

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA HOULE AU VOISINAGE DES COTES

par L. CARLOTTI

Ingénieur civil de l'Ecole d'Application du Génie maritime
Ingénieur principal des Travaux publics des Colonies

INTRODUCTION

Le but initial de la présente note était d'exposer dans quelles conditions et sous quelles réserves les résultats d'essais de ports et de rades sur modèles réduits seraient valables pour les ports et les rades réelles.

L'étude des deux aspects de la similitude à réaliser :

- similitude de formes
- similitude d'amortissement

nous a conduits à faire un tour d'horizon assez complet de nos connaissances sur la houle en profondeur limitée pour justifier le titre actuel de cette note.

CHAPITRE I

SIMILITUDE DE FORMES

I. — Définition de la similitude de formes

Les données du problème sont :

1°) le tracé des quais, des jetées et de la ligne de niveau du rivage correspondant au niveau de la mer au repos. (Cette ligne de niveau ne correspond pas au zéro des cartes marines car on étudie d'habitude les ports à marée haute).

2°) les lignes d'égales profondeurs, (H sur le réel et h sur le modèle), relevées sur les cartes.

H et h sont comptées à partir du niveau de la mer au repos. Le rapport $\frac{h}{H}$ sera défini par la suite.

3°) la forme en projection horizontale et l'emplacement, à l'extérieur du port ou de la rade, d'une crête de houle incidente. C'est ce que nous appelons « l'emplacement repère ». Pour le choix de cette donnée, on se place dans la région de la carte la plus voisine du rivage où les crêtes de la houle sont cependant encore rec-

tilignes (s'il s'agit d'une houle gaufrée, il faut que le gaufrage soit tel que les houles composantes aient leurs crêtes rectilignes). Sur le fond réel, cette crête se déforme en approchant du rivage. La méthode des ondes enveloppes de Huyghens donne un procédé permettant d'avoir, de façon approximative, les formes successives de cette crête au fur et à mesure qu'elle avance.

Supposons que l'on puisse arriver à prendre une photographie aérienne de toutes les crêtes à la fois en un instant, par exemple à l'instant où une crête passe précisément par l'emplacement repère.

Nous disons que l'on a réalisé la similitude de formes lorsque les deux photographies, prises dans les mêmes conditions sur le modèle et le réel peuvent coïncider par un changement d'échelle.

Nous allons maintenant remplacer cette définition par une proposition équivalente qui puisse se prêter à une évaluation numérique.

La solution approximative de Poisson de l'Hydrodynamique irrotationnelle relative à la houle cylindrique indique que si T est la période de la houle et H la profondeur par fond horizontal, la longueur d'onde Λ est liée à H et T par la relation :

$$(1) \quad T = \frac{\Lambda}{\sqrt{\frac{g\Lambda}{2\pi} \cdot Th \left(\frac{2\pi H}{\Lambda} \right)}} = \frac{\Lambda}{c}$$

Cette relation est vérifiée à 3 % près environ par les houles produites en canal. La planche II jointe à cette note représente les relations entre H , Λ et T , calculées à partir de la formule (1).

Nous admettons que la similitude de formes est réalisée lorsqu'en chaque point de la carte

défini par ses coordonnées (longitude et latitude), on a :

$$(2) \quad \frac{\lambda \text{ modèle}}{\Lambda \text{ réel}} = \frac{l}{L} = \alpha \left(\begin{array}{l} \alpha \text{ est l'échelle des} \\ \text{distances horizontales sur le modèle.} \end{array} \right)$$

1-2° - Relations devant exister entre le modèle et le réel pour obtenir la similitude de formes.

Il faut maintenant définir les relations qui doivent exister entre α , h , H , l (période du modèle) et T (période du réel) pour que la similitude de formes soit réalisée.

On pose $\frac{l}{T} = \theta$ échelle des temps.

Jusqu'à présent, on construisait un modèle géométriquement similaire du réel, c'est-à-dire que l'échelle des distances horizontales était $\frac{l}{L} = \alpha$ et l'échelle des profondeurs était $\frac{h}{H} = \beta$ quel que soit H .

On admettait ensuite la relation :

$$(3) \quad T = \frac{\Lambda}{\sqrt{gH}}$$

qui est tirée d'une autre théorie de la houle en profondeur finie dite « Théorie des tranches ».

En admettant cette hypothèse, on réalisait la similitude de formes lorsque les périodes l et T étaient liées par la relation :

$$\frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{gH}} \cdot \frac{l}{T} = \frac{l}{L}$$

ou :
$$\frac{l}{T} = \frac{l}{L} \sqrt{\frac{H}{h}}$$

ce qui donnerait :

$$(4) \quad \theta = \alpha \sqrt{\frac{1}{\beta}}$$

Pour avoir des maquettes peu encombrantes, on prenait souvent :

$$\frac{\beta}{\alpha} = 2 = \frac{\alpha}{\theta^2}$$

mais la relation (3) est inexacte lorsque $\frac{2\pi H}{\Lambda}$ n'est pas tout petit, il faut la remplacer par la relation (1) qui est la seule exacte, quel que soit H (1). On voit facilement (voir fig. 1) que dans

(1) La planche 1 montre que les résultats expérimentaux se rapprochent beaucoup plus des résultats théoriques donnés par la relation (1) que ceux résultant de la relation (3).

ces conditions, on avait : $\frac{\lambda}{\Lambda} \leq \alpha$ avec $\left(\alpha - \frac{\lambda}{\Lambda} \right)$

d'autant plus grand que $\frac{2\pi H}{\Lambda}$ était plus grand (2).

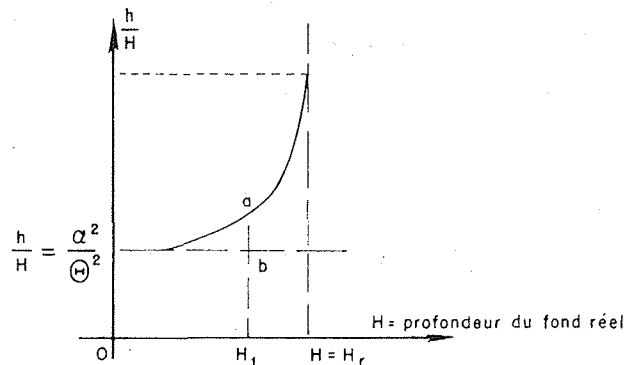


Fig. 1. — Courbe correspondant à la relation (5) lorsque $\frac{\alpha}{\theta^2} > 1$.

