Sur les régulateurs isochrones

par L. BARBILLION, Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AVANT-PROPOS

Nous nous excusons de revenir sur un sujet qui a été si amplement fouillé par d'éminents prédécesseurs. En les citant, nous pourrions rappeler presque tous les plus grands noms de ceux qui se sont préoccupés de *régulation directe ou indirecte*.

C'est qu'en effet, le sujet est passionnant, théoriquement et pratiquement. Il l'était certainement du moins, dans la période héroïque des recherches relatives aux régulateurs, où l'on étudiait ceux-ci fort bien dans leurs propriétés particulières, et assez mal en conjugaison avec les organes qu'ils sont appelés à desservir.

Quoi de plus séduisant, en effet, que d'obtenir, au moyen de mécanismes, du reste généralement compliqués, un régulateur instituant une vitesse unique, quelles que soient les variations de la charge ?... Tout l'art des solutions, art mathématique s'entend, consistait, grâce à une trajectoire convenable des organes mobiles (des boules ou des masses pesantes, par exemple, pour le régulateur banal), ou par l'emploi de surcharges négatives, à faire en sorte que la vitesse demeurât théoriquement constante, quelle que fût la position de l'index, lié lui-même à la position de la valve, au moins dans le cas de la *régulation directe*. Cet index sera, dans ce qui suit, et pour raison de simplification, considéré comme ne faisant qu'un avec le manchon.

Cet hommage nécessaire rendu à de très grands et très savants devanciers, passons maintenant aux deux cas à étudier : celui de la *régulation directe*, et celui de la *régulation indirecte*.

A) L'ISOCRONISME ET LA RÉGULATION INDIRECTE

Touchant le second, nous n'aurons pas grand'chose à dire. Comme on le sait, la *régulation indirecte* consiste toujours à utiliser un appareil simple, généralement un tachymètre, plus rarement un accéléromètre, moins fréquemment encore un tachy-accéléromètre pour déplacer une tringle qui, par son contact avec un relais, soit supérieur, soit inférieur, met en branle le moteur de vannage (fig. 1 et 2). L'inertie de l'appareil

Fig. 1. — Régulateur indirect. Schéma de fonctionnement

détecteur, ses frottements, ses dimensions, sont réduites ainsi au minimum, et, d'autre part, comme l'on peut rapprocher, autant que l'on veut, les deux relais, ceci revient à dire que la plage des vitesses, qui correspond au déplacement libre du tachymètre, est tellement réduite que la plupart des auteurs

qui s'occupent de la *régulation indirecte*, confondent volontairement ou non, cette plage avec son centre, la vitesse correspondant à la position moyenne de la tringle, et comme, d'autre

Fig. 2. — Régulateur indirect avec commande électrique du moteur de vannage

part, aussitôt l'un des relais attaqué, c'est le moteur de vannage qui entre en action, la question de l'isochronisme, en somme, ne se pose pas (fig. 3). Ce sont les caractéristiques artificielles

Fig. 3. — Parallélogramme de fonctionnement d'un tachymètre pour régulateur direct ou indirect

de la *régulation* instituée par l'asservissement, la compensation et la décompensation, qui interviennent. On peut rapprocher, autant qu'on le veut, du parallélisme aux ordonnées couples, ces caractéristiques (fig. 4). Signalons, pour en finir une bonne

Fig. 4. — Réalisation en pratique de l'isochronisme, après intervention de la compensation

fois avec cette question d'isochronisme envisagée dans ses rapports avec la régulation indirecte, que, si l'isochronisme théorique, en matière de régulation directe, s'entremêle assez fâcheusement, et c'est fatal, avec la notion de sensibilité pour un régulateur direct chargé de manœuvrer la valve (1), on arrive, dans le cas de la régulation indirecte de groupes en parallèle, à assurer à ce régulateur des écarts relatifs de vitesse, dûs à la sensibilité, qui sont inférieurs à un millièrre. On voit donc que la sensibilité, elle aussi, est presque parfaite, et qu'en conséquence, encore une fois, ce sont les deux seules caractéristiques de régulation, pratiquement confondues (d'ouverture et de fermeture), instituées par l'asservissement, la compensation et la décompensation, qui interviennent.

Un dernier mot encore à ce sujet : pendant longtemps, on a conservé comme un dogme la notion de décroissance nécessaire de régime quand les charges croissent, ou, suivant le langage du jour, on a prescrit des *statismes positifs*. C'est un jeu maintenant de réaliser des *statismes négatifs* (fig. 5). Cette disposition est,

Fig. 5. — Statisme positif et statisme négatif d'un régulateur

du reste, en quelque sorte réglementaire avec les usines à courant continu, pour distribution série, dans lesquelles les régulateurs mécaniques, de type tachymétrique, instituent des lois de vitesse croissante, avec les puissances croissantes fournies par l'usine.

Ceci posé, nous restreindrons donc notre étude à l'isochronisme en matière de régulation directe, problème nettement circonscrit, et dans lequel le fonctionnement du régulateur-tachymètre est pur (fig. 6).

Fig. 6. — Régulateur direct
Relations entre l'admission, la vitesse et la position du manchon

(1) Un régulateur, théoriquement isochrone, mais imparfaitement sensible, même sans oscillations propres du régulateur, n'est isochrone qu'au bout d'un certain temps (passage d'une caractéristique extrême à la caractéristique médiane).

B) L'ISOCHRONISME ET LA RÉGULATION DIRECTE

Examinons donc le cas de la régulation directe.

Sur le diagramme classique donné ci-contre, la caractéristique Γ du régulateur (dite « courbe de régulation ») est parallèle aux ordonnées-couple. Elle est encadrée par les deux caractéristiques Γ' Γ'' , de fermeture et d'ouverture (sensibilité du régulateur).

