

# Canaux découverts — Application de la loi de Reech

par E. MONTAGNÉ, Ingénieur, ancien élève de l'Institut Polytechnique de Grenoble

L'application de la loi de Reech ou de la relation  $V = K \sqrt{R} \bar{I}$  (1), relation dans laquelle  $V$  est la résultante des composantes de la vitesse, donne dans le cas des parois rugueuses et des grands rayons moyens, des résultats qui s'éloignent beaucoup de ceux que l'on calcule par la formule de Bazin.

Ainsi, la courbe A de la figure 1 donne les valeurs du coefficient  $C$  de la formule  $U = C \sqrt{R \bar{I}}$ .  $C$  a été calculé à l'aide des valeurs de  $U$  données elles-mêmes par le diagramme relatif aux parois rugueuses et à la pente  $I = 0,0045$  et ce diagramme a été établi à l'aide d'une composante transversale  $V_1 = 0,14$  m./s. en prenant

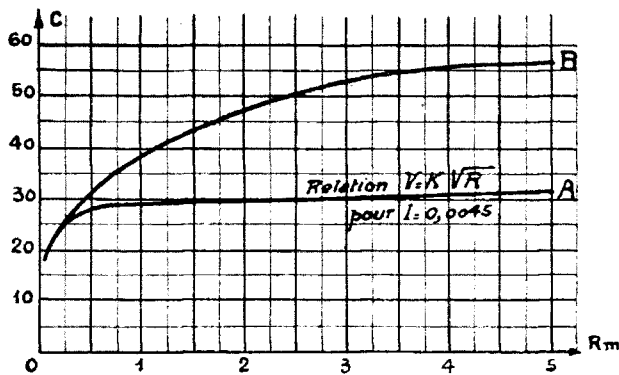


Fig. 1

pour base  $U = 0,37$  m./s. et  $R = 0,11$  m. Pour des rayons plus grands que 1 m., la pente étant constante, l'influence des composantes transversales n'entraîne pas de différence sensible entre l'application des relations  $V = K \sqrt{R}$  et  $U = K \sqrt{R}$  c'est-à-dire entre l'application de la loi de Reech à la résultante et son application à la composante horizontale  $U$ .

Pour la deuxième relation,  $C = f(R)$  est une droite parallèle à l'axe des  $R$  et pour la première ( $R > 1$  m.),  $C = f(R)$  peut être considérée comme telle avec une approximation suffisante.

La courbe B donne les valeurs de  $C$  calculées par la formule de Bazin avec  $\gamma = 1,40$ .

La formule de Bazin, sous sa forme la plus connue :

$$U = \frac{87 \sqrt{R \bar{I}}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

est tirée de celle qui avait été tout d'abord proposée :

$$\frac{\sqrt{R \bar{I}}}{U} = 0,0115 \left( 1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}} \right)$$

Dans l'ancienne formule de Darcy :

$$A = a + \frac{\beta}{R}$$

dans laquelle  $A$  désignait le rapport  $\frac{R \bar{I}}{U^2}$  et  $a$  et  $\beta$  deux constantes, on peut remplacer (1), pour plus de facilité,  $A$  par  $\sqrt{A}$  et  $R$  par  $\sqrt{R}$ .

Si l'on admet que  $a$  reste constant, les valeurs de  $A$ , pour les divers états de la paroi convergent toutes vers la limite  $a$ .

Si nous prenons pour ordonnées  $y$  (2), les valeurs de  $\sqrt{A}$  et pour abscisses  $x$  celles de  $\frac{1}{\sqrt{R}}$  on peut écrire :

$$y = 0,0115 + \beta x$$

ou en faisant :

$$\frac{\beta}{a} = \gamma$$

$$y = 0,0115 (1 + \gamma x)$$

Les formules relatives aux différentes rugosités sont figurées par des droites (fig. 2) émanant toutes d'un point ( $x = 0$ ;  $y = 0,0115$ ) situé sur l'axe des ordonnées; l'inclinaison de ces droites étant mesurée par le coefficient angulaire  $0,0115 \gamma$ , ira au croissant avec la rugosité de la paroi.

C'est dans la convergence de toutes les droites vers un point déterminé, pour  $\frac{1}{\sqrt{R}} = 0$  qu'il faut voir la cause de la différence entre la formule de Bazin et l'application de la loi de Reech, même modifiée, aux parois rugueuses.

