

# ÉLECTRICITÉ

## Compensateurs de phase pour Moteurs asynchrones

(SUITE)

Dans l'article précédent (1) ont été passés en revue les principes du fonctionnement des divers compensateurs rotatifs ; puis l'étude détaillée d'un compensateur excité par le réseau a été entreprise ; il a été établi que les AT du Rotor équivalaient à ceux que produirait l'ensemble de deux enroulements, l'un fixe, l'autre tournant à la vitesse du moteur. L'article ci-après a pour but l'obtention du diagramme caractéristique de ce compensateur.

### 3. — Variation non sinusoïdale des chutes ohmiques du Rotor.

Les résultats précédents ont été obtenus en admettant le maintien de la forme sinusoïdale des courants I et I', entrant dans le Rotor par ses balais et ses bagues, malgré la variation cycloïdale des résistances rencontrées dans ce Rotor après leur bifurcation de part et d'autre de leur point d'accès. (Voir équations (1)' (2)').

Si cette hypothèse est absolument exacte, le deuxième membre de l'équation (1)' sera la projection d'un vecteur V (fig. 19) de pulsation  $\Omega$  puisque le premier membre est une somme algébrique de cosinus et de sinus de pulsation  $\Omega$  ; de même, le second membre de l'équation (2)' sera la projection d'un vecteur  $v$  de pulsation  $\omega$  puisque son premier membre est une somme algébrique sinusoïdale en  $\omega t$ . D'autre part les projections de V et  $v$  étant toutes deux égales à  $-\varphi i_2$  lors de la première conjonction bagues-balais, [voir équations (1) et (2)], et cette égalité se répétant à chaque conjonction, les vecteurs V et  $v$  seront égaux ; en effet, s'ils étaient inégaux, leurs projections pourraient bien être égales une fois (position I de la fig. 18) mais, après un temps  $\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{\omega}$ , l'un ayant tourné de  $\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\Omega}{\omega}$  et l'autre de  $\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\omega}{\omega}$ , c'est-

à-dire  $\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \frac{\Omega}{\omega}$ , diminué de  $\frac{2\pi}{3}$  par suite de la position des nouveaux balais, leurs projections ne seraient plus égales. Cette égalité des projections de V et  $v$  ne peut donc se maintenir, à chaque tiers de tour du Rotor, que si  $V = v$  et que si ces

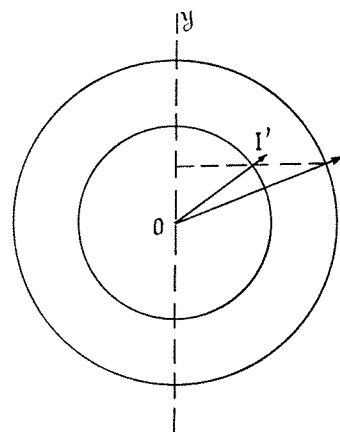


Fig. 18

vecteurs sont ramenés en phase, à chaque conjonction, par le retard  $\frac{2\pi}{3}$  de la nouvelle phase des balais. En résumé : leur

(1) *La Houille Blanche*, n° de Juillet-Août 1926.

## ERRATUM

« Calcul mécanique des lignes électriques dans le cas de longues portées en forte pente », *Houille Blanche*, N° de Mai-Juin 1926 :

Page 83. — Fig. 1 : La distance  $2d$  est la projection horizontale de la droite AB et non pas, comme semble l'indiquer la figure, la portée de la chaînette complète.