Si la résistance du réseau varie (décharge), à la caractéristique initiale de la dynamo C_{g_0} , est substituée la caractéristique finale C_{g_1} . On suppose que le changement de résistance s'effectue instantanément. Dans ces conditions, la vitesse monte (fig. 7).

Fig. 7. — Mécanisme d'une perturbation dans le fonctionnement d'un groupe électrogène pourvu d'un régulateur de vitesse

Le point figuratif $z(\omega)$, avec $z = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ se déplace de M_0 à M'_0 , où il quitte la première caractéristique mécanique.

Bien que le régulateur soit isochrone, c'est-à-dire ait une tendance permanente à ramener la vitesse à la même valeur de régime, il n'y parvient qu'une fois la perturbation éteinte. Si ce régulateur était infiniment rapide et puissant, et sans mouvement oscillatoire propre, la courbe de perturbation Δ se confondrait avec la caractéristique Γ' , mais, pratiquement, il n'en est pas ainsi. Le point figuratif s'écarte de la première caractéristique finale de dynamo C_{g_1} , la vitesse passe par son maximum, la tangente étant parallèle aux ordonnées-couples, égalité provisoire des couples, mais l'admission n'a pas encore la valeur qu'elle doit avoir en régime. Le mouvement continue théoriquement, jusqu'à l'intersection ν_0 de la courbe de perturbation.

Il y a donc avec la caractéristique mécanique conversable intersection avec la courbe de régulation. Objectif : le point M_1 de la caractéristique. En ν , s'il était parfait, le régulateur devrait être mis au repos, puisque, si la vitesse de régime n'est pas atteinte, l'admission e est cependant égale à sa valeur définitive. L'ajustement définitif de la vitesse s'effectue sous l'influence des différences diminuant, de couples moteur et résistant. Théoriquement, ainsi, l'arrêt du régulateur devrait avoir lieu en M . Le point d'équilibre définitif, qui est M_1 (sur Γ') et non M'_1 (sur Γ'') appartient en effet à la caractéristique mécanique passant par M_1 .

Mais cet arrêt précis du régulateur sur la caractéristique qui correspond à la perfection théorique de l'appareil indirect, est, en réalité, impossible avec le régulateur direct. Le mouvement du point figuratif continue donc jusqu'à l'intersection de Δ avec la caractéristique Γ'' (ou Γ). Le point M_1 est donc dépassé. Le régulateur se trouve dans une position d'équilibre statique, mais l'écart des couples provoque une nouvelle mise en route du régulateur. Un arc complémentaire doit être institué en vue d'atteindre le point M_1 .

En particulier, sur les figures 7 et 8, la distance entre F et $z(\omega)$ peut être considérée comme mesurant l'écart entre la vitesse instantanée maximum ($\omega_{\max}$) et la vitesse de régime, ω_0 , qui correspondrait à une même position du manchon, le régulateur une fois calmé.

Si l'on veut bien, au moins en première approximation, admettre que les couples moteurs et les admissions sont à peu

Fig 8. — Mécanisme d'une perturbation dans le fonctionnement d'un groupe électrogène pourvu d'un régulateur de vitesse

près proportionnels, et, d'autre part, que les valeurs des admissions et les elongations du manchon le sont aussi, au moins en tant que variation (fig. 6), ceci revient à substituer, dans les figures 7 et 8, des droites $C_m(\omega)$ parallèles aux abscisses $C_m(\omega)$ aux caractéristiques mécaniques effectives (fig. 9).

Fig. 9. — Mécanisme d'une perturbation dans le fonctionnement d'un groupe électrogène pourvu d'un régulateur de vitesse.

C) LE RÉGULATEUR DIRECT ISOCHRONE EN PRATIQUE

En quoi diffère le régulateur pratique, nous entendons le régulateur isochrone, du régulateur théorique envisagé ci-dessus ?... Par ce fait d'abord qu'il est le siège de frottements, ce qui est, du reste, bien mis en évidence, par l'existence des caractéristiques Γ' et Γ'' , et ensuite, ce qui en est partiellement au moins une conséquence, parce qu'il possède une force vive propre. On sait que le calcul élémentaire des régulateurs exprime la condition que cette force vive, correspondant à une vitesse donnée par le quotient de la course C par le temps θ , est absorbée par les frottements Φ mêmes du régulateur, sur

une fraction λ de cette course. On suppose généralement que cette fraction est égale à un quart, d'où l'équation :

$$\left[\frac{1}{2} \frac{Q}{g} \left(\frac{C}{\theta} \right)^2 = \lambda C \Phi \right] \quad (1)$$

Q poids de la surcharge du régulateur.

Si l'on connaît Φ (avec adjonction ou non d'un frein à huile ou d'un dash-pot), on a donc θ par (1).

Une deuxième équation résulte de cette condition que, quel que soit le type de régulateur employé, durant le temps où l'admission a varié du maximum au minimum (fermeture complète si l'on veut), la force vive du groupe a passé d'une valeur à une autre, la première étant liée à la vitesse de départ V_0 (ou ω_0), (vitesse de régime), la deuxième à la survitesse $V_{\max}$ (ou $\omega_{\max}$). On a donc l'équation (2) qui donne encore le temps d'action du régulateur, si l'on se fixe la survitesse ou encore l'inertie du groupe, ou mieux la survitesse, si l'on a fixé θ par (1) :

$$\left[P_{\max} \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} M V_{\max}^2 - \frac{1}{2} M V_0^2 = \frac{1}{2} K (\omega_{\max}^2 - \omega_0^2) \right] \quad (2)$$

La puissance moyenne sous laquelle fonctionne le groupe dans cette période est encore

$$\frac{P_{\max}}{2}$$

Les équations (1) et (2) rapprochées, peuvent également donner l'inertie K du groupe (ou la survitesse, $\omega_{\max}$), et le temps d'action θ , si les autres quantités sont considérées comme connues.

