

## Commentaires et Discussions

# STABILITÉ DES GROUPES HYDROÉLECTRIQUES

Note au sujet des remarques de M. GADEN

Au moment de donner le bon à tirer pour nos articles relatifs à l'influence de l'inertie de l'eau sur la stabilité d'un groupe hydroélectrique, nous apprîmes la publication de l'ouvrage de M. GADEN sur le même sujet. Nous constatâmes alors une divergence de résultats dans le cas du réglage accélérotachymétrique. Cette différence, assez importante, n'était pas dans la forme des expressions trouvées, mais dans la valeur du coefficient numérique sans dimensions qui figure au 2<sup>e</sup> nombre. Nous crûmes alors pouvoir l'attribuer à une approximation injustifiée de la part de M. GADEN, ce dont nous nous excusons encore une fois. En fait, nous verrons, plus loin, la cause de cette divergence.

Jusqu'à ces dernières années, on ne trouvait que peu de publications faisant entrer en ligne de compte, dans les théories relatives à la stabilité des régulateurs de turbines, l'inertie de l'eau des conduites d'alimentation (coup de bélier). Or, il apparaissait de plus en plus évident que cette inertie jouait un très grand rôle dans la stabilité des régulateurs, et notamment que c'était elle la principale cause de certains « pompages ». De plus, tout naturellement, on allait s'orienter vers les turbines de grande puissance et de basse chute (Équipement du Rhône, du Rhin, Usines à Marées) dans lesquelles l'énergie cinétique de l'eau des conduites est impor-

tante par rapport à la hauteur de chute, et où, par suite, les effets de l'inertie sur la stabilité seraient certainement très grands. Il était donc tout naturel que les ingénieurs de diverses firmes fabriquant des turbines et des régulateurs essayent de résoudre théoriquement le problème.

Or, la France était occupée, les échanges internationaux étaient difficiles, sinon impossibles. Il n'est donc pas étonnant que dès la fin de 1943, lors des premières séances de la Commission d'Étude de la limite de puissance des machines hydrauliques, à la Société Hydrotechnique de France, deux théories se soient trouvées en présence, traitant du même sujet et aboutissant apparemment à des conclusions différentes. C'était celle de M. GADEN et la nôtre. À cette époque, aucun des deux auteurs ne connaissait la méthode employée par l'autre. La différence entre les méthodes et les notations n'est donc pas autrement étonnante et aucun des deux auteurs ne peut, en toute objectivité, faire grief à l'autre de n'avoir pas employé la même méthode et les mêmes notations que lui.

Nous étions d'ailleurs bien persuadés que les différences n'étaient pas profondes et c'est ainsi, que lors d'une séance, le 10 février 1944, où ni M. GADEN ni nous-mêmes n'assistâmes, M. CHENAIS, se faisant notre interprète pouvait dire : « Nous

croions que dès que M. GADEN pourra se rendre en France, un examen de ses travaux et des études entreprises à Grenoble par MM. ALMÉRAS et CRAYA permettra de faire rapidement le point de cette question. Il semble d'ailleurs que ce soit, en réalité, plus une question de termes qu'une question de fond qui nous ait conduit à des opinions différentes ».

Nous savions déjà, à ce moment-là, que ce n'étaient que des questions de détails qui nous séparaient et, notamment, en ce qui concerne la stabilité d'un ensemble interconnecté, nous étions parfaitement d'accord avec M. GADEN : l'interconnexion n'est pas, par elle-même, génératrice de stabilité. C'est ainsi que, toujours à la même séance de la S.H.F., M. CHENAIS parlait de « marge de stabilité » du réseau français, et demandait que « soit dressée une statistique des caractéristiques de régulation des groupes interconnectés sur notre réseau, de façon à juger plus précisément de la proportion des groupes participant activement au réglage, et pouvant, de ce fait, intervenir dans le problème de la stabilité hydraulique du réseau ». C'est exactement ce que nous avons demandé de nouveau dans le troisième numéro de *la Houille Blanche* et aussi lors de notre conférence à Grenoble, en juillet dernier. On voit donc que notre point de vue sur cette question ne date pas d'hier. Nous nous

réjouissons d'ailleurs de constater que dans les derniers paragraphes de ses remarques, M. GADEN, en fait, tombe d'accord avec les conclusions de notre troisième article.

M. GADEN, pour étudier le problème de la stabilité, a supposé qu'une oscillation avait tendance à se produire et il a cherché les conditions d'amortissement de cette oscillation. Cette méthode lui a permis, par l'emploi de la théorie d'ALLIEVI, de trouver des conditions de stabilité valables même dans le cas des conduites longues (hautes chutes).