5<sup>me</sup> ligne à partir du bas, colonne de gauche, lire :

$$\Pi = \frac{\int \Pi' dl}{l} \quad \text{au lieu de} \quad \Pi = \frac{\int \Pi' dl}{l}$$

5<sup>me</sup> ligne à partir du bas, colonne de droite, lire :

$$H^2 = m^2 \left( \cos^2 h \frac{x_1}{m} + \cos^2 h \frac{x_2}{m} - 2 \cos h \frac{x_1}{m} \cos h \frac{x_2}{m} \right)$$

Page 84. — 2<sup>me</sup> ligne à gauche :

$$l^2 = \dots \quad \text{au lieu de} \quad l = \dots$$

dans cette même formule, le dénominateur du premier terme est  $m$  au lieu de  $2m$

Page 85. — 7<sup>me</sup> ligne à gauche, lire :

$$m \Pi = T_0 \quad \text{au lieu de} \quad \Pi_m = T_0$$

à droite, formule (3 bis) :

$$l'^2 \quad \text{au lieu de} \quad l'_2$$

Page 86. — 1<sup>re</sup> ligne :

$$\Pi_P \quad \text{au lieu de} \quad \Pi_r$$

23<sup>me</sup> ligne :

$$\cos^2 h \frac{d}{m_P} \quad \text{au lieu de} \quad \cos h \frac{d}{m_P}$$

14<sup>me</sup> ligne, colonne de droite, lire :

$$P_0 = \Pi_0 L_0$$

« Compensateurs de phase pour Moteurs asynchrones », *Houille Blanche*, N° de Juillet-Août 1926 :

Page 113. — Formule (3') :

$$\lambda \quad \text{au lieu de} \quad \gamma$$

Formule du bas de la page :

Fermeture de la parenthèse

Page 114. — Pour toutes les formules dans lesquelles N est facteur commun :

Fermeture de la parenthèse

position est  $o V_0$ ,  $o v_0$  à chaque conjonction, puis  $o v$  avance à la vitesse  $\omega$ ,  $o V$  à la vitesse  $\Omega$  jusqu'à ce que  $v_4$  atteigne la valeur  $\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{\omega}$ ; à ce moment  $o v$  est en avance de  $\frac{2}{3}$  sur  $o V$ , la commutation le ramène en arrière de  $\frac{2}{3}$ , ce qui rétablit la coïncidence initiale, et ainsi de suite.

Voici alors comment on peut envisager la variation de chute

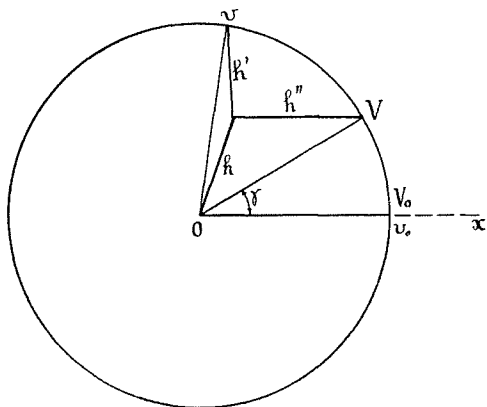


Fig. 19

de tension ohmique entre les conjonctions : les deuxième membres des équations (1)' et (2)' s'écrivent :

$$-\frac{\rho}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\omega' t}{120} (i''_2 - i'_2) \right] - \frac{\rho}{\sqrt{3}} i''_2$$

$$-\frac{\rho}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\omega' t}{120} (i''_1 - i'_1) \right] - \frac{\rho}{\sqrt{3}} i''_1$$

c'est-à-dire :

$$-\frac{\rho}{\sqrt{3}} \frac{\omega' t}{120} \cdot I_1 - \frac{\rho}{\sqrt{3}} i''_2$$

$$+ \frac{\rho}{\sqrt{3}} \frac{\omega' t}{120} I_3 - \frac{\rho}{\sqrt{3}} i''_1$$

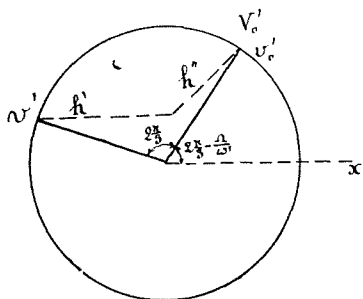


Fig. 19'

Elles se composent donc d'un vecteur commun «  $h$  » représentant la chute ohmique produite par un courant  $i''_2$  allant :

