THÉORIE DE L'ÉCOULEMENT TURBULENT

POINT DE VUE D'UN INGÉNIEUR AUX IRRIGATIONS DE L'INDE

Lieutenant-Colonel T. BLENCH

B. C. S. - M. T. C. E.
Indian Service of Engineers
(Punjab-Irrigation Départment)

AVANT-PROPOS

L'auteur, qui est en voyage d'études sous les auspices du « Bureau of Reclamation », a l'impression que la théorie de Lacey sur les écoulements permanents en alluvions n'a pas été présentée de manière à permettre d'en apprécier, en dehors de l'Inde, la simplicité et la cohérence hydrodynamiques en même temps que la valeur pratique. Elle est en usage depuis plusieurs années dans les provinces irriguées de l'Inde comme base de détermination des canaux, et peut être étendue avec intérêt aux modèles et aux rivières. Ses bases scientifiques la mettent à même d'obtenir, à partir de simples considérations de similitude dynamique, une formule générale applicable aux écoulements du type rugueux, du type lisse et en parois irrégulières. Cette formule générale peut se diviser en formules spéciales applicables à chacun des trois cas par une évaluation appropriée de la longueur représentant la rugosité ou la « hauteur équivalente de protubérance ». Cette formule est du type usuel à exposant (comme celle de Manning) et non du type logarithmique découlant de la théorie de Van Karman; l'auteur pense que les faits représentés justifient son emploi à la place de l'expression logarithmique d'un maniement moins aisé.

ARTICLE PREMIER

La théorie de Lacey sur l'écoulement permanent en alluvions non cohérentes

I. — 1) *Généralités.* — La théorie de Lacey se réfère aux canaux dont les réseaux d'irrigation de Punjab fournissent un champ d'exemples extrêmement vaste. Ces canaux ont des débits variant de 350.000 litres à la seconde à quelques dizaines de litres/seconde [13.000 cusecs à quelques cusecs (pieds cubes/sec.)] (1).

Ils sont issus de rivières qui, dans leur cours moyen et supérieur, charrient du sable, du limon et de l'argile [sand, silt and clay] pendant une grande partie de l'année; dans la partie inférieure de leur cours, le sable continue à cheminer lentement au fond mais le limon et l'argile ont pratiquement disparu. Le transport solide d'un réseau de canaux est de même nature que celui de la rivière mère, bien que la proportion de sable soit, de nos jours, réduite par les dispositifs d'élimination dans les ouvrages de tête et par des dessableurs sur le canal principal, au voisinage des ouvrages de tête.

I. — 2) Le terrain dans lequel ces canaux sont creusés a été déposé par des rivières du type similaire de celles qui maintenant fournissent le débit de ces canaux; un terrain habituel est constitué d'un limon argileux recouvrant du sable fin. Les canaux profonds peuvent entamer le sable sous-jacent.

I. — 3) Les canaux ont des sections trapézoïdales. Leur forme générale après un service prolongé est encore grossièrement trapézoïdale, le fond plat est couvert de sable fin, tandis que les parois latérales sont cohérentes (2), légèrement incurvées et contiennent de l'argile et du limon, soit qu'ils aient été déposés par l'eau si le canal original était plus large que la largeur de régime, soit que ces matériaux se trouvaient dans le sol où le canal a été creusé. Les canaux de débits inférieurs ou égaux à 4.000 l./sec. environ (150 cusecs) coulent toujours à plein débit ou sont fermés; les canaux plus grands coulent en-dessous de leur plein débit pendant une grande partie de la saison d'hiver aux eaux claires.

(1) On a placé entre crochets les équations et les expressions en unités anglaises du texte qui ont été transformées en unités métriques et les termes techniques dont les traductions peuvent prêter à discussion.

(2) Cohérent au sens de la mécanique des sols, c'est-à-dire doué de cohésion.

I. — 4) Notons que la littérature ancienne sur les canaux d'irrigation parle de « vase » et « d'envasement » dans un sens périmé. Le présent article emploie uniquement les termes de « sable », « limon » et « argile » (seuls ou accompagnés d'épithètes, conformément au système international de classification, dans le sens qu'on leur donne en mécanique des sols).

I. — 5) L'observation générale des canaux en alluvions, jointe à l'étude de leur évolution, montre que :

1°) indépendamment de la façon dont les canaux ont été creusés initialement, ils ajustent leur pente, leur largeur et leur profondeur à des conformations dictées principalement par le débit dominant et le transport solide;

2°) le grain du sable de fond est important dans la détermination de la pente;

3°) les grands canaux coulent à faible pente, les petits canaux avec des pentes plus raides;

4°) les grands canaux sont larges relativement à leur profondeur, les petits sont étroits;

5°) on ne peut imposer de changements de pente et de section que secondaires dans un canal dont le transport solide reste inchangé.

I. — 6) L'histoire des interventions de l'homme sur les rivières et les canaux transportant des matériaux en suspension, est celle d'une guerre continuelle et coûteuse contre les lois régissant les phénomènes ci-dessus et de l'acceptation progressive de l'intangibilité de ces lois. La théorie de Lacey aboutit au nombre nécessaire et suffisant d'équations de base pour codifier les lois; depuis son adoption aux Indes, les ingénieurs ont travaillé dans leur cadre en acceptant l'inévitable.

I. — 7) *Les équations de Lacey en théorie et en pratique.* — Dans la pratique, le dessinateur ou l'ingénieur est muni de deux abaques. Le premier comporte des lignes droites sur papier logarithmique et relie la pente au débit pour différents facteurs de charge [1] « Load factors »; on l'utilise pour la recherche du facteur de charge des canaux étudiés et, inversement, pour fixer la pente correspondant au débit quand le facteur de charge est connu par des prélèvements dans le réseau ou autrement : par exemple, à partir de la composition granulométrique du sable absorbé par le dessableur à l'ouvrage de tête.

Le second abaque comporte une double famille de courbes donnant la largeur de fond en fonction de la profondeur (dans l'hypothèse des sections trapézoïdales), l'une des familles se rapportant à différents débits, l'autre à différents facteurs de charge. Le dessinateur ne se sert jamais de ces courbes pour déduire des facteurs de charge à partir des données existantes (pour des raisons données au parag. I. — 29) et il n'a jamais besoin d'utiliser aucune autre courbe que celles des deux familles ci-dessus; le rôle de l'ingénieur est de déterminer des pentes correctes — car c'est une erreur de la pente qui conduit à l'exhaussement du lit et, par conséquent, à la mauvaise distribution de l'eau — il ne s'occupe pas des petites modifications de sections à partir de son projet; en fait, il peut et doit réduire ou agrandir des sections entre certaines limites pour compenser de petites différences de pente et il a l'expérience de l'état de ses berges, état qui varie dans le courant de l'année par suite de l'extension de la végétation sur les rives herbeuses, ou par suite d'autres modifications naturelles suivies de réfections annuelles. Ainsi, l'ingénieur et le dessinateur praticiens ne se soucient pas de l'origine des équations de Lacey; peu leur importe qu'elles aient été déduites, en ce qui concerne les sections, d'observations faites sur des canaux à parois cohérentes et à fonds non cohérents tout à fait différents et, en ce qui concerne les pentes, de données dont certaines provenaient de torrents coulant sur des rochers sans berges définies et ne semblaient pas comparables à celles des canaux; cette déduction aboutit à des lois parfaitement satisfaisantes pour une sorte de « type », physiquement possible et statistiquement défini, qui ne s'adapte pas parfaitement à tout canal, mais qui ne conduit à aucun ennui tant que les deux abaques sont respectés et utilisés correctement.

I. — 8) *Les équations de Lacey en théorie.* — L'idée de base de la théorie de Lacey est que tout canal, formé de lui-même dans les matériaux de même nature que ceux qu'il transporte, ou dans des matériaux similaires, acquiert une pente bien déterminée et un profil unique [défini par deux paramètres linéaires indépendants pour lesquels Lacey choisit le rayon hydraulique R et le périmètre mouillé P, bien que les développements postérieurs indiquent que la profondeur du lit de sable et une largeur appropriée entre les berges non cohérentes sont préférables]. Ces trois variables indépendantes peuvent être déterminées à partir du débit (supposé constant ou presque) et du transport solide — que nous appellerons « charge » — à l'aide de trois équations et trois seulement, qui donnent la solution complète du problème d'écoulement. La « charge » n'a pas besoin d'être analysée pour la théorie de base de Lacey, pas plus que la rugosité d'une conduite coulant en régime turbulent rugueux n'a besoin d'être analysée en hauteur, forme et distribution spéciale des protubérances pour obtenir une formule d'écoulement.

I. — 9) *La relation V — R.* — Pour obtenir la première de ces trois formules, Lacey part des courbes de Kennedy, dont les travaux sont connus de la plupart de ceux qui s'occupent d'irrigation dans le monde, et essaie

(1) *Note du traducteur :* La définition du « facteur de charge » est donnée au parag. I. — 8.

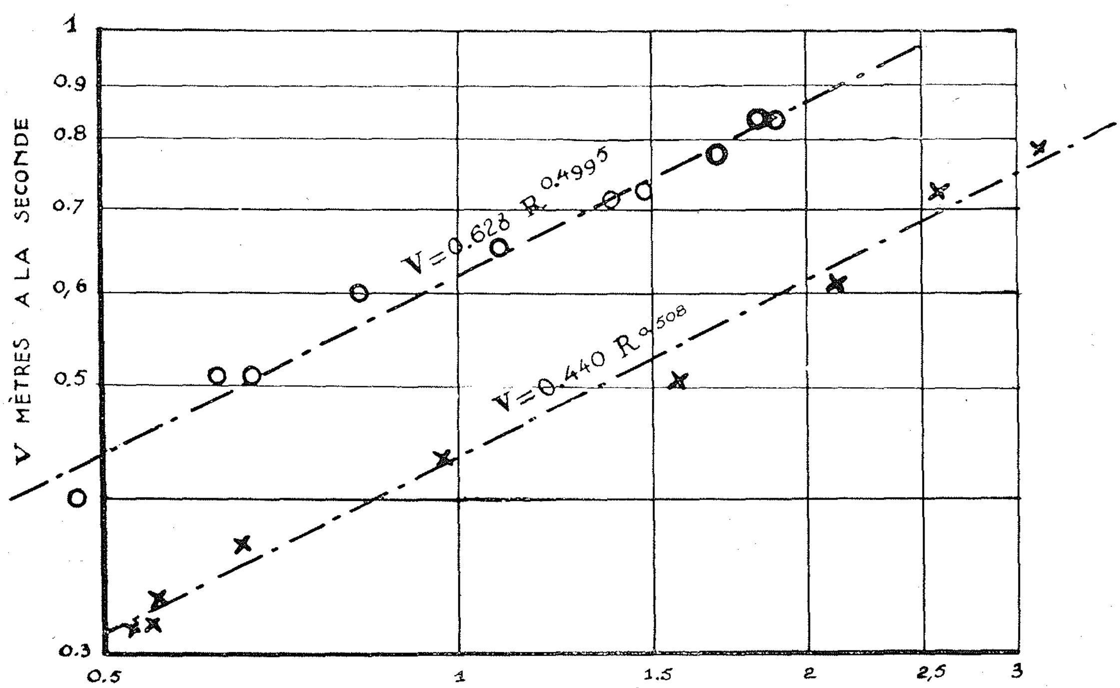
de relier la vitesse moyenne au rayon hydraulique (c'est-à-dire V à R) au lieu de la profondeur, comme le fait Kennedy. Il fait cette comparaison par réseau de canaux — un réseau de canaux comprenant tous les canaux issus d'une même prise d'eau sur une rivière. L'idée directrice est que les canaux de grandeurs variées étant répartis suffisamment au hasard dans le réseau (qui peut couvrir une portion de pays de quelque 250 kilomètres sur 50), (150 miles sur 30), les variations de « charge » entre les canaux doivent se compenser en moyenne de façon que la courbe moyenne résultante s'applique à la « charge » introduite dans le réseau à la prise; par exemple, si le canal principal se divise en deux branches de l'ordre de 120.000 l./sec. chacune (4.000 cusecs), la « charge » ne se divise pas également mais l'analyse englobe autant de tributaires sous-chargés, disons de l'ordre de 3.000 l./sec. (100 cusecs) provenant d'une des branches, que de tributaires surchargés du même ordre de grandeur provenant de l'autre branche, et les choisit sur toute l'étendue du réseau.

