34e Année — No 223-224 Juillet-Août 1935

LA HOUILLE BLANCHE

ÉDITIONS B. ARTHAUD, Succr de J. REY, GRENOBLE

Pour la Rédaction : S'adresser à M. P. PAGNON Secrétaire Général 5, *Place Jacqueline-Marval*, 5 GRENOBLE

Abonnement pour une Année { France....... 40 francs / Etranger ..... 50 francs }

Le Numéro : 7 francs

Compte Chèques Postaux LYON 5-84

Pour les Abonnements et Annonces : S'adresser à M. B. ARTHAUD Editeur 23, *Grande-Rue*, 23 GRENOBLE

SOMMAIRE

HYDRAULIQUE

Remarque sur les perturbations entretenues, en résonance à l'extrémité aval d'une conduite forcée

par M. L. ESCANDE, *Ingénieur I. E. T. Docteur ès-Sciences, Sous-Directeur de l'Institut Electrotechnique de Toulouse*

Les travaux de M. CAMICHEL sur les phénomènes de résonance dans les conduites forcées (1) ont montré, en même temps que leur importance et leur ampleur, leur tendance à apparaître facilement par l'auto-entretien de certaines perturbations (clapet automatique, moteur hydraulique synchrone, etc.).

Dans cette note, nous supposerons qu'à l'extrémité aval d'une conduite à caractéristique unique, un appareil sur la nature duquel nous ne ferons aucune hypothèse produit une perturbation rythmique et connue, de période égale à celle de la conduite ; nous allons montrer que dans ces conditions, cette perturbation à l'extrémité aval ne comporte que des harmoniques pairs de la vitesse et des harmoniques impairs de la pression ; nous chercherons ensuite l'expression de la vitesse et de la pression en un point quelconque de la conduite.

Soit Y la pression et V la vitesse instantanées à l'extrémité aval, représentées par deux séries de Fourier quelconques, mais connues par hypothèse :

$$Y = Y_0 + \sum Y_n \sin\left(n\frac{2\pi t}{T} - \varphi n\right)$$

et
$$V = V_0 + \sum V_n \sin\left(n\frac{2\pi t}{T} - \psi_n\right) \text{ avec } T = \frac{4L}{a}$$

dans lesquelles Y_0 et V_0 correspondent aux conditions initiales Y_n et V_n représentent un harmonique quelconque, T désignant la période de la conduite, L sa longueur et a la vitesse de propagation des ondes.

Y_k et V_k représentant la valeur de Y et de V à un instant quelconque, t_k et Y_{k-1} et V_{k-1} représentant les valeurs de ces mêmes quantités à l'instant t_{k-1} antérieur de $\frac{T}{2}$ à t_k, les équations d'Alliévi permettent d'écrire l'identité :

$$Y_k - Y_0 = -(Y_{k-1} - Y_0) + \frac{a}{g}(V_{k-1} - V_k)$$

ou

$$Y_k - Y_0 + Y_{k-1} - Y_0 + \frac{a}{g}\left[\left(V_k - V_0\right) - \left(V_{k-1} - V_0\right)\right] = 0$$

Dans le cas actuel, cette relation s'écrit en remarquant que

$$n\,\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2} = nT:$$

(1) "La Lumière électrique" — tomes XXXIV et XXXV - 1915.

$$\sum Y_n \left[\sin\left(n \frac{2\pi t}{T} - \varphi_n\right) + \sin\left(n \frac{2\pi t}{T} - \varphi_n - n\pi\right) \right] + \frac{a V_n}{g}$$
$$\left[\sin\left(n \frac{2\pi t}{T} - \psi_n\right) - \sin\left(n \frac{2\pi t}{T} - \psi_n - n\pi\right) \right] = 0$$

ou

$$\sum Y_n \cos \frac{n\pi}{2} \sin\left(n \frac{2\pi t}{T} - \varphi_n - n\frac{\pi}{2}\right) + \frac{a V_n}{g} \sin n \frac{\pi}{2} \cos$$
$$\left(n \frac{2\pi t}{T} - \psi_n - n \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Cette identité devant avoir lieu à n'importe quel instant, il est nécessaire que l'on ait simultanément :

$$\begin{cases} Y_n \cos n \dfrac{\pi}{2} = 0 \\ \dfrac{a V_n}{g} \sin n \dfrac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