Pour réaliser la similitude de formes sur l'ensemble de la maquette, il faut choisir une valeur T_0 de la période du réel. La similitude de formes ne sera rigoureusement réalisée que pour $T = T_0$.

Supposons pour le moment que les échelles α et θ soient déjà choisies et cherchons la relation qui doit exister entre la profondeur H en un point du réel et la profondeur h au point correspondant du modèle.

On veut avoir :
$$\frac{\lambda}{\Lambda} = \alpha$$

(2) REMARQUE. — Les expériences sur modèle réduit du port de Pointe-Noire (A.E.F.) illustrent particulièrement l'existence de cette inégalité.

On a

$$\frac{\lambda}{\Lambda} \leq \alpha$$
 avec $\left(\alpha - \frac{\lambda}{\Lambda} \right)$ croissant lorsque H croît

quand on a : $\theta = \alpha \sqrt{\frac{1}{\beta}}$ et quand la maquette

est telle que : $\frac{\beta}{\alpha} = 2$.

En effet, on avait reproduit les lignes de niveau de la carte ; en ayant choisi α et β , mais en s'arrêtant à $H = 2$ m., sans réaliser la maquette au-dessus de cette ligne de niveau.

On avait placé le rocher A et on avait confié à la houle en B un certain débit de sable par unité de temps.

La cote $h = 0$ ne s'est pas réalisée suivant le tracé AE en trait plein correspondant à la carte, mais suivant le tracé AD, ce tracé AD coïncide avec AE par une rotation autour de A. Cela était dû au $\frac{\lambda}{\Lambda} < \alpha$

La houle tournait moins sur le haut fond C sur le modèle que sur le réel.

La formule (1) indique que l'on doit alors avoir :

$$\frac{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)}{\sqrt{\frac{g\Lambda}{2\pi}} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi H}{\Lambda} \right)} \times \frac{l_0}{T_0} = \alpha$$

En tenant compte du fait que cette relation entraîne $\lambda = \alpha\Lambda$, on obtient :

$$(5) \dots \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\alpha\Lambda} \right) = \frac{\alpha}{\theta^2} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi H}{\Lambda} \right)$$

Cette relation dépend de Λ , qui dépend elle-même de H par la formule (1), dont les résultats sont condensés en un abaque (voir planche II), mais elle dépend aussi de T , donc de T_0 . La relation (5) fixe donc bien la valeur de h , lorsqu'on connaît H et T_0 . L'allure de la courbe

$\frac{h}{H} = F(H)$ dépend de la valeur du rapport $\frac{\alpha}{\theta^2}$. Il y a trois cas possibles :

$$\frac{\alpha}{\theta^2} < 1 \quad \frac{\alpha}{\theta^2} = 1 \quad \frac{\alpha}{\theta^2} > 1$$

Pour avoir des maquettes peu encombrantes, on prend souvent :

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha}{\theta^2} > 1$$

quand c'est possible, car cela permet d'avoir une hauteur d'eau admissible malgré l'exiguïté de la maquette.

Etudions le cas où l'on a : $\frac{\alpha}{\theta^2} > 1$.

On remarque que la relation (5) exige que l'on ait : (6) $\dots \frac{\alpha}{\theta^2} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi H}{\Lambda} \right) \leq 1$.

On voit que si l'on appelle H_r la profondeur du réel à l'emplacement repère et Λ_r la longueur d'onde correspondante pour $T = T_0$, l'échelle des temps θ est liée à l'échelle des distances horizontales α par une relation du genre de :

$$(7) \dots \frac{\alpha}{\theta^2} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi H_r}{\Lambda_r} \right) = 1 - \varepsilon$$

ε pouvant être très petit.

On voit que l'on doit avoir :

$$(7 \text{ bis}) \dots \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi H_r}{\Lambda_r} \right) = \frac{(1 - \varepsilon)}{\left(\frac{\alpha}{\theta^2} \right)}$$

avec $\frac{\alpha}{\theta^2} \geq 1$

Comme l'on détermine pour chaque cas particulier, par photo aérienne, l'emplacement repère où sont relevés Λ_r et H_r (c'est l'emplacement le plus voisin du rivage où les crêtes de la houle sont cependant encore pratiquement rectilignes)

on voit que $\frac{2\pi H_r}{\Lambda_r}$ est imposée.

La relation (7 bis) impose alors une valeur de $\frac{\alpha}{\theta^2}$: Cette valeur correspond à la plus grande distorsion réalisable dans l'étude envisagée.

Forme de la courbe :

$$\frac{h}{H} = F(H) \text{ lorsque } \frac{\alpha}{\theta^2} > 1.$$

Cette courbe traduit graphiquement la relation entre h et H , telle qu'elle est définie par la relation (5) ci-dessus.

Lorsque H est tout petit, on a :

$$\frac{2\pi h}{\alpha\Lambda} \approx \frac{\alpha}{\theta^2} \times \frac{2\pi H}{\Lambda}$$

ce qui donne : $\frac{h}{H} \approx \frac{\alpha^2}{\theta^2}$ ou $\theta = \alpha \sqrt{\frac{H}{h}}$

Lorsque $H = H_r$, on a : $\operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\alpha\Lambda_r} \right) = 1$

donc $h \rightarrow \infty$

la courbe $\frac{h}{H} = F(H)$ a donc l'allure de la fig. 1.

On rappelle que H et h sont comptées à partir du niveau de la mer au repos qui n'est pas le niveau zéro des cartes marines.

On voit que la profondeur h correspondant à la valeur H du fond réel, devait être infinie. Pratiquement, il est possible de tourner la difficulté.

La formule (1) s'écrit en adoptant les notations utilisées pour la maquette :

$$(1') \dots T = \frac{\lambda}{c} = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)}$$

On voit que la célérité c des crêtes en régime établi est :

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)$$

Elle ne dépend pratiquement plus de la profondeur h lorsque $\operatorname{Th} \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \right)$ est très voisin

de 1, ce qui est le cas pour les valeurs de h telles que $\frac{2\pi h}{\lambda} \geq 2,4$, soit $\frac{h}{\lambda} \geq 0,4$ environ.

Dans ces conditions, la difficulté provenant des valeurs infinies que devait atteindre la profondeur h peut se tourner en limitant la courbe de la figure 1 à la valeur de $\frac{hr}{Hr}$ qui donne une valeur de hr , telle que : $\frac{2\pi hr}{\alpha \Lambda_r} = 2,4$ soit :

$$(8) \dots\dots\dots hr = 2,4 \frac{\alpha \Lambda_r}{2\pi}$$

Les régions de la maquette qui correspondraient à des profondeurs $H > H_r$ seront toutes réalisées avec la profondeur hr .