I. — 10) Il est important pour la suite de noter que cette manière de prendre des moyennes dans un réseau met les résultats sur pied d'égalité avec ceux des conduites lisses, car la rugosité, impossible à définir, qui a donné naissance à tant de formules contradictoires pour l'écoulement rugueux entre parois rigides, est en fait éliminée de chaque réseau particulier et la déduction d'une forme correcte d'équation en est grandement simplifiée.

I. — 11) Lacey trouve que chaque réseau qu'il a analysé montre que V varie comme une puissance R très proche de $\frac{1}{2}$. La figure 1, tirée de Bibl. 1 (1) donne les résultats relatifs à quelques canaux choisis dans deux réseaux dont l'un fut celui utilisé par Kennedy, qui trouve V variant comme une puissance de la profondeur voisine de 2/3. Si Kennedy avait pu étudier quelques groupes de plus, et s'il avait été plus strict en choisissant des canaux non contraints par des parois solides, il aurait obtenu une puissance $\frac{1}{2}$ de la profondeur. Il apparaît maintenant que ses résultats ont été obtenus sur des canaux qui ne s'étaient pas modelés librement dans leurs propres matériaux d'entraînement, mais devaient leur stabilité à des parois partiellement ou entièrement non érodables : et il se trouve que l'emploi de R par Lacey sur les petits canaux de Kennedy conduise juste à une loi

(1) Bibl. 1 signifie l'ouvrage n° 1 cité dans la Bibliographie.

FIG 1



O CANAL DU HAUT BARI DOAB (KENNEDY)

✕ DELTA OUEST DU GODAVERI

en racine carrée. Il est clair que, pour les grands canaux, il est indifférent d'utiliser R ou D, la profondeur au fond plat, tant qu'il s'agit d'obtenir un exposant. L'analyse des données générales de Lacey en fonction de D donnerait ainsi une loi en racine carrée.

I. — 12) Lacey a constamment en vue d'obtenir des lois ayant une signification hydrodynamique, de sorte qu'il choisit l'exposant exact $1/2$ comme véritablement donné par l'analyse empirique. Ses écrits amènent à penser qu'il fut frappé par le fait suivant : en acceptant cet exposant, le nombre de Froude V^2/gR, qui doit évidemment avoir une signification hydrodynamique, devient la mesure de la « charge » jusqu'ici non définie.

Pour des raisons pratiques, qui apparaissent plus loin, il n'introduit pas « g » explicitement, mais utilise sa découverte pour définir la « charge » par le facteur « f » dans la relation :

$$V = 0{,}636\sqrt{fR} \qquad \left[V = 1{,}51\sqrt{fR}\right] \quad (1)$$

ou son équivalent :

$$f = 24{,}8\,\frac{V^2}{R} \qquad \left[f = 0{,}75\,\frac{V^2}{R}\right] \quad (1\,a)$$

La valeur 0,636 est choisie pour rendre ses constantes comparables à celles de l'ancienne théorie de Ganguillet et Kutter, de façon que le praticien n'ait pas à s'accoutumer à une gamme radicalement différente de facteurs d'envasement et de rugosité. De fait, comme on verra dans les paragraphes suivants, la « rugosité absolue » de Lacey dans la formule (3) de I. — 19 est $0{,}0225\, f^{\frac{1}{4}}$ et sa formule coïncide avec celle de Manning pour $R = 1$ mètre. Le chiffre 0,0225 est, depuis longtemps, admis par les ingénieurs comme une bonne moyenne du N de Kutter pour les canaux, bien qu'il soit maintenant connu que cet N passe de petites valeurs pour les grands canaux à de grandes valeurs pour les petits canaux dans le même réseau.

I. — 13) On doit observer que l'emploi par Lacey de R suppose tacitement que le périmètre est homogène; en fait, cependant, le fond n'est pas cohérent et le grain du sable varie considérablement suivant les réseaux, tandis que les parois latérales sont cohérentes et ne varient guère de consistance bien que les consignes d'entretien des berges peuvent occasionner de grandes différences dans les rugosités latérales à l'intérieur d'un même réseau. Cette supposition n'affecte pas la validité de ses lois, du point de vue des physiciens, puisque tout ces faits sont éliminés dans sa moyenne comme effets secondaires [sauf pour les canaux de débit inférieur à 600 l./sec. environ (20 cusecs), c'est-à-dire de faible poids dans l'analyse générale], et forment un type de canaux moyens mais représentatifs où nous pouvons considérer qu'a été fixée la proportion des influences relatives du fond et des côtés. Mais cette supposition est largement responsable des discussions théoriques provenant d'une imprécision dont l'ingénieur n'a cure, comme il est expliqué au I. — 7. Le lecteur ne commettra pas de faute s'il considère R comme une longueur mesurant la profondeur, et n'a pas à s'occuper de sa spécification exacte, tant qu'il n'a pas un problème pratique à résoudre.

I. — 14) *La relation* $R - Q$. — Après avoir trouvé la relation V, R et, par là, défini son « facteur de charge » que nous appellerons désormais « f » (1), Lacey considère l'existence d'une relation entre V, f et le périmètre mouillé P et conclut qu'elle doit être similaire de celle entre V, f, R; dans cette hypothèse, il doit pouvoir en être déduit une relation entre l'aire A de la section droite, f et V et cette relation peut être atteinte par l'analyse. Il se trouve qu'elle cadre raisonnablement avec la réalité (Bib. 1 donne l'historique de ces démarches). Il a alors deux relations, contenant chacune f, applicables directement seulement si f est connu; mais l'élimination de f donne une relation entre P et Q valable quel que soit f, *à la seule condition que les canaux se soient creusés dans leurs propres matériaux d'entraînement.* La valeur de cette formule pour éprouver ces résultats réside dans ce qu'elle lui permet d'utiliser des données isolées et incomplètes provenant des canaux dont le « f » ne pourrait absolument pas être évalué avec précision. Cette formule est :

$$P = 4{,}832\, Q^{1/2}$$

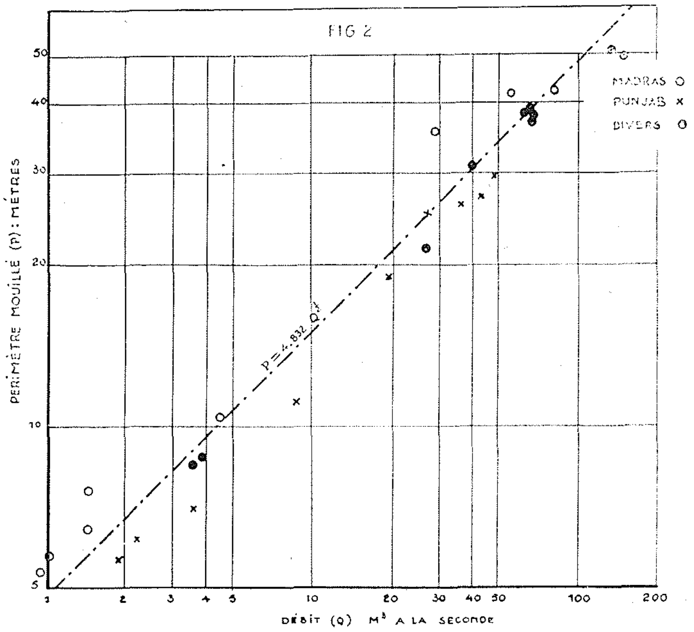
$$\left[P = 2{,}668\, Q^{1/2} = 2^{2/3}\, Q^{1/2}\right] \qquad (2)$$

La figure 2 (tirée de Bib. 1) montre comment elle s'ajuste à des données variées provenant des provinces de Punjab, Madras et d'ailleurs.

I. — 15) Quoique la pleine signification de l'équation (2) ait échappé à Lacey et soit encore l'objet de quelques controverses, il reste probable que cette signification existe; donc, la formule doit s'appliquer à des sections adaptées de rivières et à des débits illimités de la même façon qu'elle s'applique à des débits de 100 à 150.000 l./sec. (30 à 50.000 cusecs) (fig. 2). Une section adaptée de rivière serait celle obtenue dans un tronçon bien droit par le passage d'un fort débit de durée suffisante pour amener la section à un état d'équilibre du fond mobile. Une convenable série de points est donnée par la mesure des débits de crues faites au droit de certains ponts des chemins de fer indiens. Les débouchés de ces ponts avaient été primitivement fixés très grands car les ingénieurs pensaient que le courant effectif

(1) Lacey se servait du terme « silt factor » qui est maintenant criticable vu l'usage moderne du terme « silt » (vase ou limon) restreint aux particules de dimensions comprises entre 0,02 et 0,002 mm. (Parenthèse de l'auteur.)

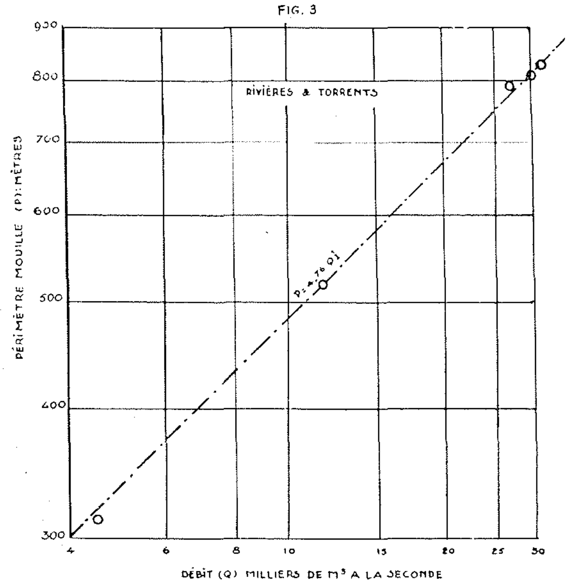
FIG 2



embrassait toute la zone d'inondation de la rivière; ils ont été redessinés depuis en les réduisant à la largeur approximative du véritable courant effectif de la crue maximum; de tels résultats, et la crue de 1858 du Mississipi, à Vicksbrug (légèrement corrigé comme il est dit dans Bibl. 1) sont représentés sur la fig. 3.