- d'un balai au précédent,
- d'une bague à la précédente,

et de deux vecteurs l'un  $h'$  proportionnel à  $I' t$  tournant à la vitesse  $\omega$ , l'autre proportionnel à  $I t$  tournant à la vitesse  $\Omega$ ; à chaque conjonction  $h'$  et  $h''$  partent d'une valeur nulle,  $h$  part de la valeur  $-\rho \frac{i}{\sqrt{3}}$ ,  $i/\sqrt{3}$  est la résultante de  $I$  et  $I'$  décalés en arrière de  $30^\circ$  [voir formule (6) et (6)']; comme  $h'$  est en phase avec  $I'$ ,  $h''$  avec  $I$ , comme leurs origines (points  $V$  et  $v$ ) et leurs amplitudes progressent proportionnellement à  $t$ , la direction et l'amplitude de  $h$  sont parfaitement déterminées à chaque

instant. Au moment où, après un tiers de tour du Rotor, va se produire une nouvelle conjonction, la position des vecteurs  $h'$   $h''$  est celle de la fig. 19'; après conjonction, les balais en contact étant maintenant ceux de la phase suivante du Stator,  $v'$  doit être brusquement ramené en arrière de  $\frac{2}{3}$  de sorte que la position initiale nouvelle est  $V'_0 v'_0$  en avance de  $\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{\omega}$  sur la précédente; et ainsi de suite, le vecteur  $V$  avançant régulièrement à la vitesse  $\Omega$ , et le vecteur  $v$ , qui tourne à la vitesse  $\omega$ , étant ramené de  $\frac{2}{3}$  en arrière chaque fois qu'il s'est écarté de  $\frac{2}{3}$  de  $V$ .

Soit (fig. 20<sub>a</sub>)  $D' A'$  la position des spires baguées après un

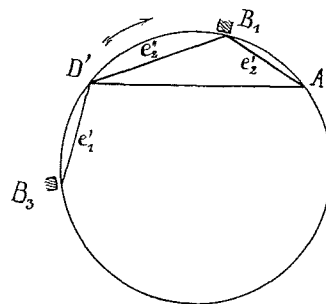


Fig. 20<sub>a</sub>

temps  $t$ . Au temps zéro, la différence de potentiel  $U_0$  entre  $B_3 B_1$  et celle entre  $D A$  étaient égales et en phase puisque ces points étaient en conjonction deux à deux; après un temps  $t$ , inférieur à  $\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{\omega}$ , la différence de potentiel entre  $B_1 B_2$  est encore égale à la différence de potentiel entre  $D' A'$ , vectoriellement, puisque les vecteurs composants de ces différences de potentiel, provenant tous de  $f. e. m.$  ou chutes ohmiques extérieures au Rotor du compensateur, sont constants; ceux desquels résulte  $U$  ( $B_1 B_2$ ) sont de pulsation  $\omega$ , ceux desquels résulte  $U$  ( $D' A'$ ) sont de pulsation  $\Omega$ . J'appellerai  $U_\omega$ ,  $U_\Omega$  les vecteurs égaux représentant ces différences de potentiel résultantes; leur décalage au temps  $t$  est  $\omega' t$ . De même, si  $\Phi'$  est constant, la  $f. e. m.$  produite par le compensateur entre  $B_3 B_1$  est un vecteur égal à celui représentant la  $f. e. m.$  instantanée produite par le compensateur entre  $D' A'$ , mais ces deux vecteurs sont décalés de  $\omega' t$ . Comme  $e$  ( $B_3 B_1$ ) est la résultante de deux vecteurs  $e'_3 e''_3$ , et  $e$  ( $D' A'$ ) la résultante de deux vecteurs  $e''_2 e'_2$  (fig. 20<sub>a</sub>), la position relative des vecteurs (potentiel,  $f. e. m.$  rotoriques, chutes ohmiques) serait, en admettant la constance de  $\Phi'$ , celle représentée sur la figure 20<sub>b</sub>. Dans cette figure les vecteurs tournent dans le sens de la flèche; la valeur relative des « chutes ohmiques » y a été exagérée pour plus de clarté.