La courbe de la figure (1) se construit par points. Pour chaque valeur de H , on lit la valeur de Λ correspondant à T sur l'abaque représentatif de la formule (1) - (voir planche II). On a ainsi la valeur de $\frac{2\pi H}{\Lambda}$, il suffit ensuite d'utiliser une table des valeurs numériques de la fonction $y = Th x$ pour connaître la valeur correspondante de h .

On voit sur la figure (1) que pour $H = H_1$, la valeur du rapport $\frac{h}{H}$ est représentée par la longueur du segment $\overline{H_1 a}$. Ce segment est nettement plus grand que le segment $\overline{H_1 b}$ qui correspondrait à une maquette construite à partir de la formule (4). Ces maquettes donnaient donc bien $\frac{\lambda}{\Lambda} \leq \alpha$ quand on avait $\frac{\alpha}{\theta^2} > 1$.

Forme de la courbe :

$$\frac{h}{H} = F(H) \text{ lorsque } \frac{\alpha}{\theta^2} = \frac{\beta}{\alpha} = 1.$$

La relation (5) donne dans ce cas :

$$\text{Th} \left(\frac{2\pi H}{\alpha \Lambda} \right) = \text{Th} \left(\frac{2\pi H}{\Lambda} \right)$$

Elle est réalisée lorsqu'on a :

$$(9) \dots\dots\dots \frac{h}{H} = \frac{\lambda}{\Lambda} = \alpha$$

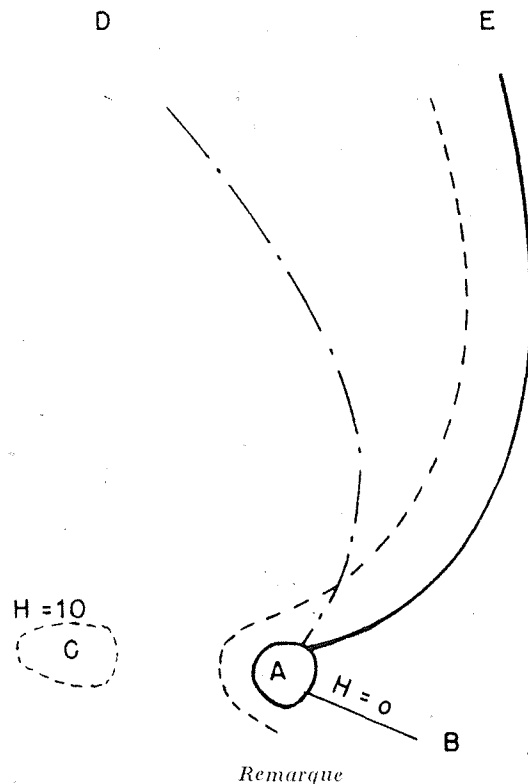
C'est le cas où le modèle est construit sans distorsion des profondeurs. La courbe $\frac{h}{H} = F(H)$ se réduit à son asymptote horizontale.

Les maquettes construites de cette manière sont très encombrantes, si l'on veut que l'épaisseur de la lame d'eau soit supérieure à 3 cm.

pour la profondeur h correspondant à $H = 10$ m. Ce n'est là qu'une convention empirique destinée à éviter un amortissement trop fort sur la maquette, (voir ci-après le parag. 2,22).

Remarque

Toutes les considérations qui précèdent, relatives à la similitude de formes, sont valables pour la « houle pesante », c'est-à-dire celle pour laquelle les forces de rappel qui tendent à ramener le liquide vers sa position d'équilibre sont telles que les forces de pesanteur sont prépondérantes. Lorsque la période T (ou plutôt t , car cela se produit sur les maquettes), est inférieure à une certaine valeur, ces considérations cessent d'être valables. Les forces de rappel dues à la tension superficielle du liquide (eau) deviennent prépondérantes et on a affaire à la « houle capillaire ». Cette houle existe dans la nature, elle constitue les « risées qui forment les plaques foncées et recouvertes de vaguelettes très courtes qui courent sur la mer au cours des rafales de vent.



En ce qui concerne les maquettes réduites, on doit retenir que l'échelle des temps θ devra toujours être telle que la période t du modèle soit telle que :

$$t \geq 0, \text{ sec. } 33$$

En effet, on constate expérimentalement qu'un volet battant à une période voisine de 0,30 sec.

n'émet plus de houle. Le chiffre de 0,33 sec. correspond donc à un certain coefficient de sécurité.

En résumé, il est indispensable de réaliser la « similitude de formes » entre le modèle et le réel, cette similitude permet en particulier, de reconstituer sur la maquette les accords qui peuvent se produire en réalité entre les longueurs d'ondes de la houle incidente et les dimensions horizontales des darses et de l'avant-port. Ces accords engendrent des résonances et par suite des dénivellations fâcheuses des surfaces libres correspondantes. Pour éviter des maquettes trop étendues, à cause de la nécessité de ne pas avoir de lames d'eau trop fines, on doit avoir recours à des maquettes comportant une distorsion des profondeurs. Cependant cette distorsion n'est pas celle que l'on a coutume de déduire de la loi de Reech-Froude, il n'y a pas une échelle des profondeurs, mais une fonction liant les profondeurs correspondantes du réel et du modèle ; de plus, il existe une limite supérieure de la distorsion possible, cette limite change avec les conditions locales du phénomène à étudier.

CHAPITRE II

SIMILITUDE D'AMORTISSEMENT

2,1 — Définition de la similitude d'amortissement

Le but de tout aménagement de port ou de rade est de réduire les déplacements verticaux et horizontaux de la surface de la mer. Il est intéressant de voir dans quelle mesure les études faites sur modèles réduits permettent de prévoir les rapports N existant entre la valeur du creux de la houle au point repère (précédemment défini) et la valeur du creux en différents points du port bien déterminés.

Nous disons par définition que la similitude d'amortissement est réalisée lorsque les valeurs du rapport N sont les mêmes respectivement pour tous les points du port réel et du port modèle.

Nous allons maintenant remplacer cette définition par des propositions équivalentes qui puissent se prêter à des évaluations numériques.

Notre définition a réuni sous le qualificatif commun d'amortissement les effets de trois phénomènes bien distincts qui concourent tous les trois pour fixer les valeurs de N ; l'amortissement proprement dit n'est que l'un de ces trois phénomènes.

2,2 — Relations devant exister entre le modèle et le réel pour obtenir la similitude d'amortissement.

Afin de mieux les étudier, nous allons chercher à isoler les trois facteurs qui nous intéressent.

