

SUR LA FONCTION DE CAVITATION

MIROSLAV NECHLEBA

Ingénieur - Docteur ès Sciences Techniques

Les techniciens ont rencontré pour la première fois le phénomène de la cavitation avec ses conséquences fâcheuses — usures brusques et délabrement rapide des matériaux attaqués — quand les vitesses des hélices propulsives des navires furent augmentées pour faciliter leur commande par des turbines à vapeur. Un comité, avec Sir PARSONS à la tête, formé en Angleterre dans le but d'étudier ces phénomènes a, en 1917 déjà, reconnu que les causes de l'usure étaient ordinairement de caractère mécanique (1).

Les phénomènes de cavitation, après s'être montrés aussi dans les installations de turbines hydrauliques, eurent pour conséquence un léger arrêt de l'évolution de la turbine KAPLAN autour de l'année 1923. Ici, comme dans le cas des hélices propulsives, les cavitations se produisent quand la pression sur l'aube tombe jusqu'à atteindre la tension de vapeur. Dans les zones de basses pressions, se forment des bulles de vapeur, qui s'écroulent dans les endroits de pression plus élevée, causant des coups d'eau sur l'aube et produisant le délabrement du matériel. En général, une fatigue de la matière est en jeu, affaiblie par la présence de l'eau, parce que celle-ci est à même de diminuer la fatigue de presque toutes les matières. Il est intéressant d'apprendre que, d'après de HALLER, on peut obtenir un pareil délabrement de la matière dans un appareil formé d'un cylindre rempli d'eau, à l'intérieur duquel se trouve un piston sur lequel bat un martelet automatique (6). On peut même atteindre un pareil effet au moyen de rayons ultrasonores.

Le début de la cavitation se manifeste par l'usure du matériel mentionnée ci-dessus, et souvent par une légère amélioration du rendement due à la diminution des pertes de frottement de l'eau sur les aubes. Par contre, la cavitation accentuée qui se produit quand le vide augmente, affecte le rendement et le débit d'une manière défavorable et modifie le diagramme topographique de la turbine (5). L'absorption et l'échange de la chaleur de vaporisation stabilisent, pour ainsi dire, l'intensité de la cavitation (2).

Considérant les conséquences désastreuses de la cavitation, il faut bien examiner toutes les

circonstances qui peuvent l'influencer et établir, tout au début, les conditions de régime de la turbine afin d'éviter ces phénomènes. Les parties de la machine les plus exposées au danger de la cavitation sont les extradados des aubes, particulièrement ceux des pales d'hélice, du fait que la force motrice s'y fait valoir en grande partie comme dépression (3).

La dépression exercée sur l'extrados des aubes dépend d'une part de la hauteur d'aspiration statique H_s , d'autre part de la vitesse d'écoulement (vitesse absolue C_2 à la sortie de la roue et vitesse relative W), cette deuxième influence étant à peu près directement proportionnelle au carré de la vitesse d'écoulement, c'est-à-dire proportionnelle à la chute H . En désignant par σ le coefficient de cette proportionnalité, nous pouvons exprimer la pression minimum sur l'extrados de l'aube par le terme :

$$\frac{P}{\gamma} = Ha - H_s - \sigma H \quad (1)$$

H étant la pression atmosphérique en colonne d'eau. Dans le cas extrême, cette pression sera zéro et nous aurons :

$$\sigma = \frac{Ha - H_s}{H} \quad (2)$$

Ce terme est souvent appelé coefficient de cavitation de THOMA et désigné par σ_{crit} pour lequel la cavitation commence. En considérant que la turbine industrielle doit travailler à l'abri du danger de cavitation, il faut que σ_{inst} soit supérieur à σ_{crit} .

Le coefficient σ n'est pas une constante, comme on suppose souvent, mais une fonction du rapport D/H , D étant le diamètre de la roue (4). L'endroit de la pression minimum dépend aussi de ce rapport.

