

# ÉLECTRICITÉ

## Contrôle de la stabilité des fondations sujettes à l'influence conjointe des chargements verticaux et horizontaux

par M. VELLÉ

### § I. Remarques générales

Pour porter un jugement sur la stabilité des fondations sujettes à l'influence de charges verticales et horizontales, on se bornait, jusqu'à présent, à effectuer les vérifications suivantes (fig. 1) :

a) Vérification de la stabilité du glissement sur la surface de la base.

b) Vérification (d'après la formule Pauker) de la poussée en dehors du sol au-dessus de la fondation sous la seule action des forces verticales.

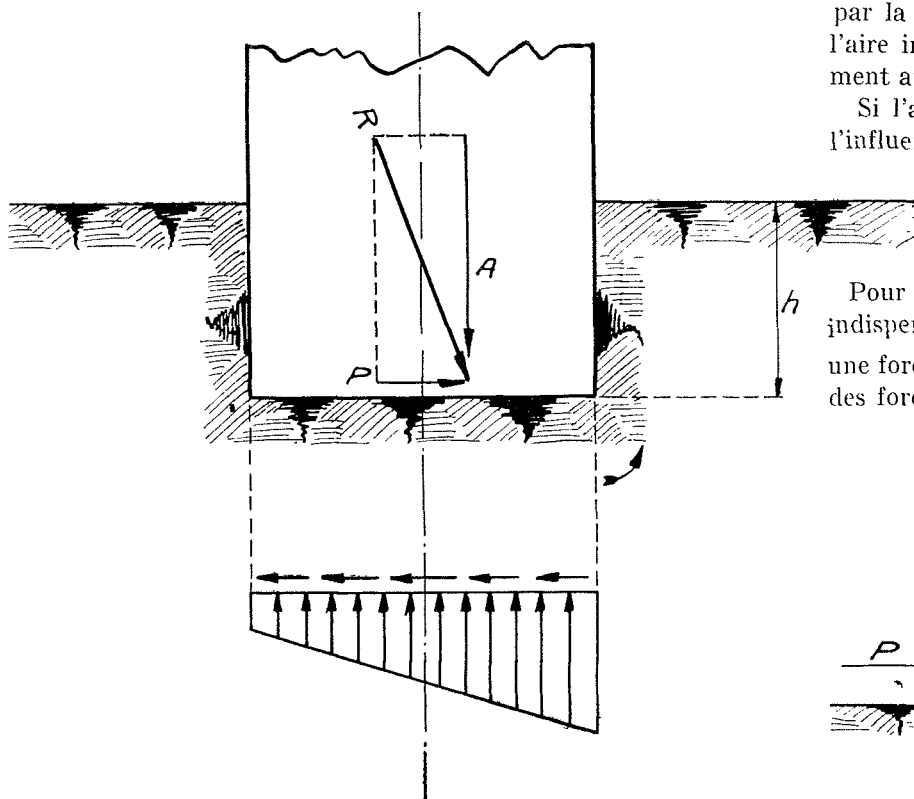


Fig. 1

Maintenant, il est établi que pour obtenir une appréciation sur la stabilité de la fondation, les résultats positifs, extraits des vérifications a et b sont indispensables, mais non suffisants.

Aussi différents auteurs : les Professeurs Guersévanoff en S.S.S.R., Pétersen, Holten, Krey, Berer, Filenius et d'autres, à l'étranger, ont travaillé et trouvé d'autres méthodes de calcul.

A mon point de vue, je donne la préférence, sur plusieurs points, à la méthode du professeur Guersévanoff, mais cette méthode exige certains suppléments.

La méthode du professeur Guersévanoff et l'exposition de ces suppléments constitue le sujet de cet article.

Toutes les indications sont les mêmes que celles employées par le professeur Guersévanoff dans « Le calcul des fondations

des constructions hydrotechniques sur les éléments d'escompte de la déformation des édifices construits », Moscou, 1923.

### § 2. Le problème du professeur Guersévanoff

Sur la surface libre du sol est disposé l'emplacement de la fondation qui produit sur le sol la pression  $A$  par mètre courant et l'effort horizontal  $P$ .

Il s'agit de définir si, en présence de ces efforts, le sol est stable.

Pour résoudre ce problème, le professeur Guersévanoff trace par la cote  $c$  (fig. 2) un terrain d'aplomb  $L$  et par le point  $a$  l'aire imaginaire du déplacement  $ab$  de la fondation conjointement avec la terre, incliné sous un certain angle  $\delta$  vers l'horizon.

Si l'angle  $\delta$  est moins grand que l'angle  $\varphi$  de frottement et l'influence de la charge seulement verticale, même avec la condition d'absence de terre à droite du terrain  $cb$ , aucun déplacement sur le terrain  $ab$  ne pourrait se produire.