Si n est impair, la première condition est vérifiée, la seconde nécessite que l'on ait :

$$V_n = 0$$

Si n est pair, la seconde condition est satisfaite, la première exige que l'on ait :

$$Y_n = 0$$

Autrement dit, au distributeur, la série de Fourier, représentant la vitesse, n'aura que des harmoniques pairs et la série de de Fourier représentant la pression n'aura que des harmoniques impairs. On est donc amené à écrire :

$$Y = Y_0 + Y_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} \varphi_1\right) + Y_3 \sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3\right) + \ldots\ldots\ldots$$
$$Y_{2n-1} - \sin\left[(2n\text{-}1)\frac{2\pi t}{T} - \varphi_{2n-1}\right] + \ldots\ldots$$

et

$$V = V_0 + V_2 \sin\left(2.\frac{\pi t}{T} - \psi_2\right) + V_4 \sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4\right) + \ldots\ldots$$
$$V_{2n} \sin\left(2n \frac{2\pi t}{T} - \psi_{2n}\right) + \ldots\ldots$$

Cherchons maintenant l'expression de la surpression en un point quelconque de la conduite par une série de Fourier.

Les équations d'Alliévi, au distributeur, s'écrivent :

$$Y = Y_0 + F(t) - F\left(t - \frac{T}{2}\right)$$
$$V = V_0 - \frac{g}{a}\left[F(t) + F\left(t - \frac{T}{2}\right)\right]$$

On en déduit :

$$2F(t) = Y - Y_0 + \frac{a}{g}(V_0 - V)$$

ou

$$2F(t) = Y_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1\right) - \frac{a V_2}{g} \sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2\right)$$
$$+\ldots+ Y_{2n-1} \sin\left[(2\pi 1)\frac{2\pi t}{T} \frac{-\varphi}{2n\text{-}1}\right] - \frac{a V_{2n}}{g} \sin\left(2n\frac{2\pi t}{T} - \psi_{2n}\right)$$
$$Y_{2n-1} \sin\left[(2n\text{-}1)\frac{2\pi t}{T} - \varphi_{2n-1}\right]$$

D'autre part, en un point quelconque de la conduite définie par son abcisse x, comptée positivement vers le réservoir, à partir du distributeur, la pression Y est donnée par la formule d'Alliévi :

$$Y - Y_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) - F\left(t - \frac{2L - x}{a}\right) = F\left(t - \frac{x}{a}\right)$$
$$- F\left(t - \frac{x}{a} - \frac{T}{2}\right)$$

Ceci peut s'écrire en remarquant que :

$$\frac{2\pi x}{aT} = \frac{\pi x}{2L} \text{ et } \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi :$$

$$2(Y - Y_0) = Y_1\left[\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi x}{2L} - \varphi_1\right) - \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi x}{2L} - \varphi_1 - \pi\right)\right]$$
$$- \frac{a V_2}{g}\left[\sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - 2.\frac{\pi x}{2L} - \psi_2\right) - \sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - 2.\frac{\pi x}{2L} - \psi_2 - 2\pi\right)\right]$$
$$+ Y_3\left[\sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} - 3.\frac{\pi x}{2L} - \varphi_3\right) - \sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} + 3.\frac{\pi x}{2L} - \varphi_3 - 3\pi\right)\right]$$
$$- \frac{a V_4}{g}\left[\sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - 4.\frac{\pi x}{2L} - \psi_4\right) - \sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - 4.\frac{\pi x}{2L} - \psi_4 - 4\pi\right)\right]$$

....