La formule indique en effet que, pour un rayon moyen très grand, l'écoulement se produit comme si la paroi était lisse. Disons tout de suite que cette hypothèse n'a pas été faite par Ganguillet et Kutter dont la formule n'élimine pas l'effet de la rugosité pour  $\frac{1}{\sqrt{R}} = 0$  (fig. 2).

On a pu toujours remarquer que l'influence de la rugosité était bien visible dans les très grands cours d'eau où les mouvements tourbillonnaires et les pertes dues à la turbulence sont très sensibles. Toute la masse est affectée par des remous qui viennent même, par endroits, s'épanouir à la surface. Quand ils ne parviennent pas jusqu'à cette dernière, ils sont la cause directe de l'agitation bien visible de la surface du cours d'eau, agitation qui se traduit par un mouvement ondulatoire dont l'amplitude croît avec la rugosité, le rayon moyen et la vitesse. On sait que l'agitation près de la surface, où elle est favorisée par la charge beaucoup moins grande que celle qui s'exerce sur les filets inférieurs, est la cause du ralentissement bien marqué observé dans les couches superficielles. Les pertes de charge dues uniquement aux aspérités des parois, sont donc loin de devenir très faibles dans les grands cours d'eau; elles conservent une influence capitale.

(1) BAZIN. — *Annales des Ponts et Chaussées*, 1897, 4<sup>e</sup> trimestre.

(2) *La Houille Blanche*, mai-juin 1927.

Comme Bazin a établi sa formule d'après certains résultats d'expériences, examinons ces derniers. Tous les résultats ont été groupés, à la suite d'un travail considérable, en un grand

pour les grands rayons moyens, d'inclinaison semblable, mais qui coupent nettement les courbes  $C = f(R)$  données par la formule.