Pour qu'un déplacement se produise sur le terrain  $ab$ , il est indispensable qu'il soit appliqué au corps mis en mouvement une force horizontale  $J$ , dont la valeur se définira par le triangle des forces  $egh$  dans lequel :

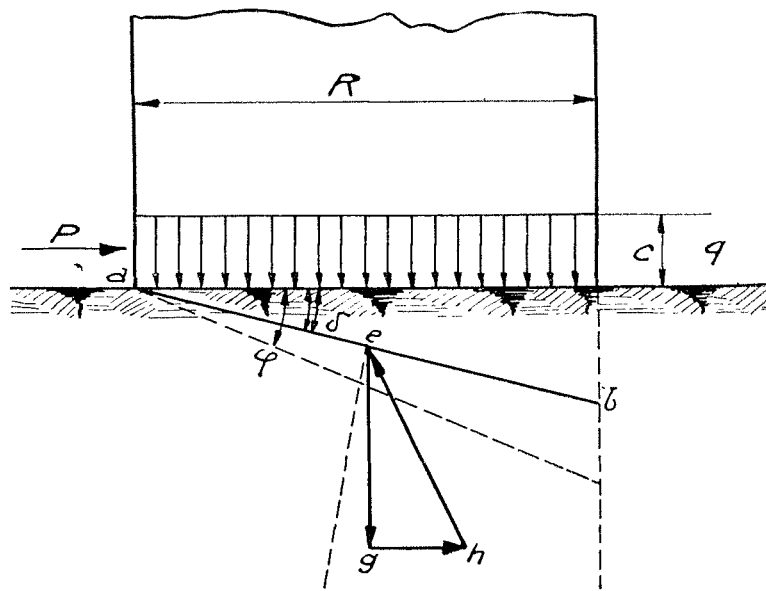


Fig. 2

I.  $eg$  est le total de forces verticales (pression des fondations) + le poids du prisme  $abc$ .

II.  $eh$  est la réaction du sol situé au-dessous, formant l'angle  $\varphi$  avec la perpendiculaire vers le terrain de glissement  $ab$ .

III.  $gh = J_1 = \left( g R + \gamma \frac{R^2 \operatorname{tg} \delta}{2} \right) \left( \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta} \right)$  où  $\gamma$  est le poids du sol.

S'il n'y avait pas de sol à droite des fondations pour que le déplacement soit possible, il faudrait appliquer à la fondation la force extérieure  $J$  égale à  $J_1$ , mais, comme du côté droit, agit la force de résistance de la terre, empêchant le déplacement :

$$J_2 = \frac{\gamma R^2}{2} \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

la force appliquée à la fondation doit augmenter proportionnellement, c'est-à-dire il doit exister une égalité :

$$J = J_1 + J_2$$

Ainsi, en se posant le problème de l'angle  $\delta$ , on peut définir la force horizontale qui doit être appliquée à la fondation pour qu'elle se déplace sur le sol.

Cela veut dire que, si la force horizontale donnée,  $P$ , appliquée aux fondations, est moins grande que  $J$ , c'est-à-dire  $P < J$ , le déplacement sur le terrain incliné sous l'angle  $\delta$  n'aura pas lieu.

S'il n'y a pas de terre à droite des fondations, la force déplaçante  $J$  (le cas échéant  $J = J_1$ ) diminuerait sans interruption avec l'accroissement de la pente du terrain.

Evidemment  $\varphi$  avec  $\delta = \varphi$ ;  $J = J_1 = 0$ ;  $J = J_1 < 0$ , c'est-à-dire sera une valeur négative avec  $\delta > \varphi$ .

Pourtant, la force  $J$  se compose de deux nombres, dont le premier seulement  $J_1$  diminue avec l'accroissement de  $\delta$  et au contraire,  $J_2$  augmente parallèlement.

Par conséquent avec  $\delta = \delta_0$ , la valeur  $J$  atteindra le minimum.

Au contraire, si la force  $J_{\min.}$  est appliquée aux fondations, le déplacement se produira sur le terrain incliné d'un angle  $\delta_0$ , car pour tout autre terrain la force  $J_{\min.}$  sera insuffisante

Ainsi les conditions de stabilité des fondations seront rendues, d'après le professeur Guersevanoff, par l'inégalité :

$$P < J_{\min.} \quad 1$$

### § 2. Conditions du professeur Guersevanoff

Le professeur Guersevanoff tire la valeur  $J_{\min.}$  en substituant dans la formule générale pour  $J = J_1 + J_2$  l'expression  $z = \operatorname{tg} \delta_0$  la valeur définie par l'équation (2)

$$z^3 + uz^2 + vz + w = 0 \quad 2$$

ou

$$u = \frac{4\mu - 1}{2\mu f} \quad 3$$

$$v = \frac{\mu - 1}{\mu f^2} \quad 4$$

$$w = \frac{R\gamma f - 2g(1 + f^2)}{2\mu\gamma R f^2}$$

$$\mu = \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right); f = \operatorname{tg} \varphi;$$

et  $\gamma$  et  $g$  ont la signification précédente.

