

REMARQUE SUR LA SURPRESSION MAXIMA ENGENDRÉE PAR LA RÉGULATION DE GROUPES HYDROELECTRIQUES MUNIS DE DÉCHARGEURS

par **L. ESCANDE**

Ingénieur I. E. T.

Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse

Directeur de l'Institut Electrotechnique et de l'Institut de Mécanique des Fluides

(COMMUNICATION PRÉSENTÉE AU COMITÉ TECHNIQUE DE LA SOCIÉTÉ HYDROTECHNIQUE DE FRANCE DANS SA SÉANCE DU 29 AVRIL 1947)

Dans le cas où les turbines ne comportent pas de déchargeur, la fermeture linéaire du débit sous l'action du régulateur donne lieu à une surpression variable avec l'amplitude de la manœuvre et le régime permanent initial : la surpression maxima est atteinte, comme l'a montré M. GARIEL, lors d'une fermeture complète intervenant à partir d'une ouverture initiale telle que le temps de cette fermeture soit

précisément égal à la durée $t = \frac{2L}{a}$ d'un

aller-retour d'onde d'un bout à l'autre de la conduite (L longueur de la conduite, a vitesse de propagation des ondes). La valeur de ce coup de bélier maximum au distributeur est alors donnée par la formule de MICHAUD :

$$\xi_M = \frac{2L v_0}{g T}$$

v_0 désignant la vitesse dans la conduite pour le débit maximum Q_0 dont la fermeture linéaire est effectuée par le régulateur dans le temps T.

Lorsque les turbines comportent des déchargeurs, le problème peut se poser différemment et il est intéressant de rechercher quelle est, dans ce cas, la manœuvre critique à considérer.

Nous allons indiquer comment nous avons envisagé cette question dans un cas particulier de loi d'action des déchargeurs.

Nous admettons que, lors d'un déclenchement intervenant au cours d'un régime permanent à plein débit Q_0 (fig. 1) :

a) Le régulateur ferme le vannage linéairement en T_1 secondes, et, simultanément, le

déchargeur ouvre linéairement de 0 à ηQ_0 : par convention, nous caractérisons, dans cette étude, les ouvertures de vannage, du déchargeur ou de l'ensemble (débit conduite) par les valeurs des débits auxquels correspondent ces ouvertures, en l'absence de surpression, sous chute statique. Donc, de 0 à T_1 , l'ouverture offerte au débit conduite passe de Q_0 à ηQ_0 .

b) Le vannage demeurant fermé, le déchargeur se referme ensuite à son tour, faisant passer linéairement l'ouverture offerte au débit conduite de ηQ_0 à 0 en un temps T_2 nettement plus long que T_1 .

En général (courbe F_1 de la figure 1), la valeur de ηQ_0 est inférieure à celle qui correspondrait au débit atteint au bout du temps T_1 , dans une fermeture linéaire qui s'effectuerait en une

durée $T_3 = T_1 + T_2$, c'est-à-dire à $Q_0 \frac{T_2}{T_3}$.

Cette condition correspond à l'avantage que présente, pour une courbe de fermeture (T, Q) non linéaire, une certaine concavité dirigée vers le haut. Il peut toutefois arriver, dans certains cas exceptionnels, que cette condition ne soit pas

remplie et que l'on ait au contraire $\eta > \frac{T_2}{T_3}$

(courbe F_2 de la figure 1).

Dans la présente étude, nous examinerons successivement le cas de fermetures suivant la loi F_1 , puis suivant la loi F_2 .

Il résulte des lois de fermeture ainsi précisées que, dans le cas de la loi F_1 , le débit conduite est coupé plus rapidement, tant que le vannage

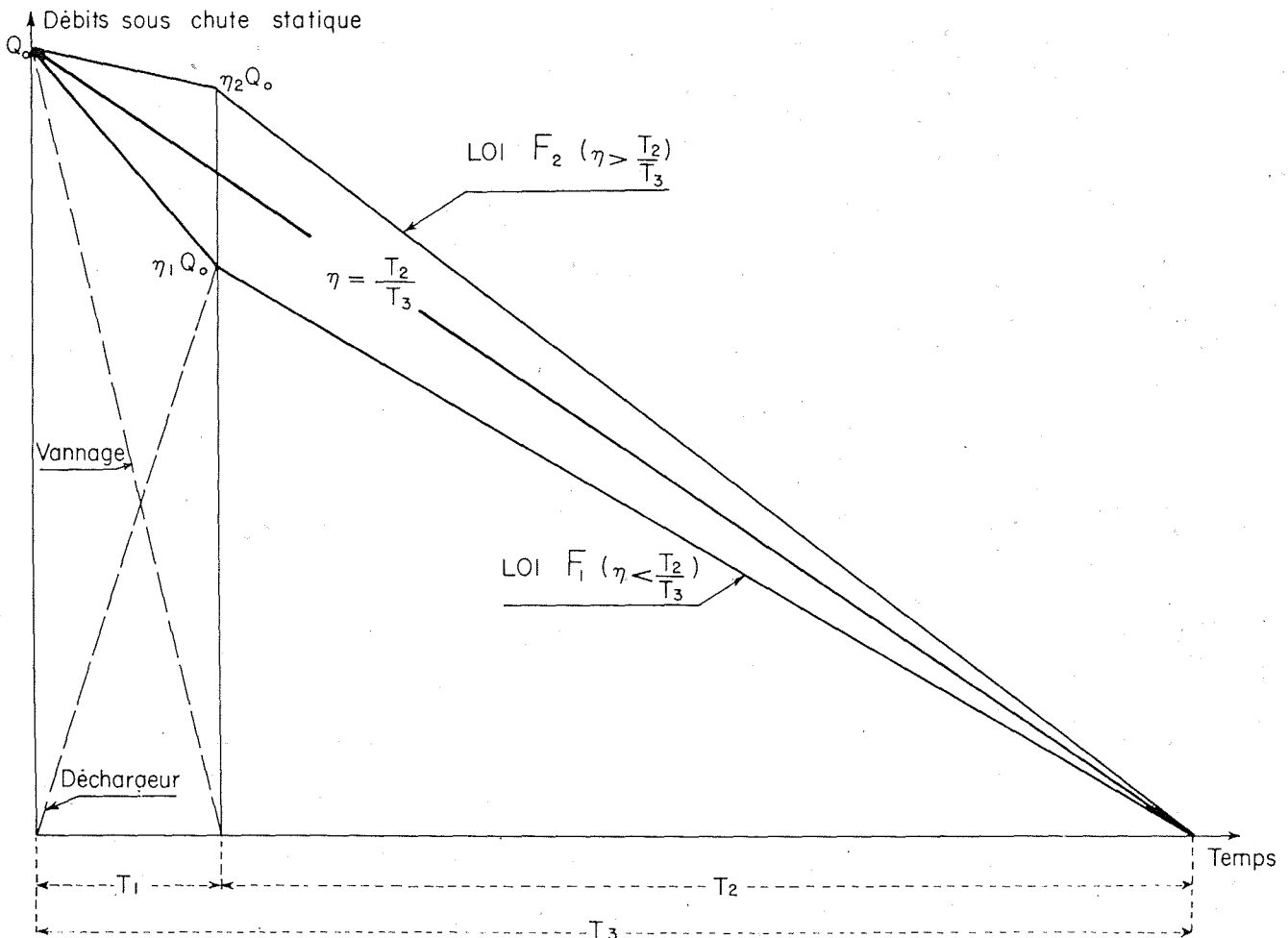


Fig. 1

et le déchargeur sont simultanément en action, que, dans la seconde partie de la fermeture, lorsque le déchargeur se referme seul : l'inverse se produit avec la loi F_2 .

Remarquons que, dans les deux cas, comme il est facile de s'en rendre compte, lors d'un déclanchement réduisant immédiatement la charge de $\Delta Q = Q_1 - Q_2$, à partir d'un débit initial Q_1 , les manœuvres sont les suivantes :

a) De 0 à $T'_1 = \frac{\Delta Q}{Q_0} T_1$, l'ouverture vannage diminue de ΔQ , le déchargeur ouvre de $\eta \cdot \Delta Q$ et l'ouverture offerte au débit conduite se referme de $(1 - \eta) \Delta Q$.

b) Puis, en un temps $T'_2 = \frac{\Delta Q}{Q_0} T_2$, le déchargeur ferme linéairement de $\eta \cdot \Delta Q$ à zéro. Dans cette manœuvre, de durée totale

$T'_3 = \frac{\Delta Q}{Q_0} T_3$, la variation d'ouverture du débit conduite est de :

$$(1 - \eta) \Delta Q = \frac{(1 - \eta) Q_0 T'_1}{T_1}$$

dans la première partie,

puis de $\eta \Delta Q = \eta Q_0 \frac{T'_2}{T_2}$ dans la seconde.

En particulier, pour une manœuvre telle que l'on ait $T'_1 = \theta$, la variation d'ouverture du débit conduite est égale à $(1 - \eta) Q_0 \frac{\theta}{T_1}$, dans la pre-

mière partie, de durée θ , puis de $\eta Q_0 \frac{\theta}{T_1}$, dans la seconde, de durée $T_2 \cdot \frac{\theta}{T_1}$

Notons que cette manœuvre particulière, d'une durée totale (T_3) $\theta = T_3 \cdot \frac{\theta}{T_1}$, correspond à une coupure totale $\Delta Q = Q_0 \frac{\theta}{T_1}$ du débit conduite.