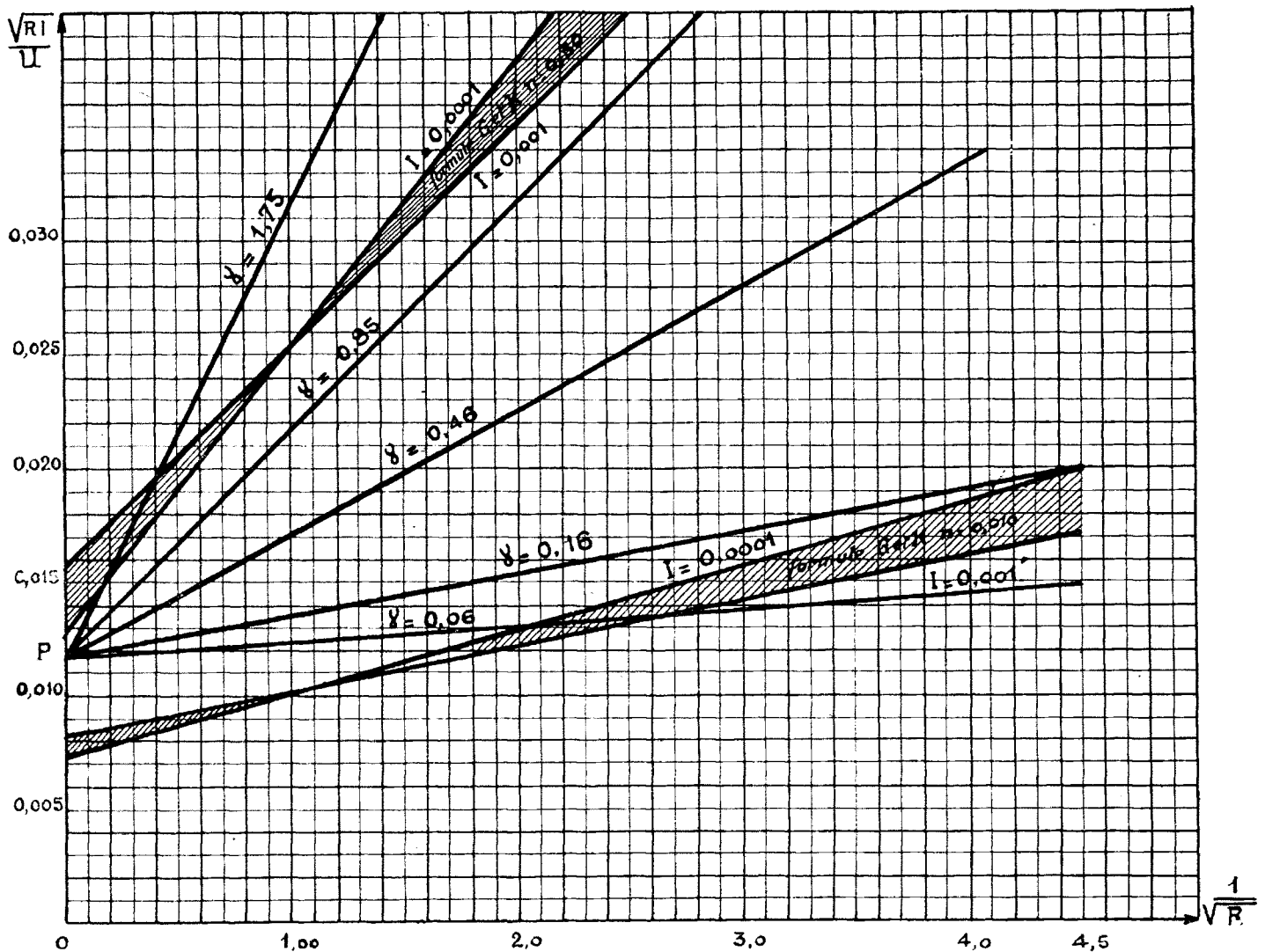


Fig : 2

Pour la formule de Ganquillet et Kutter, les faisceaux relatifs aux parois très unies et aux parois de gravier sont seuls indiqués

nombre de points se répartissant de part et d'autre des droites issues du point P (fig. 2), Mais ces points, pris dans des données se rapportant à des cours d'eau de rayons moyens et de pentes très diverses, donc de vitesses et, par conséquent, de degrés de turbulence bien éloignés les uns des autres, ne sont pas comparables entre eux bien que les rugosités puissent paraître semblables. Nous préférons considérer plusieurs séries d'expériences citées par Bazin, mais choisies avec soin pour que les conditions de pente et de rugosité les rendent comparables. Nous serons dans ce cas, dans des séries de mesures exécutées sur le même cours d'eau où la vitesse ne deviendra pas suffisante pour augmenter la rugosité <sup>(1)</sup>, où la pente sera sensiblement constante et qui permettront de tracer une partie de la courbe  $C = f(R)$ .

Nous obtenons ainsi une série de courbes qui sont toutes,

Telles sont, fig. 3 :

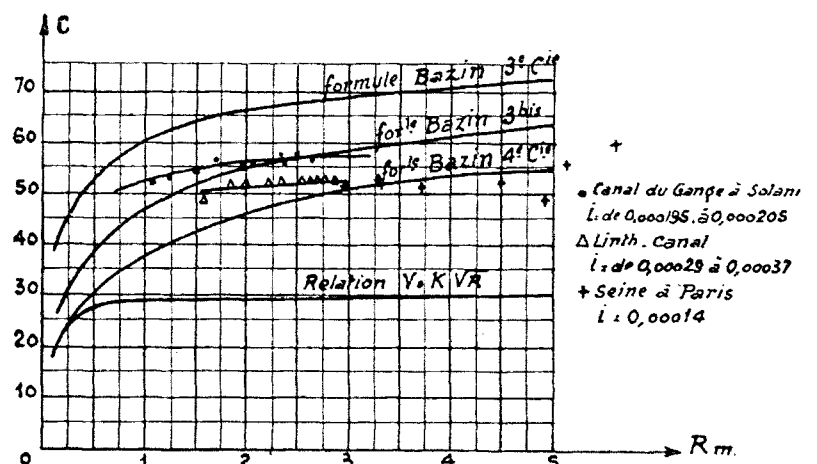


Fig : 3

1° La courbe obtenue d'après les mesures très remarquables, à divers points de vue de M. Allan Cunningham, sur le canal du

<sup>(1)</sup> Comme l'a remarqué M. Strickler (M. Haegelen, Houille Blanche, janv.-février 1925), dès que la vitesse atteint une certaine valeur, les graviers sont entraînés. Le mouvement commençant par les plus petits, la rugosité est notablement augmentée.

Gange à Solani où la pente se maintient autour de 0,000195 pour R variant de 1,042<sup>m</sup> à 2,420<sup>m</sup> et U de 0,74 m/s à 1,23 m/s.