D) OSCILLATIONS DU RÉGULATEUR ISOCHRONE. TEMPS D'ACTION

Dans la théorie élémentaire du régulateur isochrone, on fait souvent observer qu'au cours d'un réglage, le manchon, entraîné par sa force vive, dépasse la position d'équilibre correspondant à la nouvelle admission nécessaire, puis, après un temps d'arrêt, est « repris » par la variation de vitesse en sens contraire, qui se produit alors, d'où des oscillations de vitesse et de valve, que certains théoriciens démontrent être incoercibles, donc permanentes, et que d'autres estiment pouvoir s'amender. Nous croyons, personnellement, qu'elles peuvent et doivent s'amender, en vertu du raisonnement suivant :

Supposons qu'une décharge brusque ou totale ait eu lieu. Le manchon a acquis toute sa capacité de force vive. Il dépasse sa position d'équilibre d'un quart de la course (voir formule 1), mais, quand il est « repris » par la variation de la vitesse (en sens contraire), il acquiert une force vive beaucoup plus faible, puisque c'est sous une différence de couple très inférieure qu'il est manœuvré, par exemple un quart du couple d'accélération angulaire initial, et ainsi de suite. Les oscillations sont donc convergentes.

On ne se méprendra pas sur la signification du temps d'action θ . C'est, pour fixer les idées, celui qui correspondrait au déplacement linéaire en fonction du temps du manchon du régulateur, abstraction faite des ondulations qui proviennent de sa période propre, mais du régulateur associé à une machine donnée et à un système de réglage d'admission ou de distribution donnée. En ce qui concerne θ , c'est, dès lors, une notion simple et accessible à l'expérience, qui peut se déduire même de données de cons-

truction, comme nous le montrerons plus loin, puisque, nous le répétons, l'équation (2) la relie à la survitesse tolérée, quand on connaît l'inertie du groupe.

Dans le cas de la régulation directe, le temps d'action du régulateur est lié à la forme des caractéristiques de machine $C_m(\omega)$, avec le paramètre e donné, à la loi $h(e)$ cinématique et à la relation $q(e)$, avec q , débit du fluide moteur, e admission. De ces éléments, on déduit la relation $C_m(\omega)$, qui caractérise la loi Δ de la perturbation.

Subsidiairement, ajoutons qu'il ne faut pas que le caractère impressionnant d'isochronisme du régulateur aille jusqu'à provoquer une sorte de superstition à l'égard de ces propriétés. L'isochronisme est un état limite auquel on peut parvenir par l'accroissement du degré d'isochronisme du régulateur, mais il ne constitue pas un saut dans l'inconnu. On est bien forcé, même pour un régulateur isochrone associé à un groupe, de se fournir des données de construction ou de fonctionnement. La plus simple est celle du temps d'action θ , qui se retrouve dans toutes les études de régulateurs, de type du reste quelconque.

E) DIFFICULTÉS DE LA SOLUTION ANALYTIQUE PARFAITE DU PROBLÈME DU RÉGULATEUR ISOCHRONE

En quoi, cependant, le problème du régulateur isochrone est-il donc si difficile à traiter, au moins quand on fait usage des méthodes d'analyse simples que nous avons utilisées jusqu'à présent dans nos études ?... Pour la raison suivante : c'est que, dans ces méthodes d'analyse appliquées à la régulation directe, nous partions, en somme, du mouvement idéal du régulateur, c'est-à-dire du déplacement de son manchon, en supposant ce régulateur infiniment rapide, infiniment sensible, et que nous superposions à ce mouvement idéal le mouvement propre, oscillatoire, du régulateur, par rapport à sa position idéale. Il y avait ainsi ondulation, par ce phénomène secondaire, de la loi apériodique en fonction du temps, du mouvement idéal (variation de vitesse, déplacement du manchon, valeur de l'admission), en supposant provisoirement inexistant le défaut de sensibilité du régulateur et le retard de distribution du moteur. En d'autres termes, nous utilisons comme base de départ de l'analyse, une loi théorique reliant les positions du manchon à celles de la valve, à savoir la caractéristique du régulateur anisochrone (ce qui est encore possible avec le régulateur isochrone), mais aussi à la vitesse, ce qui n'est plus vrai dans ce cas. Toutefois, on peut, comme nous le verrons plus loin, utiliser encore la caractéristique de fonctionnement du régulateur isochrone. Toutefois, la vitesse y intervient non plus comme variable, mais comme paramètre. Nous nous expliquerons plus longuement sur ce point tout à l'heure.

Une méthode simple d'exposition consiste à se désintéresser, dans la première partie de la perturbation (hausse de la vitesse), du caractère isochrone impératif du régulateur, à ne considérer que son temps d'action θ , calculer la survitesse ainsi atteinte par rapport à celle qui résulterait de l'emploi du même régulateur dépourvu de son mécanisme d'isochronisme, et à n'introduire l'isochronisme que dans la deuxième partie de cette perturbation. En d'autres termes, d'imposer alors seulement le retour à la vitesse initiale, ce qui caractérise bien la propriété isochronique, une fois le mal fait, c'est-à-dire la survitesse acquise.

