplement par la valeur de leur h . Si donc nous traçons une verticale par la valeur de y_1 , celle-ci coupera aussi bien la courbe des $\frac{2}{5} y^{\frac{5}{7}}$ (située au-dessus), que la courbe $y^{-\frac{2}{7}} h_1$ désignée par h_1 (située au-dessous) de l'axe des y . En fixant entre les pointes d'un compas le segment de la verticale ab ainsi déterminé, nous faisons glisser la pointe supérieure du compas vers la droite le long de la courbe des $\frac{2}{5} y^{\frac{5}{7}}$ tout en maintenant l'autre pointe perpendiculairement au-dessous de la pointe supérieure et ceci jusqu'au moment où la pointe inférieure coupe pour la deuxième fois la courbe $y^{-\frac{2}{7}} h_1$ (donc la courbe désignée par h_1). La valeur cherchée de y_2 se lit alors comme abscisse sur l'échelle des y .

Nous avons indiqué sur la Fig. 26 le mécanisme de l'opération avec l'exemple numérique suivant : $h_1 = 617 \text{ m}$; $y_1 = 358,5 \text{ m}$; il s'ensuit $y_2 = 1024 \text{ m}$.

La résolution des équations du système (7) peut être toutefois obtenue d'une manière bien plus simple, en éliminant toute interpolation, inévitable avec l'abaque Fig. 26 lorsque la valeur de h_1 ne coïncide pas avec une des courbes tracées ($h=100, 200, 300, \text{ etc.}$).

En effet, nous pouvons mettre les équations du système (7) :

$$0,4 y_{r+1}^{\frac{5}{7}} + y_{r+1}^{-\frac{2}{7}} h_r = 0,4 y_r^{\frac{5}{7}} + y_r^{-\frac{2}{7}} h_r$$

sous la forme :

$$\frac{h_r + 0,4 y_{r+1}^{\frac{5}{7}}}{y_{r+1}^{-\frac{2}{7}}} = \frac{h_r + 0,4 y_r^{\frac{5}{7}}}{y_r^{-\frac{2}{7}}} \quad (7a)$$

En donnant à h_1 les valeurs successives 100, 200, 300, etc., il nous serait de nouveau possible de tracer un faisceau de courbes caractérisées par la valeur de leur h , et la détermination par exemple de y_2 se bornerait à tracer la verticale par y_1 jusqu'au point de son intersection avec la courbe h_1 ; puis de ce point l'horizontale vers la droite jusqu'à la nouvelle intersection avec la même courbe h_1 , la valeur de y_2 étant alors l'abscisse, lue sur l'axe horizontal des y , du deuxième point ainsi obtenu.

Mais nous remarquons qu'ici aussi, nous devrions couper la verticale par la courbe représentative de h_1 , ce qui impliquerait la même interpolation pour les valeurs non tracées de h qu'avec l'emploi de l'abaque Fig. 26.

C'est pourquoi nous avons sensiblement simplifié la procédure en nous bornant à une seule courbe au lieu du faisceau de courbes et en modifiant simplement l'échelle des y (Fig. 27).

La courbe unique représentative de l'expression

$$y^{-\frac{2}{7}} (h + 0,4 y)$$

a été établie pour raisons de convenance avec une valeur fixe

$$h = 300$$

qui peut être considérée comme constante de la courbe. L'échelle des y est horizontale et croît de la gauche vers la droite.

Le problème à résoudre, tel qu'il se pose dans les calculs pratiques, est le suivant.

Ayant évalué sur le graphique de l'axe de la conduite h_1 et par conséquent y_1 , il s'agit de déterminer la valeur de y_2 , pour continuer ainsi de proche en proche jusqu'à y_n .

Nous calculons donc le coefficient de réduction

$$x = \frac{\text{constante de la courbe}}{h_1}$$

et multiplions la valeur de y_1 en mètres par ce coefficient x :

$$y'_1 = x y_1$$

Nous traçons ensuite par y'_1 (lu sur l'échelle horizontale des y) la perpendiculaire jusqu'à la courbe ; nous projetons le point ainsi obtenu horizontalement vers la droite jusqu'à nouvelle intersection avec la même courbe ; enfin, nous lisons l'abscisse y'_2 de ce deuxième point sur l'échelle horizontale des y .