De même, pour une manœuvre telle que $T_2 = \theta$, la variation d'ouverture du débit conduite est de $(1 - \gamma) Q_0 \frac{\theta}{T_2}$ dans la première partie de la manœuvre de durée $T'_1 = T_1 \frac{\theta}{T_2}$, puis de $\gamma Q_0 \frac{\theta}{T_2}$ dans la seconde partie, de durée θ : dans ce cas, la durée totale de la manœuvre est évidemment $T_3 \frac{\theta}{T_2}$ et la variation du débit conduite a pour valeur $Q_0 \frac{\theta}{T_2}$.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE DES FERMETURES F₁

$$\gamma < \frac{T_2}{T_3}$$

I

MANŒUVRES LES PLUS DANGEREUSES

Si l'on s'inspire des raisonnements suivis par M. GARIEL dans la détermination de la manœuvre la plus dangereuse, en l'absence de déchargeurs, on est amené à penser que, dans le cas de la fermeture suivant la loi F₁, la fermeture la plus redoutable doit normalement correspondre à l'une des manœuvres suivantes :

1° ou bien à la fermeture jusqu'à zéro à partir d'un débit initial Q, tel que le débit coupé dans le temps θ soit maximum ; cette manœuvre, d'après ce qui précède, est la fermeture complète de durée totale $T_3 \frac{\theta}{T_1}$ à partir d'un débit initial $Q_0 \frac{\theta}{T_1}$, correspondant à une réduction

de l'ouverture du débit conduite égale à

$$(1 - \gamma) Q_0 \frac{\theta}{T_1}, \text{ en un temps } \theta$$

d'une fermeture de ce débit de $\gamma Q_0 \frac{\theta}{T_1}$ à zéro en un temps $T_2 \frac{\theta}{T_1}$;

2° ou bien à une fermeture linéaire complète du vannage avec une vitesse juste assez lente pour ne pas mettre en action le déchargeur, vitesse de coupure de débit conduite évidemment égale à $\frac{Q_0}{T_3}$, dans les conditions d'appli-

cation de la formule de MICHAUD, c'est-à-dire à partir d'un régime permanent initial de débit $Q_0 \frac{\theta}{T_3}$. Cette dernière manœuvre ne

pourrait évidemment résulter d'un déclanchement instantané, mais d'une suppression un peu plus lente de la charge, à une allure correspondant exactement à l'hypothèse faite quant à la vitesse de fermeture du vannage : cette condition, sans être absolument irréalisable, correspond toutefois à une probabilité des plus faibles.

II

CALCUL DE LA SURPRESSION MAXIMA

Cherchons la valeur de la surpression maxima engendrée au distributeur au cours de chacune des deux manœuvres précédentes.

1° Le maximum de la surpression engendrée au cours de la première manœuvre se place à l'instant θ et se détermine aisément au moyen de la méthode graphique de M. BERGERON.

Il est donné, en effet (voir figures 8 et 9 les constructions graphiques correspondantes, effectuées en prenant θ égal à 4 unités de temps), par l'ordonnée ξ' du point d'intersection de la droite Φ issue du point M_0 ($q = \frac{\theta Q_0}{T_1}$, $\xi = 0$) correspondant au régime permanent initial, droite Φ d'équation :

$$\xi = - \frac{a}{gs} \left(q - \frac{\theta Q_0}{T_1} \right)$$

ou : $q = K Q_0 - \frac{\mu \xi^2}{gS}$ (1)

avec $K = \frac{\theta}{T_1}$, $\mu = \frac{gS}{a}$

et de la parabole $\psi_1 = \psi_0$ correspondant à l'ouverture du débit conduite $\gamma \frac{Q_0 \theta}{T_1} = \gamma K Q_0$,

parabole d'équation : $\frac{y_0 + \xi}{y_0} = \frac{q^2}{K^2 \gamma^2 Q_0^2}$ (2)

L'élimination de q entre les équations (1) et (2) donne la valeur de ξ' :

$\xi' = \frac{K Q_0}{\mu} \left(1 + \frac{K Q_0 \eta^2}{2 \mu y_0} - \eta \sqrt{1 + \frac{K Q_0}{\mu y_0} \left(1 + \frac{K Q_0 \eta^2}{4 \mu y_0} \right)} \right)$ (3)

2° La seconde manœuvre envisagée conduit à une surpression donnée par la formule de MICHAUD :

$\xi_M = \frac{2L Q_0}{g T_3 S} = \frac{2L}{a} \frac{a Q_0}{g S} \frac{T_1}{T_3} = \frac{\theta}{\mu} \frac{Q_0 T_1}{T_3} = \frac{K Q_0 T_1}{\mu T_3}$ (4)

Conclusion.

On voit que la surpression maxima est donnée par l'expression :

$\xi_{max} = \lambda \frac{K Q_0}{\mu}$

λ étant pris égal à la plus grande des deux valeurs suivantes :

a) $\lambda = 1 + \frac{K Q_0 \eta^2}{2 \mu y_0} - \eta \sqrt{1 + \frac{K Q_0}{\mu y_0} \left(1 + \frac{K Q_0 \eta^2}{4 \mu y_0} \right)}$ (5)

avec : $K = \frac{\theta}{T_1}$, $\mu = \frac{gS}{a}$, γ désignant le rapport du débit déchargeur pleine ouverture au débit vannage pleine ouverture.

b) $\lambda_M = \frac{T_1}{T_3}$ (6)

III

VÉRIFICATION SUR UN EXEMPLE

Nous avons appliqué les considérations précédentes à une étude faite sous la direction de M. le Directeur THALLER, à propos de l'usine

des BREVIÈRES, en collaboration avec les Bureaux d'Etude de l'Equipement d'Electricité de France, Première Région des Alpes, et les Services Techniques des Usines SCHNEIDER. Cette usine présente la particularité de comporter un déplacement considérable du niveau de la retenue, la hauteur de chute pouvant varier entre les valeurs extrêmes 87 m. et 220 m. Notre étude a été faite sur les bases suivantes :

$Q_0 = 50 \text{ m}^3/\text{sec.}$, $\gamma = 0,72$, $L = 1.150 \text{ m.}$
 $a = 1.230 \text{ m./sec.}$, $\theta = 1,87 \text{ sec.}$, $S = 10,72 \text{ m}^2$
 $K = 0,40$, $\mu = 0,0855$
 $T_1 = 4,675 \text{ sec.}$, $T_2 = 24,8 \text{ sec.}$
 $T_3 = 29,475 \text{ sec.}$

Pour chacune de ces deux valeurs de y_0 , nous avons étudié la courbe de surpression obtenue au distributeur à la suite de variations de charge instantanées, provoquant :

A) Une fermeture totale de Q_0 à zéro, aboutissant aux valeurs suivantes de ξ_{max}
 $\xi_{max} = 36$ pour $y_0 = 220 \text{ m.}$ (fig. 2)
 $\xi_{max} = 31,50$ pour $y_0 = 87 \text{ m.}$ (fig. 3)

B) Une variation $\Delta Q = K Q_0 = 20 \text{ m}^3/\text{sec.}$ du débit de régime permanent, à partir d'un débit initial Q_1 , prenant diverses valeurs comprises entre $Q_0 = 50 \text{ m}^3/\text{sec.}$ et $K Q_0 = 20 \text{ m}^3/\text{sec.}$ (cette dernière valeur correspondant à la première des deux manœuvres critiques envisagées au chapitre précédent).

On obtient ainsi les valeurs suivantes de ξ_{max} :

| Débit initial Q_1 | ξ_{max} pour $y_0 = 220 \text{ m.}$ | ξ_{max} pour $y_0 = 87 \text{ m.}$ |
|---------------------------|---|--|
| 50 m ³ /sec. | 31 m. (fig. 4) | 17,25 m. (fig. 5) |
| 41,6 m ³ /sec. | 34,5 m. (fig. 6) | 19,75 m. (fig. 7) |
| 20 m ³ /sec. | 47,5 m. (fig. 8) | 34,50 m. (fig. 9) |

C) Une fermeture totale de Q_1 à zéro, pour diverses valeurs de Q_1 , comprises entre Q_0 et $\frac{Q_0}{3}$
 $K Q_0 = 20 \text{ m}^3/\text{sec.}$ et $\frac{Q_0}{3} = 3,17 \text{ m}^3/\text{sec.}$ (ce

dernier chiffre correspond à un débit initial à partir duquel la fermeture complète du débit conduite, résultant des actions combinées du

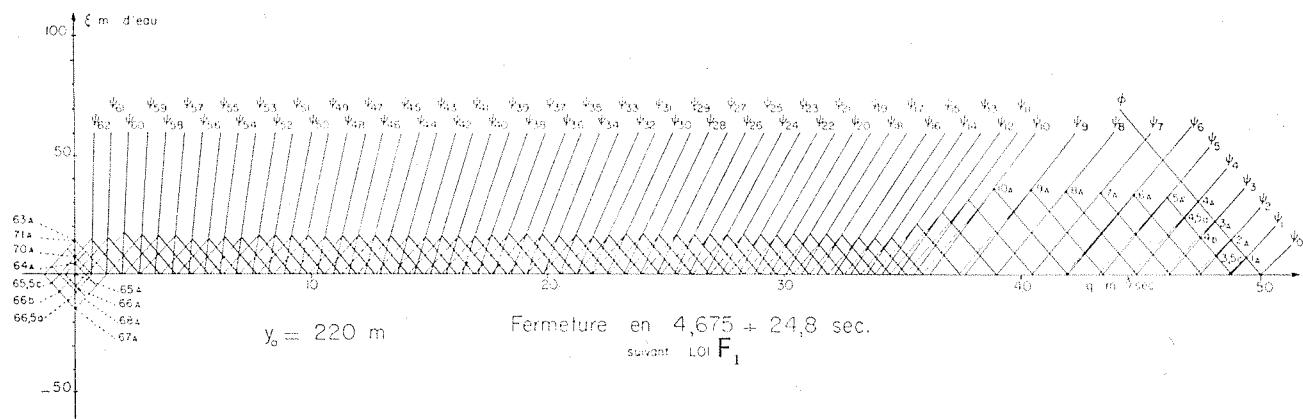


Fig. 2

vannage et du déchargeur, s'effectue en un temps θ).