Nous donnerons sans doute un jour, mais, pour l'instant, nous y renonçons, faute de place, deux exemples de calculs, plus serrés que celui utilisé plus loin et qui s'inspirent de ces considérations : le premier suppose que le couple moteur est

fonction linéaire du temps (c'est une hypothèse d'approximation lâche, mais commode en tant que calcul); le deuxième suppose que le couple moteur est fonction de la variation de vitesse, ce qui se rapproche davantage de la réalité, mais entraîne quelques complications supplémentaires.

Du reste, nous n'attachons pas, dans de tels sujets, une importance exceptionnelle à des analyses très fouillées, qui peuvent être poursuivies par quiconque, une fois instituée la méthode, qui nous préoccupe surtout.

Mais ces méthodes de calcul ne sont surtout intéressantes que lorsqu'on envisage une décharge complète et brusque. Dans la première partie de celle-ci, en effet, le régulateur est « contraint » jusqu'à la réalisation de $Z_{\max}$. L'admission étant alors fermée complètement, il tend à reprendre sa liberté sous l'effet de ce qu'on peut appeler son « élasticité » (action du mécanisme isochronique). Le retour à la vitesse de régime se fait sous le contrôle de cet organisme. Cette vitesse d'isochronisme est atteinte, puis dépassée inférieurement, car, l'admission étant nulle, si l'on veut continuer à laisser tourner le groupe, il faut qu'un léger quantum d'admission soit rétabli pour assurer la marche du groupe à vide, à la vitesse ω_0 . Au contraire, dans la décharge partielle, les deux phases de la perturbation, de ω_0 à $Z_{\max}$ et de $Z_{\max}$ à ω_0 , se correspondent beaucoup mieux. Dans un cas « contrainte » du régulateur; dans l'autre, influence correspondante du régulateur pour le redressement de la situation, mais, dans les deux phases, le réglage de l'admission continue à s'exécuter, d'abord jusqu'à l'équilibre des couples, puis, de cet équilibre, jusqu'à l'arrêt de la valve sur une caractéristique mécanique convenable.

On voit donc que, dans le cas de la décharge totale, la méthode simplificatrice (calcul par θ ou $Z_{\max}$) proposée, plus haut, est particulièrement intéressante. Elle ne le devient moins que dans le cas de la décharge partielle, et n'est même possible qu'à la condition de conserver, pour la deuxième phase du mouvement de la valve (réouverture), les mêmes hypothèses simplistes que pour la première phase, ce qui ne nous donne, du reste, qu'une image lointaine de la vérité.

On notera enfin que, tout ceci s'appliquant aux moteurs à vapeur, les caractéristiques mécaniques de ceux-ci ont des formules très simples, moins cependant que celle-ci, purement théorique :

$$C_m = C_{\max} \frac{e}{E}$$

Ces formules pratiques sont données ci-après. La constante a qui intervient dans les pertes mécaniques, celles-ci croissant avec la vitesse, s'exprime très simplement en fonction de la vitesse d'emballlement ω_e (celle pour laquelle le couple utile est nul, et qui correspond généralement à trois fois la vitesse de régime ou d'utilisation normale du moteur).

$$\begin{cases} C_m = C_{\max} \frac{e}{E} (1 - a \omega^2) \\ C_m = C_{\max} \frac{e}{E} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \end{cases}$$

avec

$$1 = a \omega_0^2$$

On peut ainsi, et nous ne faisons que l'indiquer, procéder par approximations successives.

D'autre part, dans les figures illustrant cette étude, nous avons fait usage, uniformément, des caractéristiques mécaniques, mais, par contre, nous avons, de loin en loin, (fig. 7 et 8, par exemple), représenté les couples résistants comme indépen-

dants des vitesses et suivant des droites parallèles aux abscisses (fig. 9, par exemple).

Il n'y a pas à considérer, en effet, en matière de réglage, que le cas des génératrices, maintenues à flux constant. Il est d'autres cas où les couples résistants varient par sauts brusques et indépendamment des vitesses, en métallurgie, par exemple (laminoirs).

Ce qui domine donc la question, c'est l'écart de vitesse relative $Z_{\max}$, toléré par le régulateur isochrone, ou son temps d'action théorique θ , linéaire ou apériodique, si l'on veut. Ces deux quantités sont liées. Nous partirons du temps d'action θ , et verrons comment le $Z_{\max}$ se modifie par rapport à la valeur instituée par le régulateur, supposé dépourvu de son mécanisme d'isochronisme.

F) FONCTIONNEMENT DU RÉGULATEUR ISOCHRONE PENDANT LES PERTURBATIONS

Comment concevoir, d'une manière simple, le fonctionnement de ce régulateur isochrone pendant la perturbation (décharge complète ou totale) ?... Nous diviserons donc celle-ci en deux

Fig. 10. — Régulateur direct. — Variation de vitesse. Cas d'un régulateur parfait.

périodes : celle comprise depuis la mise en route du régulateur jusqu'à la survitesse, et celle comprise depuis la survitesse jusqu'à la reprise de la vitesse de régime (fig. 10 et 11).

Sur la figure (12), nous avons représenté très simplement l'influence de l'insensibilité relative du régulateur et du retard à la distribution. Il en résulte que les trois courbes I, II, III représentant respectivement la hausse de vitesse relative, l'élongation du manchon h (mesurée par rapport à un plan horizontal inférieur et la diminution de l'admission ($-\Delta e$) sont des courbes parallèles. Le régulateur est supposé dépourvu de mouvements oscillatoires. Cependant, la courbe I commence par une branche rectiligne correspondant à l'abscisse $T_s + T_d$, c'est-à-dire la somme des temps nécessaires pour impressionner le régulateur (sensibilité) T_s , et pour vaincre le retard à la distribution (inertie de la valve) T_d . La courbe II a, de même, un arc rectiligne correspondant à T_d . Seule, la courbe III s'amorce à partir des abscisses.