I. — 16) Des analyses postérieures de divers grands réseaux de canaux ont donné des coefficients considérablement différents, mais l'exposant de Q est toujours $1/2$. Il apparaît, en effet, qu'il faut introduire un facteur de perturbation secondaire qu'une recherche récente découvre dans la différence entre la nature du fond et celle

FIG. 3



des parois latérales (Bibl. 2, I. — 32, I. — 36). Ce facteur généralise simplement les résultats de Lacey, il n'altère pas les conclusions générales.

I. — 17) Une transformation simple de la formule (2) donne :

$$P/R = 23{,}35\ V \quad [P/R = 7{,}11\ V] \qquad (2\ a)$$

Lacey ne perd pas de vue, au cours de son analyse, l'aspect géométrique des formules qu'il élabore aussi bien que l'aspect dynamique et donne le nom de « forme » à la caractéristique définie par R/P. Il est frappé du fait que la forme ne dépend que de la vitesse (en fait nous savons maintenant qu'il y a une variation secondaire, paragraphes I. — 18, 30 et suivants) et par conséquent de Q et f. Il rapproche cette formule de (3) pour montrer que ce facteur de forme est proportionnel à la pente du canal (parag. I. — 20), ce qui était une idée intuitive d'Osborne Reynolds.

I. — 18) Dans Bibl. 2, King et l'auteur donnent les raisons pour considérer que l'expression :

$$\frac{RV}{P} \quad \text{ou} \quad \frac{DV}{W}$$

où W est une largeur représentative, et D une profondeur représentative, donne dans une certaine mesure une évaluation du rapport des quantités d'énergie dissipées respectivement le long des parois latérales et du fond et l'appellent « forme dynamique ». Ceci fait du coefficient $Z = 1/23{,}35$ de l'équation (2 *a*) une moyenne statistique de la forme dynamique; toutes les formules suivantes de Lacey devraient être généralisées par l'introduction de Z, forme dynamique; elles ne sont cohérentes numériquement que pour $Z = 1/23{,}35$, mais leur valeur physique est inaltérée.

I. — 19) *La formule de débit.* — Lacey a maintenant une formule du type de Kennedy définissant la « charge » et une relation rattachant la forme à Q et f. Pour compléter le groupe des trois relations nécessaires et suffisantes, il lui reste à établir une formule de débit pour remplacer celle de Kutter, dimensionnellement incorrecte. Le procédé est assez indirect et utilise les données des rivières à galets, à cause de la nature des données, que l'on peut tirer des documents sur les irrigations, mais il aboutit (Bibl. 1) à une formule-clef qui, comme (2), peut s'écrire sans faire intervenir f et, par conséquent, être contrôlée par une gamme immense de résultats provenant de sources variées. Le résultat est porté sur la fig. 1 que représente la formule :

$$V = 10{,}08\ \sqrt[3]{R^2 S} \qquad \left[V = 16\ \sqrt[3]{R^2 S}\right] \qquad (3\ a)$$

Par une transformation algébrique, en utilisant

$$f = 24{,}6\ V^2/R$$

cette formule peut s'écrire :

$$V = \frac{1}{N a} R^{3/4} S^{1/2} \qquad (3)$$

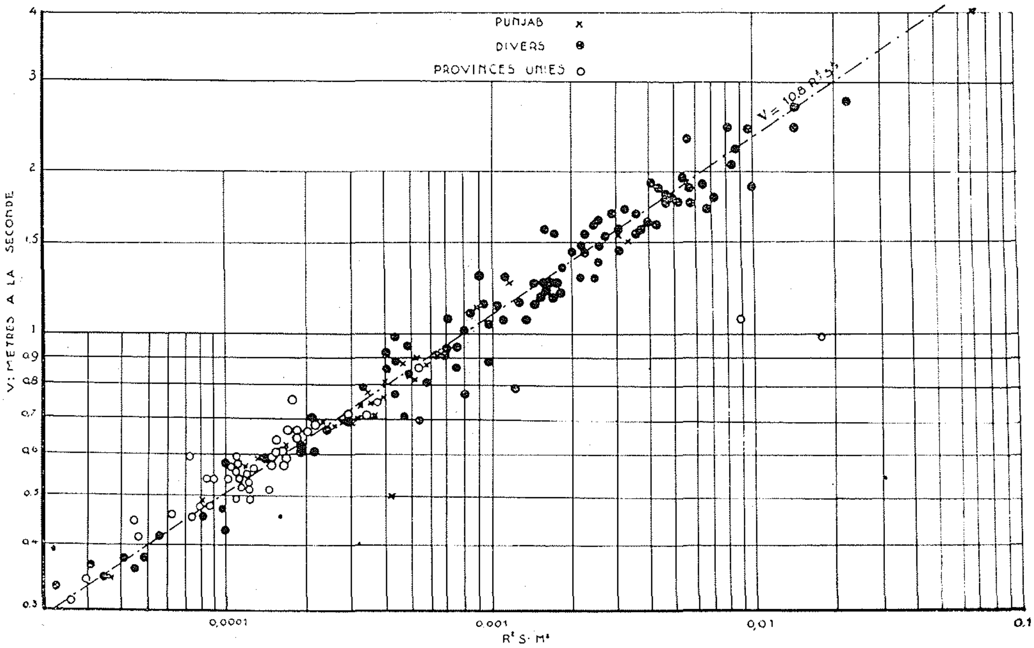
où $Na = 0{,}0225 f^{1/4}$ est appelé « rugosité ».

Cette forme (3) est choisie en raison de la similitude avec la formule de Manning :

$$V = \frac{1}{N} R^{2/3} S^{1/2} \qquad \left[V = \frac{1{,}486}{N} R^{2/3} S^{1/2} \right]$$

où N est le N de Kutter et, comme on l'a déjà expliqué au parag. I. — 12, la constante de la formule (1) est choisie pour conduire à la relation $Na = 0{,}0225 f^{1/4}$, de façon à se rattacher à l'ancien usage de N. Pour le but présent, la formule de Manning est simplement considérée comme une approximation simple et dimensionnellement correcte de la formule peu maniable de Kutter. Elle souffre des mêmes écarts avec les données des canaux que celle-ci. Il ne serait pas opportun d'élaborer de nouvelles formules qui obligeraient les praticiens à se familiariser avec des constantes très différentes des anciens paramètres auxquels ils sont accoutumés. $N = Na$ pour $R = 1$ mètre. L'emploi de données relatives à des rivières à galets entraîne que l'exposant de f est incorrect pour les canaux dont les parois ne sont pas comparables; mais ces difficultés ne modifient pas la méthode pratique normale d'application de la théorie de Lacey, voir parag. I. — 7, bien qu'elle se ramène à des relations particulières entre les f trouvés en appliquant des données de canaux à diverses formules dérivées de Lacey.

FIG. 4



I. — 20) Une relation de proportionnalité, remarquée par Lacey, au cours de la recherche, peut se déduire de la formule (3 a).

$$V^3 \backsim R^2 S$$

c'est-à-dire :

$$\frac{V^4/R^2}{V} \backsim S$$

ou :

$$V \backsim f^2/S$$

et cela, combiné à l'équation (2 a) donne $R/P \backsim S/f^2$, ce qui est la relation intuitive de Reynolds du parag. I. — 17. La simple proportionnalité à S subsiste quand on élimine les variations de f mentionnées à la fin du paragraphe précédent.

On a jugé plus tard que la relation peut s'écrire :

$$g V S \backsim f^2$$

ce qui exprime que les canaux auto-formés s'ajustent eux-mêmes de telle façon que le travail de la gravité par unité de masse du fluide ne dépend que du « facteur de charge » et non du débit. La signification physique d'une telle relation est frappante, bien qu'une formule légèrement différente puisse aussi donner d'aussi bons résultats.

I. — 21) La formule de débit ci-dessus est sujette aux remarques des paragraphes I. — 13 et I. — 18 c'est-à-dire qu'elle s'applique à un réseau de canaux où se trouve fixée statistiquement l'importance relative du fond et des parois; d'une façon plus précise, cette formule doit contenir la « forme dynamique » dans sa constante.

Lacey donne ses formules sous une forme dimensionnellement correcte (voir Bibl. 1) mais leur signification n'a pas besoin d'être discutée en détail ici.

I. — 22) *Récapitulation des formules de base.* — Les formules de base sont au nombre nécessaire et suffisant de trois. Elles s'appliquent aux canaux qui se sont formés eux-mêmes dans leurs propres matériaux d'entraînement sous des conditions de débit uniforme de durée suffisante et d'absence de courbes violentes. Leurs lits sont sans cohésion et leurs parois latérales sont cohérentes; mais l'importance relative des parois et du fond a été évaluée de façon à donner un type moyen de canaux. Dans la formule de pente, l'exposant de f est encore douteux car les données comprennent des rivières à galets, dont la nature des parois n'est pas spécifiée. Ces formules sont :

$$f = 24{,}8\ V^2/R \qquad (1)$$

$$P = 4{,}83\ Q^{1/2} \qquad (2)$$

$$V = \frac{1}{N\,a} R^{3/4} S^{1/2} \qquad (3)$$

avec : $Na = 0{,}0225\ f^{1/4}$

ce qui peut s'écrire en éliminant f :

$$V = 10{,}8 \sqrt[3]{R^2 S} \qquad (3\ a)$$

Toutes ces formules peuvent être rendues dimensionnellement correctes. La première définit la « charge » transportée (ou transport solide), par rapport à son effet sur l'écoulement, comme directement proportionnelle au nombre de Froude.

La seconde peut s'écrire sous la forme de

$$P/R = 23{,}35\ V$$

et fixe ainsi un facteur de forme en fonction de f et de Q.

La troisième exprime que les canaux auto-formés dans leurs propres matériaux d'entraînement, se modèlent de façon que le travail fourni par la gravité, par unité de masse du fluide, ne dépend que de f et non du débit. Elle peut être combinée à (2) pour montrer que la « forme » est proportionnelle à la pente et inversement proportionnelle à f^2.

Ces formules donnent donc un raisonnable « idéal » dynamique autour duquel les canaux réels varient stochastiquement, les écarts dépendant de facteurs variés parmi lesquels l'importance relative des parois et du fond semble le plus important et le plus accessible à une analyse plus poussée.

I. — 23) *Relation entre f et le diamètre des matériaux du fond.* — Le diamètre des matériaux du fond étant évidemment important, Lacey essaya de le relier à f. Il était pleinement conscient du grand rôle que devait jouer cette quantité, ainsi que de l'importance du type de moyenne adoptée pour caractériser le grain. Cependant, des considérations dimensionnelles montrent que la recherche d'une relation initiale en fonction de la taille seule des particules, se justifie pourvu qu'une très grande gamme de grosseurs de particules soit utilisée pour éliminer les facteurs secondaires dans la moyenne.