Ayant défini  $z$  par l'équation (2), nous trouvons  $J_{\min.}$  dans la formule :

$$J_{\min.} = \frac{R}{2} \frac{Az^3 + Bz^2 + Cz + D}{1 + fz} \quad 6$$

où :

$$\begin{array}{l|l} A = \gamma\mu f R & C = \gamma f P - 2g \\ B = \gamma(\mu - 1)R & D = 2fg \end{array} \quad 7$$

Ayant trouvé  $J_{\min.}$  comparons-le avec la force donnée  $P$  (voir l'inégalité 1).

Là se terminent les recherches du professeur Guersévanoïff pour le cas de fondations avec l'empatement s'appuyant sur la surface du terrain libre,

### § 3. Conditions Vellé

Or, à notre avis, les recherches du professeur Guersévanoïff ne sont pas conduites jusqu'à la fin.

En effet, le professeur Guersévanoïff a établi que le coin de terre chargé sur la surface horizontale  $ab = R$  d'un chargement vertical d'intensité  $q$  et de force horizontale  $J$  définie par l'équation (6) aura tendance à glisser sur le terrain  $ab$  incliné sur l'horizon sous l'angle  $\delta_0$  défini par l'équation (2).

Ainsi la question de l'équilibre des parcelles du sol à l'intérieur du prisme  $abc$  reste indécise.

Par conséquent, la condition du professeur Guersévanoïff  $P \leq J_{\min.}$  est indispensable pour l'équilibre du sol sous le fondement, mais elle n'est pas suffisante.

Pour que la condition du professeur Guersévanoïff devienne non seulement indispensable, mais aussi suffisante, il faut que dans le terrain  $L$ , à la profondeur  $cb_0 = R \operatorname{tg} \delta_0$ , se trouve une muraille dure qui empêcherait le déplacement des différents éléments du sol, entrant dans la composition du prisme  $cab$ .

Expliquons plus en détails le déplacement des éléments dont il est question.

De l'empatement de la fondation de largeur  $R$  dépend sur le sol la charge verticale également répartie d'intensité  $q$  et la force horizontale  $P_R$ .

Cette force  $P_R$  à son tour, se répartit sur l'empatement d'après une certaine loi. N'examinant pas la loi de la distribution de la force  $P_R$  sur l'empatement des fondations, nous pouvons toujours dire que par la fondation de la largeur  $r$  se transmet sur le sol une certaine force horizontale  $P_r < P_R$  (fig. 3).

Ainsi, sur le sol, sous une partie des fondations,  $I_c$  agira la charge  $L$  verticale d'intensité  $q$  et la force horizontale  $P_r$ .

Par conséquent, les raisonnements du professeur Guersévanoïff sur la stabilité du sol sous la partie  $R$  peuvent être appliqués entièrement à la stabilité du sol sous la partie  $r$ , c'est-à-dire :

$$P_r \leq J_r \quad (8) \quad 1^{\text{re}} \text{ condition Vellé}$$

ou  $I_r$  est la force horizontale qui doit être appliquée au prisme  $c12$  (fig. 3) pour que ce prisme puisse glisser sur le terrain  $12$

Si la valeur  $r$  devient  $dr$ ,  $J_r$  à son tour, prendra la valeur  $dJ_r$

La valeur  $dJ_r$  est la force horizontale qui doit être appliquée au coin 1243 (fig. 3) pour le mettre en mouvement.

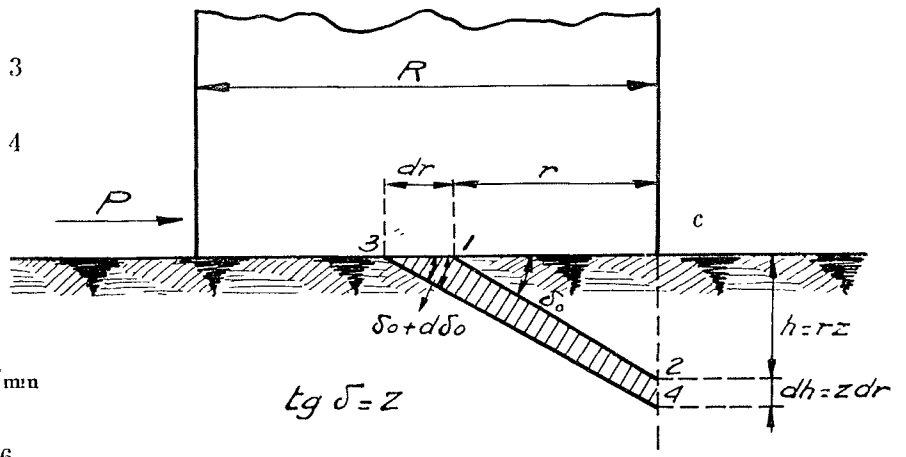


Fig. 3

Nous devons comparer cette force  $dJ_r$  avec la force  $dP_r$  qui de fait est appliquée au coin sur la ligne 1-3.