De notre côté, nous avons cherché au contraire à former l'équation différentielle qui régit le mouvement du régulateur après une variation brusque, mais faible de la puissance demandée et nous écrivons les conditions pour que sa solution corresponde à des oscillations amorties. De ce fait, nous n'avons pas seulement donné la condition de stabilité, mais encore l'évolution du phénomène après une petite perturbation, chose qui a son intérêt, et que ne permet pas de faire aussi facilement la méthode de M. GADEN, du moins dans sa forme actuelle. Par contre, nos calculs ne sont pas applicables aux hautes chutes, vu les hypothèses faites.

M. GADEN, spécialiste des régulateurs accélérotachymétriques, a naturellement cherché à tout ramener à ces derniers, et a trouvé notamment qu'un asservissement temporaire agit comme un accéléromètre, et il a donné la condition de stabilité sous une forme applicable aux deux systèmes. De notre côté, ayant particulièrement eu à nous occuper de régulateurs à asservissement temporaire, nous avons tout naturellement cherché à mettre la condition de stabilité sous une forme qui contienne les paramètres qu'on a l'habitude de voir caractériser l'asservissement temporaire : — le degré

d'asservissement ou statisme temporaire  $\sigma$  et sa rigidité  $T_r$  et nous avons introduit une notion de « degré d'asservissement efficace ». Il n'y a d'ailleurs aucune contradiction entre les deux points de vue. Il s'agit

de deux manières différentes de voir la même chose.

Pour un régulateur à asservissement temporaire bien conçu ( $K_0$  grand), l'équation différentielle qui régit le mouvement s'écrit avec nos notations :

$$(1) \quad \frac{\tau \Theta}{2} \frac{d^3 \xi}{dt^3} + \left( \tau - \frac{\Theta}{\sigma} \right) \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left( \frac{1}{\sigma} - \frac{\Theta}{T_r \sigma} \right) \frac{d \xi}{dt} + \frac{1}{T_r \sigma} = 0$$

Pour un régulateur accélérotachymétrique, elle s'écrit :

$$(2) \quad \frac{\tau \Theta}{2} \frac{d^3 \xi}{dt^3} + \left( \tau - K_1 \Theta \right) \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left( K_1 - K_0 \Theta \right) \frac{d \xi}{dt} + K_0 = 0$$

Rappelons que  $\xi$  est l'écart relatif de vitesse à l'instant  $t$  rapporté à la vitesse de régime.

$\tau$  est le temps caractérisant l'inertie des masses tournantes du groupe.

$\Theta$  est le temps caractérisant l'inertie de l'eau.

$\sigma$  le degré d'asservissement.

$T_r$  la rigidité du dash-pot.

$K_0$  et  $K_1$  les rapidités de réponse tachy et accéléro-métrique du régulateur accélérotachymétrique

$m = \frac{K_1}{K_0}$  le dosage accélérotachymétrique (notation de M. GADEN).

La comparaison de ces deux équations montre que l'inverse du degré d'asservissement dans le régulateur à dash-pot joue le même rôle que la rapidité de réponse accélérométrique  $K_1$  dans l'accélérotachymètre ; et que le produit du degré d'asservissement par sa rigidité dans le régulateur à dash-pot joue le rôle dévolu, dans l'accélérotachymètre, à la rapidité de réponse tachymétrique  $K_0$ . C'est bien ce que trouve M. GADEN.

On peut donc conclure de cela que deux groupes identiques (mêmes temps  $\Theta$  et  $\tau$ ) ayant des régulateurs des deux types différents, mais tels que

$$K_1 = \frac{1}{\sigma} \text{ et } K_0 = \frac{1}{T_r \sigma}$$

auront des mouvements identiques après la même perturbation. Alors pourquoi M. GADEN, après avoir longuement expliqué l'identité des deux systèmes en ce qui concerne le mécanisme de stabilisation du réglage, ajoute-t-il aussitôt (et y revient notam-

ment à plusieurs reprises dans son ouvrage)<sup>(1)</sup> qu'en réalité l'identité s'arrête à l'action stabilisatrice, mais que la vitesse de réglage s'établit dans le tachyacéléromètre dès l'apparition du moindre écart de vitesse — et même avant grâce au jeu de l'accéléromètre — alors que dans l'autre système elle s'établit avec un certain retard ? Les deux équations (1) et (2) ci-dessus montrent bien que deux groupes identiques munis de deux régulateurs tachymétriques avec asservissement temporaire et accéléro-tachymétrique également bien conçus, réagissent *exactement* de la même manière à une même variation de charge du réseau qu'ils alimentent. Il n'y a donc pas d'avantage en faveur du système accéléro-tachymétrique. Cela surprendra certainement beaucoup de lecteurs. Il peut paraître