Que devient, dans la première phase, la caractéristique d'isochronisme du régulateur ? Quel que soit le mécanisme auquel on fasse appel pour réaliser cet isochronisme, c'est en somme à une surcharge négative (enroulement d'un fil sur un arc de spirale, régulateur DE BANGE, ou à une action sur un ressort

de sens contraire à l'effet pesanteur quand le régulateur monte que l'on fait appel. Durant cette première partie de la perturbation, le régulateur isochrone est contraint, et c'est justement l'écart de vitesse $\omega - \omega_0$, de valeur maximum $\omega_0 z_{\max}$, qui mesure cette contrainte (fig. 7 et 8). Parfois, dans certains appareils, un

Fig. 11. — Régulateur direct. — Variation de vitesse. — Cas d'un régulateur partiellement insensible, mais sans retard à la distribution.

action est exercée par la variation de vitesse même sur l'élément réglable du régulateur isochrone. On sait que, dans le régulateur KNOWLES, un deuxième tachymètre corrige les effets du premier. On pourrait admettre que, dans le régulateur DE BANGE, un deuxième tachymètre exerçât une déviation du fil enroulé sur la spirale, de manière à introduire un nouveau paramètre qui modifie la formule d'équilibre du régulateur.

De même, dans un régulateur à ressort, à surcharge négative, une action pourrait être exercée sur la tête de celui-ci, de manière

Fig. 12. — Régulateur direct. — Variation de vitesse. — Cas d'un régulateur partiellement insensible, et avec retard à la distribution.

à en modifier transitoirement la tension initiale, toujours en vue de transformer la caractéristique d'isochronisme du régulateur (paramètre $\omega = C^{\text{te}}$).

Supposons que le manchon soit à une hauteur h . Ainsi, à la vitesse ω_0 (état libre), sa loi de fonctionnement sera :

$$h = \frac{P - x}{P} \cdot \frac{g}{\omega_0^2}$$

A la vitesse ω , cette loi sera la suivante :

$$h = \frac{P - X}{P} \cdot \frac{g}{\omega^2}$$

La position du manchon doit rester la même dans les deux cas, car cette position est liée à l'admission qui est unique, ou, approximativement, au couple moteur, qui, en tous cas, est fixe quand l'admission l'est ; cette condition suffisant au moins en première approximation, et quand la vitesse l'est aussi.

Alors, $(X - x)$ qui, nous le montrerons tout à l'heure, équivaut, à un facteur près, à $(\omega - \omega_0)$, mesure la contrainte du régulateur (fig. 13).

FIG. 13. — Régulateur direct à ressort

En somme, deux caractéristiques doivent être considérées : celle du régime établi ou à établir, qui serait la caractéristique de perturbation, lorsque cette perturbation s'effectue avec une lenteur suffisante, ou que le régulateur est à fonctionnement très rapide, et la caractéristique provisoire du régulateur, créée par action sur l'organe de réglage (statisme provisoire) ou par simple « contrainte », et où intervient une valeur spéciale du paramètre, valeur liée à la perturbation elle-même, et qui disparaît avec elle (retour à la caractéristique ω_0).

Envisageons maintenant la deuxième phase de la perturbation. Le maximum de vitesse étant obtenu (survitesse), le régulateur isochrone reprend, plus ou moins lentement, ses propriétés. La courbe par laquelle le point figuratif rejoint le point du nouveau régime sur la caractéristique Γ , est liée à cette aptitude du régulateur à reconstituer sa propriété isochronique (fig. 7 et 8). Si l'on suppose, pour simplifier, le régulateur infiniment sensible et rapide, la coupure ne peut avoir lieu que sur la courbe Γ . Cependant, comme nous l'avons dit, on pourrait espérer que, par l'effet d'un hasard heureux, la courbe de perturbation puisse, par son intersection avec une caractéristique mécanique convenable, rejoindre, la valve étant bloquée, le point du nouveau régime M_1 . Ce serait la règle dans le cas de la régulation indirecte, celle-ci étant, dès lors, parfaite. Ce ne serait que l'effet d'un hasard, nous le répétons, dans le cas de la régulation directe, et encore ne pourrait-il se produire que si le retour, de la caractéristique Γ' sur Γ , par suite de la reprise de ses propriétés par le régulateur redevenu isochroné, était suffisamment lent pour que le régulateur s'arrêtât (ainsi que la valve), en un point tel que m .

Le balayage de cette portion du plan par Γ' , revenant vers Γ , est comparable à celui qui se constate dans la régulation

indirecte lorsqu'intervient la compensation, généralement assez longue, et dont l'effet est de déplacer, dans le plan, des vitesses maximum vers les vitesses de régime, la caractéristique de régulation asservie Δ (fig. 4, 14, 15, 16 et 17).

Fig. 14. — Degré de sensibilité et degré d'isochronisme d'un régulateur direct.

A noter cependant cette différence que cette dernière caractéristique Δ est toujours plus ou moins inclinée par rapport à l'axe des couples, ce qui n'est pas, dans le cas du régulateur isochrone direct.

La décharge totale brusque est particulièrement intéressante (cas des couples variant par sauts brusques et indépendants des vitesses).