2° La courbe donnée par le Linth-Canal pour une pente passant de 0,00029 pour R=1,567<sup>m</sup> et U=1,041 m/s. à 0,00037 pour R=2,799<sup>m</sup> et U=1,686 m/s.

3° La courbe donnée par la Seine à Paris pour une pente moyenne de 0,00014 avec des valeurs comprises entre 0,000127 pour R = 1.725 m. et U = 0,638 m/s., de 0,000172 pour R = 4,855 m. et U = 1,427 m/s., de 0,000103 pour R = 5,604 m. et U = 1,429 m/s.

Sur les grands cours d'eau toutes les mesures et surtout les mesures de pente, sont très délicates. La dernière (fig. 3) sur la Seine doit être erronée, comme d'ailleurs celle qui se rapporte à la pente I = 0,000172 et R = 4,855 m. Ces deux mesures donnent deux points extrêmes que l'on peut situer approximativement sur la même courbe en faisant dans les deux cas, I = 0,00014.

On peut extrapoler les courbes de la figure 3, en particulier celle du canal du Gange et voir que, pour des rayons moyens de 0,5<sup>m</sup> et 1<sup>m</sup>, le coefficient C qu'elles donnent s'écarte beaucoup de celui qui est calculé par la formule de Bazin. On ne peut, cependant, aller trop loin dans cette voie, car on risque, pour les petits R et à d'aussi faibles pentes, d'obtenir un régime intermédiaire, déjà signalé par M. Camichel, situé entre le régime laminaire et le régime franchement turbulent. Ce changement de régime, modifiant la perte de charge, qui n'est plus sensiblement proportionnelle à une puissance de la vitesse voisine de 2 entraîne l'impossibilité d'appliquer à l'écoulement l'équation du mouvement :

$$R.I = b U^2$$

base de formule

$$U = C \sqrt{R.I}$$

Sous cette réserve, la courbe du canal du Gange donne l'indication que, pour des coefficients C égaux, dans le cas de rayons moyens de 0,5<sup>m</sup>, la formule de Bazin donne pour R=2,5<sup>m</sup> une erreur de 16%. En effet, une courbe parallèle à celle du canal du Gange donne pour C, 48 au lieu de 56. L'erreur serait bien plus grande en partant d'un rayon moyen inférieur à 0<sup>m</sup>5 ou en faisant le calcul pour R=5<sup>m</sup>.

La courbe A de la figure 1, reproduite sur la figure 3, montre que l'application de la relation  $V = K \sqrt{R}$  donne une courbe  $C = f(R)$  qui n'est pas parallèle à celle du canal du Gange, du Linth-Canal et de la Seine à Paris établies pour des rugosités moins grandes. En passant de R = 1 m. à R = 3 m., l'application de la loi de Reech, comparée aux résultats expérimentaux donne une erreur moyenne de 10%.

Nous avons recherché, dans toutes les expériences citées par Bazin, s'il était possible de tracer des courbes  $C = f(R)$  depuis une faible valeur de R jusqu'à R = 5 m. pour des parois de gravier, dans l'espoir d'établir les corrections à la loi de similitude qui paraissent s'imposer, particulièrement dans le cas des parois rugueuses. Mais dans le plus grand nombre d'expériences, les pentes sont trop variables pour permettre de tracer correctement les courbes  $C = f(R)$ . D'autre part, les mesures précises exécutées par M. L. Escande au Laboratoire de l'Institut Electrotechnique et de Mécanique appliquée de Toulouse (1) sur des modèles réduits d'un barrage projeté sur l'Hérault,

permettent de prévoir une correction à la loi de Reech qui, appliquée à la résultante V dans le cas des parois lisses donne sensiblement les mêmes valeurs que la formule de Bazin.

M. L. Escande a calculé les débits du barrage projeté en partant de quatre modèles : au

$$\frac{1}{300}, \quad \frac{1}{150}, \quad \frac{1}{100}, \quad \frac{1}{19,5}$$

Les trois premiers modèles étaient coulés en bronze, puis usinés soigneusement à la fraiseuse, le quatrième était construit en béton armé.