Mais examinons maintenant si cette représentation vectorielle est entièrement d'accord avec les équations (1) (2) (1)' (2)', qui s'écrivent, en employant les notations  $U_0$ ,  $e_0$ ,  $U_\Omega$ ,  $U_\omega$ ,  $e_\Omega$ ,  $e_\omega$  adoptées ci-dessus :

$$U_0 - e_0 = -\rho i_2$$

$$(1)'' \quad U_\Omega - e_\Omega = -\rho \left[ \frac{\omega' t}{120} I' \cos(x - \varepsilon' - \varphi' + \omega t) + i''_2 \right]$$

$$(2)'' \quad U_\omega - e_\omega = \rho \left[ \frac{\omega' t}{120} I \cos(x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 + \frac{2}{3} \pi + \Omega t) - i''_1 \right]$$

l'équation (6') montre que  $-i_2$  est la résultante des deux vecteurs :

$$\frac{I}{\sqrt{3}} \cos(x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ) \quad \frac{I'}{\sqrt{3}} \cos(x - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ)$$

Si  $U_\Omega, e_\Omega$  sont des quantités vectorielles de pulsation  $\Omega$ , leur

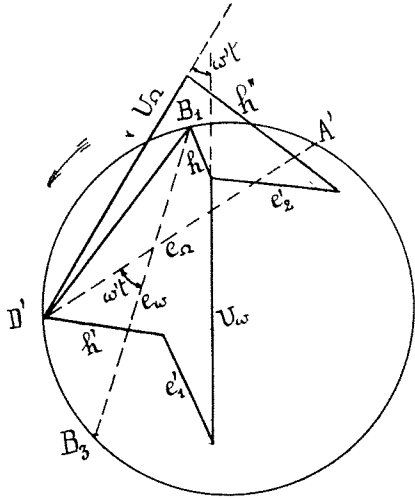


Fig. 20b,

résultante, qui était  $-\rho i_2$  au temps  $o$ , sera devenue au temps  $t$  :

$$\frac{\rho}{\sqrt{3}} [I \cos(x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ + \Omega t) + I' \cos(x - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ + \Omega t)]$$

De même, si  $U_\omega, e_\omega$  sont des quantités vectorielles de pulsation  $\omega$ , leur résultante, qui était aussi  $-\rho i_2$  au temps  $o$ , sera devenue, au temps  $t$  :

$$\frac{\rho}{\sqrt{3}} [I \cos(x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 - 30^\circ + \omega t) + I' \cos(x - \varepsilon' - \varphi' - 30^\circ + \omega t)]$$

Posons :

$$x - \varepsilon + \lambda + \varphi_2 = A \quad x - \varepsilon' - \varphi' = A'$$

On devrait donc avoir :

$$(U_\Omega - e_\Omega) - (U_\omega - e_\omega) = \frac{\rho}{\sqrt{3}} [I (\cos(A - 30^\circ + \Omega t) - \cos(A - 30^\circ + \omega t)) + I' (\cos(A' - 30^\circ + \Omega t) - \cos(A' - 30^\circ + \omega t))]$$

Comme les équations (1)'' (2)'' donnent :

$$(U_\Omega - e_\Omega) - (U_\omega - e_\omega) = -\frac{\rho}{120} \omega' t [I' \cos(A' + \omega t) + I \cos(A + 120^\circ + \Omega t)]$$

il faudrait que ces deux expressions de  $(U_\Omega - e_\Omega) - (U_\omega - e_\omega)$  soient égales pour toutes les valeurs de  $t$  inférieures à  $\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{\Omega}{\omega'}$ .