Pour déterminer cette fonction, nous appliquons le théorème de BERNOULLI au mouvement relatif depuis un point X situé sur l'extrados de la pale à la hauteur x au-dessus de l'arête de sortie (indices 1) jusqu'à un point de l'arête de sortie (indices 2), en supposant une turbine hélice à arbre vertical, ce cas étant le plus inté-

ressant pour notre étude (turbines à basse chute, dans lesquelles le rapport D/H est élevé) *.

$$\frac{W^2 x - U^2 x}{2g} + \frac{P_x}{\gamma} + x = \frac{W_2^2 - U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + 0 + \varphi \quad (3)$$

Dans cette relation, φ désigne la perte que l'énergie de l'eau a subie entre le point X et la sortie de la roue. W sont les vitesses relatives et U les vitesses d'entraînement. Comme il s'agit d'une turbine axiale, nous posons $U_1 = U_2 = U_x$ et écrivons :

$$\frac{P_2 - P_x}{\gamma} = \frac{W_x^2 - W_2^2}{2g} + \chi - \varphi \quad (4)$$

Selon l'habitude nous définissons $W_\infty = \frac{W_1 + W_2}{2}$ (5) (7) comme vitesse relative dans

l'infini. W_2 étant à peu près égale à W_∞ , nous exprimons l'augmentation de la dépression à l'endroit X par la relation :

$$\frac{P_x - P_2}{\gamma} = K_{px} \frac{W_x^2}{2g} - x + \varphi$$

On verra ci-dessous que l'inexactitude comise s'élimine quand les coefficients sont déterminés expérimentalement.

Dans cette expression, K_{px} est une valeur négative tant que $W_x > W_\infty$ du fait que

$$K_{px} = 1 - \left(\frac{W_x}{W_\infty} \right)^2 \quad (5)$$

La dépression en X s'obtient alors de la relation suivante :

$$\frac{P_{atm} - P_x}{\gamma} = \frac{P_{atm} - P_2}{\gamma} + \frac{P_2 - P_x}{\gamma} = \left[H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s \right] - K_{px} \frac{W_x^2}{2g} + x - \varphi \quad (6)$$

en considérant que

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - H_s - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s$$

H_s est la hauteur statique d'aspiration mesurée jusqu'à l'arête de sortie de la pale, η_s désigne le rendement du tuyau d'aspiration et C_1 la vitesse à la sortie du tuyau. Supposons

maintenant que la dépression $K_{px} \frac{W_x^2}{2g}$ suive, par rapport à x , la loi d'une parabole du deuxième degré. La valeur de cette dépression est zéro à la sortie de la pale et descend à sa

* NOTE. — Nos considérations sont aussi valables pour les roues centripédohélocoïdales radiales, il faut seulement les appliquer aux coupes cylindriques.

valeur négative maximum quand nous montons vers le bord d'entrée, puis se transforme en surpression, pour atteindre, au bord d'entrée, la surpression nécessaire pour presser l'eau au travers de la roue motrice : $H_p = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$

La pression en amont de la roue est $H_t - \frac{C_1^2}{2g}$, H_t étant la chute mesurée jusqu'au bord d'entrée. La dépression en aval de la roue est : $-\left[H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s \right]$ d'où la différence des pressions en amont et en aval de la roue est donnée par :

$$H_p = H_t - \frac{C_1^2}{2g} + H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s = H - \frac{1}{2g} \left[C_1^2 - (C_2^2 - C_1^2) \eta_s \right] = H - \frac{C_1^2 - C_2^2}{2g} \quad (7)$$

La supposition ci-avant faite, il faut que nous l'appliquions aussi pour la détermination du coefficient K_{px} qui prend la forme :

$$K_{px} = 1 - \left(\frac{W_x}{W_\infty} \right)^2 = a + bx - cx^2$$

Le fait est que nous ne connaissons que les valeurs suivantes (voir fig. 1) :

— Sur l'arête de sortie : $x = 0$; $K_{px} = 0$

— Au bord de l'entrée : $x = h$; $K_{px} = K_p$

Afin de pouvoir établir les coefficients, il faut encore déterminer par voie d'essai :