Le tableau ci-dessous donne les surpressions correspondantes :

| Débit initial Q_0 | $\frac{z}{y_0}$ max pour $y_0 = 220$ m. | $\frac{z}{y_0}$ max pour $y_0 = 87$ m. |
|---------------------------|---|--|
| 20 m ³ /sec. | 47,50 m. (fig. 8) | 34,50 m. (fig. 9) |
| 15 m ³ /sec. | 45 m. (fig. 10) | 34,50 m. (fig. 11) |
| 10 m ³ /sec. | 42,50 m. (fig. 12) | 34,50 m. (fig. 13) |
| 5 m ³ /sec. | 38 m. (fig. 14) | 36 m. (fig. 15) |
| 3,17 m ³ /sec. | 37 m. | 37 m. |

D) Enfin, nous avons supposé qu'une fermeture du vannage de $\frac{\theta Q_0}{T_3} = 3,17$ m³/sec. à zéro

s'effectuait linéairement et assez lentement, exactement en un temps θ , pour que le déchargeur ne s'ouvre pas. En nous plaçant ainsi exac-

tement dans les conditions de la seconde manœuvre critique envisagée au chapitre précédent, nous avons obtenu une surpression :

$$\frac{2L}{g\theta} \frac{1}{S} \frac{\theta Q_0}{T_3} = \frac{2LQ_0}{gST_3} = 37 \text{ m.}$$

COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS DU PARAGRAPHE II

1° Dans le cas de $y_0 = 220$ m., on a :

$$\lambda' = 1 + \frac{KQ_0\eta^2}{2\mu y_0} - \eta \sqrt{1 + \frac{KQ_0}{\mu y_0} \left(1 + \frac{KQ_0\eta^2}{4\mu y_0}\right)} = 0,2025 \frac{T_1}{T_3} = 0,1505$$

La surpression maxima, donnée par la formule (3), est de 45,50 m., cependant que la manœuvre critique « MICHAUD », envisagée en second lieu au paragraphe II, ne conduit qu'à une surpression, donnée par la formule (4), de 37,10 m.

2° Dans le cas de $y_0 = 87$ m., on a :

$$\lambda' = 0,1475 < \frac{T_1}{T_2} = 0,1585$$

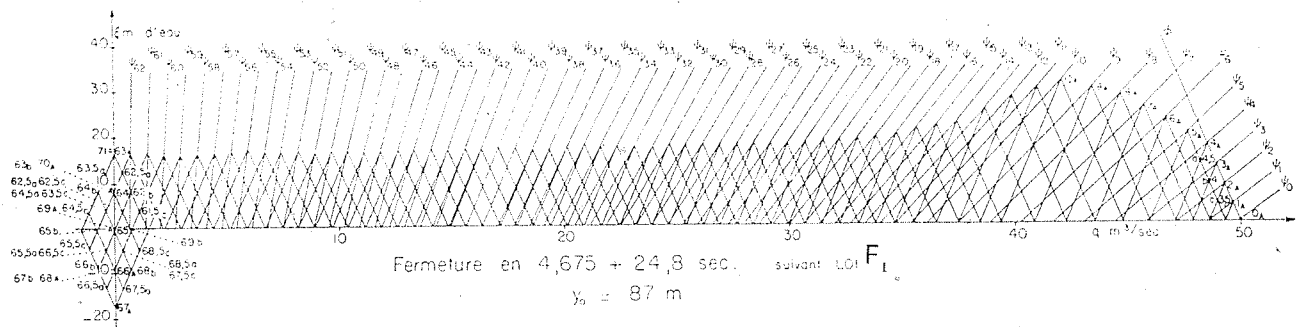


Fig. 3

La surpression maxima est due à la manœuvre critique « MICHAUD » et a pour valeur 37,10 m., alors que la première manœuvre critique envisagée au paragraphe II ne conduit, avec la formule (3) qu'à une surpression de 34,50 m.

On voit que les considérations développées

dans le paragraphe II et les formules auxquelles elles conduisent, se trouvent entièrement confirmées, avec les données de l'Usine des BREVIÈRES ; la surpression maxima se produit au cours de la manœuvre prévue et sa valeur coïncide avec celle que fournissent ces formules.

$$y_0 = 220 \text{ m}$$

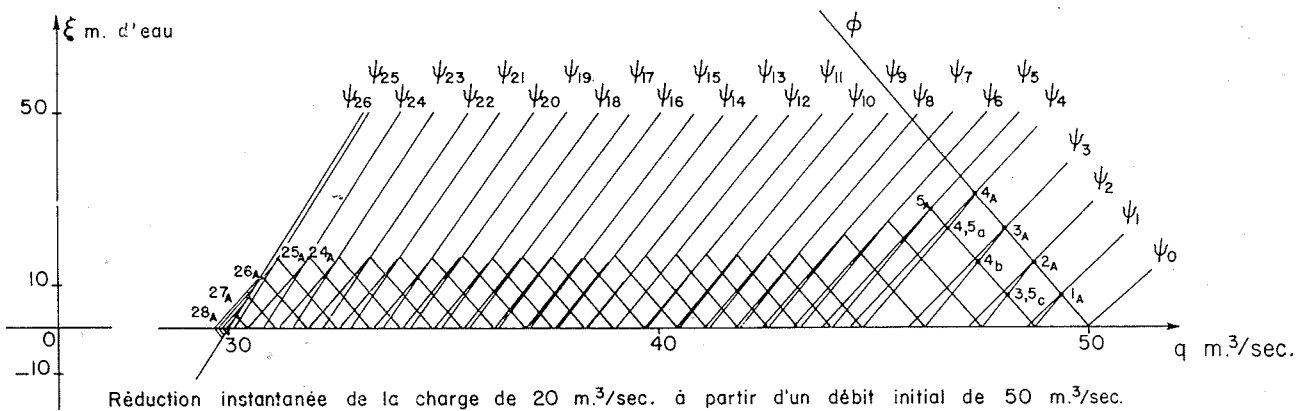


Fig. 4

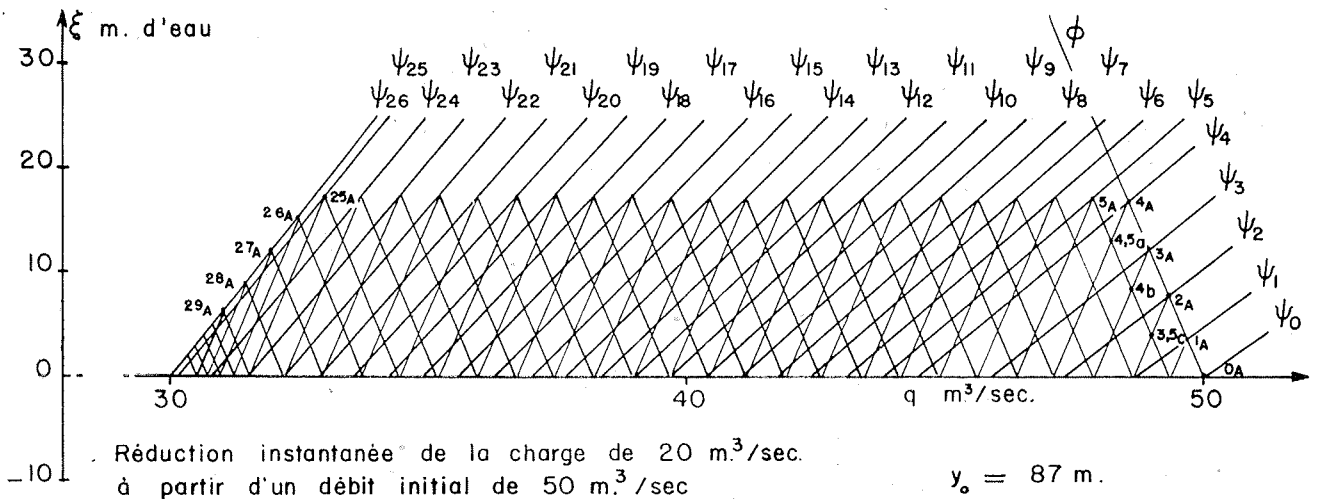
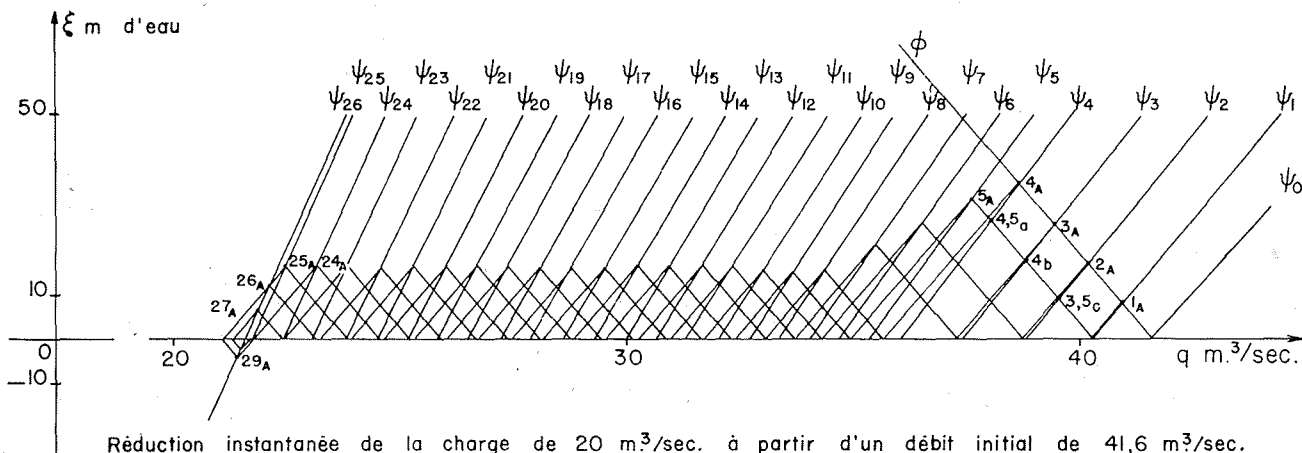