En rapportant ces deux forces à l'unité de longueur, nous extrayons les conditions de stabilité du coin élémentaire sous la forme :

$$\frac{dP_r}{dr} \leq \frac{dJ_r}{dr} \quad (9) \quad 2^{\text{e}} \text{ condition Vellé}$$

Ainsi, en absence de muraille dure à la profondeur  $R \operatorname{tg} \delta_0$ , le sol ne sera stable qu'en remplissant la 1<sup>re</sup> et la 2<sup>e</sup> conditions Vellé, qui, conjointement, apparaissent *indispensables* et *suffisantes*.

§ 4. Technique des calculs des valeurs  $J$  et  $\frac{dJ}{dr}$

Ainsi, nous voyons que pour avoir une idée complète sur l'état du sol sous la construction, il est indispensable de tracer d'abord une courbe de la dépendance de  $J_r$ , de  $r$  (c'est-à-dire les courbes :  $J = F(r)$  et  $J' = f(r)$  et  $J'$  de  $r$  ayant donné la charge verticale  $g$  et le sol expérimenté.

Pour tracer par points la courbe  $J$  nous possédons la formule (6) selon laquelle  $J$  est fonction de deux variables  $r$  et  $z$ .

A son tour,  $z$  est liée avec  $r$  par la relation (2).

En examinant de près les formules (6) et (2), nous voyons que la principale difficulté en calculant  $J$  (avec  $r$  donné), est la définition préalable de la valeur  $z$  de l'équation (2).

Pour faciliter ce travail, transcrivons la formule (2) sous la forme suivante :

$$\alpha = \frac{z^3 + uz^2 + vz + w_1}{\sim} \tag{10}$$

Dans cette formule les coefficients  $u$  et  $v$  ont le sens précédent.

$$w_1 = \frac{1}{2\mu f}; \sim = \frac{1 + f^2}{\mu f^2}$$

et 
$$\alpha = \frac{g}{\gamma r} \tag{11}$$

Ainsi tous les coefficients dans la partie droite de la formule 10 présentent les fonctions de l'angle de frottement du sol  $\varphi$ .

Ainsi pour chaque angle de frottement intérieur, il est facile de tracer une fois pour toutes la courbe de dépendance entre  $z$  et  $\alpha$ .

Sur le graphique fig. 4 sont représentées 8 courbes aux angles de frottement intérieur : 50°, 45°, 40°, 35°, 30°, 25°, 20°, 15°. La dépendance entre  $z$  et  $\alpha$  aux autres angles de frottement intérieur est facile à définir au moyen de l'interpolation.

L'ordre de calcul est le suivant : Avec  $r$  donné définissons  $\alpha$  selon la formule (11); ensuite par le graphique (fig. 4) trouvons  $z$ , après quoi procédons au calcul de  $J$ .

Avant de calculer  $J$ , il faut tracer la courbe  $z = \Psi(r)$ .

Il faut introduire le calcul même des valeurs  $J$  et  $J'$  (formule 6) dans la table qui suit.

Table 1

r	$\Delta r$	$\alpha$	Z	A	B	C	D	J	$\Delta J$	$\frac{\Delta J}{\Delta r}$

Les valeurs trouvées  $\frac{\Delta J}{\Delta r}$  doivent être rapportées en abscisse :

$$r = r_c + \frac{\Delta r_c}{2}$$

§ 5. Exemple I et résultats qui en découlent

Soit :

$$R = 7,8 \text{ m.}$$

$$\gamma = 1,33 \text{ t/m}^3$$

$$g = 53 \text{ t/m}^3$$

$$f = 1$$

$$\mu = \operatorname{tg}^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) = 5,81.$$

Il faut définir la force horizontale qui peut être adoptée sans danger pour les fondations.

Profitant du graphique 4, calculons et traçons, suivant les points, les courbes :

$$z = \Psi(r)$$

$$J = F(r)$$

et 
$$\frac{dJ}{dr} = f(r)$$

et la courbe auxiliaire  $h = rz$ . Cette courbe indique sur quelle profondeur le terrain du glissement traverse le terrain d'aplomb  $cb$ . Analysant les courbes tracées, nous arrivons aux résultats suivants :

I. En absence de mur enforcé dans le sol la seule charge verticale déséquilibrera le sol.

Ce résultat pouvait être prévu d'avance.

En effet, selon la formule de Pauker :  $\sigma = \gamma h \mu^2$ , aucune charge ne peut être admise sur la surface libre du sol (à condition  $h = 0$  ;  $\sigma = 0$ ). Notre méthode laisse sans changement les thèses acceptées à la déduction de la formule Pauker :

a) Dans le terrain vertical  $cb$  les tensions tangentes sont absentes.

b) Le contre-fort est calculé de la même façon.