La valeur en mètres de y_2 résulte alors

$$y_2 = \frac{y'_2}{x}$$

Ainsi, pour résoudre l'exemple précédent de la Fig. 26, mais en utilisant la Fig. 27, donc avec

$$\begin{aligned} h_1 &= 617 \text{ m} \\ y_1 &= 358,5 \text{ m} \end{aligned}$$

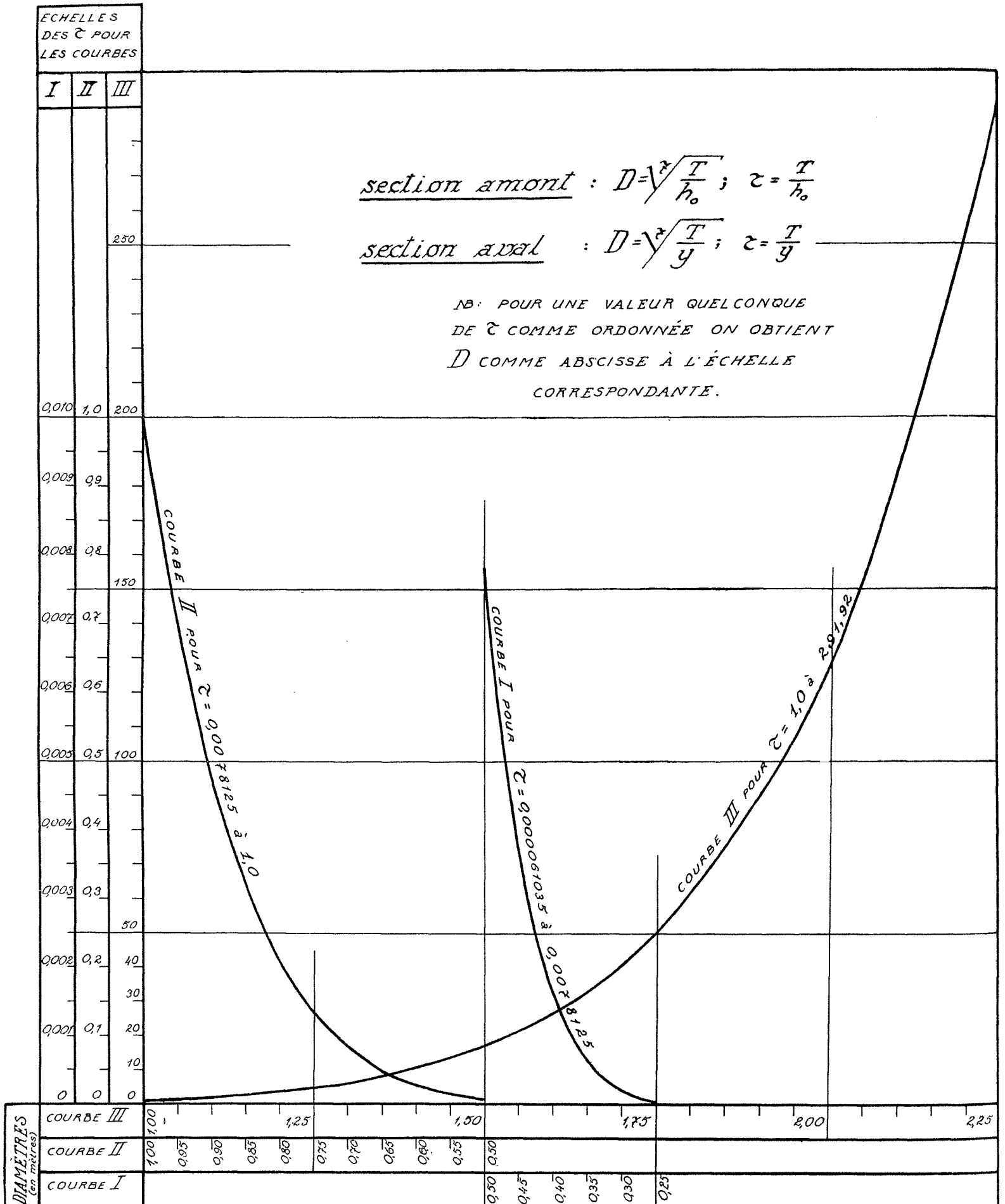


Fig. 29.

nous calculons

$$\alpha = \frac{300}{617} = 0,486$$

$$y'_1 = 0,486 \cdot 358,5 = 174.$$

Pour l'opération effectuée avec cette valeur 174, nous lisons l'abscisse $y'_2 = 497$; il s'ensuit donc de nouveau la valeur cherchée

$$y_2 = \frac{497}{0,486} = 1024 \text{ m}$$

L'avantage de l'utilisation de la construction Fig 27 sur la Fig. 26 réside dans le fait que les opérations avec α , se résolvant immédiatement avec la règle à calcul, sont bien plus simples que

