Sur les mouvements d'accordéon des trains électriques à propos d'un problème d'examen de licence

par L Barbillion, *Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble*

Le problème de licence dont il a été donné, dans un des derniers numéros de « La Houille Blanche » (1) l'énoncé et la solution, a soulevé quelque intérêt. Nous croyons donc de ne pas importuner le lecteur en donnant, cette fois encore, connaissance d'un problème d'inspiraiion identique qui soulève un certain nombre de questions électro-mécaniques assez délicates.

Ci-après le texte de l'énoncé et l'esquisse de la solution.

Enoncé

Un convoi d'essai sur une ligne de profil en rampe continue a fait l'objet de phénomènes qu'on demande d'analyser. En gravissant cette rampe d'inclinaison α, la voiture motrice pendant 4 secondes a été dépourvue de courant moteur. Sa vitesse initiale était de 20 km. par heure. Au bout de 4 secondes, le courant ayant été remis par le wattmann, les appareils enregistreurs ont manifesté l'existence de mouvements d'accordéon très importants, entre la voiture motrice et la remorque constituant le convoi. Ces oscillations se sont éteintes au bout d'un certain temps ; elles sont de forme sinusoïdale amortie. On demande d'interpréter analytiquement ces phénomènes et de déterminer en particulier la forme de l'équation qui peut les représenter, x (t) élongation entre motrice et remorque

On supposera égaux à l'unité tous les rendements, du trolley à la jante. On déterminera préalablement la vitesse à laquelle était tombé le convoi avant la reprise du courant moteur.

Application numérique : Rampe de la ligne $\alpha = 2$ m/m par mètre. La ligne est en alignement droit, la motrice pèse P = 10 tonnes, la remorque Q = 10 tonnes. Le coefficient de roulement en palier de la motrice est de 8 kg. par tonne, celui de la remorque de 3 kg. par tonne.

Un effort amortisseur s'exerce, pour diverses causes et notamment du fait de l'air emprisonné entre les parois se faisant vis-à-vis de la motrice et de la remorque. Expression de cet effort rapporté au poids de la motrice : $0 2 \times 10^{-3} P \dfrac{dx}{dt}$.

D'après les caractéristiques de l'équipement moteur, il a été fourni à la reprise un effort total à la jante de 210 kilos. On en déduira l'accélération à la reprise.

On supposera que les ressorts de l'attelage ont une longueur l_0 lorsqu'ils ne travaillent pas. Dans la progression normale du train en la ligne considérée, leur allongement était de 5 centimètres.

Solution

Le courant étant coupé pendant 4 secondes, le mouvement devient uniformement décéléré, et la vitesse, comme il est facile de le calculer, passe de 20 km. par heure à 18,6.

Le convoi étant en rampe, et la remorque poussant la motrice, lors de la reprise du courant, un effort d'accélération est mis à la disposition de la motrice, effort qui sert :

1° à accroître la vitesse de celle-ci ;

2° à entraîner la remorque à la même vitesse ;

Tous les rendements étant égaux à 1, on trouve que sur l'effort de 210 kg. exercé à la jante, 150 servent au roulement de la motrice et de la remorque, 60 étant disponibles pour l'accélération.

On constate également que cette accélération est égale à 3 cm/s/s.

D'autre part, l'effort appliqué au ressort, qui était de *compression* avant la reprise, devient *d'extension*. Il est proportionnel à l'élongation du ressort. A l'extension, la force *sera* d'autant plus petite que x sera plus faible (*force attractive*).

D'autre part, si l'on tient compte de l'effort amortisseur, et si, calculant de façon suffisamment approchée, on remplace l'accélération de 981 cm/s/s. par 1000, on obtient l'équation-clef du problème qui est la suivante :

$$\boxed{\frac{d^2 x}{dt} + 0{,}2 \frac{dx}{dt} + x = o}$$

d'où

$$x = \Lambda e^{-0{,}1\,t} \sin (t + \nu)$$

Le mouvement est sinusoïdal amorti, la période est approximativement égale à $2\,\Pi$.

On définit les constantes Λ et ν par les conditions au départ ci-après :

Pour $t = o$, $x = -5$ c/m.

Toujours pour $t = o$, l'accélération γ_0 est de 3 cm/s/s. On en déduit la valeur de Λ et celle de ν.

On pourra tracer la courbe $x(t)$ et constater les affaiblissements au bout de chaque période de l'amplitude du mouvement.

A noter que la solution est double :

Ou bien ν représente un angle compris entre $\dfrac{\Pi}{2}$ et $\dfrac{3\,\Pi}{2}$, et alors Λ est positif. Ou bien l'angle ν est compris entre o et $\dfrac{\Pi}{2}$, et Λ est négatif.

La chose n'a du reste aucune importance ; la solution analytique est unique.

(1) « La Houille Blanche » (Juillet-Août 1932).