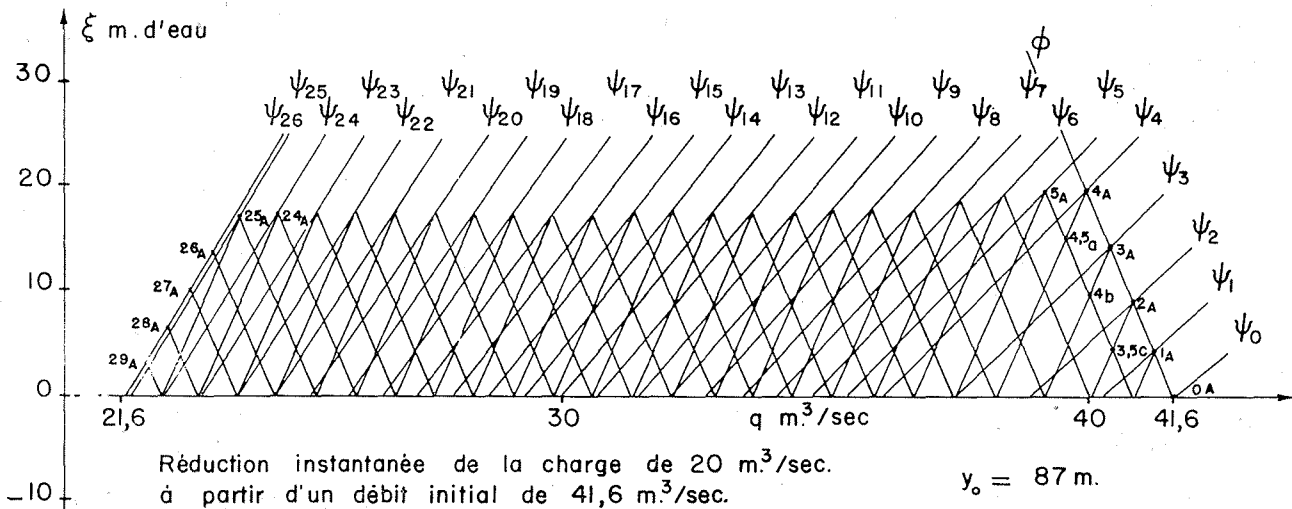
Fig. 5

$y_0 = 220 \text{ m}$



Réduction instantanée de la charge de 20 m³/sec. à partir d'un débit initial de 41,6 m³/sec.

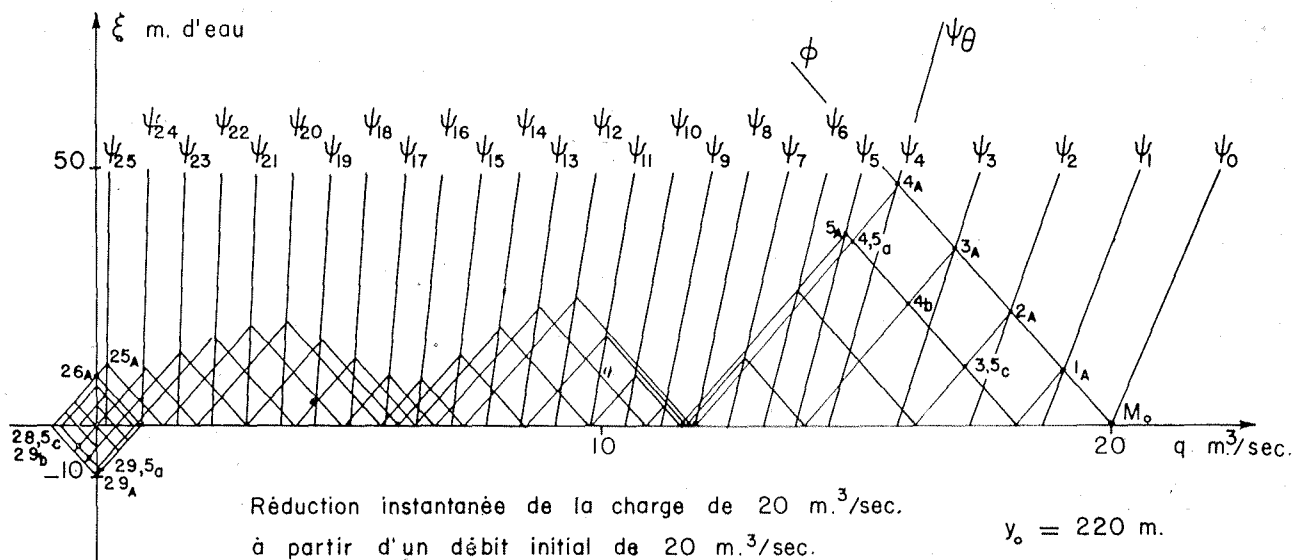
Fig. 6



Réduction instantanée de la charge de 20 m³/sec. à partir d'un débit initial de 41,6 m³/sec.

$y_0 = 87 \text{ m}$

Fig. 7



Réduction instantanée de la charge de 20 m³/sec. à partir d'un débit initial de 20 m³/sec.