La difficulté de l'analyse réside dans le fait que les renseignements sur les torrents et les rivières à galets ne contiennent que des indications qualitatives sur le lit. Il ressort des écrits de Lacey et des discussions sur eux, qu'il utilise initialement, pour le bas de l'échelle, une gamme bien connue de sable de fond de canaux et au sommet de l'échelle les données sur le fleuve Song (dont il s'était occupé personnellement) pour arriver à la relation :

$$f \backsim \sqrt{m}$$

où m est le diamètre moyen des particules du lit. Ayant tenté de fixer une constante de proportionnalité, il la modifia au fur et à mesure que lui parvenaient des informations plus précises sur le grain des matériaux de fond intermédiaires, reliées à des données hydrauliques. La formule finale est :

$$f = 1{,}76\sqrt{m} \qquad (1)$$

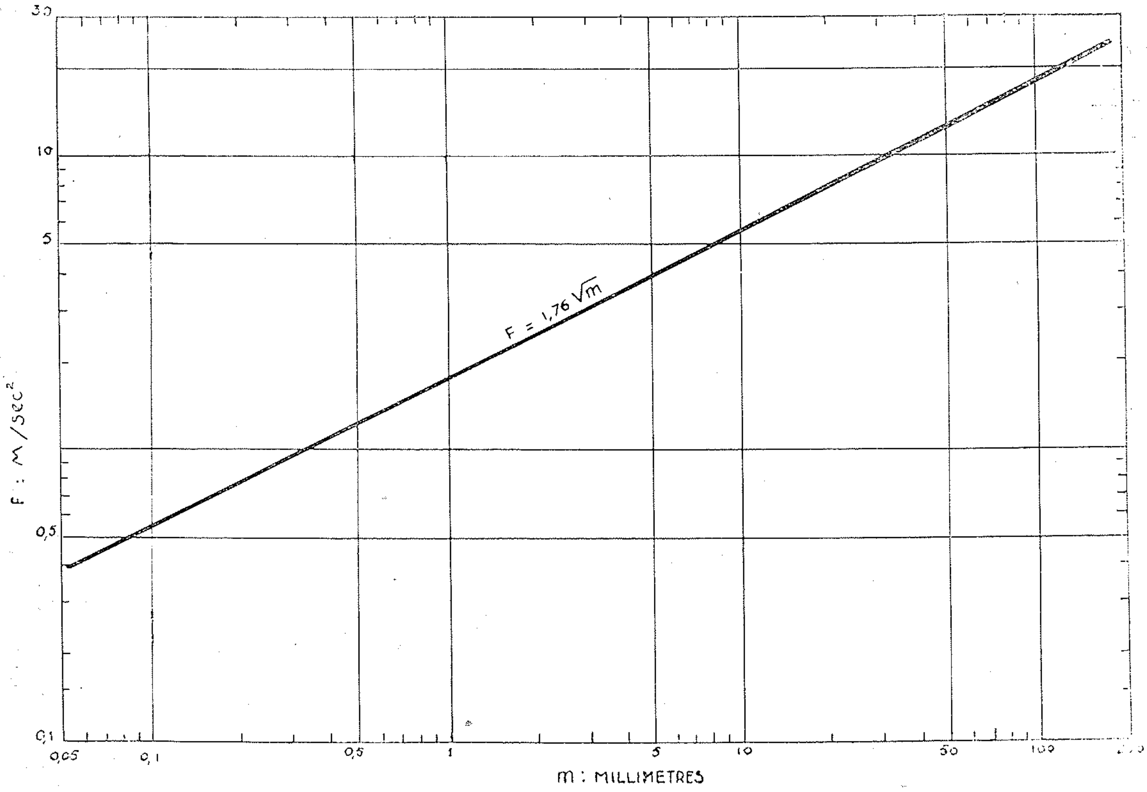
où m est le diamètre moyen de matériaux de fond en millimètres. La fig. 5 représente cette formule dans le domaine des observations, en accord avec la table 15 de Bibl. 1 qui, lue avec son contexte, permet au lecteur de former son propre jugement sur la validité de la méthode inverse. Il y a peu d'années qu'on dispose aux Indes d'une étude détaillée de la relation entre matériaux de fond et paramètres de canaux, de rivières à galets et des torrents; jusqu'ici, rien n'est venu battre en brèche la validité de la fig. 5, mais il faut s'attendre à ce que l'accumulation des résultats montre une dispersion considérable de points autour de la droite de Lacey correspondant aux facteurs secondaires déjà mentionnés. Cette formule doit être appliquée avec précaution aux rivières à galets, où la rugosité réelle doit augmenter au fur et à mesure que les matériaux intersticiels sont éliminés et peut dépasser celle qui correspond au f de cette formule avant que le lit devienne « actif ». Cette valeur de f est applicable dans (3) quand le lit est *actif*.

I. — 24) La pratique au Punjab est d'accepter la formule ci-dessus comme suffisante pour le dessin du dessableur dont dépend la détermination de tout le réseau de canaux.

En fait, pour des transports solides qui, à en juger par les mesures de dépôt aux grands barrages des Etats-Unis, sont appréciables, le facteur quantité n'apparaît pas particulièrement important. La raison théorique en est que la rugosité du sable produit une turbulence suffisante

(1) Cette formule n'est pas modifiée dans la transformation en unités métriques.

Fig: 5



pour maintenir le limon et l'argile (qui forment le gros de la charge) en suspension et sans autre effet sur l'écoulement qu'un petit accroissement de la densité du fluide. Il y a cependant des indices comme quoi la quantité a une influence réelle dans des conditions spéciales. Ainsi, dans l'introduction de matériaux fins dans des modèles de rivières, il y a une condition particulière qui semble résulter d'un excédent de matériaux fins se déposant au fond remplissant les rides et les rugosités de la surface des rides, de sorte qu'il y a une réduction temporaire de rugosité; le même phénomène peut expliquer, en partie, pourquoi des canaux débitent excessivement s'ils sont maintenus à niveau constant sous une chute pendant les périodes de grande turbidité; quelques réseaux de canaux comportant des matériaux de fond très fins montrent aussi des anomalies laissant penser que la rugosité correspondant à m seul, ne produit pas assez de turbulence pour transporter leur charge. Incidemment, les canaux sont fermés pendant les hautes crues des rivières, durant lesquelles l'eau est extrêmement trouble.

I. — 25) *Les équations de Lacey dans leur utilisation pratique.* — Le premier des deux problèmes fondamentaux qui se posent à l'ingénieur est celui de modifier ou d'augmenter un réseau existant; par exemple s'il faut un nouveau canal distributeur, si une zone doit être transférée d'un distributeur à un autre, si l'allocation d'eau à une zone est modifiée, si une portion de canal est surélevée, pour améliorer l'alimentation ou baisser dans l'intérêt de l'entretien. Pour tous ces problèmes, l'ingénieur peut analyser les canaux constituant le réseau existant, en se servant des formules de Lacey et assigner à f la valeur appropriée pour le problème posé.

I. — 26) La formule la plus importante de Lacey déduite de la formule de base est :

$$S = f^{5/3}/3.240\ Q^{1/6}\quad [S = f^{5/3}/1.788\ Q^{1/6}] \qquad (5)$$

Si f est connu par cette formule on peut l'utiliser avec (1) et, dans l'hypothèse d'une section trapézoïdale, pour trouver la largeur et la profondeur. Il existe des courbes types pour les deux formules, mais celles qui sont relatives aux sections ne sont pas exactes en dessus de 400 l./sec. (15 cusecs) environ, car on a négligé la différence entre fond et parois dans les formules de Lacey. En pratique, il n'y a pas de difficulté à dessiner de petits canaux malgré cette limite des formules.

I. — 27) L'ingénieur chargé d'un réseau analysera les documents relatifs à tous ces canaux pour trouver f par la formule (5) (en utilisant, en général, des tronçons de chaque distributeur). L'étude de ces résultats montrera que les valeurs de f oscillent autour d'une moyenne et qu'il y a peu d'écarts importants. L'étape suivante consiste à inspecter les canaux, armé d'une liste des valeurs de f pour trouver la raison des écarts de f.

On constatera habituellement que les distributeurs à f élevé ont une charge [1] trop forte et ceux de petit f une charge trop faible. On observera que, quelle que soit la hauteur de charge, il n'est pas possible, pour un canal en régime, d'obtenir un f s'écartant de plus de 10 % de la moyenne. 10 % de part et d'autre est donc la modification la plus importante qu'un ingénieur puisse réaliser s'il essaye de corriger f par un régulateur de charge spéciale. On trouvera, en général, que les canaux à f anormalement bas, c'est-à-dire de plus de 10 % au-dessus de la moyenne, sont ceux qu'il est nécessaire de dessabler perpétuellement pour empêcher leur charge de tomber; en fait, ce ne sont pas des canaux en régime et la formule ne leur est pas applicable; de tels canaux ont été tracés pour une contrée qu'ils ne peuvent pas desservir. Le mieux qu'on puisse faire, pour eux, est d'en exclure au maximum la charge de sable et de se permettre ainsi la pente la plus faible possible; si cette pente est encore plus grande que celle du terrain, il faut envisager un dessablement continuel. On trouvera aussi, à l'inspection, que les variations de f le long d'un distributeur peuvent normalement être expliquées par le débouché d'émissaires calés plus ou moins haut ou bien par des conditions telles que les suivantes : tronçons de pente trop faible pour le régime ou sujets à des dessablements continuels du lit, tronçons de pente trop forte dans un sol argileux, non érodable. Ce dernier cas permettra quelquefois de remédier à une zone d'envasement immédiatement à l'amont d'une autre de pente plus raide, en aplanissant le tronçon raide, de façon à rabaisser la queue de celui d'amont.

I. — 28) Quand un ingénieur aura analysé et inspecté son domaine comme au parag. I. — 27, et cela lui prendra deux ou trois mois pour étudier à fond les canaux de répartition de quelque 60.000 l./sec. (2.000 cusecs), il connaîtra les limites entre lesquelles il peut faire varier f en agissant sur les canaux existants ou à construire; il connaîtra la réaction sur les autres canaux de l'élimination de la charge de fond de l'un d'entre eux et il dessinera tout nouvel aménagement en introduisant la valeur adéquate de f dans (5) pour obtenir la pente pour chaque débit; il se servira ensuite de (2) pour trouver les sections appropriées.