2,21 — Etude de l'épanouissement et des résonances.

Le premier facteur de diminution de l'amplitude de la dénivellation est l'épanouissement.

Considérons les crêtes d'une houle qui pénètrent plus ou moins obliquement dans la passe du port; elles ont chacune une certaine longueur (comptée perpendiculairement à la direction de leur célérité) qui dépend de la distance séparant les deux musoirs.

Après avoir franchi la passe, ces crêtes s'épanouissent pour envahir tous les plans d'eau. Les effets de l'épanouissement proprement dit sont en général concomitants de ceux de l'action des variations locales de profondeur H sur le creux et de ceux des pertes d'énergie par frottement. Supposons par la pensée que le plan d'eau du port soit dragué à une profondeur constante et qu'on sache déterminer exactement la diminution du creux, due aux frottements se produisant au sein d'une crête de houle qui se propage dans le port depuis la passe jusqu'au fond des darses.

On constaterait, en mesurant effectivement les amplitudes de la dite crête, respectivement à la passe et aux fonds des darses, que la diminution effective du creux est en général plus forte que celle qu'aurait donnée l'amortissement précité.

La cause de cette nouvelle contribution à la variation de l'amplitude de la crête est l'épanouissement de cette crête ; cet effet est dû, d'une part à une diffraction de la houle dans le plan d'eau qui lui est offert, d'autre part à l'action de la forme du contour du plan d'eau sur la houle incidente considérée. C'est à cet effet, bien caractérisé que nous réservons uniquement le qualificatif d'épanouissement.

Nous considérons que la similitude est réalisée entre le modèle et le port réel au point de vue de l'épanouissement lorsque la similitude de formes se trouve réalisée.

2,211 — Etude des résonances

Il arrive parfois que l'action du contour du plan d'eau sur l'amplitude des dénivellations de la surface libre ne diminue pas, mais au contraire accroisse cette amplitude.

Cela se produit dans les cas où il y a accord entre les dimensions géométriques horizontales

de la darse et les longueurs d'ondes de la houle qui règne dans ces darses.

On voit ainsi que l'étude de l'épanouissement englobe celle des résonances possibles entre les longueurs d'ondes locales et les dimensions géométriques des différentes cuves constituant le port.

Étant donné le fait que ces résonances sont dues à des accords entre des dimensions l et des longueurs d'onde λ , et étant donnée la définition de la similitude de formes :

$$\frac{l}{L} = \frac{\lambda}{\Lambda} = \alpha$$

(ou $\frac{l}{\lambda} = \frac{L}{\Lambda}$)

On voit qu'une maquette assurant la similitude de formes, permet de déterminer les périodes T de la houle incidente susceptibles de provoquer les résonances mentionnées ci-dessus, se produisant dans le port ou dans la rade elle-même. Lorsque la maquette comporte une distorsion des profondeurs, on a vu que l'échelle $\theta = \frac{l}{T}$ n'est valable qu'au voisinage de la période $T = T_0$.

Il en résulte que, dans ce dernier cas, seules les périodes T des houles dangereuses pour le port ou la rade réels, (ainsi que les périodes des clapotis de même période T que la houle) voisines de T_0 seront déterminées avec précision par l'essai sur modèle réduit.

Certaines rades sont agitées par des seiches de périodes Σ beaucoup plus longues que celles de la houle T . Si les périodes T des houles dangereuses excitaient des seiches de périodes Σ beaucoup plus longues que T , seules les périodes critiques T de la houle réelle seraient connues, les périodes σ des seiches du modèle n'étant pas liées aux périodes Σ du réel par l'échelle θ . On verra plus loin au parag. 2.22, que les seiches sont des phénomènes voisins des clapotis, mais pour lesquels la célérité de l'onde qui produit la seiche par des réflexions multiples est $C' = \sqrt{gH}$. On pourrait alors se demander si, dans le cas de rades présentant des périodes de seiches Σ beaucoup plus grandes que celle T de la houle d'excitation, on n'aurait pas intérêt à adopter une maquette construite d'après la loi de similitude de la formule (4) basée sur la loi $C' = \sqrt{gH}$ qui donnerait une correspondance théoriquement exacte entre Σ et σ , en se disant qu'il se trouverait bien une période t (qui ne correspondrait pas suivant la formule (4) à la période T du réel qui excite Σ) de la maquette ainsi construite, qui exciterait la seiche σ .

Pour contrôler cette manière de voir, on a expérimenté deux maquettes d'une même rade réelle où l'existence d'une seiche de période Σ était connue.

Ces deux maquettes, ayant des échelles α_1, α_2 très différentes l'une de l'autre, étaient toutes deux construites avec distorsion établie suivant la loi de similitude de la formule (4).

L'une avait donc une échelle de temps : θ_2

L'autre avait une échelle de temps : θ_1

Si la manière de voir ci-dessus exposée avait été exacte, les périodes σ_1 et σ_2 des seiches de ces deux maquettes auraient dû correspondre, suivant les lois θ_1 et θ_2 , avec la même période Σ du réel.

Il n'en était pas ainsi ; on en conclut que l'incidence sous laquelle les crêtes de la houle excitent une cuve, a une influence prépondérante sur le choix de la période propre de cette cuve qui entre en résonance (choix qui est effectué parmi les très nombreuses périodes propres de cette cuve).

On comprend alors que la similitude de forme n'ayant existé :

— ni entre le réel et la maquette d'échelle α_1

— ni entre le réel et la maquette d'échelle α_2

— ni entre la maquette α_1 et la maquette α_2

la direction de crête de la houle qui abordait la cuve à exciter n'était pas la même sur les trois récipients, et les périodes propres σ_1, σ_2 et Σ ainsi excitées dans ces trois récipients n'avaient pas de correspondance entre elles par les échelles des temps θ_1 et θ_2 pourtant théoriquement exactes.

Tout compte fait, dans l'étude des seiches, il semble que la connaissance exacte de Σ ait moins d'intérêt pour le bâtisseur de ports que le fait de déceler à l'avance l'existence possible de telles seiches, de prévoir la (ou les) périodes T de la houle incidente qui est susceptible de les produire, et de mettre au point les ouvrages propres à diminuer considérablement l'amplitude de la dénivellation causée par ces seiches. Toutes ces prévisions sont possibles avec une maquette assurant la similitude de formes.

On remarquera que dans la plupart des cas où une rade est agitée par une seiche de période Σ très supérieure à la période T de la houle visible, il existe en réalité une houle de période Σ qui se superpose à la houle visible à l'œil. Dans ces cas la maquette devra être construite en prenant $T_0 = \Sigma$

L'étude des ouvrages amortisseurs propres à diminuer l'amplitude des seiches sera faite à la fin du paragraphe 2.22.