— pour $x = \frac{h}{2}$ $K_{px} = K_{h,2}$

Avec ces données, on peut écrire :

$$a = 0 ; \quad b = \frac{4}{h} \left(K_{h,2} - \frac{K_p}{4} \right) ; \quad c = \frac{4}{h} \left(-\frac{K_p}{2} + K_{h,2} \right) \quad (8)$$

d'où il résulte :

$$K_{px} = 4 \left(K_{h,2} - \frac{K_p}{4} \right) \xi - 4 \left(K_{h,2} - \frac{K_p}{2} \right) \xi^2 \quad (9)$$

dans quel terme nous avons désigné :

$$\frac{x}{h} = \xi$$

L'expression (9) appliquée à l'équation (6), il en résulte :

$$\frac{P_{atm} - P_x}{\gamma} = H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s - 4 \left(K_{h,2} - \frac{K_p}{4} \right) \xi \frac{W_x^2}{2g} + 4 \left(K_{h,2} - \frac{K_p}{2} \right) \xi^2 \frac{W_x^2}{2g} + \xi h - f_h \xi$$

Ici, nous avons désigné la perte $\varphi = f_x = f_h \xi$ en considérant qu'elle est proportionnelle

au chemin parcouru, alors à peu près proportionnelle à sa projection sur la direction verticale.

$$\frac{P_{atm} - P_x}{\gamma} = H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s - \xi \left[4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{4} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} - h(1-f) \right] + \xi^2 4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{2} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} \quad (10)$$

Déterminons l'endroit de la dépression maximum :

$$\delta \frac{P_{atm} - P_x}{\gamma} - 4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{4} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} + h(1-f) + \frac{1}{8\xi} \left[4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{4} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} - h(1-f) \right]^2 - 8\xi \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{2} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} = 0$$

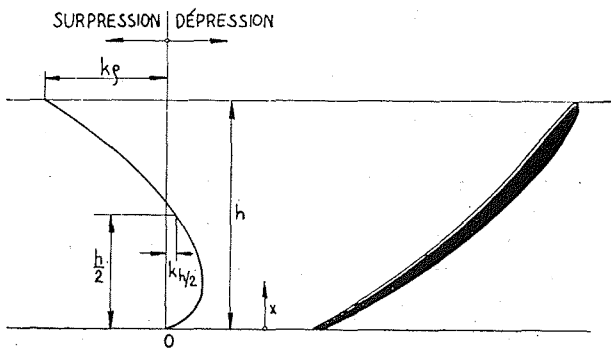
$$\xi = \frac{4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{4} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} - h(1-f)}{8 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{2} \right) \frac{W^2_\infty}{2g}} \quad (11)$$

Pour la valeur de la dépression, nous obtenons de la relation (10) après une simple préparation :

$$\frac{P_{atm} - P_{x\min}}{\gamma} = H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s - \frac{1}{2} \frac{\left[4 \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{4} \right) \frac{W^2_\infty}{2g} - h(1-f) \right]^2}{\gamma \left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{2} \right) \frac{W^2_\infty}{2g}}$$

et ce terme-ci, après avoir posé $\left(K_{h1/2} - \frac{K_\rho}{2} \right) = k$ nous fournit :

$$\frac{P_{atm} - P_{x\min}}{\gamma} = H_s + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \eta_s - k \frac{W^2_\infty}{2g} - \frac{1}{2} K_\rho \frac{W^2_\infty}{2g} - \frac{K_\rho^2}{16k} \frac{W^2_\infty}{2g} + \frac{1}{2} h(1-f) \left(1 + \frac{K_\rho}{4k} \right) - \frac{1}{16} \frac{h^2 - (1-f)^2}{k \frac{W^2_\infty}{2g}}$$