Pour déterminer le débit écoulé par le barrage réel, les charges, mesurées soigneusement, étaient multipliées par le rapport de similitude λ et les débits par λ<sup>1.5</sup>, en considérant, dans chaque cas, le débit par unité de longueur du barrage. Or, les courbes donnant les débits sur le barrage réel, et calculées à l'aide de chacun des modèles par la loi de Reech ne coïncident pas. Le modèle le plus grand (λ = 1/19,5) donne 35,2 m³/s. par mètre de longueur pour une charge de 6<sup>m</sup> et le modèle le plus petit (λ = 1/300) donne 33,2 m³/s. pour la même charge. M. L. Escande a noté que la divergence des courbes était systématique. Nous avons établi que les divers modèles donneraient les mêmes résultats si, pour obtenir les débits on écrivait λ<sup>1.52</sup> au lieu de λ<sup>1.5</sup>. Ces mesures peuvent donc montrer qu'un résultat correct serait obtenu si on appliquait la relation, dans le cas général de la loi de Reech.

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt[1.53]{L}$$

L étant le rapport de similitude.

Ces résultats montrent que la loi de Reech des fluides parfaits n'est pas rigoureusement applicable à des ouvrages courts, dans lesquels la viscosité joue un rôle important.

APPLICATION DE LA RELATION

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt[1.53]{L} \quad \text{ou} \quad V = \sqrt[1.53]{R}$$

La cause exacte des corrections à appliquer est très liée à la viscosité et à la question très complexe de la turbulence à des vitesses et des charges variables.

Dans un canal à parois de ciment lissé de pente I = 0,00026,

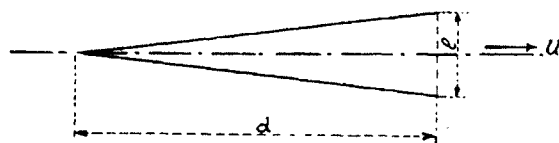


Fig. 4

et de tirant d'eau h, nous avons mesuré la composante verticale V<sub>1</sub> de la vitesse et nous avons obtenu V<sub>1</sub> = 0,045 m/s.

Au point où la fluorescéine apparaît à la surface, l'eau est colorée sur une largeur l telle que l = 2 h environ. Donc, en écrivant

$$\frac{d}{l} = \frac{U}{V_2} \quad (1)$$

(1) Compte rendu de l'Académie des Sciences, t. 186, p. 28 séance du 3 janvier 1928.

(1) La Houille Blanche, mai-juin 1927.

on obtient :

$$\text{Vitesse transversale } V_2 = 2 V_1$$

Cependant,  $V_2$  n'est pas la composante transversale de la vitesse. On ne peut, en effet, considérer, pour calculer la quantité de mouvement d'une particule d'eau de masse  $m$  que son déplacement selon la trajectoire qu'elle parcourt réellement.

Or, les composantes transversales de la vitesse  $V$  de cette particule sont égales à  $V_1$  puisque

$$V_1 = \frac{V_2}{2}$$

La résultante  $V$  est donc la diagonale  $OD$  (figure 5).

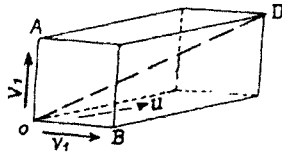


Fig: 5

Par suite, le diagramme permettant de calculer  $U$  connaissant la composante horizontale pour un rayon moyen déterminé et la composante verticale que nous considérons comme constante pour des rayons plus grands est celui de la figure 6.

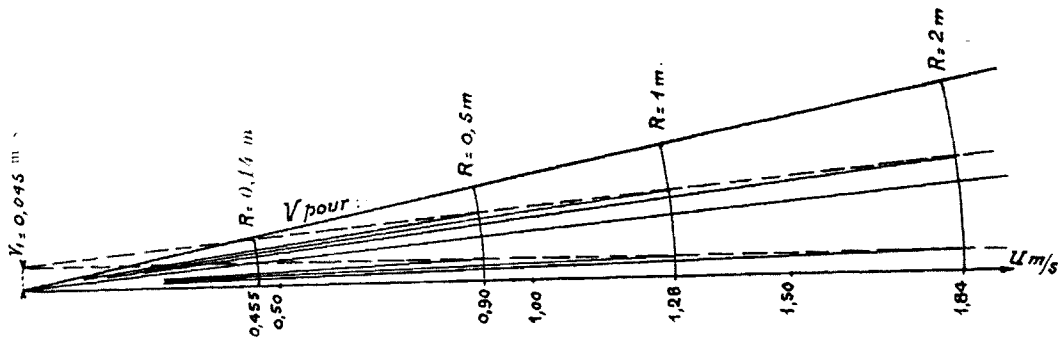


Fig: 6

Il suffit d'appliquer à la résultante de base  $V$  la relation

$$V = K \sqrt[1,93]{R}$$

pour obtenir les valeurs de  $U$ .