2,22 — Etude de l'amortissement proprement dit, clapotis entretenus et seiches.

Le second facteur de variations de l'amplitude de la dénivellation est l'amortissement proprement dit.

Ce phénomène est causé par les pertes d'énergie provoquées par les frottements qui se produisent aussi bien au sein même du liquide, que sur les surfaces du fond et des rives.

Il en résulte une diminution de la dénivellation.

Cette étude peut se faire dans un canal de largeur constante d , dont les parois sont verticales et dont le fond est un plan horizontal.

Cette étude expérimentale n'a été faite que dans le cas où les surfaces des parois sont lisses.

Voici le résumé des résultats obtenus :

La dénivellation η mesurée entre les sommets des crêtes et le plan d'eau au repos, diminue au fur et à mesure que les crêtes s'éloignent du volet générateur pour se rapprocher du brise-lame amortisseur, mais ce résultat ne peut être obtenu qu'à la condition d'avoir un excellent amortisseur et d'utiliser un volet soigneusement mis au point.

Si l'on appelle x l'abscisse de la crête pour laquelle on veut connaître la valeur de η (en connaissant la valeur η_0 de η au point d'abscisse x_0) on constate que l'on a une loi de la forme :

$$(10) \dots \eta = \eta_0 e^{-\beta(x-x_0)} \cos \frac{2\pi}{\Lambda}(x-cl)$$

(ce nouveau coefficient β n'a rien de commun avec le rapport que l'on a désigné par le même symbole lors de l'étude de la similitude de formes).

De nombreuses expériences montrent que pour des longueurs d'ondes Λ comprises entre 0,60 m. et 1,28 m., dans une cuve lisse, la valeur de β est donnée par un abaque correspondant à une formule de la forme :

$$(11) \dots \beta \Lambda = F \left(\frac{H}{\Lambda} \frac{d}{\Lambda} \right)$$

L'allure de la courbe correspondant au cas où la largeur d est infinie, est donnée par la figure 2 ci-après, on constate d'ailleurs que d est pratiquement infini dès que l'on a :

$$\frac{d}{\Lambda} \cong 0,475$$

En partant de ce résultat simple, nous admettons par définition que la similitude de l'amortissement proprement dit est réalisée lorsqu'en

chaque point de la carte défini par sa longitude et sa latitude, on a la même valeur de la quantité sans dimensions physiques $\beta \Lambda$ sur le modèle et sur le fond réel.

La courbe de la figure 2 montre que ce résultat est obtenu quand on a :

$$(12) \dots \dots \dots \frac{h}{\lambda} = \frac{H}{\Lambda}$$

en tous les points de la carte, cela sous réserve que l'échelle du modèle soit telle que l'abaque d'où est tirée la courbe de la figure 2 lui soit encore applicable.

Valeur de l'abaque pour les ports réels

Les considérations suivantes relatives aux valeurs du nombre de Reynolds R correspondant au port réel et au modèle réduit permettent de voir si l'abaque est utilisable pour le port réel.

L'abaque correspondant à la formule (11) a été relevé en étudiant l'amortissement des clapotis cylindriques d'une demi-longueur d'onde dans un bac parallélépipédique. La surface libre de ces phénomènes peut être représentée, dans la plupart des cas, par l'équation :

$$(13) \dots \eta = \eta_0 e^{-\alpha(t-t_0)} \cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda} x \right) \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$$

η_0 et t_0 correspondent à un maximum quelconque de η pris comme origine.

On peut facilement relever les valeurs de αT en fonction de la profondeur d'eau au repos H , Λ est fixe et égale au double de la longueur L de la cuve.

On démontre, en passant par l'étude des clapotis entretenus, puis par celle des clapotis amortis, que pour des valeurs identiques de H et d on a :

$$(14) \dots \dots \dots \frac{\alpha T}{\Lambda} = \beta \Lambda$$

La connaissance de l'abaque de la formule (11) a permis de construire l'excellent amortisseur *indispensable* pour les expériences de vérification directe des valeurs de $\beta \Lambda$ dans le canal à houle dont on a parlé plus haut. Ces expériences ont vérifié la théorie à 5 % près. Cet abaque a reçu une autre vérification du fait qu'il explique l'impossibilité du clapotis lorsque $\frac{H}{\Lambda}$ devient très petit ; une seiche se substitue alors au clapotis comme nous allons le voir plus loin.

L'abaque obtenu dans une cuve de longueur $L = 0,64$ m. ne dépend pas du coefficient de viscosité cinématique V du liquide utilisé, les résultats expérimentaux sont rigoureusement

les mêmes quand l'eau douce de la cuve est remplacée par du pétrole lampant.

On sait par ailleurs, que les expériences de Nikuradze, relatives à l'étude de la perte de charge J par unité de longueur dans une conduite de diamètre D , parcourue par un débit $q = \pi \frac{D^2}{4} U$, montrent que la quan-

tité sans dimensions physiques $\lambda = \frac{2gD}{U^2} \cdot J$

ne dépend plus de la valeur du nombre de Reynolds $R = \left(\frac{U D}{V} \right)$, lorsque la surface de la conduite est rugueuse et lorsque R a des valeurs supérieures à une valeur critique. Par contre, λ dépend alors de la rugosité relative des parois. Les courbes donnant $\log \lambda$ en fonction de $\log R$ se présentent alors sous forme de droites horizontales correspondant à différentes valeurs de la rugosité, dites « harpe de Nikuradze ». On dit que cet écoulement est « turbulent rugueux » ; λ ne dépend plus alors du coefficient de viscosité cinématique V du liquide.

Par analogie avec la « harpe de Nikuradze », on peut admettre que les expériences de clapotis amorti ayant permis de relever l'abaque

$\beta \Lambda = f \left(\frac{H, d}{\Lambda, \Lambda} \right)$ dans la cuve $L = 0,64$ m.,

correspondent à un écoulement turbulent rugueux puisque leurs résultats ne dépendent plus de V . Cet abaque étant relatif à des quantités sans dimensions physiques, on peut supposer qu'il reste valable pour toutes les valeurs de R supérieures à celles du bac utilisé, à condition que la rugosité relative des parois reste inchangée. Comme le bac utilisé était en ébonite lisse, on peut considérer que sa rugosité était minime. On peut faire la même supposition pour le fond de la mer en général, qui est formé de sable ou de vase recouvrant une roche lisse. Dans ces conditions comme R varie linéairement avec la longueur L de la cuve, on en déduit que l'abaque est probablement valable pour le port réel. Cette hypothèse peut être contrôlée par des expériences d'amortissement de clapotis longitudinal dans des écluses. Par contre, il n'est pas certain que l'abaque reste valable pour des va-

leurs de $L = \frac{\Lambda}{2}$ inférieures à 0,64 m.