Par conséquent, nous n'avons aucune raison d'attendre un autre résultat.

II. Afin que le sol puisse soutenir la charge verticale donnée  $g = 53 \text{ t/m}^2$ , une palplanche doit être enfoncée à la profondeur  $h > 1,1 \text{ m.}$  à condition que le bout supérieur de la palplanche soit muré dans les fondations.

Si, entre les fondations et la palplanche existe une liaison d'un autre ordre, c'est-à-dire si la palplanche représente un mur planté librement ou un mur lié avec la fondation par une charnière, la longueur de la palplanche augmente.

Le calcul de la palplanche dans les différents cas de bouchage représente un problème spécial que nous n'examinerons pas ici.

Nous terminons là l'étude du premier exemple qui ne répond pas à la question posée quant à la détermination de la force horizontale  $P$ , qui peut être adoptée sans danger à la fondation.

Nous reviendrons sur la résolution de cette question dans le § 7 après avoir établi la loi de la distribution de la force  $P$  sur l'empatement

§ 6. Exemples 2 et 3

Exemple 2

Soit :

$$\gamma = 1,33 \text{ t/m}^3$$

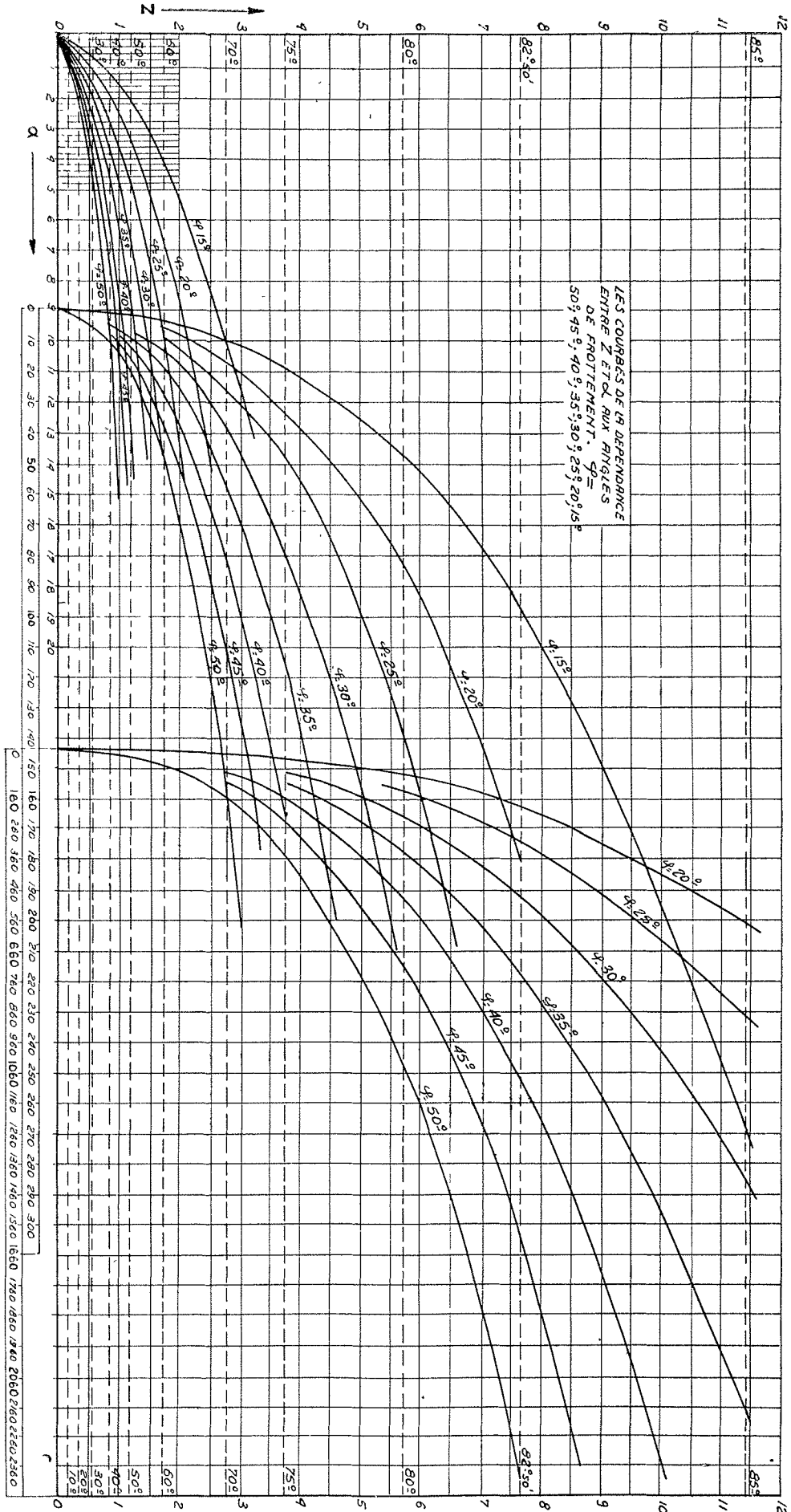


Fig. 4.