La pression $P_{min.}$ ne peut descendre au-dessous de la tension de vapeur. Supposons comme cas extrême $P_{min.} = 0$, divisons par H , posons $h = \mathcal{H}D$ et désignons par des minuscules les vitesses spécifiques (vitesses divisées par $\sqrt{2gH}$) cela nous fournit :

$$\sigma = \frac{P_{atm} - H_s}{H} = (c_2^2 - c_1^2) \eta_s - k w^2_\infty - \frac{1}{2} K_\rho w^2_\infty - \frac{K_\rho^2}{16k} w^2_\infty + \frac{1}{2} \mathcal{H}(1-f) \left(1 + \frac{K_\rho}{4k} \right) \frac{D}{H} - \frac{\mathcal{H}^2 (1-f)^2}{16k w^2_\infty} \left(\frac{D}{H} \right)^2 \quad (12)$$

ou bien

$$\sigma = A + B \left(\frac{D}{H} \right) + C \left(\frac{D}{H} \right)^2 \quad (13)$$

On y voit que σ augmente en rapport avec le terme D/H , la valeur K étant négative, du fait que, selon la définition précédente, $K_{h1/2}$ est aussi négative, ou au moins $K_{h1/2} < \frac{K_\rho}{2}$. Quant au terme $\frac{D}{H}$, sa valeur peut être près de l'unité ou même plus grande en cas de turbines de basse chute. Alors son influence ne sera plus négligeable.

Quant aux trois coefficients, A, B, C , de la fonction de cavitation (13) on peut les trouver expérimentalement, en déterminant σ_{crit} sur une turbine modèle à dimensions réduites sous trois différents rapports D/H . Mais l'emploi d'un seul modèle ne nous permet de varier le rapport D/H que dans des limites assez serrées (de 1/100 à 3/100), ce qui rend assez difficile, cette manière de déterminer les coefficients. Elle peut même se montrer assez imprécise parce que, pour juger sur l'allure totale de la courbe des oppressions, on en considère seulement une partie relativement petite, laquelle peut, dans l'endroit en question, différer substantiellement de l'allure totale.

Nous sommes arrivés quand même à exprimer les coefficients en question par des valeurs caractéristiques de la turbine et on voit de l'équation (13) que tous les termes sont connus, sauf le coefficient k , lequel se détermine par un seul essai, en négligeant, s'il le faut, ou estimant le coefficient de la perte f . La valeur k doit être déterminée par l'essai, afin d'établir en même temps la vitesse w_∞ (autrement assez mal déterminée) sous la forme du produit $k w^2_\infty$ nous substituons en (12) à K_ρ la valeur :

$$K_\rho \frac{W^2_\infty}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{\Delta P_\rho}{\gamma} = H_\rho$$

$$K\rho = \frac{H\rho}{Hw^2\infty} = \frac{1 - c_1^2 + c_2^2}{w^2\infty}$$

Cela nous fournit :

$$\sigma = (c_2^2 - c_1^2) \eta_s - kw^2\infty - \frac{1}{2} \frac{H\rho}{H} - \frac{\left(\frac{H\rho}{H}\right)^2}{16kw^2\infty} + \frac{1}{2} \mathcal{H}(1-f) \left(1 + \frac{\frac{H\rho}{H}}{4kw^2\infty}\right) \frac{D}{H} - \frac{\mathcal{H}^2(1-f)^2}{16kw^2\infty} \left(\frac{D}{H}\right)^2$$

ou bien :

$$\sigma = (c_2^2 - c_1^2) \eta_s - kw^2\infty - \frac{1}{2}(1 - c_1^2 + c_2^2) - \frac{(1 - c_1^2 + c_2^2)^2}{16kw^2\infty} + \frac{1}{2} \mathcal{H}(1-f) \left[1 + \frac{1 - c_1^2 + c_2^2}{4kw^2\infty}\right] \frac{D}{H} - \frac{\mathcal{H}^2(1-f)^2}{16kw^2\infty} \left(\frac{D}{H}\right)^2$$

Après avoir fait une mesure de cavitation dans le but d'établir σ_{crit} pour un certain rapport D/H , on est à même de déterminer $kw^2\infty$ au moyen de la relation suivante, déduite de la précédente équation.

$$(kw^2\infty)^2 - kw^2\infty \left[\sigma - (c_2^2 - c_1^2) \eta_s + \frac{1}{2} \frac{H\rho}{H} - \mathcal{H} \frac{1-f}{2} \frac{D}{H} \right] + \frac{\left(\frac{H\rho}{H}\right)^2}{16} - \frac{\mathcal{H}(1-f)}{8} \frac{H\rho}{H} \frac{D}{H} + \frac{\mathcal{H}^2(1-f)^2}{16} \left(\frac{D}{H}\right)^2 = 0$$

$H\rho$ peut être mesuré pendant l'essai, autrement on peut poser :

$$\frac{H\rho}{H} = 1 - c_1^2 + c_2^2$$

comme nous l'avons fait ci-dessus.