Conditions à satisfaire pour que l'amortissement soit le même sur le modèle et sur le réel.

Pour voir si l'abaque précité est encore valable sur la maquette, on commence donc par

construire un bac de longueur $L = \frac{\lambda_1}{2}$ en appelant λ_1 la plus petite longueur d'onde réalisable en profondeur, h pratiquement infinie (telle que $\text{Th} \left(\frac{2 \pi h}{\lambda_1} \right) \geq 0,9834$). On a vu que cette valeur de λ_1 existe à cause de l'existence des houles capillaires.

Cette valeur λ_1 pourra être fixée de la manière suivante. La formule (1) peut s'écrire dans ce cas :

$$T = \frac{\lambda_1}{\sqrt{g \frac{\lambda_2}{2\pi}}} \quad \text{soit } \lambda_1 = \frac{g T^2}{2\pi}$$

En prenant :

$T = 0$ sec. 33, on a :

$$\lambda_1 \text{ mètre} = \frac{9,81 \times (0,33)^2}{6,28} = 0,17 \text{ m.}$$

Si l'abaque ainsi relevé est le même que celui ayant donné la courbe de la figure 2, l'abaque général sera valable pour toutes les maquettes possibles.

Si l'abaque ainsi relevé est différent, il faudra recommencer le relevé de l'abaque avec une cuve de longueur $L = \frac{\lambda_2}{2}$, en appelant λ_2

la longueur d'onde cylindrique existant dans les darses du port à l'échelle projetée pour le modèle.

Si l'abaque est identique à celui de la figure 2, l'abaque général sera valable pour le modèle projeté, sinon il faut abandonner l'échelle initialement prévue, pour en essayer une autre plus grande.

Clapotis entretenus et seiches

L'étude rapide que nous venons de faire de l'amortissement de la houle sur fond horizontal, nous conduit naturellement à celle des clapotis entretenus dans des cuves parallélépipédiques, et à celle des seiches qui se produisent dans ces récipients.

En effet, le phénomène que l'on qualifie de clapotis cylindrique d'une demi-longueur d'onde, que l'on peut exciter dans ces bacs, n'est pas autre chose qu'une houle amortie d'amplitude élémentaire : Σ très petite qui se réfléchit successivement sur les deux parois extrêmes du bac, jusqu'à son amortissement complet.

Le clapotis entretenu par un volet battant le long d'une paroi extrême du bac, admet donc comme dénivellation la somme de celles de toutes les houles élémentaires existant dans le bac.

la dénivellation de cette surface libre est donc :

(13 bis)

$$\eta = \left\{ \begin{aligned} & \frac{2 \Sigma}{(1 - e^{-\beta \Lambda})} (e^{-\beta \Lambda}) \cdot \cos\left(\frac{2 \pi}{\Lambda} x\right) \cos\left(\frac{2 \pi}{\Lambda} t\right) \\ & + \Sigma \cdot \frac{[e^{-\beta x} - e^{-\beta \Lambda}]}{[1 - e^{-\beta \Lambda}]} \cdot \cos \frac{2 \pi}{\Lambda} (x - ct) \\ & + \Sigma \cdot \frac{[e^{-\beta(\Lambda-x)} - e^{-\beta \Lambda}]}{[1 - e^{-\beta \Lambda}]} \cdot \cos \frac{2 \pi}{\Lambda} (x + ct) \end{aligned} \right.$$

Le premier terme de la formule (13 bis) est un clapotis théorique, le second et le troisième sont des houles amorties.

Clapotis entretenu

Lorsque $\beta \Lambda$ est infiniment petit (c'est-à-dire pratiquement lorsque $\frac{H}{\Lambda} > 0,1$ d'après la

figure 2), on voit qu'il suffit d'une amplitude Σ infiniment petite, elle aussi, pour donner au premier terme de la formule (13 bis) une amplitude finie, car le rapport :

$$\frac{(\Sigma)}{(1 - e^{-\beta \Lambda})} \approx \frac{\Sigma}{\beta \Lambda} \text{ est fini.}$$

Dans ce cas, les amplitudes des deux autres termes de la formule (13 bis) sont des infiniment petits du même ordre que Σ .

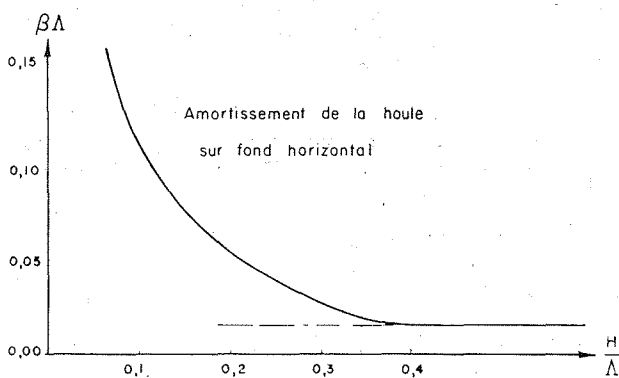


Fig. 2

L'œil de l'observateur ne voit qu'un clapotis entretenu, dont la dénivellation est cependant proportionnelle à l'amplitude Σ de la houle qui l'entretient.

Seiches

Lorsque $\beta \Lambda$ n'est plus infiniment petit (c'est-à-dire pratiquement lorsque $\frac{H}{\Lambda} < 0,1$ d'après la fig. 2), le dénominateur commun des trois termes de la formule (13 bis) $(1 - e^{-\beta \Lambda})$ n'est plus infiniment petit, pas plus que les facteurs :

$$\left[\frac{e^{-\beta x} - e^{-\beta \Lambda}}{1 - e^{-\beta \Lambda}} \right]_{x=0} \text{ pour } \text{ et } \left[\frac{e^{-\beta(\Lambda-x)} - e^{-\beta \Lambda}}{1 - e^{-\beta \Lambda}} \right]_{x=\Lambda}$$

Il en résulte que lorsque $\frac{H}{\Lambda} < 0,1$, il faut

une amplitude Σ assez notable de la houle d'excitation pour donner à la dénivellation totale η une amplitude finie, et cette dénivellation η ne sera plus un clapotis simple : une onde due au moins au deuxième terme de η apparaîtra dans la région où se trouve le nœud du clapotis du premier terme.