$$g = 25 \text{ t/m}^2$$

$$\varphi = 20^\circ$$

$$f = 0,364$$

$$\mu = \text{tg}^2(45 + 10) = 2,05.$$

Il faut tracer le graphique :

$$z = \Psi(r)$$

$$I = F(r)$$

$$\frac{dJ}{dr} = f(r),$$

et

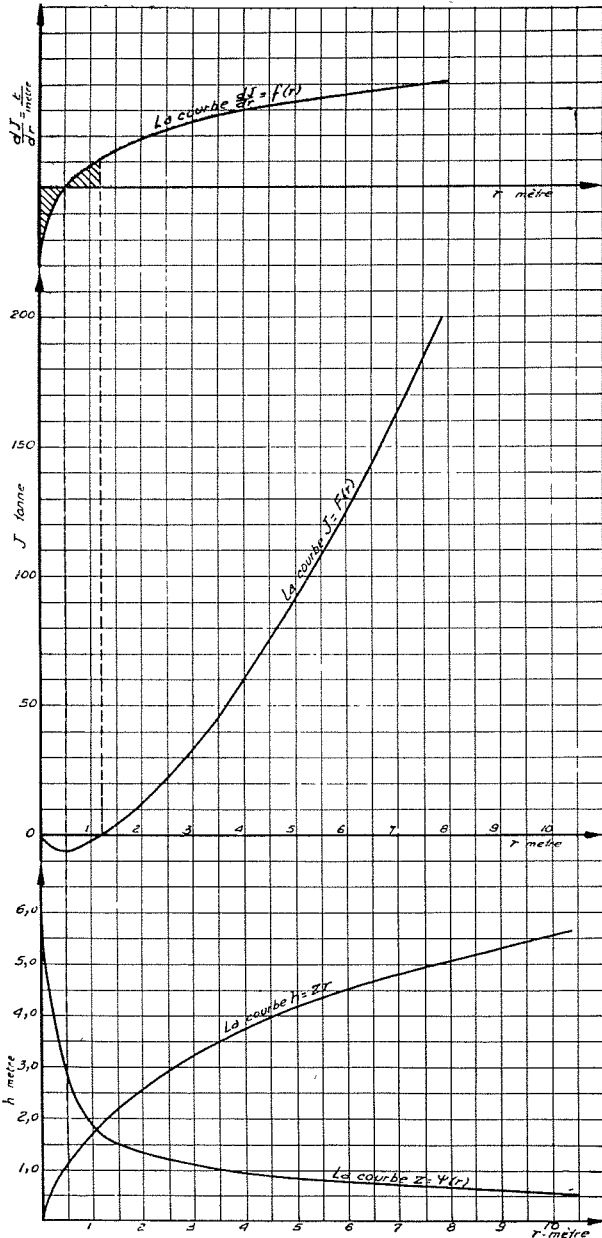


Fig. 5

Les courbes tracées (fig. 6) ne se distinguent pas par leur allure des courbes du premier exemple, ce qu'il était bon d'établir le cas échéant.

La profondeur minimum pour enfoncer la palplanche doit être  $h = zr = 6,10 \text{ m}$ .

Exemple 3

Dans l'exemple précédent, nous avons pris la charge verticale = 25 t/m. s'étendant à n'importe quelle largeur  $r$ . En correspondance avec cela, nous avons le terrain sur lequel le glissement a lieu à la condition que  $J = 0$ .