(1) Considérations sur les problèmes de stabilité : Ed. La Concorde Lausanne.

tre, en effet, paradoxal, au premier abord, qu'un régulateur tachymétrique à asservissement, dont l'effet tachymétrique est contrarié à chaque instant par l'effet de l'asservissement, réagisse en réalité à une variation de charge aussi rapidement qu'un régulateur accéléro-tachymétrique dont le tachymètre est « aidé » par l'accéléromètre. Mais il faut bien observer que le tachymètre du premier a le droit d'avoir une réponse aussi rapide que l'on veut, cela ne gêne en rien, au contraire, la stabilité, qui est assurée par le degré d'asservissement et sa rigidité. Le tachymètre du second doit avoir au contraire sa rapidité de réponse a priori beaucoup plus faible pour ne pas gêner la stabilité. De la sorte, dans le premier l'asservissement vient freiner un tachymètre rapide, alors que dans le deuxième, l'accéléromètre vient à l'aide d'un tachymètre lent. Ceci explique, que au total, les deux régulateurs se comportent de la même manière.

M. GADEN tout en reconnaissant la valeur de nos recherches, nous oppose un certain nombre d'arguments.

1° Il constate une différence entre la valeur du coefficient K à introduire dans la condition de stabilité :

$$\tau' T > K \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2$$

$$\text{ou } \frac{\tau}{K_0} > K \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2$$

suivant que ce coefficient est calculé par sa méthode, mais dans l'hypothèse du coup de bélier en masse (il trouve  $K = 1,30$ ) ou qu'il est calculé par notre méthode dans la même hypothèse (nous trouvons  $K = 1,66$ ).

2° Il constate que le coefficient K calculé par sa mé-

thode varie considérablement avec la chute et même suivant que le système d'alimentation est entièrement situé à l'amont de turbine, ou également réparti à l'amont et à l'aval (Kaplan de basse chute) alors que nous le trouvons indépendant de la

chute, et indépendant de la disposition de l'installation.

EXAMINONS L'ARGUMENT N° 1. — Les deux théories conduiraient donc, d'après M. GADEN, dans l'hypothèse du coup de bélier en masse, l'une à la condition :

$$\tau' T > 1,30 \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2 \quad (1) \text{ M. GADEN}$$

ou (avec nos notations)  $\frac{\tau}{K_0} > 2,93 \Theta^2$

l'autre à la condition  $\tau' T > 1,66 \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2 \quad (2) \text{ M. ALMÉRAS}$

ou  $\frac{\tau}{K_1} > 3,74 \Theta^2$

Il faut avouer que si une telle différence existait, ce serait à désespérer des mathématiques, car elle est injustifiable.

Donner l'explication de cette différence nous semble plus utile que de soulever des critiques de détail, qui contribueront à rendre plus obscure la discussion du problème. Nous comprenons fort bien que les nombreuses occupations de M. GADEN l'ont empêché d'élucider, avant de nous répondre, ce point fonda-

mental. Pour notre modeste part, essayons d'apporter quelques éclaircissements sur cette divergence qui, selon nous, n'est nullement dans le principe, comme nous l'avions cru à tort, au début, mais dans l'exposé du résultat.

Reportons-nous aux calculs de M. GADEN (p. 116 à 120 et 146 à 148 de son ouvrage). Il écrit les conditions de stabilité sous la forme de deux égalités :

$$(3) \quad m = \lambda_m \frac{3}{2} \frac{s}{1-3r} \Theta \quad \text{et} \quad \zeta' T = \lambda_l \frac{s^2}{1-3r} \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2 \quad (4)$$

Rappelons que chez G. GADEN, m est le dosage accéléro-tachymétrique  $\left( \frac{K_l}{K_0} \right)$ , T le temps de lancer, ( $\tau$ ),  $\delta$  la promptitude de réglage  $\left( \frac{1}{K_0} \right)$   $\lambda_m$  et  $\lambda_l$  sont des coefficients dont dépend le décrement logarithmique d'amortissement des oscillations, et il est nécessaire que l'on ait :

$$\lambda_l > \lambda_m \geq 1$$

M. GADEN commence par prendre pour se fixer un repère :

$$\lambda_m = 1,225 \quad \text{et} \quad \lambda_l = 1,50$$

ce qui donne un décrement  $\delta = 1,38$ , soit un amortissement de 4 entre deux oscillations successives. Il trouve alors dans le cas du coup de bélier en masse, comme il l'expose dans ses remarques, la valeur :