G) PRINCIPES DIRECTEURS DE L'ÉTUDE ANALYTIQUE SIMPLIFIÉE ENTREPRISE

Ainsi que nous l'avons indiqué, on pourrait, au moins en première approximation, et pour une décharge complète :

1° Se donner le $Z_{\max}$ atteint par le groupe avec la tolérance du régulateur, ou encore le temps d'action θ de ce même régulateur. Nous choisirons la deuxième condition ;

2° S'imposer, pour la loi des couples-moteurs, une variation de ceux-ci, soit proportionnelle aux admissions, soit proportionnelle au temps, soit proportionnelle à l'écart de vitesse. (Z)

La première loi n'est qu'une loi approchée ; nous la considérerons seule. On peut en dire autant de la seconde, puisqu'on ne connaît pas, a priori, la loi de variation de e en fonction du temps, mais elle correspond, néanmoins, à une probabilité plus voisine, pour la raison suivante : c'est que Z est en liaison certaine avec l'état du régulateur et avec l'état cinétique du groupe.

Le $Z_{\max}$ atteint, on peut essayer, pour la deuxième phase du mouvement, d'une loi plus approchée en tant que caractérisant le fonctionnement du régulateur.

Cependant, rappelons le encore, car la matière est délicate, les considérations qui précèdent ne valent réellement que dans le cas de la décharge totale et complète (de la pleine admission à une admission nulle ou presque, celle qui correspond à la marche à vide du groupe). La deuxième phase du mouvement (retour à la vitesse de régime), s'effectue spontanément, le régulateur ayant tout le temps de jouer son rôle et de rétablir l'isochronisme en fin de perturbation. En particulier, en M_1 sur Γ

(fig. 7), le régulateur est « libre ». La vitesse baissant (fermeture complète), l'admission s'ouvre légèrement pour assurer la marche à vide. Retour au point M_1 par la caractéristique mécanique passant par ce point.

Ceci rappelé, nous traiterons directement le problème de la manière suivante, et par analogie avec la méthode que nous avons souvent employée lorsque nous avons envisagé des régulateurs directs non isochrones.

Tout régulateur isochrone comporte un mécanisme plus ou moins compliqué, dont un organe de réglage se déformant en liaison avec les variations de la hauteur du manchon.

Dans le régulateur DE BANGE, nous l'avons dit, c'est un bras de levier variable, provenant de l'enroulement d'un fil sur un arc de spirale, variable avec la position du manchon.

Dans d'autres régulateurs, ce sont à des actions de ressorts que l'on fait appel. Traiter le problème dans toute sa généralité, avec l'introduction, dans la formule classique

$$h = \frac{P - x}{P} \frac{g}{\omega^2}$$

d'une fonction $x = f(h)$

serait illusoire. Bornons-nous à l'étude du cas où la surcharge négative destinée à réaliser l'isochronisme, est constituée par la compression d'un ressort agissant en sens contraire de la pesanteur. Plus le tachymètre montera, plus le ressort sera comprimé, plus la surcharge négative proportionnelle à $(\tau - h)$ sera grande, τ longueur de tension nulle, longueur l_0 du ressort (fig. 15).

Fig. 15. — Contrainte d'un régulateur direct, au cours du fonctionnement

Les formules ci-après, dans lesquelles h_0 et h désignent respectivement les hauteurs du manchon pour la marche à pleine charge, et pour une marche quelconque, où a représente une constante facile à déterminer, constituent l'équation de la caractéristique propre du régulateur isochrone :

$$\frac{h_0}{P - \alpha(\tau - h_0)} = \frac{h}{P - \alpha(\tau - h)} = a = \frac{g}{\omega^2} = \frac{1}{m \omega_0^2}$$

α constante du ressort,

a constante de fonctionnement déterminé ci-après.

On notera enfin, ω représentant une vitesse angulaire instantanée, au cours de la perturbation que nous pouvons remplacer, utilisant la remarque déjà ancienne et toujours valable de Dwelshauvers-Dery, l'inverse du carré de la

vitesse angulaire du groupe, par l'expression linéaire décroissante ci-après :

$$\frac{1}{m \omega^2} = a - b \Delta \omega = a - b \omega_0 z$$

Fig. 16. — Fonctionnement d'un régulateur direct au cours d'une perturbation

avec

$$\frac{1}{m \omega_0^2} = a$$

$\Delta \omega$, variation de vitesse à partir de ω_0 , vitesse de pleine charge.

Fig. 17. — Divers types de courbes de régulation.

En effet

$$\left[\frac{1}{m \omega^2} - \frac{1}{m \omega_0^2} \right] = \frac{1}{m \omega_0^2} z$$

sensiblement

Donc

$$b \omega_0 = 2 a$$

Sous les hypothèses qui précèdent, l'analyse se développe sans aucune difficulté, et elle aboutit à la progression ci-après :

CONSTANTE DU RESSORT D'ISOCRONISME DU RÉGULATEUR.

Elle est donnée par la quantité $(\tau' - \tau)$ déduite de

$$\frac{h}{P - \alpha(\tau - h)} = \frac{h_0}{P - \alpha(\tau - h_0)} = \frac{1}{m \omega_0^2} = a \quad (1)$$

$$\frac{h}{P - \alpha(\tau' - h)} = a - b \Delta \omega = \frac{1}{m \omega_0^2} (1 - 2 z) \quad (2)$$

ou encore

$$\Delta e \left(1 + \frac{2z}{1-2z} \frac{C}{Z_{\max}} \frac{1}{h_0} \right) = \frac{\Delta C}{Z_{\max}} \left[z - T_0 \lg \beta + \frac{2z}{1-2z} \right] \quad (14)$$

$$\Delta e = \frac{\Delta C}{Z_{\max}} \frac{Z + \frac{2z}{1-2z} - T_0 \lg \beta}{1 + \frac{2z}{1-2z} \frac{C}{Z_{\max}} \frac{1}{h_0}} \quad (14')$$