$y_0 = 220 \text{ m}$

Fig. 8

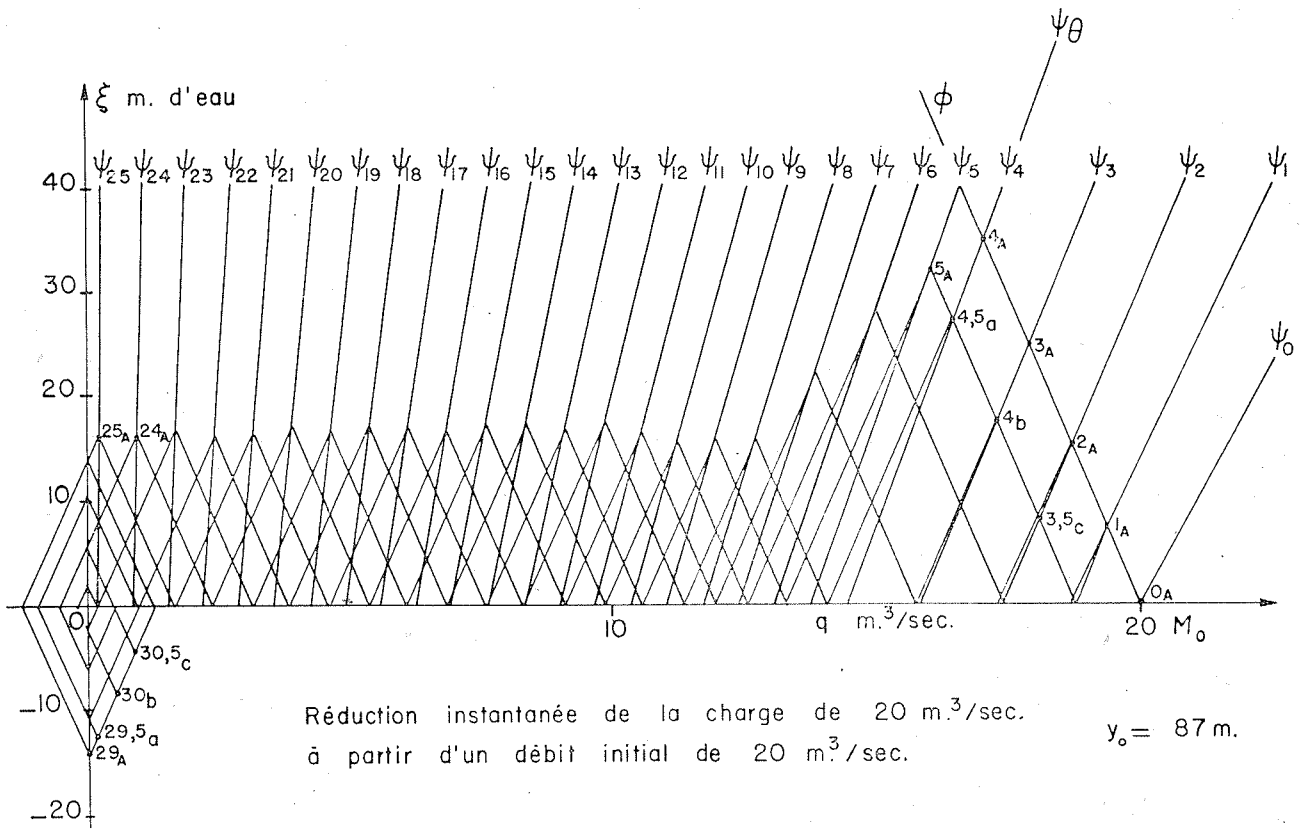


Fig. 9

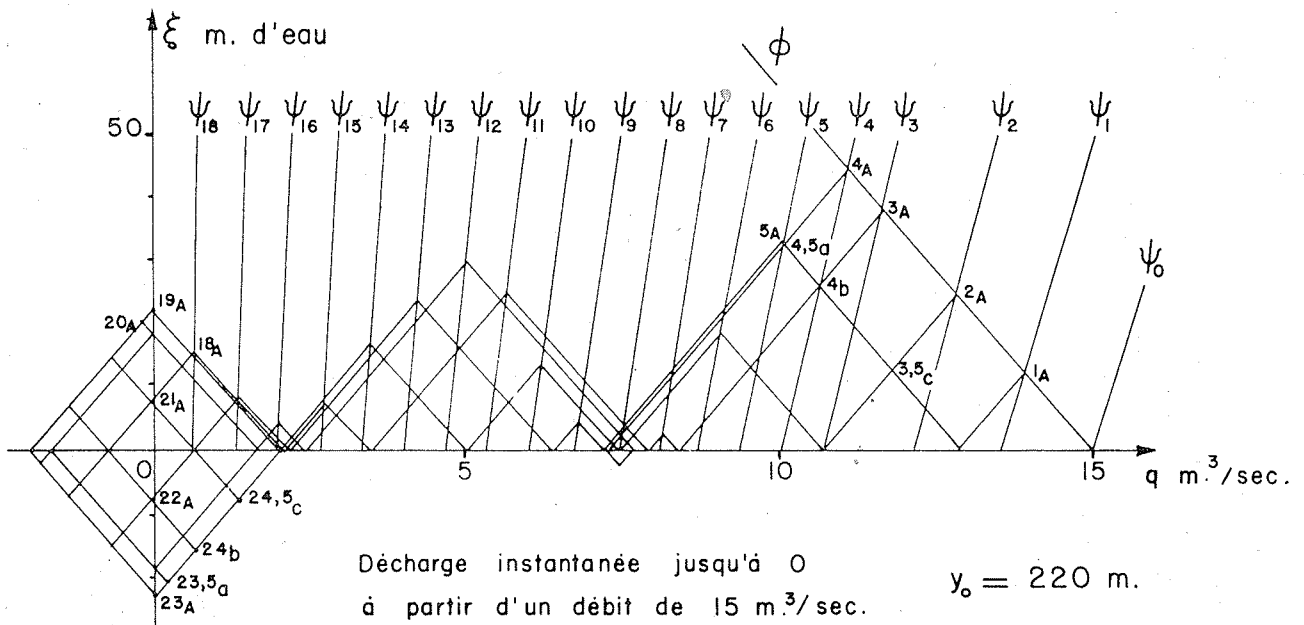


Fig. 10

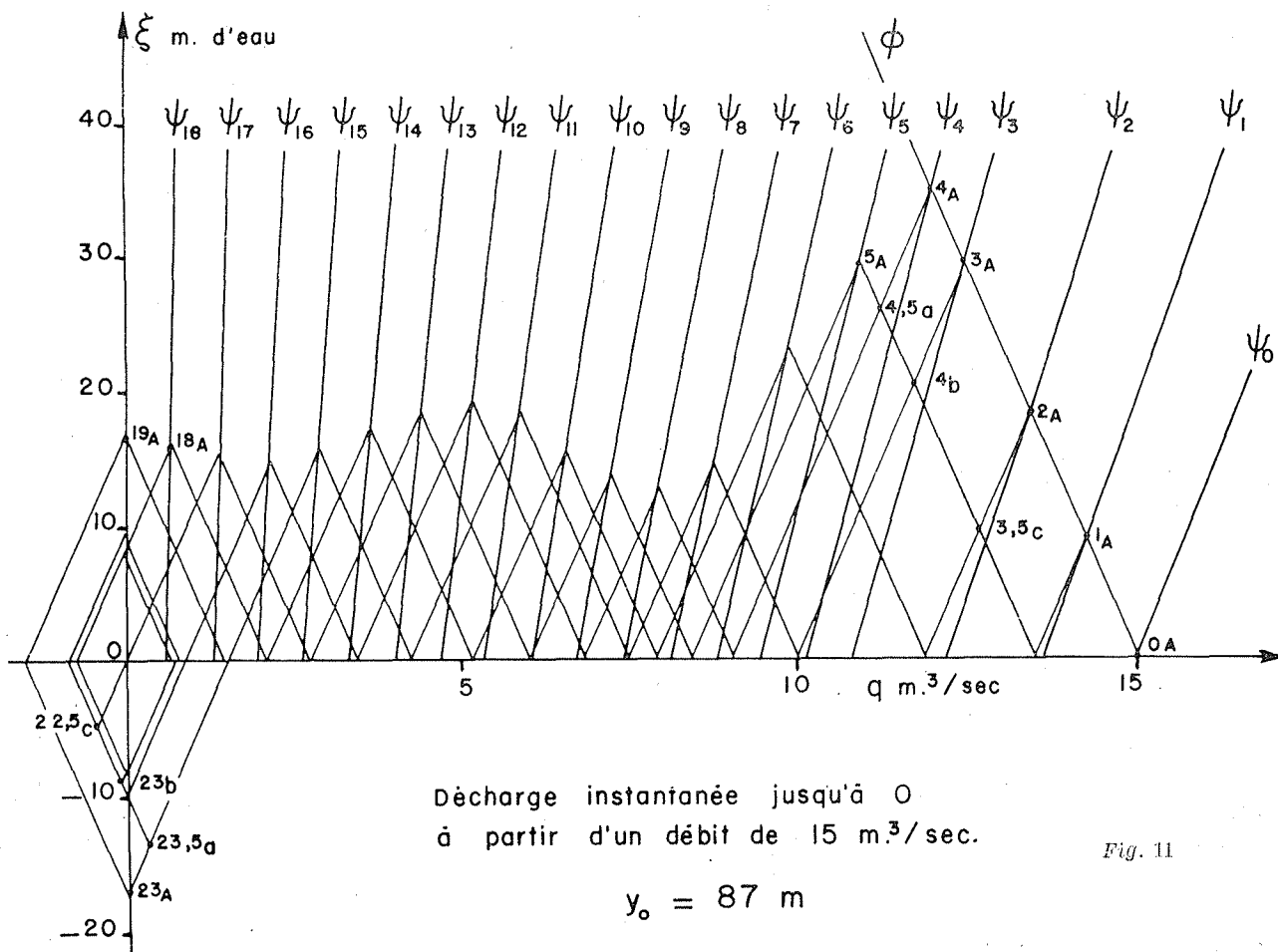


Fig. 11

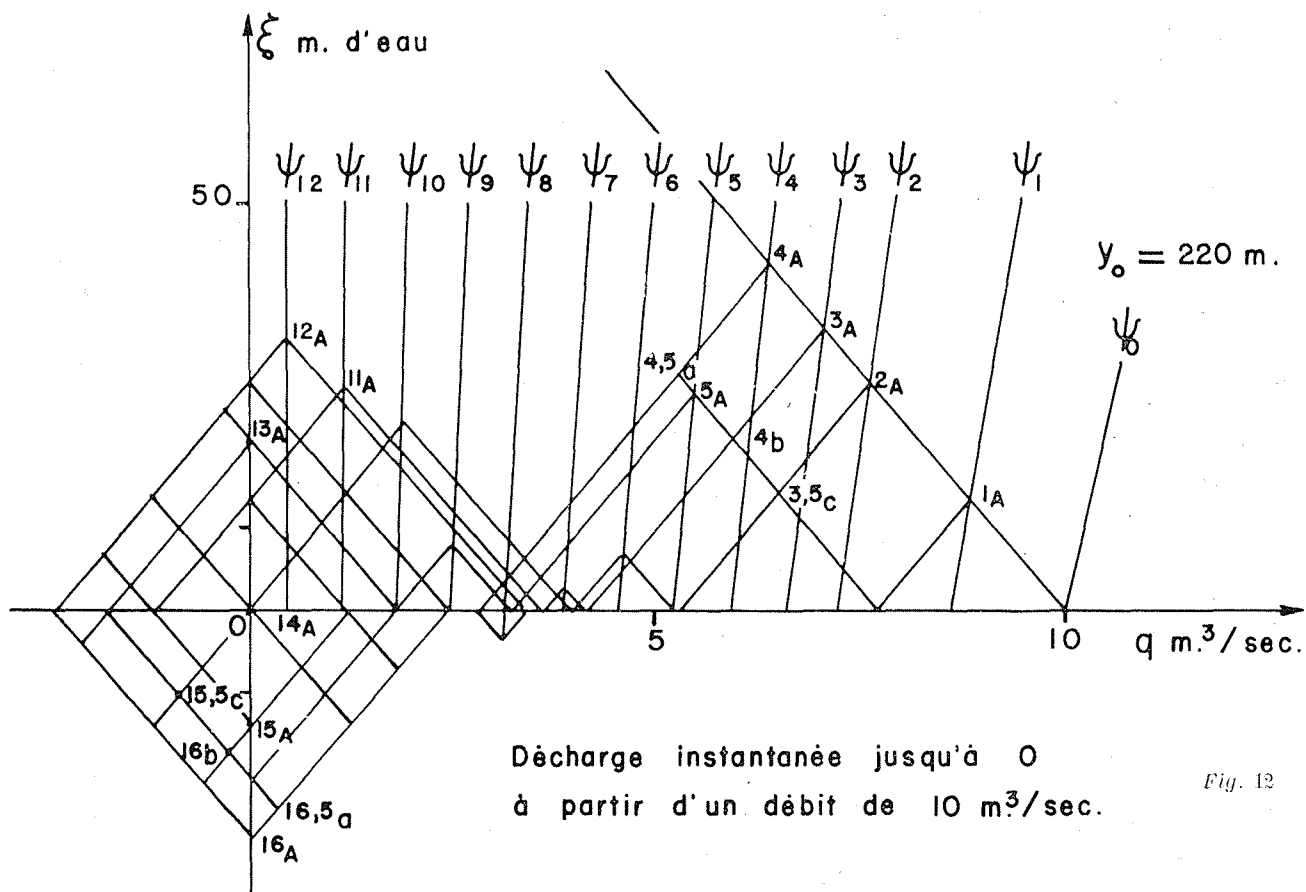


Fig. 12

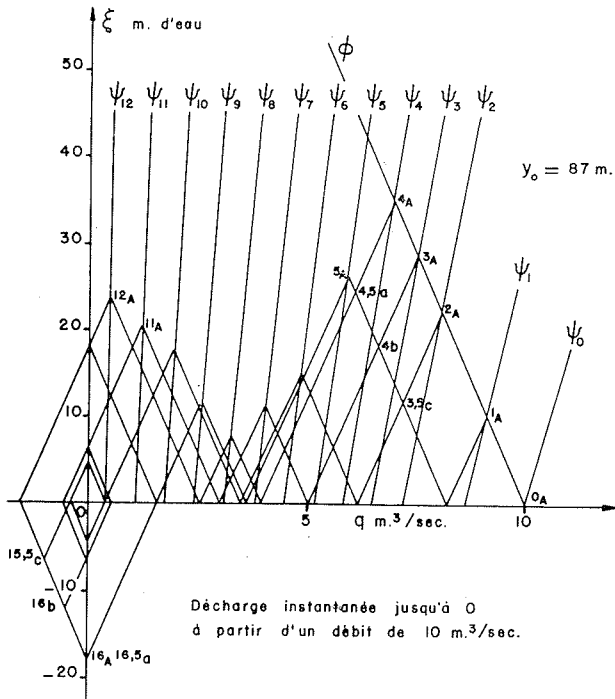


Fig. 13

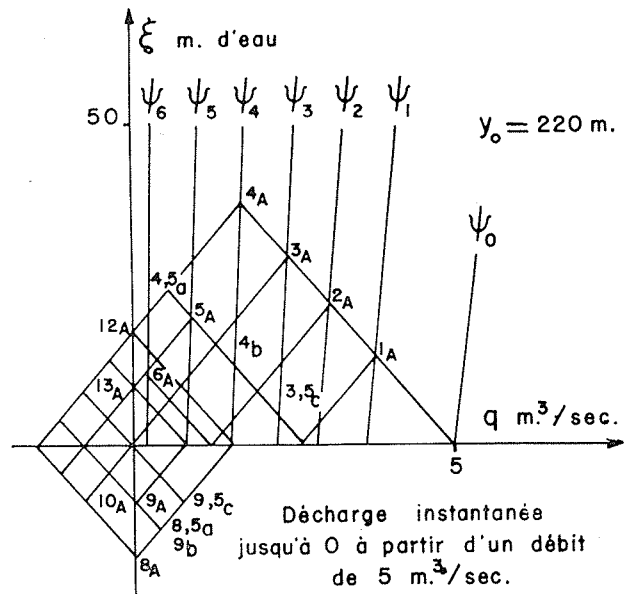


Fig. 14

DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE DES FERMETURES F_2

$$\tau > \frac{T_2}{T_3}$$

I

MANŒUVRES LES PLUS DANGEREUSES

Avec la loi de fermeture F_2 , le débit conduit est coupé plus rapidement dans la seconde partie de la fermeture, lorsque le déchargeur se referme seul, que dans la première partie, lorsque le vannage et le déchargeur sont simultanément en action.

Compte tenu de cette remarque et suivant un raisonnement analogue à celui qui est intervenu dans le cas des fermetures suivant la loi F_1 , on se rend compte qu'avec cette loi de fermeture F_2 la surpression maxima au distributeur doit normalement correspondre à l'une ou l'autre des deux manœuvres suivantes :

1° Ou bien à la fermeture jusqu'à zéro à partir d'un débit initial Q , tel que le débit coupé dans le temps τ soit maximum : cette manœuvre,

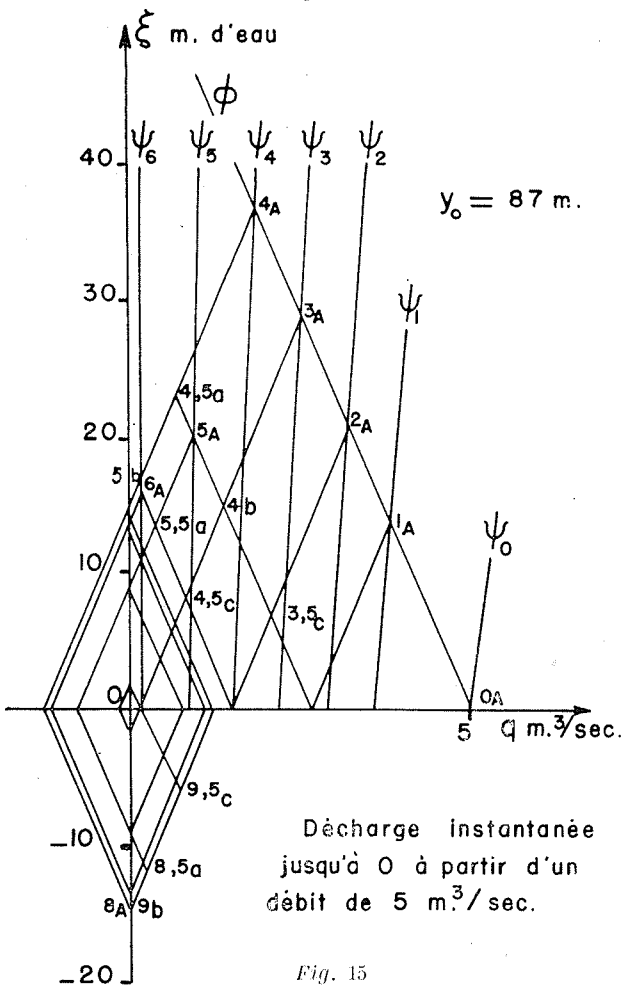


Fig. 15

dans le cas actuel, est la fermeture complète, de durée totale $T'_3 = T_3 \frac{\theta}{T_2}$, à partir d'un débit initial $Q_1 = Q_0 \frac{\theta}{T_2}$ correspondant à une réduction du débit conduite égale à $(1 - \gamma) Q_0 \frac{\theta}{T_2}$ en un temps $T'_1 = T_1 \frac{\theta}{T_2}$ suivie d'une fermeture de ce débit de $\gamma Q_0 \frac{\theta}{T_2}$ à zéro en un temps $T'_2 = \theta$.