I. — 29) Grâce au processus imposé par des considérations pratiques, l'ingénieur ne se soucie pas des difficultés théoriques mentionnées au parag. I. — 7. En fait, s'il utilisait la formule (1) pour trouver f et appliquer cet f à (5) pour trouver la pente, il obtiendrait, en général, un résultat malheureux car le coefficient de f n'est correct que pour un canal qui répond à la forme dynamique moyenne de Lacey (parag. I. — 18) et a quelque chose de la nature des parois d'une rivière à galets. Une raison pour laquelle l'ingénieur n'adopte pas ce processus est que, pour l'analyse, il aurait à mesurer avec précision des débits sur toute l'étendue du réseau, ce qui serait un trop grand travail; une autre est qu'une erreur de 5 % dans le débit donnera 10 % d'erreur sur f et de 16,7 % sur S. Les avantages de l'équation (5) sont :

1°) qu'elle donne automatiquement un f moyen pour chaque tronçon de débit constant utilisé pour déterminer f;

2°) qu'elle permet d'estimer Q à partir d'un débit de tête diminué des débits estimés des émissaires supérieurs, puisque 10 % d'erreur sur le débit donne 1 % sur f;

3°) qu'elle donne directement la pente qui est la variable dont la détermination exacte est vitale pour le succès du projet. D'autres formules relient R, f, Q; V, f, Q, etc., et comme chacune, si on la développait, contiendrait Z, « la forme dynamique » de façon différente, chacune donnerait un f différent, par introduction de données réelles — à moins qu'il se trouve que ces données cadrent exactement avec le réseau moyen statistique de Lacey. Le praticien n'a aucun besoin d'employer les formules et il est avisé de les éviter et d'ignorer la volumineuse littérature consacrée aux relations entre les « différents f ».

I. — 30) Quand un ingénieur a un nouveau réseau de canaux à construire, il ne peut utiliser les méthodes des paragraphes précédents mais doit se référer à la formule en f et m du paragraphe I. — 23. Dans le Punjab il est toujours désirable d'avoir un lit de sable plus fin dans les canaux que dans la rivière, et la pratique actuelle est de tâcher d'éliminer la fraction de sable la plus grossière du régulateur de tête et, vu que la turbulence rend cette action imparfaitement efficace, de prévoir en outre des dessableurs dans le lit du canal principal près des ouvrages de tête. Ces dessableurs sont de simples fentes dans le lit sur un tronçon spécialement élargi pour que le dépôt des matériaux en suspension puisse se faire; la taille des grains qui se déposeront au fond et qui passent à travers les fentes, vers des conduits souterrains les rejetant à la rivière, est déterminée par une formule empirique du dépôt en écoulement turbulent. Il n'y a pas de doute sur la valeur pratique des méthodes mais il reste encore à apprécier la précision quantitative avec laquelle la grosseur voulue est éliminée, ainsi que celle avec laquelle un « f » correspondant à la taille du reste des matériaux est imposé au réseau; il faut un long délai pour apporter cette preuve à cause du grand nombre d'années qu'il faut au sable pour agir à travers un réseau étendu; les autorités en irrigation ont cependant été suffisamment convaincues d'une exactitude raisonnable pour

(1) Il s'agit de charge hydraulique (head).

continuer pendant la dernière décade à appliquer ces méthodes à des canaux débitant jusqu'à 300.000 l./sec. (10.000 cusecs).

I. — 31) *Quelques résultats qualitatifs de la théorie de Lacey.* — En se familiarisant avec la théorie de Lacey, l'ingénieur en irrigation devient très précautionneux vis-à-vis de l'érosion et de l'ensablement dans tous les problèmes où il a affaire à un écoulement d'eau chargé de matériaux en suspension. Dans le passé, un ingénieur pouvait surélever un canal auto-formé au moyen d'un barrage et supposer que la surélévation se réduisait à une courbe de remous; il sait maintenant que tout le canal s'élèvera progressivement jusqu'à ce qu'il soit tout entier revenu à la pente de régime pour le débit et le coefficient f donnés, et que la seule limite se trouve quand il atteint à l'amont une chute ou un tronçon de pente plus forte que celle de régime. Dans le passé aussi, un ingénieur pouvait construire un barrage et négliger l'érosion qui se produit à l'aval tant que le réservoir du barrage retient le sable à l'amont.

Une application spécialement intéressante des formules de Lacey réside dans la première approximation de la distorsion à adopter pour les modèles de rivières; la pente, la profondeur et la largeur doivent être respectivement comme les puissances $-1/6$, $+1/3$, $+1/2$ du débit. Une autre application est encore la détermination, pour un canal revêtu, d'une section telle que son lit se débarrasse du sable déposé en période de faible débit.

I. — 32) *Généralisation de la théorie de Lacey.* — C'est un fait d'expérience que parmi les nombreux canaux en régime, c'est-à-dire formés par l'ajustement de leur lit de sable et de leurs berges de limon argileux, peu s'accordent parfaitement avec les formules de Lacey; cependant, si l'on représente graphiquement les données de beaucoup de canaux *du Punjab*, la courbe moyenne résultante vérifie inévitablement les formules de Lacey, avec une précision significative. En outre, tout ingénieur sait que dans d'étroites mais appréciables limites il peut rétrécir, élargir, changer de pente ses petits canaux sans modification apparente du résultat — soumis d'ailleurs à l'action très légère de l'entretien pour prévenir l'effondrement des berges, des dégâts dus aux animaux et aux chocs de corps flottants dans les courbes, etc... M. C. King, de l'Irrigation du Punjab, et l'auteur ont essayé d'introduire dans les formules de Lacey un facteur expliquant ces circonstances, mais à cause de la guerre, les seules publications faites jusqu'à présent sont Bibl. 2 et 3. Le très bref tableau de cette théorie que l'on donne ici peut être laissé de côté par le lecteur qui ne s'intéresse qu'au dessin pratique des réseaux d'irrigation pour lequel les formules de Lacey, telles qu'elles sont données aux paragraphes précédents, sont valables si on les utilise judicieusement; un tel lecteur a l'avantage de posséder les courbes publiées représentant les formules nécessaires pour le dessinateur. La théorie perfectionnée est nécessaire pour une compréhension plus complète des conditions physiques de l'écoulement dans les canaux à parois cohérentes et à fond sans cohésion. Elle résulte d'un graphique (fig. 6, en fin d'article) qui représente les deux modes d'écoulement en régimes rugueux et lisse et, comme l'équation (3), est en accord avec la formule générale d'écoulement de l'auteur.

I. — 33) *Le gradient de vitesse latérale.* — Tout au long de cet article, l'attention du lecteur sera constamment attirée sur la différence entre la nature du fond et des parois, de sorte que ce point n'a pas besoin d'être répété. La théorie généralisée développée par King et l'auteur soumet la « forme » à l'analyse (parag. I. — 17) exactement comme ils l'ont imposée physiquement aux canaux à eux confiés pour le plus grand progrès de leur écoulement. King suit d'abord la ligne d'analyse fournie par l'introduction de D/W ; l'auteur pense que les parois cohérentes bien entretenues doivent engendrer un écoulement turbulent lisse, que les parois ondulées seraient « lisses ondulées » (incidemment la rugosité du fond correspond au type « ondulé », voir I. — 38) et que les parois mal entretenues pourraient être rugueuses, ce qui renverse l'analyse empirique. Or, si l'écoulement latéral est turbulent lisse, l'épaisseur du film laminaire est de l'ordre de la racine-$\frac{1}{2}$ du gradient de vitesse mesurée relativement à la largeur et le gradient de vitesse est comme $\sqrt{V^3/W}$. Ces résultats proviennent du raisonnement connu appliqué à l'équation Navier-Slokoo dans toutes les études d'écoulement turbulent pour obtenir l'épaisseur relative d'une couche limite, et de l'hypothèse que la vitesse périphérique extrapolée est une fraction définie de V.

I. — 34) V^3/W. — Dès que V^3/W apparut, il fut évident que l'équation de forme (2 *a*) du parag. I. — 17 était simplement une constatation de ce que, par son analyse statistique, il avait pris une moyenne du rapport de ce nouveau « facteur de paroi » à son « facteur de fond » f. En fait :

$$V\,R/P \text{ égale approximativement } V\,D/W$$
$$\text{égale } (V^3/W)/(V^2/D)$$

V^3/W dans son rôle de mesure de gradient de vitesse est un utile facteur de paroi; les raisons en sont les suivantes :

1°) Un gradient excessif l'emportera sur la cohésion des parois et causera l'élargissement.

2°) Un gradient déficient permettra le dépôt des matériaux en suspension.

3°) Un gradient intermédiaire ne permettra pas le dépôt de limon, mais ne l'emportera pas non plus sur la cohésion de la berge existante et le canal conservera toute largeur qui lui sera imposée entre les deux limites de V^3/W.

I. — 35) *V^2/D.* — Après la découverte du « facteur de paroi », il était nécessaire de justifier l'emploi de V^2/D comme « facteur de fond » préférable à V^2/R. Ceci fut fait à partir des données de Lacey en portant V^2/R en fonction de VR/P. Il en résulta une forte corrélation; puis V^2/D, tiré des mêmes données, fut porté en fonction de VR/P et il n'en résulta aucune corrélation. En conséquence, V^2/D est accepté comme le facteur de fond le plus correct (voir Bibl. 3 et années voisines) ; cependant le vieux V^2/R reste en usage et, comme il y fut insisté au cours de cet article, suffit pour les besoins de la pratique et est dynamiquement correct pour les conditions moyennes qu'il représente.

I. — 36) *Forme dynamique.* — Puisque Lacey a choisi la dénomination de « forme » pour R/P, il est naturel d'appeler :

$$Z = V D/W \qquad (6)$$

la « forme dynamique ». Comme la constante de l'équation de Lacey contient la constante de sa formule de forme, l'équation corrigée doit contenir Z et son coefficient. Z considéré comme ci-dessus peut être appelé généralement une mesure de l'importance relative du fond et des parois. Naturellement puisqu'il doit avoir une signification physique quantitative, il est préférable de rechercher quelque idée mieux définie. Un moyen d'obtenir une signification plus précise est de trouver quelle fonction de f divisée par le débit d'énergie dans les films laminaires latéraux (ce qui est facile à exprimer) redonne Z ; la réponse est que le débit de travail par unité de surface dans le film du fond qui consiste en une fine couche de sable en équilibre avec la pesanteur, sous l'effet des tourbillons, doit être proportionnel à $f^{3/2}$, ce qui peut être rendu dimensionnellement correct par l'introductrice habituelle de la vitesse $(Pg)^{1/3}$ qui intervient dans tous les problèmes analogues et apparaît comme une vitesse de mélange associée aux couches chargées de sable juste tenu en suspension.

I. — 37) *Remplacement des équations de Lacey* (1) *et* (2). — Dans une théorie généralisée, nous pouvons par conséquent prendre dès l'abord deux équations fondamentales définissant la section :

$$b = V^2/D \qquad (A)$$
$$s = V^3/W \qquad (B)$$

Elles définissent les facteurs de fond et des parois et, en canaux de taille moyenne, il y a peu de différence entre b et f. En canaux à berges argileuses « s » se trouvera autour de 0,20, sous réserve de vérification. Aucun facteur ne doit être utilisé par un dessinateur tant qu'il n'a pas vu ces formules éprouvées sur quelques réseaux existants, de façon que les limites de ces constantes et le sens général de leurs variations soient connus — il est prudent de supposer que des limites sûres sont de 0,15 à 0,25.