$$K = \frac{s^2}{1-3r} = 1,30$$

Dès lors, la condition pour que le groupe soit stable avec un amortissement supérieur à 4 est :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}' T &> \lambda_t \frac{s^2}{1-3r} \left(\frac{3}{2} \Theta\right)^2 & (5) \\ &> 1,5 \times 1,30 \times \left(\frac{3}{2} \Theta\right)^2 = 4,4 \Theta^2 \end{aligned}$$

ou avec nos notations :

$$\frac{\mathcal{T}}{K_0} > 4,4 \Theta^2 \quad (5)$$

Notons que cette condition (5) qui découle directement des calculs de M. GADEN n'est nullement en contradiction avec la nôtre, puisqu'elle est plus sévère, comme il fallait s'y attendre.

Mais il ne faut pas conclure

de ce calcul que la condition de stabilité s'écrit dans l'hypothèse du coup de bélier en masse :

$$\mathcal{T}' T > 1,30 \left(\frac{3}{2} \Theta\right)^2 \quad (6)$$

inégalité obtenue en faisant dans (5)  $\lambda_t = 1$  au lieu de  $\lambda_t = 1,5$ . Or, c'est seulement cette condition (6) de M. GADEN qui est en

contradiction avec notre condition (2).

Pour préciser encore ce point, essayons de calculer, par la méthode de M. GADEN, mais dans le cas du coup de bélier en masse, la condition de stabilité (condition qui sépare les zones des oscillations amorties). Nous devons faire dans les égalités (3) et (4)  $\lambda_m = 1$  et  $\lambda_t > \lambda_m = 1$ . Mais, nous ne pouvons pas choisir  $\lambda_t$  arbitrairement, une fois choisie la valeur  $\lambda_m = 1$  qui exprime que les oscillations, si elles existent, sont entretenues. En effet, on peut montrer que, lorsque  $\lambda_m = 1$  et dans le cas du coup de bélier en masse, la valeur de  $\lambda_t$  est donnée par :

$$\lambda_t = \frac{\left(K_1 - K_0 \Theta\right) \left(K_1 - \frac{1}{2} K_0 \Theta\right)}{K_1 \left(K_1 - \frac{3}{2} K_0 \Theta\right)} \quad \text{ou} \quad \lambda_t = \frac{\left(m - \Theta\right) \left(m - \frac{1}{2} \Theta\right)}{m \left(m - \frac{3}{2} \Theta\right)}$$

Elle est complètement déterminée quand les paramètres définissant l'action du régulateur ( $K_1$  et  $K_0$ ) sont déterminés. Or, cette valeur de  $\lambda_t$  est minimum lorsque

$$\frac{K_1}{K_0 \Theta} = \frac{m}{\Theta} = 3 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

et on a alors  $\lambda_t = 1,26$ .

Le mieux que l'on puisse

faire, est donc d'agencer le régulateur pour que ce minimum de  $\lambda_t$  soit réalisé (c'est ce qui correspond dans notre théorie au choix du dosage à accéléro-tachymétrie optimum).

D'autre part, on peut aussi montrer que les valeurs de  $r$  et  $s$  sont données en fonction de  $\lambda_m$  et  $\lambda_t$ , dans le cas du coup de bélier en masse, par

$$\begin{aligned} s &= \frac{2}{3} \times \frac{3 + \sqrt{9(\lambda_t - \lambda_m)^2 - 2(\lambda_m - 1)^2} - 4(\lambda_t - \lambda_m)}{\lambda_t - \lambda_m} \\ r &= s - 1 \end{aligned}$$

Si nous y faisons  $\lambda_m = 1$  et  $\lambda_t = 1,26$ , comme nous venons d'en montrer la nécessité, nous trouvons  $s = 0,85$   $r = 0,15$

d'où  $\frac{s^2}{1-3r} = 1,315$ .

Finalement, la condition de stabilité s'écrit :

$$\mathcal{T}' T > \lambda_t \times \frac{s^2}{1-3r} \left(\frac{3}{2} \Theta\right)^2$$

expression qui est exactement celle à laquelle conduit notre méthode de calcul.

$$\frac{\mathcal{T}}{K_0} > 3,74 \Theta^2$$

Autrement dit, le coefficient  $K$  qui figure dans la condition de stabilité

$$\mathcal{T}' T > K \left(\frac{3}{2} \Theta\right)^2$$

est bien égal à 1,66 et non à 1,30 dans le cas du coup de bélier en masse.