On aura une seiche, la valeur de $\frac{H}{\Lambda} < 0,1$

donne : $Th \left(\frac{2 \pi H}{\Lambda} \right) \approx \frac{2 \pi H}{\Lambda}$; la période

sera longue : $\Sigma = \frac{\Lambda}{\sqrt{g H}}$

On a obtenu ainsi une définition assez précise de la seiche, et mis en évidence la différence qui existe entre une seiche et un clapotis.

On note cependant que l'amplitude de la seiche réelle est proportionnelle à celle de la houle perturbatrice Σ .

Des expériences faites dans un bac parallépipédique vérifient avec une grande précision (avec des erreurs inférieures à 5 %), les propositions exposées ci-dessus au sujet des clapotis entretenus et des seiches.

Le fait que l'amplitude du clapotis entretenu ou de la seiche est proportionnelle à celle de la houle perturbatrice Σ , joint au fait qu'une maquette construite avec la similitude de formes, assure une même orientation des crêtes de la houle perturbatrice par rapport aux ouvrages du port réel et de la maquette, nous conduit à dire que les emplacements de la maquette où la mise en place d'ouvrages amortisseurs diminue Σ (et par suite η) sont ceux où l'on devra placer les ouvrages amortisseurs du port réel.

Cependant, les maquettes assurant uniquement la similitude de formes et construites avec

distorsion n'assurant pas la similitude de l'amortissement proprement dit, il faudra étudier séparément les ouvrages amortisseurs réels sur des maquettes plus grandes construites sans distorsion.

2,23 — Etude de l'influence des variations de la profondeur H.

Le troisième facteur de variations de l'amplitude η de la dénivellation est dû à l'influence des variations de profondeur H sur le creux d'une houle en régime établi. (Nous prenons bien soin de préciser qu'il s'agit d'un régime établi, tel qu'en chaque point du port, on puisse parler d'une période T du phénomène, car les lois de la variation du creux avec la profondeur locale ne seraient plus du tout les mêmes s'il n'en était pas ainsi).

Cette étude peut se faire dans un canal de largeur constante d , à condition que les parois du canal soient verticales, que le fond soit constitué par une surface réglée à génératrices normales aux parois du canal, et que l'on connaisse par avance les lois d'amortissement de la houle en fonction du chemin parcouru sur le fond horizontal.

On a pu constater que les résultats théoriques énoncés à ce sujet par Sir Horace Lamb (Professeur à l'Université de Cambridge - Hydro and aerodynamic theory) ne sont pas vérifiés par les expériences.

La plupart des expériences qui ont été faites dans le canal à houle muni d'un brise-lame correct conduisent, en les combinant aux résultats de l'hydrodynamique irrotationnelle classique, à considérer que la loi de variation de η en fonction de H et du chemin parcouru x donne une surface libre de la forme :

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{U_0}{U}} \cdot \frac{1}{\left[e \int_{x_0}^x \beta dx \right]} \cdot \cos \frac{2\pi}{\Lambda} (x - ct)$$

dans cette expression, η_0 est l'amplitude d'un maximum dans la section d'abscisse x_0 ou section repère.

η est l'amplitude dans la section d'abscisse x , U_0 et U sont les valeurs correspondantes de la « vitesse de groupe » qui est théoriquement la vitesse de transmission de l'énergie dans une houle de pesanteur cylindrique, en régime établi (voir au sujet de la vitesse de groupe, les travaux de MM. LAMB, REYNOLDS et RAYLEIGH).

β est le coefficient précédemment défini au sujet de l'amortissement d'une houle cylindrique sur fond horizontal.

Cette loi n'est valable que si H varie de façon continue, et si le plan tangent au fond fait un angle $i < 30^\circ$ avec l'horizontale. Quand $i > 30^\circ$, on a des réflexions partielles de la houle incidente qui provoquent une superposition de houles et de clapotis (phénomène stationnaire).

La solution approximative de Poisson, donne pour U la valeur :

$$(16) \dots\dots U = \frac{c}{2} \left(1 + \frac{4 \frac{\pi H}{\Lambda}}{Sh \left(\frac{4 \pi H}{\Lambda} \right)} \right)$$

(voir plus loin fig. 3).

On retrouve dans cette expression la valeur de la célérité des crêtes :

$$(1) \dots\dots C = \sqrt{\frac{g \Lambda}{2 \pi} T h \left(\frac{2 \pi H}{\Lambda} \right)}$$

On n'a pas encore pu vérifier systématiquement les résultats de la formule (15).

Cependant, quelques expériences faites dans le canal à houle sur un dos d'âne approprié, comportant deux valeurs très différentes de H donnant avec la période T choisie, des valeurs égales de U, donc de η (voir figure 3), montrent que les résultats obtenus ne diffèrent que de 4,5 % de ceux prévus par la formule (15).

Cet écart entre l'expérience et la théorie est de l'ordre de grandeur des erreurs inhérentes aux appareils utilisés, la vérification justifie donc la théorie, et la formule (15) constitue déjà une bonne approximation.

En partant de cette formule, on voit que, pour avoir la similitude au point de vue de la variation de η en fonction de H, il faudrait avoir :

$$(17) \dots\dots\dots \sqrt{\frac{u_0}{u}} = \sqrt{\frac{U_0}{U}}$$

ou encore :

$$(18) \dots\dots\dots \frac{u_0}{U_0} = \frac{u}{U}$$

Cela conduirait à avoir : $\frac{u}{U} = \text{Cte.}$ pour tous les points de la portion de la carte représentés sur le modèle.

Or, la condition (2) $\dots\dots \alpha = \frac{l}{L} = \frac{\lambda}{\Lambda}$ im-