2° Ou bien à une fermeture linéaire complète du vannage avec une vitesse juste assez lente pour ne pas mettre en action le déchargeur, vitesse de coupe du débit conduite évidemment égale à $\frac{Q_0}{T_3}$, dans les conditions d'application de la formule de MICHAUD, c'est-à-dire à partir d'un régime permanent initial de débit $Q_0 \frac{\theta}{T_3}$.

II

CALCUL DE LA SURPRESSION MAXIMA

La seconde manœuvre envisagée conduit à la surpression donnée par la formule de MICHAUD:

$$\xi_M = \frac{2L}{gT_3} \frac{Q_0}{S} = \frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{T_3} \frac{gS}{a}$$

avec : $K = \frac{\theta}{T_1}$ $\mu = \frac{a}{gS}$

Cherchons la valeur de la surpression maxima engendrée au distributeur au cours de la première manœuvre.

Les figures 16 et 17 représentent la construction graphique correspondante appliquée à l'étude de deux exemples différents : l'unité de temps choisie est égale à $\frac{\theta}{4}$. On voit que le maximum de surpression se situe :

— Ou bien à l'intersection B avec l'axe des surpressions, de la droite Φ obtenue par la réflexion sur l'axe des débits de la droite Φ issue du point de fonctionnement C relatif à l'instant $T_1 \frac{\theta}{T_2}$ (instant $4 \cdot \frac{T_1}{T_2}$ sur le graphique), où s'achève l'ouverture du vannage (fig. 16) : ce point C est évidemment fourni lui-même par l'intersection de la droite Φ issue de M_0 et de la parabole Ψ d'indice 4 $\frac{T_1}{T_2}$, compte tenu de

l'unité de temps $\frac{\theta}{4}$ choisie pour la construction graphique.

— Ou bien à l'intersection A de la droite Φ issue du point M_0 et de la parabole Ψ_0 , correspondant au degré d'ouverture du débit conduite existant à l'instant θ (fig. 17).