La première peut s'écrire :

$$P = \frac{2\rho}{\sqrt{3}} \sin \frac{\omega' t}{2} \left[ I \sin \left( A - 30^\circ + \Omega t + \frac{\omega' t}{2} \right) + I' \sin \left( A' - 30^\circ + \omega t - \frac{\omega' t}{2} \right) \right]$$

La deuxième est :

$$Q = -\frac{\rho}{120} \omega' t [I \cos(A + 120^\circ + \Omega t) + I' \cos(A' + \omega t)]$$

Or, il est bien évident que  $P$  et  $Q$  ne sont pas identiques,  $P$  étant sinusoïdale alors que  $Q$  est cycloïdale.

Pour apprécier de combien ces quantités diffèrent, numériquement, il est préférable de mettre en facteur les quantités

constantes ; on arrive alors, après transformations algébriques, aux formes :

$$P = \frac{\rho}{\sqrt{3}} \left[ [\cos(\omega t - 30^\circ) - \cos(\Omega t - 30^\circ)] [I \cos A + I' \cos A'] + [\sin(\omega t - 30^\circ) - \sin(\Omega t - 30^\circ)] [I \sin A + I' \sin A'] \right]$$

$$Q = \rho \frac{\omega' t}{120} [I' (\cos A' \cos \omega t - \sin A' \sin \omega t) - I \cos A \sin(\Omega t + 30^\circ) - I \sin A \cos(\Omega t + 30^\circ)]$$

Si on calcule les valeurs de  $P$  et  $Q$  dans le cas

$$\omega = 2 \cdot 50 \cdot \pi, \quad \Omega = 0,1 \cdot \omega$$

pour une succession de valeurs de  $\omega' t$  comprises entre  $0$  et  $\frac{2\pi}{3}$ , on trouve que leur différence, faible d'abord, augmente considérablement aux environs de  $\omega' t = 30^\circ$ , puis diminue assez vite vers  $\omega' t = 60^\circ$ .

Il résulte de cette constatation ou bien que  $\Phi'$  n'est pas sinusoïdal, les variations brusques des courants  $i$  introduisant dans  $I$  et  $I'$  des harmoniques supérieures, ou bien que les formules (1) (2) (1)' (2)' sont incomplètes. Or il est à remarquer que ces formules ne tiennent compte ni des fuites du Rotor, ni des *f. e. m.* de mise en court circuit des spires commutées, ni des résistances de contact des balais.

On rencontre des anomalies semblables dans l'étude des commutatrices ; le courant du Rotor y est aussi la superposition de deux courants composants qui ne se composent pas de la même façon dans toutes les spires puisque, entre deux sections baguées englobant un balai, il y a un nombre de sections proportionnel à  $\omega t$  dans lesquelles le courant continu a un certain sens et un nombre de sections proportionnel à  $\frac{2\pi}{3} - \omega t$  dans lesquelles il a un sens contraire. Et cependant le flux du Rotor reste bien constant.

Dans le cas actuel, comme dans le cas des commutations, l'influence du facteur perturbateur  $\rho \omega' t$  est atténuée en alimentant le compensateur par des courants hexaphasés.

Pour que les formules (1) et (2) soient plus exactes, il faudrait y ajouter, dans le but de tenir compte des selfs de fuite des spires parcourues par les courants  $i', i''_2, i''_2$  (fig. 21), des termes de la forme

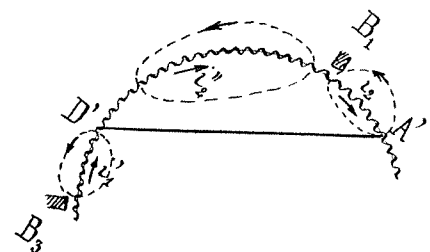


Fig. 21

$$\mathcal{R} \frac{d}{dt} (i'_2 l^2) \quad \text{et} \quad \mathcal{R} \frac{d}{dt} [(120 - \omega' t)^2 i''_2]$$

En résumé, il est fort probable que l'erreur commise, en admettant la constance de  $\Phi'$ , est de peu d'importance ; en conséquence, on pourra adopter, pour la suite de cette étude, l'équivalence du double circuit d'armature de la figure 17.

(A suivre.)