Pour mettre les équations sous leur meilleure forme en vue de l'application, multiplions-les entre elles, faisons passer W à gauche, multiplions les deux membres par V, nous obtenons :

$$V W D b s = V^6$$

ce qui est exactement : $V = \sqrt[6]{b s Q}$ (7)

Utilisant cette valeur de V dans (A) et (B) nous obtenons :

$$D = \sqrt[3]{(s/b^2)}\, Q^{1/3} \qquad (8)$$
$$W = \sqrt[2]{(b/s)}\, Q^{1/2} \qquad (9)$$

La question se pose de savoir comment on définit D et W. Pour les besoins de la pratique, D peut être pris égal à la profondeur comptée à partir du fond plat sableux, trouvée par un sondage central et deux aux quarts de sa largeur; alors W est l'aire de la section droite divisée par D. Cette définition de W n'est guère la meilleure pour la théorie, car elle donne une largeur finie quand le fond devient infiniment petit; mais les petits canaux peuvent être dessinés sans grand raffinement et, de toute façon, l'hypothèse de « parois lisses » n'est pas tout à fait correcte. D'autre part, l'analyse d'un grand réseau de canaux suggère qu'en pratique la constante empirique pour un réseau n'est pas V^3/W mais $V^{2,5}/W$. Comme dans la théorie originale de Lacey, notre objet est d'édifier un schéma simple, dynamiquement cohérent, qui se rapproche suffisamment de la pratique pour notre dessin, de sorte que nous utilisons V^3/W.

I. — 38) *La nouvelle formule de pente.* — En recherchant une nouvelle formule de pente, il est important d'écarter les données relatives aux rivières à galets et de se limiter aux cas de berges argileuses, de sorte que « s » puisse être éliminé statistiquement et ne dépende pas fonctionnellement de b. L'auteur tenta (Bibl. 2) de déduire une formule de considérations énergétiques, mais en fut empêché par la nécessité d'utiliser des données de petits canaux; ces canaux avaient été analysés au moulinet et les plus petits débits étaient suspectés d'erreurs allant jusqu'à 15 % ; les constantes à déterminer dépendant du cube de la vitesse, les données étaient inutilisables. King évita l'attaque directe théorique du problème, en revenant au graphique universel de Reynolds et en essayant de relier W/D aux autres variables non dimensionnelles des canaux du Punjab et du Sind, principalement. Son dernier travail publié se trouve dans Bibl. 3. Les résultats qu'il obtint lui donnèrent la réponse remarquablement simple qu'il lui suffisait de porter $2gDS/V^2$, en fonction du nombre de Reynolds relatif à la largeur, c'est-à-dire VW/ν pour obtenir une formule d'écoulement. Incidemment, il utilisa la largeur en surface et la profondeur moyenne basée sur cette largeur. L'équation résultante est :

$$S = \text{Cte absolu } (V W/\nu)^{1/8} \sqrt{g D S} \quad (C)$$

ce qui est exactement l'équation de Blasius pour les tuyaux lisses, à part que W apparaît dans le nombre de Reynolds et D dans le terme de gravité, alors que l'équation de Blasius ne doit contenir que le diamètre du tuyau. La fig. 6 montre les résultats sur un choix assez varié de canaux. La coïncidence exacte de la droite représentative de (C) avec la droite relative aux tuyaux lisses fut admise délibérément par King; l'auteur préfère définir W et D comme au pragraphe I. — 39 et obtenir une droite parallèle comme il est prévisible du fait de la nature ondulée du fond.

I. — 39) *Application de la formule de pente.* — Pour rendre l'équation (C) utilisable pour le calcul, remplaçons V, W et D par leurs valeurs tirées du paragraphe I. — 37; nous trouvons :

$$S = \text{Cte } b^{5/6} s^{1/12} Q^{1/6} \quad (C')$$

ce qui correspond à l'équation (5) de Lacey, parag. I. — 25. Il est significatif que si l'on compare f, déduit des données de canaux et de l'équation (5) à f tiré des mêmes données et de l'équation (1), le premier varie comme une puissance du second voisine de 0,5 ou de 0,6; cette variation serait pratiquement supprimée par (C') puisque « s » varie au hasard autour d'une valeur constante et que b est comparable au f tiré de (2). La constante n'a pas été évaluée en fonction de W la largeur moyenne comparée à la profondeur, et de D la profondeur au fond plat, la guerre ayant interrompu ces recherches. Il y a deux façons évidentes de remédier à cette lacune; la première consiste à reporter la masse des données utilisables dans ces coordonnées, comme sur la fig. 6; la seconde à analyser les canaux en régime d'un système — avec un expert pour choisir les canaux et contrôler les observations —, obtenir une valeur moyenne de « s » (c'est suffisant, car il intervient à une puissance très petite) et tirer la constante des valeurs observées de S, b, Q. En utilisant les données, se rappeler que les débits publiés pour les grands canaux sont souvent inférieurs au débit dominant et que ceux des petits canaux sont erronés et beaucoup plus petits que la réalité.

I. — 40) *Graphiques de travail de la nouvelle théorie.* — En préparant les graphiques pour la nouvelle théorie, il suffira, en premier lieu, de les tracer pour une valeur moyenne de « s » et de faire une note détaillant la correction à faire pour un s différent; en fait « s » permet une faible latitude (parag. I. — 32) à l'ingénieur qui projette les canaux et il sera prudent, pour le dessinateur, d'utiliser une valeur moyenne plutôt que de risquer de dépasser les possibilités pratiques. Il suffira alors de deux feuilles de papier logarithmique; sur la première les équations (8) et (9) donneront des lignes droites; sur la seconde l'équation (C') donnera aussi des droites. Il n'y aura pas de solutions inacceptables pour certaines sections de canal, comme aux petits débits dans la théorie de Lacey, mais les très petits canaux ne seront toujours pas exacts, car W est une mesure conventionnelle.

I. — 41) *Quelques relations plus simples entre les deux théories.*

a) *Similitude des formules-tests de régime.* — L'équation (C) peut s'écrire :

$$V = \text{Cte abs. } (g^{2/3}/\nu^{1/4})\ (W/VD)^{1/6}\ D^{5/6}\ S^{2/3} \quad (10)$$

ce qui doit être en aussi bon accord avec les faits que l'équation de Lacey :

$$V = 10{,}8 \sqrt[3]{R^2 S} \qquad (3\,a)$$

car l'équation (3 *a*) peut s'écrire :

$$f \backsim \frac{V^2}{R} \backsim (R^{1/2} S)^{2/3}$$

et l'équation (10) peut s'obtenir à partir de (3 *a*) par multiplication d'abord par une constante et par $(W/V\,D)^{1/6}$, qui est la racine sixième d'un facteur que Lacey éliminera par moyenne, par division ensuite par la racine cubique de $R^{1/2} S$, approximativement, c'est-à-dire par la racine carrée de f approximativement. L'intervalle *extrême* de variation de f pour les canaux qui forment la masse des matériaux de Lacey est d'environ $\pm$ 20 % autour de la moyenne.

b) *Débit d'énergie dépensé par unité de masse.* — La relation de Lacey dérivée de (3 *a*) :

$$g V S \backsim f^2$$

(voir paragraphe I. — 20) est remplacée dans la nouvelle théorie par :

$$g V S \backsim b\, s^{1/4}$$

de sorte que le débit d'énergie de gravité par unité de masse reste indépendant du débit fluide.

c) *Distorsion du profil.* — L'expression quantitative de Lacey de l'idée d'Osborne Reynolds qu'il y a proportionnalité entre la profondeur et l'exagération de la largeur et de la pente (parag. I. — 20) devient :

$$D/W \backsim S\, s^{3/4}/b^2$$

au lieu de :

$$R/D \backsim S/f^2$$

I. — 42) *Quelques différences majeures entre les deux théories.* — Un article de cette nature ne peut que mentionner les points fondamentaux et le praticien peut préférer les négliger, mais il n'est pas sans intérêt de montrer que certaines difficultés théoriques majeures sont levées, au moins partiellement, par la nouvelle théorie.

a) *Relation inverse entre la rugosité et le critère de turbulence.* — L'équation (C) peut s'écrire :

$$V = \text{Cte universelle}\ (g^{1/2}/\nu^{1/8})\,(V^2/D)^{1/8}\,(W/VD)^{1/8}\,D^{3/4}\,S^{1/2} \qquad (11)$$

Comparons-la à celle de Lacey :

$$V = \frac{\text{Cte}}{f^{1/4}}\,R^{3/4}\,S^{1/2} \qquad (3)$$

Le passage du facteur f de charge du dénominateur au numérateur est remarquable. Si la nouvelle théorie est correcte, l'explication semble être la suivante : au fur et à mesure que le transport solide — de quelque nature qu'il soit — augmente et accroît la turbulence, le profil du canal s'ajuste de telle manière que la rugosité effective *décroît.* Le « travail » du canal augmente, comme le prouve la relation de débit d'énergie du parag. I. — 41 (b), et la pente pour un débit donné augmente aussi comme le montre l'équation (C') qui résulte de la combinaison des équations de pente et de profil. Le fait d'expérience sur lequel le chapitre IX de Bibl. 1 et les travaux suivants sont basés, montre que si les données des canaux sont utilisées pour tirer f de l'équation (3) de Lacey d'une part, et l'équation (1) d'autre part, il y a une relation *inverse* entre eux. Il est possible que là se trouve l'explication du fait que l'expression $(\nu g)^{1/3}$, homogène à une vitesse, apparaisse constamment dans l'analyse dimensionnelle des canaux à parois non cohérentes comme une espèce de « vitesse de mélange » associée à la charge de sable du fond; elle peut exprimer que le sable doit être juste soulevé par la turbulence pour pouvoir être porté en avant.

b) *Différence des formules de pente.* — Par la même analyse que celle des relations entre les f obtenus par différentes formules, on voit que le f tiré de la formule (5) varie comme une puissance voisine de 0,5 du f tiré de (1). Dans la mesure où b est comparable à f, la formule (C') de la nouvelle théorie ne souffre pas de cette contradiction.

c) *V^2/R en fonction de $R^{1/2} S$.* — Dans Bibl. 1, Lacey trouve la formule de pente à l'aide d'une corrélation entre $V/\sqrt{R}$ et $R^{1/2} S$, pour des données comprenant des rivières à galets; il obtient :

$$V/\sqrt{R} \backsim (R^{1/2} S)^{1/3}$$

ce qui est simplement la transcription de (3 *a*) ; mais l'équation (C') de la nouvelle théorie donne :

$$V/\sqrt{D} \backsim (D^{1/2} S)^{1/3} \quad (D^{1/2} S)^{2/3}/(V^3/W)^{1/4}$$

Tout se passe comme si « *s* » variait comme b^4 pour les rivières à galets (et peut-être pour d'autres types de rivières) en supposant qu'on puisse donner un sens à W dans ce cas. Il est possible que les lits des rivières ne soient ni plats, ni pourvus de parois latérales comparables aux berges argileuses de canaux et de certains cours d'eau, et que les équations de Lacey soient applicables avec une bonne précision à certains types de rivières, tandis que la théorie de King et de l'auteur s'appliquerait aux canaux considérés dans leur évolution. Les renseignements sur les rivières négligent en général la forme du profil en travers et la nature des berges.