Il est facile de calculer les ordonnées des points B et A :

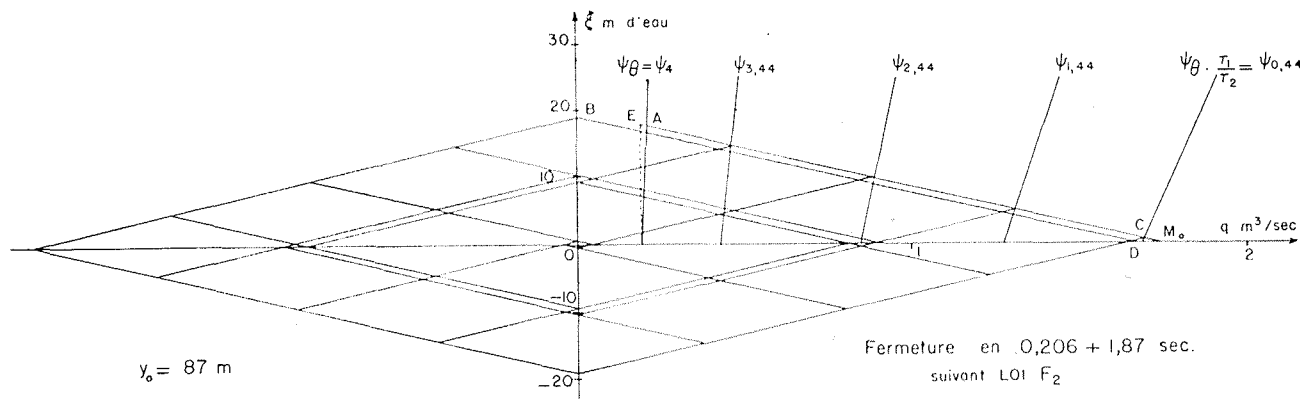


Fig. 16

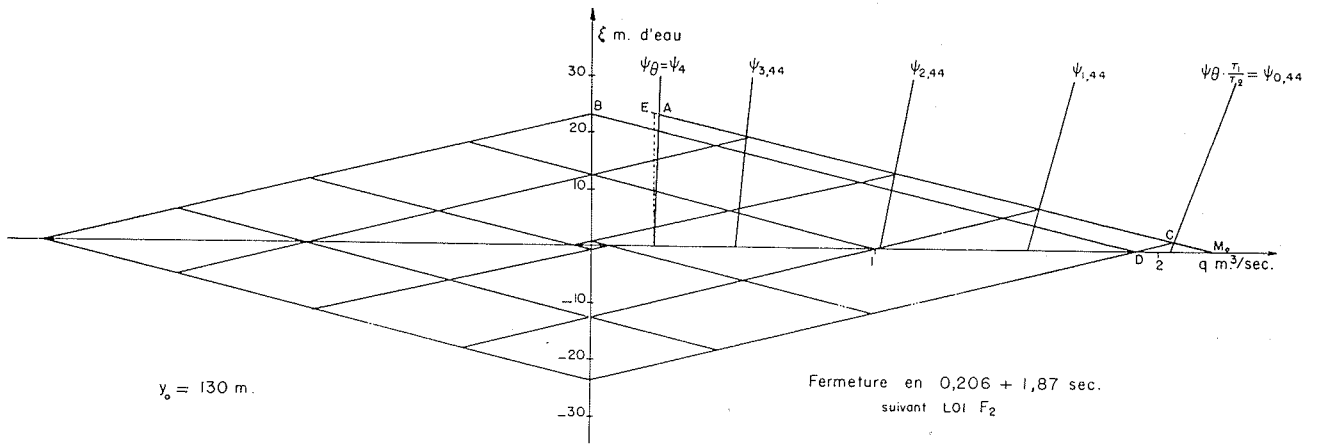


Fig. 17

1° Occupons-nous, tout d'abord, de B. La parabole $\psi_{ij} = \frac{q}{T_2}$ passe par le point :

$$q = \eta Q_1 = \eta Q_0 \frac{\theta}{T_2} = \kappa Q_0 \eta \frac{T_1}{T_2}, \quad \xi = 0$$

et a donc pour équation : $\frac{\xi + y_0}{y_0} = \frac{q^2}{\eta^2 Q_1^2}$

L'abscisse du point C où elle rencontre la droite Φ issue de M_0 , d'équation :

$$\xi = -\frac{1}{\mu} (q - Q_1)$$

est donnée par la racine positive de l'équation :

$$-\frac{1}{\mu y_0} (q - Q_1) + 1 = \frac{q^2}{\eta^2 Q_1^2}$$

soit :

$$q_c = \frac{\eta^2 Q_1^2}{2\mu y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu y_0}{\eta^2 Q_1^2} (\mu y_0 + Q_1)} \right)$$

La droite Φ issue de C coupe l'une des abscisses en D d'abscisse :

$$q_0 = Q_1 - 2(Q_1 - q_c) = 2q_c - Q_1$$

ou

$$q_0 = \frac{\eta^2 Q_1^2}{\mu y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu y_0}{\eta^2 Q_1^2} (\mu y_0 + Q_1)} \right) - Q_1$$

La droite Φ issue de D a pour équation :

$$\xi = -\frac{\alpha}{gS} (q - q_0) = -\frac{1}{\mu} (q - q_0)$$

et comme ordonnée à l'origine, confondue avec l'ordonnée ξ_B cherchée du point B.

$$\xi_B - \frac{q_0}{\mu} = \frac{\eta^2 Q_1^2}{\mu^2 y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu y_0}{\eta^2 Q_1^2} (\mu y_0 + Q_1)} \right) - \frac{Q_1}{\mu} - \frac{Q_1}{\mu} \left[-1 + \frac{Q_1}{\mu} \frac{\eta^2}{y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\mu y_0}{\eta^2 Q_1^2} (\mu y_0 + Q_1)} \right) \right]$$

ou encore :

$$\xi_B = \frac{\kappa Q_0 T_1}{\mu T_2} \left[-1 + \frac{\kappa Q_0 T_1}{\mu T_2} \frac{\eta^2}{y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4 y_0}{\kappa^2 Q_0^2 \eta^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} \left(y_0 + \frac{\kappa Q_0 T_1}{\mu T_2} \right)} \right) \right]$$

2° Considérons maintenant le point A.

La parabole Ψ' , a pour équation :

$$\frac{\xi + y_0}{y_0} = \frac{q^2}{\eta^2 Q_1^2 \left(\frac{T_1}{\theta}\right)^2} = \frac{q^2}{\eta^2 Q_1^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} = \frac{q^2}{\eta^2 Q_1^2 \alpha^2}$$

en remarquant que :

$$\frac{T_1'}{T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \alpha$$

et que l'ouverture du débit conduite réalisée à l'instant θ (fig. 16) est :

$$\alpha Q_1 \frac{T_1'}{\theta} = \alpha Q_1 \frac{T_1}{T_2}$$

la droite Φ ayant pour équation :

$$\xi = -\frac{\alpha}{gS} (q - Q_1) = -\frac{1}{\mu} (q - Q_1) \text{ ou } q = -\mu \xi + Q_1$$

l'ordonnée du point A est donnée par la plus petite des deux racines de l'équation du second

degré obtenue en éliminant q entre l'équation de ψ_0 et celle de μ , soit :

$$\frac{\xi + y_0}{y_0} = \frac{(-\mu \xi + Q_1)^2}{\eta^2 Q_1^2 a^2}$$

On obtient ainsi, pour l'ordonnée de A, la valeur :

$$\xi_A = \frac{Q_1}{\mu} \left[1 + \frac{\eta^2 Q_1^2}{2\mu y_0} \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 - \eta \frac{T_1}{T_2} \sqrt{1 + \frac{Q_1}{\mu y_0} \left(1 + \frac{Q_1 \eta^2}{4\mu y_0} \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2\right)} \right]$$

soit, en remplaçant Q_1 par sa valeur

$$Q_1 = \frac{Q_0}{T_2} = K Q_0 \frac{T_1}{T_2}$$

$$\xi_A = \frac{K Q_0 T_1}{\mu T_2} \left[1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{\eta^2 T_1^3}{2 y_0 T_2} - \eta \frac{T_1}{T_2} \sqrt{1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{y_0 T_2} \left(1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{\eta^2 T_1^3}{4 y_0 T_2}\right)} \right]$$

Conclusion.

Finalement, pour évaluer la surpression maxima, il suffira de comparer les valeurs de :

$$\frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{T_2}, \quad \xi_A, \quad \xi_B$$

et de retenir la valeur la plus élevée.

On peut, de façon plus précise, comparer :

$$\lambda_M = \frac{T_1}{T_3}$$

$$\lambda_A = \frac{T_1}{T_2} \left[1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{\eta^2 T_1^3}{2 y_0 T_2} - \eta \frac{T_1}{T_2} \sqrt{1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{y_0 T_2} \left(1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{\eta^2 T_1^3}{4 y_0 T_2}\right)} \right]$$

$$\lambda_B = \frac{T_1}{T_2} \left[-1 + \frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{T_2} \frac{\eta^2}{y_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4 y_0}{\left(\frac{K Q_0}{\mu} \frac{T_1}{T_2} \eta\right)^2 \left(y_0 + \frac{K Q_0 T_1}{\mu T_2}\right)} \right) \right]$$

La plus forte des trois valeurs ainsi obtenue correspond à la manœuvre produisant la surpression maxima, et fournit, pour l'évaluation de

cette dernière, la valeur à adopter pour le terme λ de la formule :

$$\xi_{max} = \lambda \frac{K Q_0}{\mu}$$

III

VÉRIFICATION SUR UN EXEMPLE

Nous allons appliquer les considérations précédentes à l'étude de deux cas particuliers, inspirés par certaines variantes envisagées dans l'étude de la régulation de l'Usine des BREVIÈRES.

1° **Cas particulier** : $y_0 = 87$ m.