....

ou :

$$Y - Yo = Y_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1\right) \cos \frac{\pi x}{2L}$$
$$+ \frac{a V_2}{g} \cos\left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2\right) \sin 2.\frac{\pi x}{2L}$$
$$+ Y_3 \sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3\right) \cos 3.\frac{\pi x}{2L}$$
$$+ \frac{a V_4}{g} \cos\left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4\right) \sin 4.\frac{\pi x}{2L}$$

Cherchons l'expression de la vitesse en un point quelconque de la conduite. Les équations d'Alliévi donnent pour l'expression de la vitesse V en un point d'abscisse x, à l'instant t :

$$V = Vo - \frac{g}{a}\left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) + F\left(t - \frac{2L - x}{a}\right)\right]$$

ou

$$V = Vo - \frac{g}{a}\left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) + F\left(t + \frac{x}{a} - \frac{T}{2}\right)\right]$$

Ce qui donne ici, vu l'expression de $F(t)$ et en tenant compte de ce que :

$$\frac{2\pi x}{aT} = \frac{\pi x}{2L} \text{ et } \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$$

$$2\frac{a}{g}(Vo - V)$$
$$= Y_1\left[\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1 - \frac{\pi x}{2L}\right) + \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1 + \frac{\pi x}{2L} - \pi\right)\right]$$
$$- a\frac{V_2}{g}\left[\sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2 - 2.\frac{\pi x}{2L}\right) + \sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2 + 2.\frac{\pi x}{2L} - 2x\right)\right]$$
$$+ Y_3\left[\sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3 - 3.\frac{\pi x}{2L}\right) + \sin\left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3 + 3.\frac{\pi x}{2L} - 3\pi\right)\right]$$
$$- \frac{a V_4}{g}\left[\sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4 - 4.\frac{\pi x}{2L}\right) + \sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4 + 4.\frac{\pi x}{2L} - 4\pi\right)\right]$$

....

....

ou

$$\frac{a}{g}(Vo - V) = - Y_1 \sin\frac{\pi x}{2L} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1\right)$$
$$- \frac{a V_2}{g} \cos 2.\frac{\pi x}{2L} \sin\left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2\right)$$
$$- Y_3 \sin 3.\frac{\pi x}{2L} \cos\left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3\right)$$
$$- a V_4 \cos 4.\frac{\pi x}{2L} \sin\left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4\right)$$

....

d'où, finalement :

$$V = V_0 + \frac{g\,Y_1}{a} \sin \frac{\pi x}{2L} \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_1 \right)$$
$$+ V_2 \cos 2.\frac{\pi x}{2L} \sin \left(2.\frac{2\pi t}{T} - \psi_2 \right)$$
$$+ \frac{g\,Y_3}{a} \sin 3.\frac{\pi x}{2L} \cos \left(3.\frac{2\pi t}{T} - \varphi_3 \right)$$
$$+ V_4 \cos 4.\frac{\pi x}{2L} \sin \left(4.\frac{2\pi t}{T} - \psi_4 \right)$$

....

Ces expressions de la surpression et de la vitesse en un point quelconque de la conduite renferment, en particulier, les formules établies par M. Camichel pour la répartition sinusoïdale, suivant une méthode dont s'inspirent les calculs ci-dessus (1).

(1) Loc. cit.

Abaque pour le Calcul de la vitesse spécifique des Turbines hydrauliques

par S. Colombo, *Ingénieur E. I. H. G.*

Nous rappellerons d'abord que la théorie de la similitude des turbines hydrauliques conduit à envisager un nombre appelé " vitesse spécifique " et dont la valeur est donnée par :

$$n_s = \frac{n \sqrt{N}}{\sqrt[4]{H^5}} \qquad (1)$$

Formule dans laquelle n est le nombre de tours par minute ; N, la puissance en CV. ; H, la chute en mètres. La valeur de n_s permet de préciser le type de turbine à employer, pour un débit et sous une chute donnée, et même d'évaluer le rendement hydraulique maximum qu'on peut atteindre.

D'ailleurs, Q étant le débit en m³ par seconde, $N = \frac{1000}{75} \rho\, Q\, H$

Le rendement ρ étant pris conventionnellement égal à 0,8 (1), on a :

$N = 10{,}66\ Q\ h$ et en partant dans (1) on obtient :

$$n_s = \frac{3{,}25\, n \sqrt{Q}}{H^{3/4}} \qquad (1')$$

formule que nous considérerons désormais.

En pratique, H et Q étant donnés, et n imposé, le type de turbine à utiliser est immédiatement déduit de la valeur de n_s. Si cette valeur correspond à un mauvais rendement ou à une zone d'utilisation incertaine, on fractionne le débit en augmentant le nombre de groupes prévus dans l'installation envisagée ; en d'autres termes, on change Q, ce qui donne pour n_s une nouvelle valeur. Enfin, on pourrait influer aussi sur la valeur de la vitesse de rotation n.