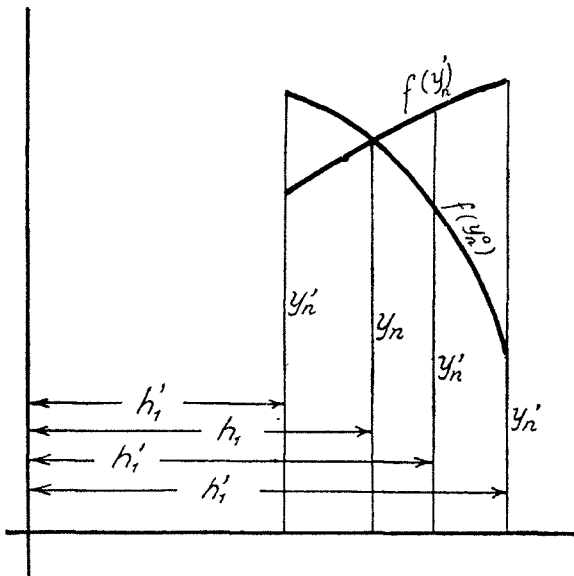


Fig. 28.

le tracé de la courbe interpolée $h_1 = 617$ et le glissement de la pointe du compas le long d'une courbe tout en maintenant la deuxième pointe perpendiculairement sous la première.

Nous avons vu que pour résoudre la première équation du système (7) nous avons besoin de déterminer y_1 sur la base d'une valeur évaluée de h_1 . Or, la question se pose, quelle est la valeur à attribuer à h_1 ?

En principe, le plus simple c'est d'obtenir une première indication quant à la valeur de h_1 , en utilisant la construction Fig. 23 : il résultera finalement une valeur de y_n . En répétant ce calcul deux ou trois fois avec des valeurs convenablement modifiées

de h_1 , on obtiendra autant de valeurs correspondantes de y_n . On trace maintenant sur un graphique la courbe des y_n obtenus, en fonction des h_1 admis — courbe $f(y'_n)$ — et la courbe des y_n effectifs pour ces mêmes valeurs de h_1 — courbe $f(y_n^0)$ — (Fig. 28).

Ainsi nous portons sous l'abscisse correspondant à h_1 la valeur de y_n , comme ordonnée, telle qu'elle s'obtient par la résolution du système d'équations (7). D'autre part, la subdivision ainsi établie implique une valeur de y_n , dont la discordance avec celle obtenue par le calcul justifie précisément le nouvel essai avec une valeur corrigée de h_1 ; c'est donc cette valeur y_n effective du dernier tronçon l_n que nous porterons sur la même ordonnée.

En répétant deux ou trois fois cette opération, nous obtenons une suite de points des y_n obtenus par le calcul et une autre des y_n effectifs. En joignant ces points, nous obtenons les deux courbes $f(y'_n)$ et $f(y_n^0)$ dont le point d'intersection est situé sous l'abscisse h_1 , à adopter pour l'essai suivant et ordinairement final.

§ 4. — Abaque des diamètres,

Une fois la subdivision de la conduite définitivement arrêtée, il ne nous reste qu'à déterminer les diamètres. Nous n'avons plus rien à ajouter sur ce sujet, la question se trouvant traitée en détail dans cette étude. Remarquons toutefois que le diamètre D est toujours une septième racine d'une constante \mathfrak{C} , celle-ci étant

$$\mathfrak{C} = \frac{T L}{y (L - l_0) + h_0 l_0} \dots \text{ (conduite à diamètre constant et unique).}$$

$$\mathfrak{C}_0 = \frac{T}{h_0} \dots \dots \dots \text{ (section amont d'une conduite à deux ou plusieurs diamètres).}$$

$$\mathfrak{C}_r = \frac{T}{y_r} \dots \dots \dots \text{ (section aval d'une conduite à deux ou plusieurs diamètres).}$$

Pour éviter ici aussi l'emploi des tables de logarithmes lors du calcul de cette septième racine, nous avons établi l'abaque Fig. 29 qui permet de lire directement la valeur du diamètre comme abscisse pour une valeur quelconque de \mathfrak{C} comme ordonnée.

La disposition de cet abaque est tellement simple qu'une rapide inspection permet son utilisation sans erreur possible. Pour éviter les coefficients de réduction de l'échelle qui auraient été nécessaires en raison de la croissance vertigineuse de la septième puissance, la courbe a été fractionnée en trois branches, rapportées à trois échelles différentes et se faisant suite l'une à l'autre.