ARTICLE II

Une formule d'écoulement universelle

II. — 1) *Idée de base.* — L'auteur a publié, d'abord dans Bibl. 5 puis dans Bibl. 4, certains résultats nés de l'idée que tout écoulement en charge ou à l'air libre, à parois lisses rugueuses ou « non cohérentes » — comme tout canal ou rivière charriant des matériaux divers et modelé en section droite et pente dans ces matériaux — doit satisfaire à une formule d'écoulement générale :

$$V = \text{Cte absolue}\ \varphi(R/x)\ \sqrt{g R' S} \qquad (1)$$

où V est la vitesse moyenne, x une longueur caractéristique de la nature des parois, R la longueur qui, divisée pas x, donne une mesure de la rugosité relative, R' la dimension caractérisant l'échelle de la section et S le gradient d'énergie, c'est-à-dire la pente dans le cas d'un canal. L'écoulement est supposé permanent et turbulent. L'idée sous-jacente est que la nature essentielle de l'écoulement, telle qu'elle est discutée à partir de n'importe quelle formule d'écoulement, est la même que la turbulence produite par la paroi prenne naissance ou dans une couche de tourbillons, au contact d'un film laminaire, ou par l'intrusion de protubérances ou à partir d'une couche complexe de sable en suspension, sur un fond ridé; en fait, il y a toujours une force motrice dans le corps du fluide et une résistance de paroi qui produisent une certaine turbulence dissipée à l'intérieur du fluide et, par ce processus, un réarrangement des vitesses d'avancement. Il semble donc que, puisqu'une formule d'écoulement n'exprime que l'égalité de l'action et de la réaction, il doit y avoir une formule générale pour toutes les conditions aux parois; les formules spéciales pour les différentes conditions, considérées auparavant comme indépendantes, doivent pouvoir se déduire des formules générales par une expression appropriée de x.

II. — 2) *Comparaison avec la théorie de Von Karman.* — Bien qu'en son temps, l'idée du II. — 1 fut apparue comme originale, elle se présente maintenant comme une simple forme « intégrée » de l'idée de Von Karman qu'il doit y avoir une distribution universelle de vitesses en régime turbulent, que la paroi soit rugueuse ou lisse. En fait, en acceptant l'idée de Von Karman comme confirmée — bien que l'on n'admette pas encore que sa formule soit définitive en dépit de son excellente approximation — il suffit d'intégrer la distribution des vitesses à travers le canal ou la conduite pour obtenir une formule d'écoulement.

Dans le cas de la paroi rugueuse, il faut faire quelques hypothèses supplémentaires sur la nature de la rugosité. Or, la loi de vitesse de Von Karman est calculée pour s'appliquer à la zone turbulente et, même là, donne un point anguleux sur l'axe de la conduite. Pour l'appliquer à toute la section, il faut la marier à une loi linéaire dans le film laminaire et la transition entre les deux zones n'est pas représentée exactement. En conséquence, bien que l'accord soit bon du point de vue de l'ingénieur, le résultat de l'intégration ne peut pas donner la réponse finale, dynamiquement correcte, sur ce qui se passe en réalité.

Effectivement, les formules d'écoulement actuellement en usage, contenant toutes un logarithme, seraient plus précises si la configuration décrite plus haut n'avait pas été remplacée par une seule courbe logarithmique qui suffit dans la pratique, mais qui éloigne encore le résultat de l'exactitude théorique. Comme une relation logarithmique est gênante pour les calculs, et comme elle n'est pas absolument correcte en dépit de la précision avec laquelle elle s'adapte à la réalité, il semble qu'il vaut la peine de se demander si la masse des renseignements existants sur les formules d'écoulement peut être analysée en fonction de cette nouvelle idée, pour voir si une formule générale est possible ou non. Si une telle formule peut se déduire de celles qui ont une base dynamique, il y a une forte présomption pour que ce soit la formule qui se déduirait d'une loi parfaite de distribution des vitesses.

II. — 3) *La formule universelle d'écoulement.* — La formule universelle ressort si simplement des formules de détail existantes, qu'il n'y a pas besoin d'un effort particulier pour l'écrire. C'est :

$$V = \text{Cte absolue } (R/x)^{1/4} \sqrt{g\,R'\,S} \qquad (2)$$

avec les mêmes notations que dans l'équation (1). Voici les valeurs à donner à x :

a) en écoulement à parois rigides lisses, x doit mesurer l'ordre de grandeur de l'épaisseur du film laminaire; $R = R' =$ rayon hydraulique;

b) en parois rigides rugueuses, x mesure la « hauteur de protubérance »;

c) pour un véritable canal de Lacey, c'est-à-dire dont le fond et les parois sont de nature analogue non cohérente — ceci est discuté dans l'article I — x mesure le facteur de charge f qui demanderait d'être rendu dimensionnellement correct en le rendant linéaire;

$$R = R' = \text{rayon hydraulique};$$

d) pour un canal à fond plat non cohérent et à parois cohérentes argileuses, x est :

$$(V_1^2/b)\ (\nu\, V^3/V_1^4\, W)^{1/2}$$

où
$$V_1 = (\nu\, g)^{1/3}$$

b est le facteur de fond V^2/D et V^3/W le facteur de paroi « s » (voir parag. I. — 37), R est la largeur W et R′ la profondeur D au fond plat.

II. — 4) *Paroi rigide lisse.* — La justification de parag. II. — 3 (A) se trouve dans le raisonnement habituel donnant l'ordre de grandeur, de l'épaisseur relative d'une couche limite à partir de l'équation Navier-Stockes. Il donne $R/\delta \backsim$ racine carrée du nombre de Reynolds $\backsim (V\,R/\nu)^{1/2}$.

Portez cela dans (2) et il vient l'équation de Blasius pour l'écoulement en parois lisses. Cette équation est indiscutable car tous les observateurs ont observé les mêmes quantités indiscutables. Quelques opinions récentes comme quoi l'équation de Blasius ne s'appliquerait plus aux grands nombres de Reynolds paraissent basées sur un changement de régime et sont contredites par la fig. 6.

II. — 5) *Paroi rigide rugueuse.* — Nous supposons que (*b*) est justifié par l'accord de (*a*), (*c*), (*d*) avec la formule générale. La raison pour laquelle il n'y a jamais eu accord sur une formule pour le régime rugueux est qu'on ne peut trouver un exposant exact pour R qu'à partir d'une gamme très étendue de R. Tout essai d'expérimenter une grande gamme de R est vicié par l'impossibilité de fabriquer une énorme gamme de diamètres de tuyaux ayant tous exactement la même rugosité; de même, une grande gamme observable de R en canaux est normalement associée à une différence de nature du fond et des parois due aux conditions engendrées par l'écoulement. Il est significatif que la formule de Manning est simplement (2) avec un exposant 1/6 au lieu de 1/4; l'auteur a analysé les données d'un canal de 3 mètres [10 pieds] de profondeur ainsi que quelques-unes des données classiques et trouvé la gamme insuffisante pour distinguer numériquement quel est le meilleur exposant. La véritable justification du meilleur exposant est donnée par les canaux où l'emploi de l'exposant 1/4 dans l'équation (3) de Lacey (parag. I. — 19) ou sa version améliorée (11) (parag. I. — 42) donne des « rugosités » indépendantes du débit, tandis que l'équation de Manning considérée simplement comme une approximation empirique de celle de Kutter (parag. I. — 19) donne des rugosités qui, à l'intérieur du même réseau de canaux, sont des fonctions très définies du débit; en fait, ce n'est qu'en créant un type artificiel de rugosité par moyenne entre les réseaux entiers de canaux qu'on peut obtenir le meilleur exposant.

II. — 6) *Parois non cohérentes en rivières.* — L'équation (3) du parag. I. — 19 rendue dimensionnellement correcte, est :

$$V = \text{Cte absolue} \left(\frac{\dfrac{R}{f V_1^2}}{g^2} \right)^{1/4} \sqrt{g R S}$$

$$\text{ou} \quad V_1 = (\nu g)^{1/3}$$

Cette formule, pour les cas dont elle veut rendre compte, est très digne de confiance.

II. — 7) *Canaux à fond non cohérent et à parois argileuses cohérentes.* — Ici, la longueur x spécifiée plus haut en d se déduit d'une simple transformation de l'équation (11) pour corriger dimensionnellement le facteur de paroi en en faisant un nombre de Reynolds et pour séparer les facteurs relatifs au fond et aux côtés. Sa validité découle de la fig. 6. Quelques lecteurs peuvent préférer, d'ailleurs, la regarder comme une conséquence de l'aspect « turbulent lisse » de la figure 6, et arguer qu'une équation d'écoulement turbulent lisse peut toujours être mise sous la forme type (2) par des transformations algébriques.

II. — 8) *Formule en parois rugueuses.* — Pour les besoins de la pratique on suggère que la formule de Manning soit remplacée par :

$$V = \text{Cte}\, R^{3/4}\, S^{1/2}$$

et les valeurs de la constante déterminées pour différents matériaux. Bien que la formule de Manning couvre un large champ sans grand écart avec la formule ci-dessus, elle ne couvrira pas un très large champ sans que la rugosité doive être modifiée, pour pallier les défauts de la formule; or, les données de canaux couvrent effectivement un très grand champ. En outre, il est illogique de se servir de formules différentes pour les canaux et les autres types de cours d'eau, quand une même forme est applicable à tous; il faut se rappeler, en outre, que beaucoup de canaux ont des périodes pendant lesquelles leur lit normalement actif est pratiquement fixe, mais le changement de comportement par rapport aux conditions de lit actif est négligeable — un changement de formule à cette transition n'est pas désirable. Bibl. 5 donne quelques constantes trouvées parmi les données classiques. Un canal bétonné donne une constante d'environ 100 en bonnes conditions.

II. — 9) *Distribution des vitesses.* — Si l'on admet que la formule d'écoulement est une fonction puissance au lieu d'une fonction logarithmique, il semble que la distribution des vitesses peut être représentée par une formule un peu plus simple que celle de Von Karman. On donne dans Bibl. 4 une méthode d'approximation de la distribution des vitesses, mais elle peut sembler simpliste aux théoriciens; elle suppose simplement que la quantité de mouvement transmise de la paroi au fluide intérieur est réalisée par des tourbillons ayant la propriété connue de garder une vitesse constante sur des distances considérables, sauf au voisinage immédiat de la paroi. Il en résulte :

a) une distribution parabolique au sein du fluide en tuyaux circulaires — et une parabole malgré sa simplicité, cadre fort bien avec les données publiées et n'a pas de points anguleux sur l'axe;

b) une droite pour un canal infiniment large. Il est facile de voir pourquoi cette droite apparaît; les tourbillons, après une zone de transition près de la paroi, se meuvent à une vitesse constante à travers l'écoulement général et absorbent uniformément de la quantité de mouvement, produisant ainsi un gradient de vitesse constant. On peut observer la distribution linéaire dans une large section d'un canal à fond plat, de quelque 2,5 m. [8 pieds] de profondeur en effectuant des mesures à l'aide d'un moulinet ordinaire à des intervalles de profondeur de 30 cm. (1 pied). Il faut un canal profond car le moulinet ne peut pas être employé à moins de 30 ou 40 cm. (12 ou 18 pouces) de la paroi. En l'absence de vent, on trouve que la courbe de vitesse est une droite infléchie à ses extrémités et que la position de la vitesse moyenne se place en moyenne au 55/100e de la profondeur; l'extrémité inférieure de la courbe représente la transition où les vortex s'accélèrent et n'obéissent pas à la loi de gradient de vélocité; l'extrémité supérieure se rapporte à la zone où les vortex sont ralentis au contact de la surface libre; naturellement une certaine part de la courbure est due à l'erreur du moulinet près de la paroi.