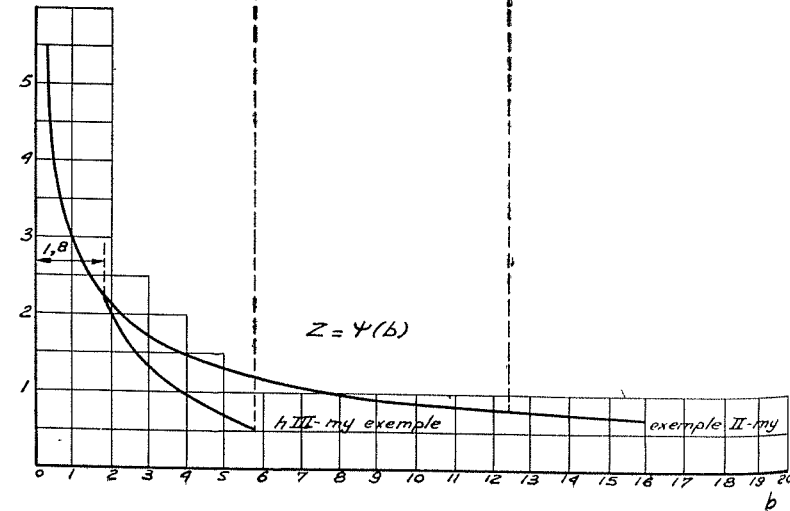
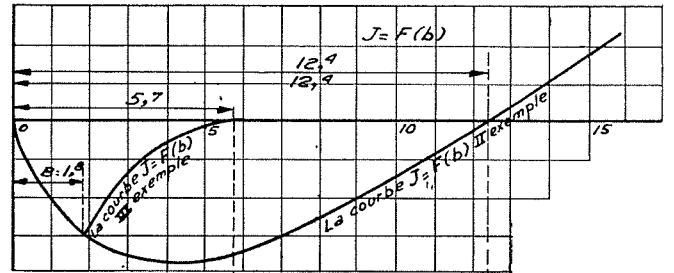
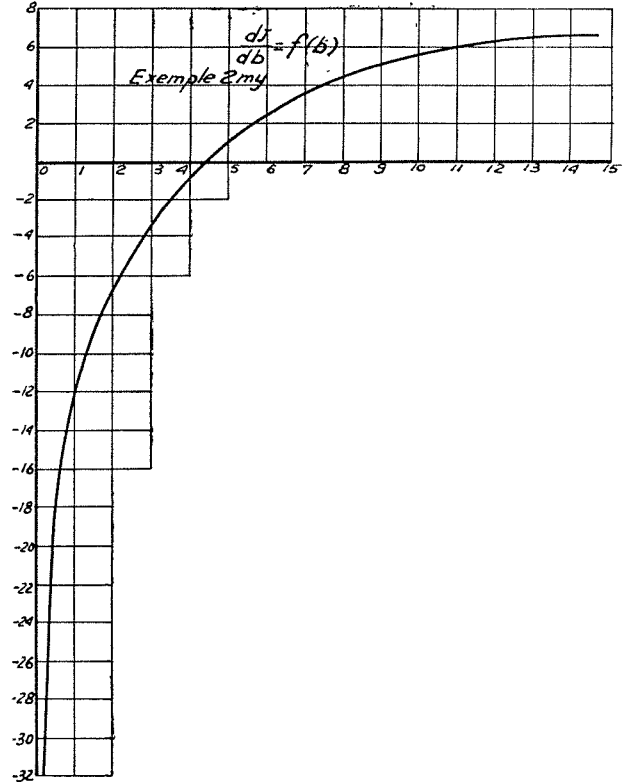
Dans le graphique,  $J$  se rapportant au deuxième exemple, nous voyons que ce terrain traverse le point  $r = 12,4 \text{ m}$ .

On demande comment passera le terrain de glissement pour  $J = 0$  si la charge d'intensité  $g = 25 \text{ t/m}$ . est distribuée sur l'empatement de largeur  $R = 1,8 \text{ m}$ .

Dans ce cas, les fonctions de  $J$  et de  $J'$  dépendront non du paramètre  $a$ , mais du paramètre  $A = gR = 25 \times 1,8 = 45 \text{ t}$ .

Pour avoir la possibilité de se servir des formules précédentes, étant donnée la valeur  $r$ , il faut déterminer l'intensité fictive de la charge ( $q_f$ ) qui correspond à cette valeur.

Selon la formule :



$$q = \frac{a}{r} = \frac{45}{r} \quad 12$$

Nous faisons le calcul dans l'ordre suivant :

1<sup>o</sup> Nous prenons la valeur  $r$ .

2<sup>o</sup> Selon la formule 12, définissons les valeurs correspondantes  $q_r$ .

3<sup>o</sup> Connaissant  $r$  et  $q_r$ , nous définissons  $\alpha = \frac{gr}{\gamma^2}$

4<sup>o</sup> D'après les courbes I  $z = f(\alpha)$ , nous trouvons la valeur  $z$  correspondant à celle trouvée pour  $\alpha$ .

Nous écrivons dans un tableau (page 7) les résultats du calcul et nous ajoutons à ce tableau une colonne pour  $q_r$ .

D'après les points établis, nous traçons une courbe. Afin de mieux comparer, nous plaçons cette courbe dans le même graphique, que la courbe pour le second exemple.

Le point de départ des deux courbes de  $r = 0$  jusqu'à  $r = 1,8$  est le même. Plus loin les courbes se séparent brusquement et courbe (III) coupe l'axe de l'abscisse au point  $r = 5,7$  m.

§ 7. La loi de la distribution de la force horizontale sur l'empatement des fondations

Jusqu'à présent, nous n'avons pas étudié la question de la loi de distribution sur l'empatement de la force horizontale  $P_r$  appliquée aux fondations. Cependant, ne connaissant pas cette loi, nous ne pouvons pas dire si les conditions Vellé (1 et 2) sont satisfaites.