Nous pourrions évidemment conserver dans cette équation le terme $T_0 \lg \beta$; aucune difficulté. Pour alléger cependant, le calcul, faisons en abstraction, ce qui revient à supposer *infinie* la sensibilité propre du régulateur et nul le retard à la distribution. Nous aurons successivement, annulant $T_0 \lg \beta$

$$\Delta e = \frac{\Delta C z}{Z_{\max}} \left[\frac{(1-2z) h_0 + 2z h_0}{(1-2z) Z_{\max} h_0 + 2z C} \right] \quad (14'')$$

$$\Delta e = \frac{\Delta C z}{Z_{\max}} \frac{h_0 Z_{\max}}{(1-2z) Z_{\max} h_0 + 2z C} \quad (14''')$$

$$\text{Soit } \frac{h_0}{C} = \lambda \quad (15a)$$

$$\frac{h_0}{Z_{\max}} = \mu \quad (15b)$$

$$\text{donc } \frac{C}{Z_{\max}} = \lambda \mu \quad (15c)$$

Alors

$$\Delta e = A \mu \lambda z \frac{Z_{\max}}{(1-2z) Z_{\max} + 2z \lambda} \quad (14''')$$

Formons $\frac{\Delta e}{E}$; il vient, puisque

$$E = B Z_{\max} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta e}{E} = \frac{A \mu \lambda z}{B Z_{\max}} \frac{Z_{\max}}{(1-2z) Z_{\max} + 2z \lambda} \quad (15)$$

mais

$$A = \frac{\Delta e}{\Delta h} = \frac{E}{C} \quad (8')$$

$$\frac{A}{B} = \frac{E}{C} \frac{Z_{\max}}{E} = \frac{Z_{\max}}{C} \quad (8'')$$

Nous aurons donc

$$\frac{\Delta e}{E} = \frac{\mu \lambda z}{Z} \frac{Z_{\max}}{C} \frac{1}{(1-2z) Z_{\max} + 2z \lambda} \quad (15')$$

c'est-à-dire puisque

$$\frac{A}{B} = \frac{Z_{\max}}{C}$$

$$\frac{\Delta e}{E} = z \frac{C}{Z_{\max}} \frac{Z_{\max}}{C} \frac{1}{(1-2z) Z_{\max} + 2z \lambda} \quad (15'')$$

$$\frac{\Delta e}{E} = \frac{z}{(1-2z) Z_{\max} + 2z \lambda} \quad (15''')$$

Utilisons maintenant l'équation de l'équilibre dynamique, transformation facile de l'équation relative à l'équilibre des

couples, suivant la progression classique ci-après, que nous rap-
pelons rapidement pour simplifier :

$$C_m - C_r = K \frac{d\omega}{dt}$$

$$C_{\max} \frac{e_0 - \Delta e}{E} - C_{r_0} + F = K \omega_0 \frac{dz}{dt}$$

$$\Gamma = C_{r_0} - C_r$$

ici positif puisqu'il y a décharge du groupe, et comme

$$C_{\max} \frac{e_0}{E} = C_{r_0}$$

en posant enfin

$$\Gamma = C_{\max} \varepsilon, \quad \varepsilon < 1$$

$$C_{\max} \left(\varepsilon - \frac{\Delta e}{E} \right) = K \omega_0 \frac{dz}{dt}$$

soit en posant encore

$$\mathfrak{C} = \frac{K \omega_0^2}{2} \frac{1}{C_{\max} \omega_0}$$

$$\frac{2 \mathfrak{C} dz}{dt} = \varepsilon - \frac{\Delta e}{E}$$

Ainsi, l'équation de l'équilibre dynamique s'écrit :

$$\frac{2 \mathfrak{C} dz}{dt} = \varepsilon - \frac{\Delta e}{E} \quad (16)$$

décharge partielle

$$\varepsilon \neq 1$$

décharge totale

$$\varepsilon = 1$$

Il vient donc :

$$\frac{2 \mathfrak{C} dz}{dt} = \varepsilon - z \frac{1}{(1-2z) Z_{\max} + 2 \lambda z} \quad (16')$$

avec, rappelons-le :

$$C = \lambda h_0 \quad (15)$$

Cette équation s'intègre facilement : elle nous donne la loi de la perturbation (premier temps dans le cas d'un régulateur isochrone). Dans le cas du même régulateur dépourvu de son mécanisme d'isochronisme, l'équation de la perturbation serait évidemment

$$\frac{2 \mathfrak{C} dz}{dt} = \varepsilon - \frac{z}{Z_{\max}} \quad (17)$$

L'équation (16) peut s'écrire encore :

$$\frac{2 \mathfrak{C} dz}{dt} = \frac{\varepsilon (1-2z) Z_{\max} + 2 \lambda z \varepsilon - z}{(1-2z) Z_{\max} + 2 \lambda z}$$

Soit enfin, intégrée, au moyen de transformations faciles :

$$\begin{aligned} & z \left[\frac{2 (\lambda - Z_{\max}) \varepsilon}{(2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1)} \right] \\ & - \frac{\varepsilon Z_{\max}}{(2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1)^2} \text{Log } z (2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1) + \\ & + \varepsilon Z_{\max} = \frac{Z - a}{2 \mathfrak{C}} \end{aligned}$$

a constante d'intégration.