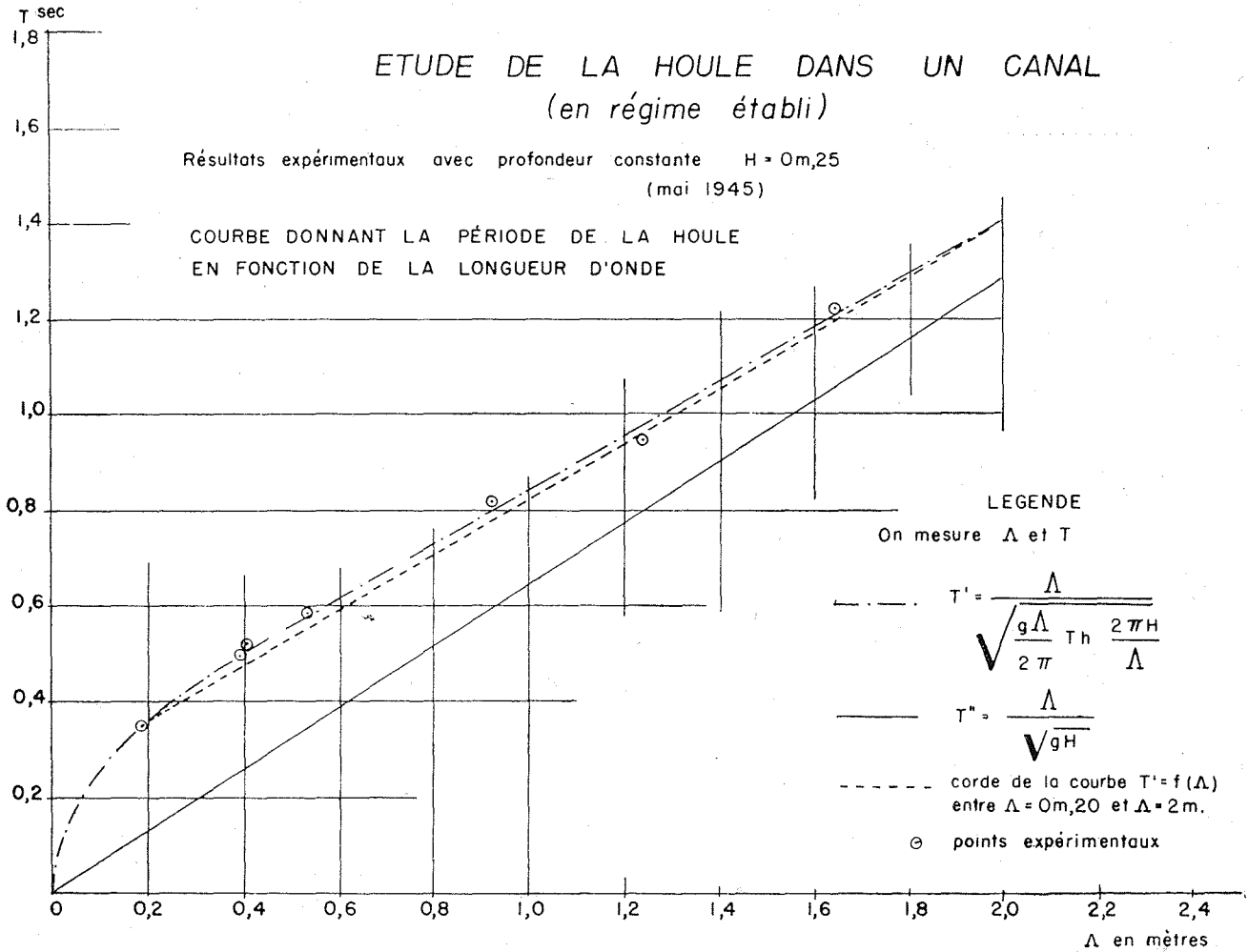
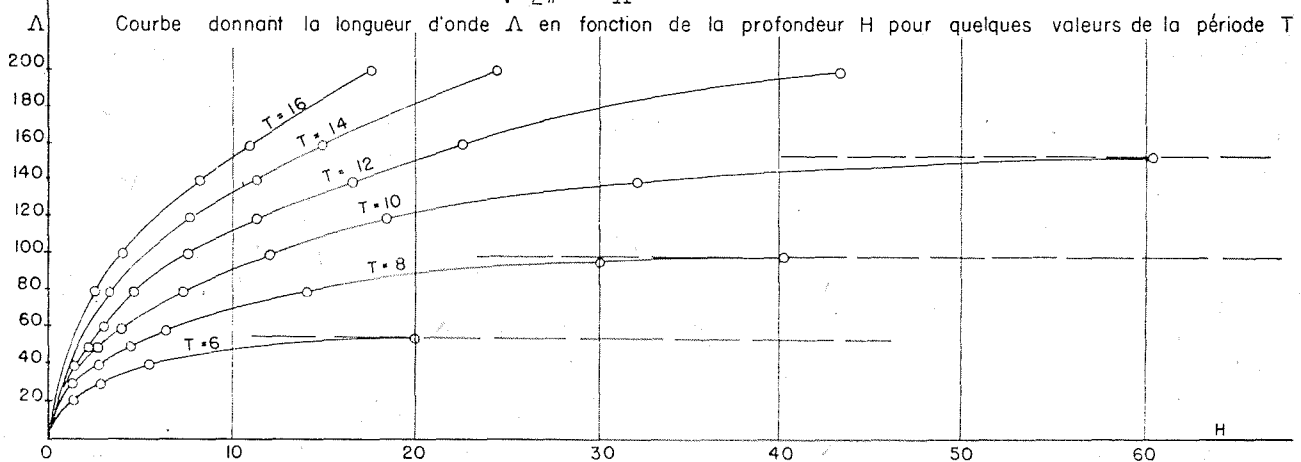


Planche 2

HOULE CYLINDRIQUE Abaque représentant la relation

$$T = \frac{\Lambda}{\sqrt{\frac{g\Lambda}{2\pi} Th \frac{(2\pi H)}{\Lambda}}}$$



Légende
Abaque pour les ports réels Λ et H sont exprimées en mètres et T en secondes
Abaque pour les maquettes Λ et H sont exprimées en centimètres et T en dixièmes de seconde

Planche 2

posée par la similitude des formes, peut s'écrire:

$$(19) \dots\dots\dots \frac{c}{C} = \frac{\alpha}{\theta}$$

En tenant compte de la formule (16), la relation (18) s'écrit de son côté :

$$(20) \dots \frac{c}{C} \times \left\{ \frac{1 + \frac{4\pi h}{\lambda} Sh \left(\frac{4\pi h}{\lambda} \right)}{1 + \frac{4\pi H}{\Lambda} Sh \left(\frac{4\pi H}{\Lambda} \right)} \right\} = \frac{u_o}{U_o} = Cte$$

On voit que dans le cas où la relation (12) (déjà rencontrée) est satisfaite :

$$(12) \dots\dots\dots \frac{h}{\lambda} = \frac{H}{\Lambda}$$

la relation (20) devient identique à la relation (19), et la valeur de la constante $\frac{u_o}{U_o}$ devient $\frac{\alpha}{\theta}$

On voit donc que l'existence de la relation (12) satisfait en même temps à la condition (16) (similitude de formes), à la condition (12) (similitude d'amortissement proprement dit) et à la condition (17) (similitude des variations de η en fonction de H).

(à suivre)