Il va sans dire que la plus audacieuse supposition de la distribution sur l'empatement de la force horizontale  $P_r$ , dont nous recommandons d'user en pratique, est la supposition suivante :

La force  $P_r$  peut être distribuée selon n'importe quelle loi qui satisfait dans chaque point à l'inégalité.

$$0 \leq \frac{dP}{dr} \leq fg \quad 13 \quad 3^e \text{ condition Vellé.}$$

Ajoutant l'inégalité 13 à 8 et à 9, nous arrivons à la conclusion que, dans les conditions de la stabilité limitée, la courbe  $\frac{dP}{dr}$

doit coïncider avec la courbe  $\frac{dJ}{dr}$  jusqu'à  $\frac{dJ}{dr} \leq fg$  et après suivre la ligne droite parallèle à l'axe de l'abscisse.

La réponse à la question posée dans l'exemple N° 1 : Définir la force horizontale  $P_r$ , qui peut être appliquée sans danger aux fondations, est la suivante :

La tension horizontale limitée  $p = fg = 1,53 = 53 \text{ t/m}^2$ .

La courbe tracée  $\frac{dJ}{dr}$  montre que cette tension n'a lieu nulle part.

Par conséquent, la force admise sans danger égale (fig. 5) 2000 t. ( $P_r = 200 \text{ t}$ ), à condition que la palplanche soit enfoncée à la profondeur minimum  $h = 1,1$  m.

§ 8. Fondations enfoncées dans le sol

Le cas examiné précédemment de fondations avec l'empate-

ment disposé sur la surface libre du sol se trouve assez rarement dans la pratique de la construction.

Bien plus souvent, on rencontre une fondation enfoncée.

Pour résoudre le problème, le professeur Guersévanoff donne dans ce cas, les formules suivantes :

$$J = J_1 + J_2 = \frac{Az^3 + Bz^2 + Cz + D}{2(1 + fz)} \quad 14$$

$$\left. \begin{aligned} \text{où} \quad A &= r^2 f \gamma \mu \\ B &= r \gamma [r(\mu - 1) + 2hf\mu] \\ C &= 2rh\gamma + r^2 \gamma f + h^2 f \gamma \mu - 2rg \\ D &= 2rgf + h^2 \gamma \mu \end{aligned} \right\} \quad 15$$

et  $z$  est défini par l'équation :

$$z^3 + uz^2 + vz + w = 0 \quad 16$$

$$\left. \begin{aligned} \text{où} \quad u &= \frac{r(4\mu - 1) + 2hf\mu}{2rf\mu} \\ v &= \frac{r(\mu - 1) + 2hf\mu}{rf^2\mu} \\ w &= \frac{2h\gamma + r\gamma f - 2g(1 + f^2)}{2rf^2\gamma\mu} \end{aligned} \right\} \quad 17$$

A l'aide de ces formules, on pourrait, comme dans le premier cas, tracer les courbes :

$$z = \Psi(r) ; J = F(r) \text{ et } \frac{dJ}{dr} = f(r),$$

cependant, pour cela, il faudrait faire un calcul très pénible.

Il n'est pas facile, non plus, de généraliser le procédé d'après le principe employé dans le premier cas, parce que là nous avons la possibilité de tracer les courbes auxiliaires  $z = \varphi(\alpha)$  dépendant seulement d'un paramètre  $\varphi$ , angle de frottement, tandis qu'ici nous devrions tracer les courbes  $z = \Psi(r)$  en présence de trois paramètres  $\varphi$  ;  $h$  et  $g/\gamma$ , indépendants l'un de l'autre.

En présence de ces conditions, on désire naturellement rapporter le cas des fondations enfoncées au cas examiné des fondations placées sur la surface libre de la terre.

Nous proposons de faire cela de la façon suivante :

1<sup>o</sup> Admettre, comme dans le premier cas, que la fondation est disposée sur la surface libre de la terre, prenant comme « surface libre » l'indice du haut du prisme de résistance (du côté vers lequel la fondation s'élève).

2<sup>o</sup> Considérer seulement les forces horizontales qui sont appliquées au-dessus de la surface libre du sol.

3<sup>o</sup> Ayant déterminé les forces verticales jusqu'à l'empatement des fondations même, soustraire de la valeur obtenue pour  $g$  la valeur  $\gamma h$ , c'est-à-dire considérer  $g_1 = \frac{Q}{R} \gamma h$ .

4<sup>o</sup> Considérer la partie enfoncée des fondations comme la palplanche liée aux fondations et formant avec elles une seule pièce.

Il est tout à fait évident qu'en présence d'une telle supposition on a une réserve de stabilité ; car, en suivant une telle méthode, le bétonnage de la partie enfoncée des fondations égale par ses qualités physiques les matières sèches.