Posons

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2 (\lambda - Z_{\max})}{(2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1)} &= M = \frac{n}{m} \\ \frac{\varepsilon Z_{\max}}{(2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1)^2} &= N = \frac{q}{m^2} \\ (2 \lambda \varepsilon - 2 \varepsilon Z_{\max} - 1) &= m \\ z M - N \text{Log } (mz + q) &= \frac{2 \mathfrak{C}}{dt} \\ z \frac{u}{m} - \frac{q}{m^2} \text{Log } (mz + q) &= \frac{u - a}{2 \mathfrak{C}} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

d'où pour z une expression simple, n'offrant aucune difficulté de construction :

$$z \frac{n}{m} - \frac{q}{m^2} \text{Log}(mz + q) = \frac{t - a}{2\mathfrak{C}} \quad (19)$$

avec a , constante d'intégration, et n, m, q , expressions définies comme ci-dessus. Nous ne construirons pas cette courbe qui, étant données les hypothèses très lâches, faites au début, n'offre pas un intérêt capital. Nous utiliserons cependant cette relation pour comparer les propriétés de la régulation isochrone avec celles de la régulation anisochrone (le même appareil supposé dépourvu de son mécanisme d'isochronisme).

Faisons d'abord une application destinée à nous donner une idée de l'ordre de grandeur des éléments qui interviennent dans le problème :

Hypothèse :

Soit $\lambda = Z_{\max} = 0,25$, ce qui correspond à un ensemble de conditions très acceptables. Rappelons que

$$\frac{h_0}{C} = \lambda \quad (19 a)$$

Alors l'équation (19) devient aisément :

$$z = \varepsilon Z_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{2\mathfrak{C}} \frac{1}{\varepsilon Z_{\max}}} \right) \quad (20)$$

Soit $\varepsilon = 1$ (décharge complète).

Alors

$$z = Z_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{2\mathfrak{C}} \frac{1}{Z_{\max}}} \right) \quad (20')$$

Application :

Soit $\mathfrak{C} = 10$, $2\mathfrak{C} = 20$ (valeur de $\mathfrak{C}$ fréquemment rencontrée avec des groupes électrogènes à régulateurs directs).

Alors $2\mathfrak{C} Z_{\max} = 0,25 \times 20 = 5$

et

$$z = Z_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{5}} \right) \quad (20'')$$

Si le régulateur avait été anisochrone, avec un $Z_{\max}$ identique, nous aurions eu la même loi pour une valeur donnée de λ (constante de construction) ; la propriété isochronique, après s'être affaiblie environ de cette quantité, tend à disparaître.

D'une manière générale, l'équation utilisée ci-dessus donne, en utilisant les constantes M, N et m .

$$\frac{z}{\varepsilon} M - N \text{Log}(mz + \varepsilon Z_{\max}) = \left(\frac{t - a}{2\mathfrak{C}} \right) \quad (19'')$$

Soit, en revenant à la forme différentielle :

$$2\mathfrak{C} \frac{dz}{dt} = \varepsilon - z \frac{1}{(1 - 2z) Z_{\max} + 2\lambda z} \quad (16')$$

ou encore

$$2\mathfrak{C} \frac{dz}{dt} = \frac{\varepsilon (1 - 2z) Z_{\max} + 2\lambda z^2 - z}{(1 - 2z) Z_{\max} + 2\lambda z} \quad (16'')$$

Pour que $\frac{dz}{dt} = 0$ (maximum de z), il faut que :

$$\varepsilon (1 - 2z) Z_{\max} + 2\lambda z \varepsilon z = 0$$

ou que :

$$z [2(\lambda - Z_{\max}) \varepsilon - 1] + \varepsilon Z_{\max} = 0$$

$$z = \frac{\varepsilon Z_{\max}}{1 - 2(\lambda - Z_{\max}) \varepsilon} = \frac{\varepsilon Z_{\max}}{1 - 2\varepsilon(\lambda - Z_{\max})}$$

Soit

$$\lambda < Z_{\max} \quad \lambda = \frac{C}{h_0}$$

Posons

$$\lambda = Z_{\max} \hat{z}, \text{ avec } \hat{z} > 1$$

alors

$$z = \frac{\varepsilon Z_{\max}}{1 + 2 Z_{\max} + \varepsilon \hat{z}} \quad (21')$$

soit $\varepsilon = 1$. Décharge maximum.

Alors

$$z_{\max} = \frac{Z_{\max}}{1 + 2 Z_{\max}} \quad (21'')$$

soit $\hat{z} = 2$ pour fixer les idées, alors :

$$z_{\max} = \frac{Z_{\max}}{1 + 4 Z_{\max}} = \frac{Z_{\max}}{2}$$

si $Z_{\max} = 0,25$.

On peut en déduire la valeur θ' du temps de fonctionnement du régulateur isochrone par l'équation approchée du début :

$$\frac{P_{\max}}{2} \theta = \frac{1}{2} M (V_{\max}^2 - V_0^2)$$

$$\frac{P_{\max}}{2} \theta = \frac{1}{2} K (\omega_{0\max}^2 - \omega_0^2) (\omega_0 + \omega_{\max})$$

$$\frac{P_{\max}}{2} \theta = \frac{1}{2} K \omega_0^2 2z = K \omega_0^2 z$$

d'où

$$\theta' = \frac{K \omega_0^2 \cdot z_{\max}}{\frac{P_{\max}}{2}} \quad (22)$$

si

$$z_{\max} = \frac{1}{2} Z_{\max},$$

on en déduit

$$\theta' = \frac{\theta}{2}$$

Donc si

$$\lambda = \frac{1}{2} Z_{\max} \text{ cas particulier}$$

pour fixer les idées, on aura, pour le régulateur isochrone :

$$\begin{aligned} Z'_{\max} &= \frac{1}{2} Z_{\max} \\ \theta' &= \frac{1}{2} \theta \end{aligned} \quad (23)$$

Ces deux formules mettent suffisamment en lumière ces conclusions. Nous laissons au lecteur le soin de généraliser les solutions de cette simple étude des modes d'action comparés d'un régulateur direct, supposé pourvu ou non d'un mécanisme réalisateur d'isochronisme,