La comparaison des valeurs de  $U$  ainsi obtenues avec celles qui sont calculées par la formule de Bazin en prenant  $\gamma = 0,06$  et  $I = 0,00026$  est faite dans la figure 7.

Il convient de ne pas oublier : 1° Que le diagramme ci-dessus s'applique à un canal de largeur indéfinie et que la présence de parois latérales peut modifier les résultats dans le sens de la formule de Bazin ; 2° Que la formule de Bazin donne pour les parois lisses des résultats un peu trop forts pour les grands rayons moyens. En outre, l'indice 1,93 ne peut être considéré comme définitif. Il peut varier avec le rayon moyen et surtout avec l'agitation.

Pour des parois de gravier, une pente  $I = 0,0045$ , une composante horizontale mesurée  $U = 0,37$  m/s., une vitesse verticale  $V_1 = 0,14$  m/s. et un rayon moyen  $R = 0,11$  m. également

mesurés, l'influence des composantes transversales est bien plus grande (figure 8).

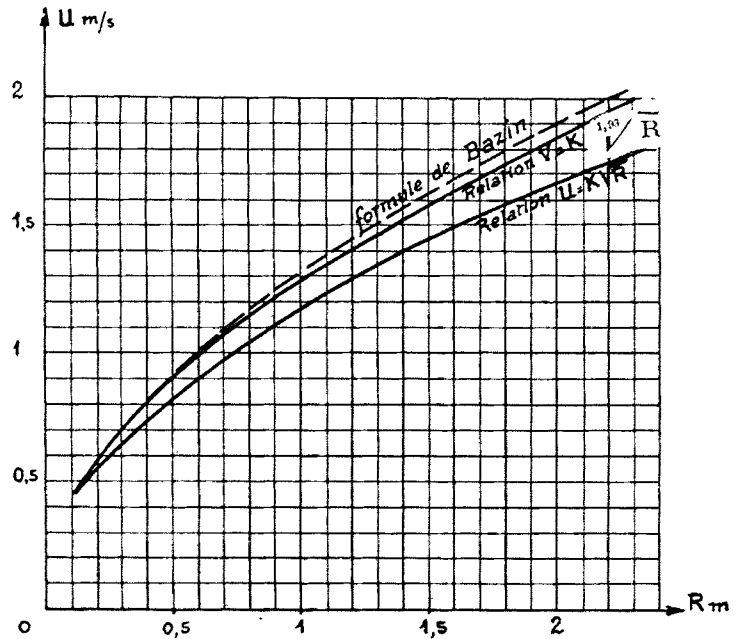


Fig: 7

La relation  $V = K \sqrt[1,17]{R}$  donnerait de bons résultats pour

des rayons moyens plus grands que 1 m. Au-dessous de cette valeur de  $R$ , les variations du frottement intérieur, conséquence

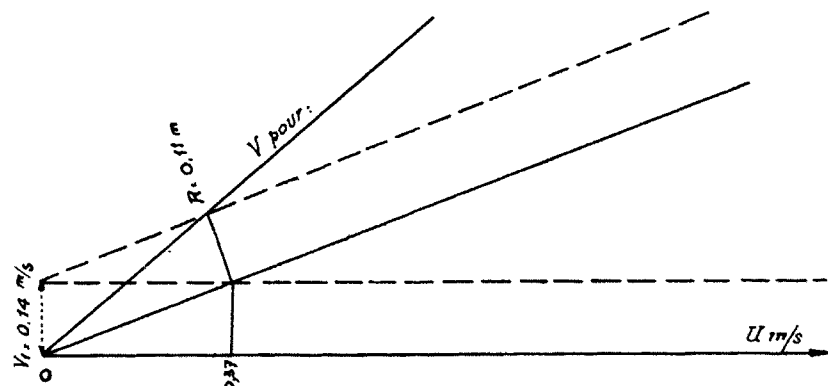


Fig: 8

des variations des mouvements tumultueux, sous des charges décroissantes sont telles qu'une relation simple ne peut rendre compte des résultats expérimentaux.