En définitive, on est conduit à des calculs qui, pour n'être pas très longs, n'en sont pas moins fastidieux. L'abaque que nous présentons ci-après offre l'avantage de donner, d'abord par une simple lecture la valeur de n_s correspondant aux conditions imposées, et enfin de suivre immédiatement la variation de n_s résultant d'une modification apportée à Q et à n.

Construction de l'abaque. — Faisons dans (1) $n = 1000$ tours par minute, et supposons H constant. La courbe représentative des variations de n_s en fonction de Q a pour équation:

$$n_s = \frac{3250}{H^{\frac{3}{4}}} \sqrt{Q} \quad (2)$$

C'est une parabole d'axe horizontale ayant son sommet à l'origine.

Nous construisons les différentes paraboles correspondant à des valeurs de H se suivant en progression arithmétique :

($H = 50^m$, $H = 100^m$, $H = 150^m$.... (fig. 1).

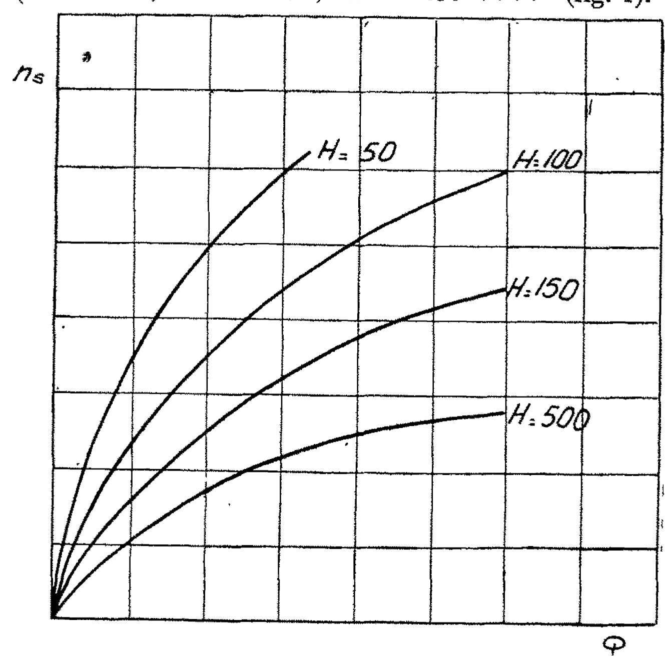

Fig. 1.

La valeur de n_s est immédiatement lue si l'on connaît H et Q.

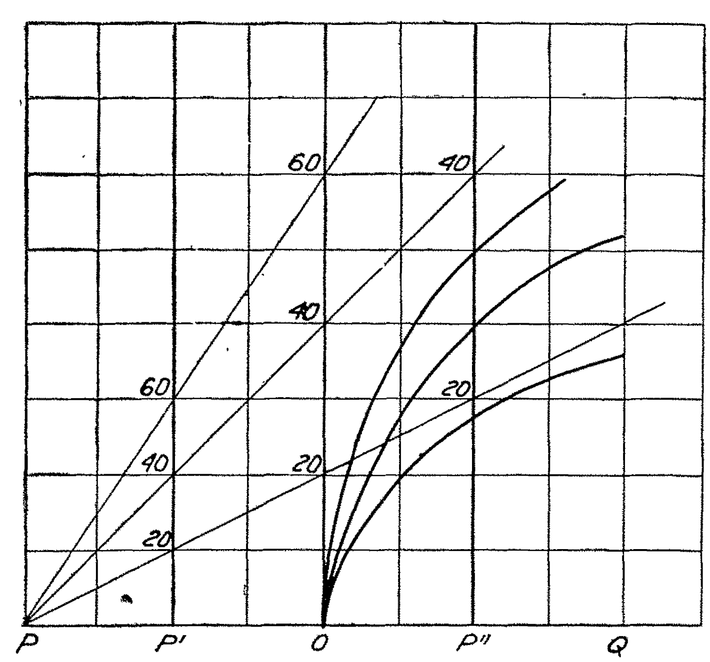

Fig. 2.