ARTICLE III

L'extrapolation de la vitesse à la paroi

La « vitesse à la paroi » a toujours été définie précédemment comme une extrapolation. A la lumière des praragraphes précédents, il apparaît encore justifié de la considérer comme l'extrapolation de la distribution de vitesse dans la zone turbulente; il est raisonnable de penser que la résistance doit s'exprimer en fonction de ce que serait la vitesse à la paroi si le mouvement intérieur était extrapolé. Cette idée est développée dans Bibl. 4 et 5, conjointement à celle que les cours d'eau auto-formés choisissent, parmi toutes les formes d'écoulement cinématiquement possible, celle qui rend minimum certain facteur dynamique. L'auteur conclut, mais admet que le facteur qu'il va donner peut ne pas être le meilleur, que la méthode conduisant au principe d'Hamilton donne la réponse à cette question : à savoir que les cours d'eau s'ajustent de telle façon que la moyenne quadratique de la vitesse (ou à peu près la vitesse moyenne) doit être un minimum. Comme conséquence, il trouve que la « vitesse à la paroi » est les 2/3 de la vitesse moyenne en paroi rigide et les 3/4 à la frontière de la couche de sable en paroi mi-cohérente. Ce résultat ne peut être vérifié exactement, mais une tangente tracée aux 2/3 de la vitesse moyenne sur une courbe de vitesse quelconque n'est pas une mauvaise approximation pour une extrapolation de la courbe de vitesse. L'intérêt d'une telle loi, s'il elle existe, réside dans le fait que les méthodes de mesure de débit par moulinet sont beaucoup moins précises que le standard de régulation des canaux, mais les observations de débit à la perche [1] (couvrant la majeure partie de la profondeur) peuvent être très précises si l'on peut assigner un débit à la zone périphérique non couverte par les perches (car les perches ne doivent pas être longues au point de toucher le fond). L'auteur a utilisé l'hypothèse que la vitesse périphérique était les 3/4 de la vitesse moyenne pour corriger les débits donnés par la méthode des perches, et les résultats concordent bien avec ceux des déversoirs de grande largeur dont la formule de débit est connue avec une grande précision si le déversoir est bien dessiné. Les observations de débit très précises sont nécessaires pour certains buts spéciaux comme la mesure des pertes par infiltration, par différence de débit.

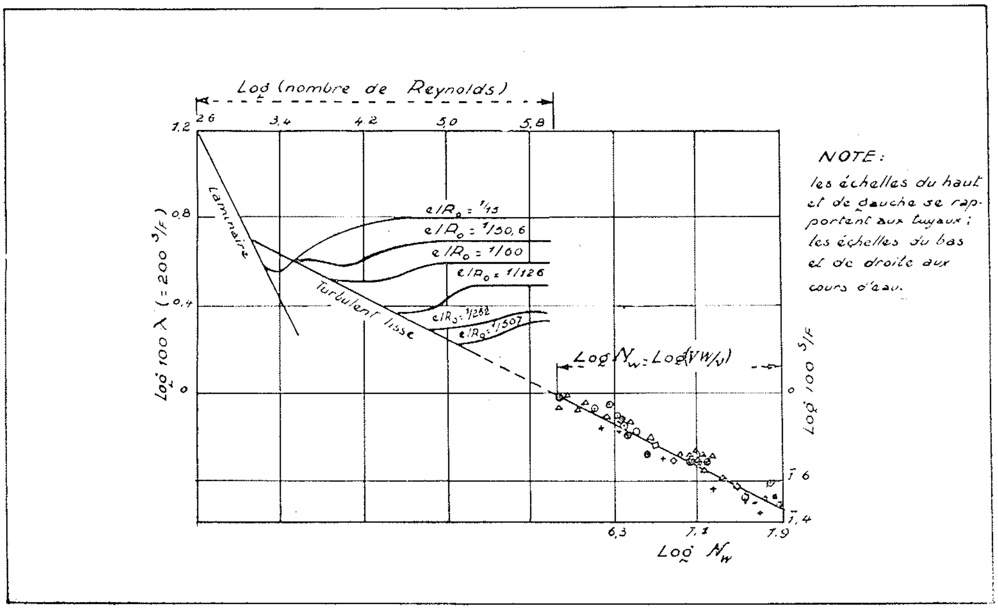
(1) C'est-à-dire à l'aide de moulinets multiples étagés sur des perches verticales plongées dans le courant.

BIBLIOGRAPHIE

1. — Regime Flow in Incoherent Alluvion - Central Board of Irrigation, Publication n° 20.
2. — Annual Report (technical) of the Central Board of Irrigation, 1941.
3. — Annual Report (technical) of the Central Board of Irrigation, 1943.
4. — Paper 5.185. Proceedings of the Institution of Civil Engineers (British).
5. — « Energy Theory of Turbulent Flow of Liquids » Punjab Engineering Congress, Paper 212.

LA SYNTHÈSE

FIGURE 6



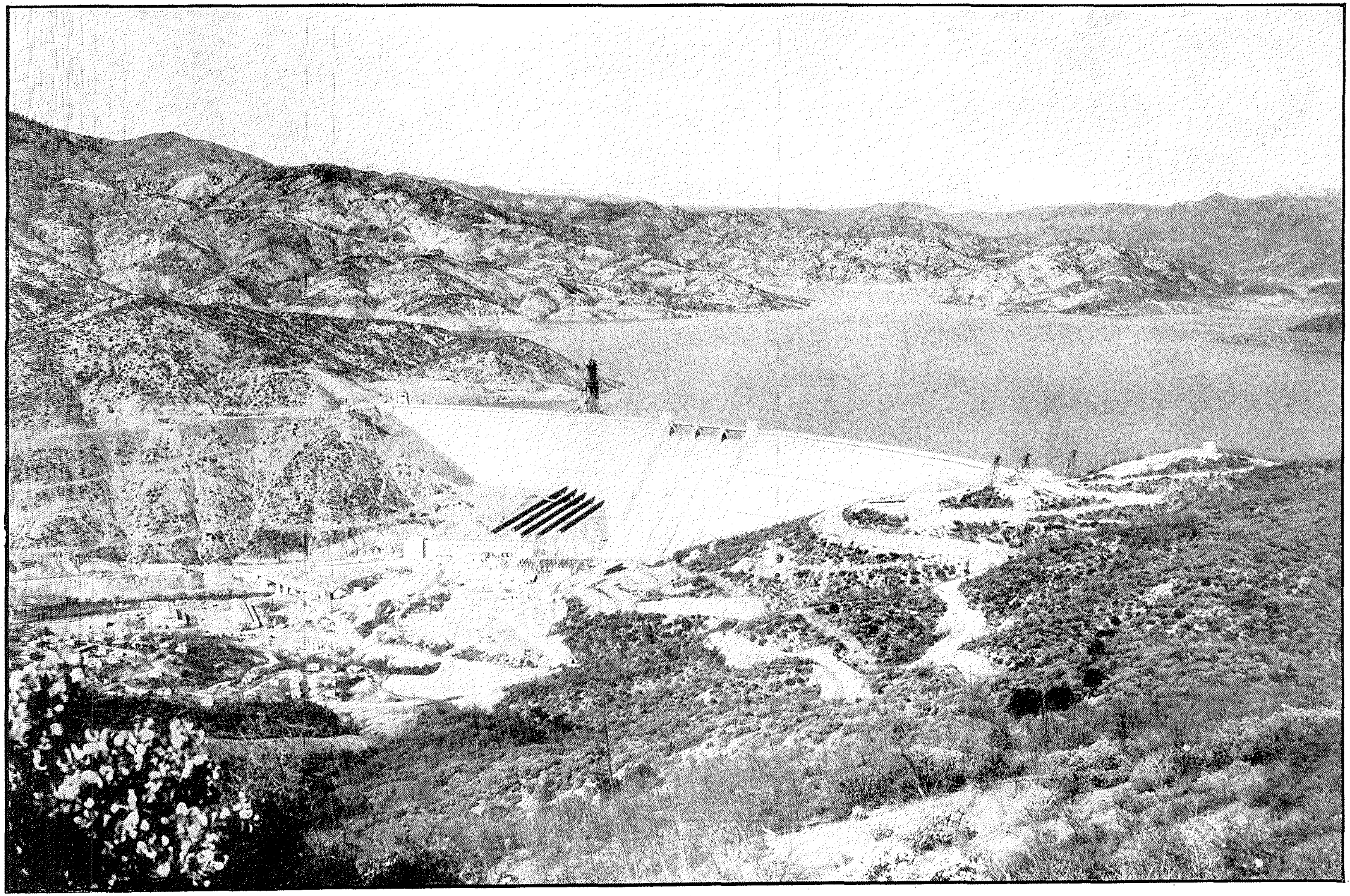
Cette figure est tirée d'une note de M. C. King dans le rapport annuel (technique) du « Central Board of Irrigation » (Indes) 1943.

F est le nombre de Froude formé avec la profondeur moyenne du cours d'eau calculée à partir de la largeur à la surface.

N est le nombre de Reynolds formé avec la largeur en surface.

L'auteur de l'article précédent pense qu'il y a une erreur dans l'adaptation du diagramme de Nikuradse à cette figure, car les points représentatifs des canaux devraient tomber sur une parallèle à la droite « turbulent lisse » (le lit des canaux étant ondulé) ; il préfère aussi utiliser la profondeur comptée à partir du fond sableux et la largeur moyenne calculée en fonction de cette profondeur.

L'interprétation physique de ce diagramme est que la signification de la turbulence en parois lisses peut être généralisée. A l'origine elle impliquait que la turbulence était engendrée par une couche de tourbillons en contact avec le film laminaire, de sorte que la « protubérance équivalente » était mesurée par une longueur caractérisant l'épaisseur du film laminaire; elle implique maintenant que la turbulence est engendrée dans un film de matériaux d'entraînement, ou filtrée à travers, de sorte que la « protubérance équivalente » est mesurée par un terme contenant la nature du fluide, la « charge de fond » et les parois cohérentes, c'est-à-dire peut être exprimée (sous plusieurs formes équivalentes) en fonction du « facteur de fond », du « facteur de paroi » et de la viscosité. Comme les facteurs de fond et de paroi peuvent tous deux s'exprimer en fonction de la vitesse et des dimensions du cours d'eau, la rugosité relative peut l'être en fonction du nombre de Reynolds, de sorte que le calcul dimensionnel permettant de trouver la forme de l'équation de l'écoulement en parois lisses rigides, est applicable aux parois « non cohérentes »; d'où la possibilité de généraliser l'idée de régime « lisse » en y incluant les deux types de parois.



VUE GÉNÉRALE DU BARRAGE SHASTA (KENNETT DIVISION) AUX ÉTATS-UNIS

PHOTO U. S. I. S.