La valeur $kw^2\infty$ établie, on peut la substituer dans les termes exprimant les constantes de cavitation, ce qui nous donne ces constantes mêmes :

$$A = (c_2^2 - c_1^2) \eta_s - kw^2\infty - \frac{1}{2} \frac{H\rho}{H} - \frac{\left(\frac{H\rho}{H}\right)^2}{16kw^2\infty};$$

$$B = \frac{\mathcal{H}(1-f)}{2} \left(1 + \frac{\frac{H\rho}{H}}{4kw^2\infty}\right); \quad C = \frac{\mathcal{H}^2(1-f)^2}{16kw^2\infty}$$

ou :

$$A = (c_2^2 - c_1^2) \eta_s - kw^2\infty - \frac{1 - c_1^2 + c_2^2}{2} -$$

$$- \frac{(1 - c_1^2 + c_2^2)^2}{16kw^2\infty}; \quad B = \frac{\mathcal{H}(1-f)}{2} \left(1 + \frac{1 - c_1^2 + c_2^2}{4kw^2\infty}\right);$$

$$C = \frac{\mathcal{H}^2(1-f)^2}{16kw^2\infty}$$

La valeur $w^2\infty$ résultant implicitement de la mesure, nous avons donc éliminé l'inexactitude mentionnée à l'occasion de la définition du coefficient k .

Comme exemple pratique, nous indiquons les valeurs de ces coefficients pour une turbine à hélice dont le nombre de tours spécifiques est de 760 :

$$A = 0,9 \quad B = 0,078 \quad C = 0,0023$$

Tandis que $\sigma = 0,92$, en cas de $D/H = 0,24$, cette valeur augmente à 0,98 pour $D/H = 1$. On voit que la différence est considérable.

Récapitulons brièvement la suite des idées : la dépression sur le dos de l'aube dépend de plusieurs influences : 1°) de la dépression engendrée par le tuyau d'aspiration. 2°) de la dépression due à la hauteur de l'aube. 3°) de la dépression due à l'augmentation de la vitesse d'écoulement sur la face d'aspiration de l'aube. Les deux premières valeurs peuvent être établies directement, la troisième s'obtient, en assumant une allure parabolique des dépressions, au moyen de trois valeurs dont l'une $K_{h1/2}$ n'est pas connue, mais qui se détermine par voie d'essais.

De cette manière on obtient que les deux courbes, la présumée et la vraie coïncident en trois points. Les écarts des deux courbes dans les autres points ne seront donc pas trop considérables. En tous cas, les coefficients déterminés au moyen de cette courbe offrent des résultats plus exacts que ceux déduits de la supposition $\sigma = \text{const.}$

BIBLIOGRAPHIE

- 1) ENGLESON : Anfressungen bei Wasserturbinen... Wasserkraft Jahrbuch 1928/29 - Munchen 1929.
- 2) KIESWETTER : Kavitachi zjevny - Strojnicky Obzor - Praha 1937.
- 3) NAGLER : A New Type of Hydraulic Turbin Runner, Engineering 1919.
- 4) SPANNHAKE : Kreisräder als Pumpen u. Turbinen, Berlin 1931.
- 5) TENOT : Turbines Hydrauliques III - Paris 1945.
- 6) EROSION u. Kavitation, Wasserkraft u. Wasserwirtschaft 1941.
- 7) NECHLEBA : Cirkulace kolem lopatky vodni turbíny, Strojnicky Obzor, Praha 1943.