EXAMINONS MAINTENANT LE DEUXIEME ARGUMENT. — Il s'agit de la validité de l'hypothèse du coup de bélier en masse. Les premiers auteurs qui firent une théorie du coup de bélier firent cette hypothèse, c'est-à-dire qu'ils négligèrent l'élasticité de l'eau et des parois. Mais on ne tarda pas à s'apercevoir qu'elle conduisait, dès que la conduite était un peu longue, à des résultats très différents de ceux donnés par l'expérience. On dut introduire l'élasticité de l'eau et des parois. La théorie d'ALLIÉVI, puis la méthode graphique de M. BERGERON donnèrent d'excellents résultats, et on peut



ques,  $r = 0,065$  au lieu de  $0,148$  et  $s = 0,935$  au lieu de  $0,852$  d'où la valeur  $\frac{s^2}{1-3r} = 1,08$ .

Autrement dit, M. GADEN applique, à chacune des portions amont et aval de la conduite, les abaques qu'il a tracées et qui supposent que tout le système d'alimentation se trouve à l'amont de l'organe de vannage, donc que la pression est constante à l'aval immédiat de cet organe. Ce raisonnement serait exact si le comportement de la pression à l'aval de la conduite n'avait aucune répercussion sur le comportement de la pression en amont et réciproquement. Mais on sait qu'il n'en est rien.

Remarquons d'ailleurs que, dans le cas examiné ( $\rho = 10$ ,  $H = 10$ ) l'hypothèse du coup de bélier en masse est incontestablement valable. Il est donc a priori assez surprenant que la condition de stabilité soit en quoi que ce soit influencée par la position de la turbine dans le système, position qui ne peut influencer que sur des phénomènes « d'onde » mais non sur un phé-

nomène « de masse ». Il est d'ailleurs facile de montrer que pour une conduite courte, (ce qui est le cas) le retard de l'oscillation de pression sur l'oscillation du vannage ne dépend pas de la position de l'organe de vannage, contrairement aux conclusions de M. GADEN. La valeur véritable de  $\frac{s^2}{1-3r}$  est dans tous les cas de basse chute  $1,315$  et non  $1,08$ , et le coefficient  $K$  qui entre dans la formule de stabilité est de  $1,66$ .

Constatant maintenant que les valeurs de  $r$  et  $s$ , donc de  $\frac{s^2}{1-3r}$  ne dépendent guère de la valeur de l'amortissement (nous avons vu en particulier que, dans le cas du coup de bélier en masse,  $\frac{s^2}{1-3r}$  est égal

à  $1,315$  pour l'amortissement nul et  $1,30$  pour l'amortissement égal à  $4$ ), on peut dresser le tableau suivant donnant les valeurs du coefficient  $K$  entrant dans la condition de stabilité.

$$\frac{\mathcal{T}}{K_0} = \mathcal{T} \cdot T > K \left( \frac{3}{2} \Theta \right)^2$$

Cette mise au point montre que si l'hypothèse du coup de bélier en masse n'est pas valable dans tous les cas — ce qui n'est pas niable — elle approche

cependant beaucoup de la réalité, sauf dans les installations de haute chute et elle permet d'étudier le problème plus à fond dans les cas où elle s'appli-

que. La méthode de M. GADEN est extrêmement séduisante et originale, mais ce qui précède montre bien qu'elle n'est pas applicable sans de grandes précautions.

Nous ne voudrions pas terminer sans mettre en relief les points — qui sont les points essentiels — sur lesquels M. GADEN et nous-mêmes avons toujours été d'accord, sinon quantitativement, du moins qualitativement.

a) L'inertie de l'eau a une influence prépondérante sur la stabilité des groupes hydroélectriques. Il y a intérêt à diminuer son effet au maximum et à augmenter le  $P d^2$  de l'alternateur pour corriger cet effet.

b) Du fait de cette inertie, il y a opposition entre la recherche de la stabilité et celle de la qualité du réglage de la fréquence (cette dernière qualité est essentiellement fonction des paramètres  $\Theta$  et  $\mathcal{T}$  qui caractérisent les inerties de l'eau et des masses tournantes).

c) Dans un réseau interconnecté, les groupes hydroélectriques intrinsèquement instables, profitent de la marge de stabilité de ceux qui se trouvent intrinsèquement stables. Mais il faut s'attacher à ne coupler sur un réseau que des groupes stables si l'on veut conserver la marge de stabilité du réseau général.

P. ALMÉRAS.