- $Q_0 = 39,2$ m³/sec. $\tau = 0,975$
- $L = 1.150$ m. $a = 1.230$ m/sec.
- $S = 10,72$ m² $t_j = 1,87$ sec.
- $K = 0,40$ $\mu = 0,0855$
- $T_1 = 4,675$ sec.
- $T_2 = 42,1$ sec. $T_3 = 46,775$ sec.

Le calcul des trois coefficients $\lambda_M \lambda_A \lambda_B$ conduit aux valeurs suivantes :

- $\lambda_M = 0,0993$
- $\lambda_A = 0,0975$
- $\lambda_B = 0,105$

A la plus forte de ces trois valeurs, $\lambda_B = 0,105$, correspond une surpression

$$\xi_{max} = \xi_B = \lambda_B \frac{K Q_0}{\mu} = 19,20$$

C'est bien la valeur de la surpression donnée par le graphique de la figure 16 qui se rapporte à ce cas.

Si l'on étudie, pour cet exemple, la surpression résultant d'un déclanchement intervenant à partir du débit maximum Q_0 (fig. 18), on arrive à une valeur maxima de 11,25 m., très inférieure au chiffre ci-dessus.

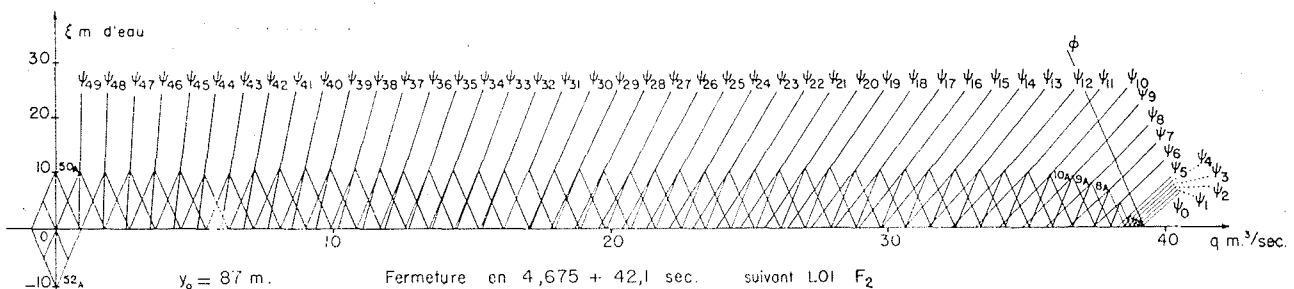


Fig. 18

2° **Cas particulier** : $y_0 = 130$ m.

$$\begin{aligned} Q_0 &= 50 \text{ m}^3/\text{sec.} & \eta &= 0,935 \\ L &= 1.150 \text{ m.} & a &= 1.230 \text{ m/sec.} \\ S &= 10,72 \text{ m}^2 & \theta &= 1,87 \text{ sec.} \\ K &= 0,40 & \mu &= 0,0855 \\ T_1 &= 4,675 \text{ sec.} \\ T_2 &= 42,1 \text{ sec.} & T_3 &= 46,775 \text{ sec.} \end{aligned}$$

Le calcul des trois coefficients $\lambda_M \lambda_A \lambda_B$ conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \lambda_M &= 0,0993 \\ \lambda_A &= 0,0980 \\ \lambda_B &= 0,0950 \end{aligned}$$

A la plus forte de ces trois valeurs, $\lambda_M = 0,0993$, correspond une surpression

$$\xi_{\max} = \xi_M = \lambda_M \frac{K Q_0}{\mu} = 23,40 \text{ m.}$$

C'est bien la valeur de la surpression donnée par le graphique de la figure 17 qui se rapporte à ce cas.

La surpression provoquée par un déclanchement à partir du débit maximum Q_0 conduit (fig. 19) à une valeur maxima de 12,50 m. très inférieure au chiffre ci-dessus.

On voit que les considérations développées dans le paragraphe II et les formules auxquelles elles conduisent, se trouvent entièrement confirmées sur ces exemples ; la surpression maxima se produit pour la manœuvre prévue et sa valeur coïncide exactement avec celle que fournissent les formules.

TROISIÈME PARTIE

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce qui précède, nous avons mis en évidence les surpressions maxima susceptibles d'être engendrées par la manœuvre de groupes munis

de déchargeurs et correspondant à une loi de fermeture bilinéaire, suivant que l'on a :

$$\begin{aligned} \eta < \frac{T_2}{T_3} & \text{ (loi } F_1) \\ \eta > \frac{T_2}{T_3} & \text{ (loi } F_2) \end{aligned}$$

Nous avons vu que, dans la première hypothèse, la solution résulte de la comparaison de deux valeurs (λ', λ_M) , d'un calcul immédiat, ce nombre étant porté à trois $(\lambda_A \lambda_B \lambda_M)$ dans la seconde hypothèse.

Il nous a paru intéressant de considérer les deux cas particuliers envisagés dans la seconde partie de notre étude, et, toutes les autres données demeurant inchangées, de faire varier η de 0 à 1, en comparant les valeurs prises par $\lambda', \lambda_M, \lambda_A, \lambda_B$.

Les figures 20 et 21 donnent les résultats obtenus et suggèrent une remarque intéressante,

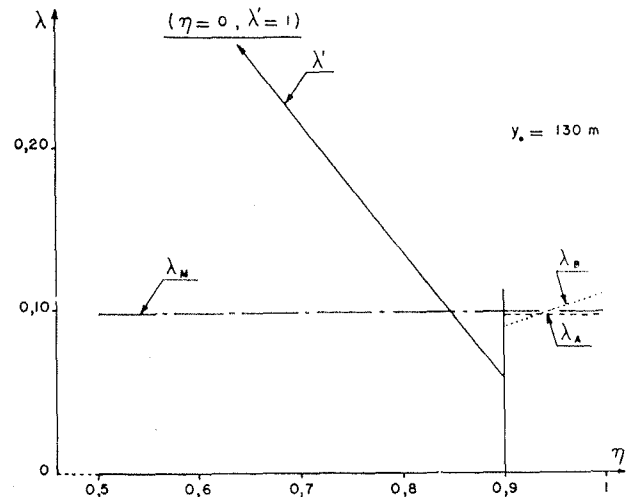


Fig. 20

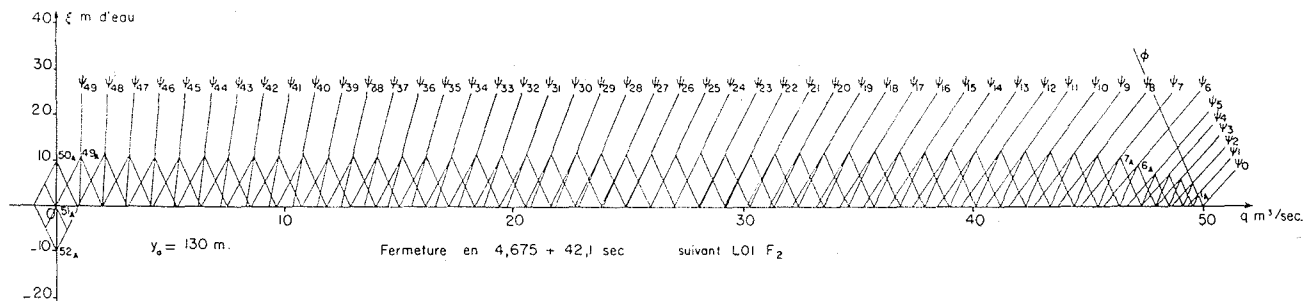
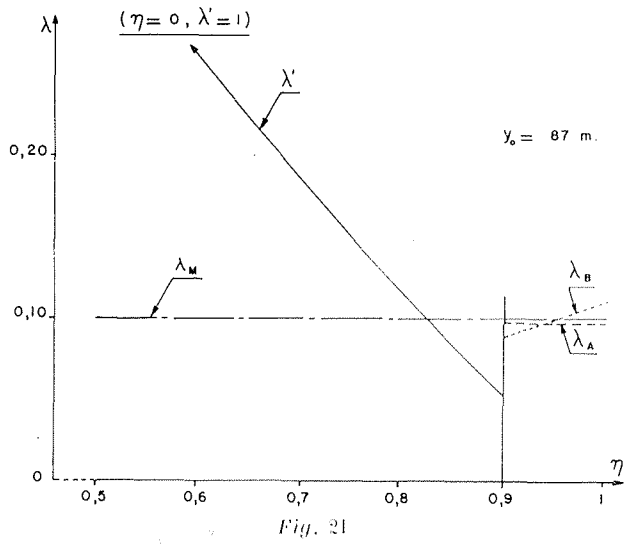


Fig. 19



déduite de la comparaison des valeurs de λ_A et λ_M dans la portion du graphique relative à $\eta > \frac{T_2}{T_3}$.

En effet, l'examen des constructions graphiques des figures 16 et 17 montre que l'ordonnée du point A est inférieure à celle du point E, elle-même égale à :

$$\frac{a}{gS} (1 - \gamma) Q_0 \frac{\theta}{T_2}$$

alors que la surpression MICHAUD vaut :

$$\frac{a}{gS} Q_0 \frac{\theta}{T_3}$$

Il suffit donc d'avoir :

$$(1 - \gamma) \frac{1}{T_2} < \frac{1}{T_3}$$

ou

$$1 < \frac{T_2}{T_3} + \gamma$$

inégalité vérifiée à fortiori ($\gamma \geq \frac{T_2}{T_3}$) si

$$T_2 > \frac{T_3}{2} \quad (\alpha)$$

pour être sûr, à priori, que

$$\lambda_A < \lambda_M \quad (\beta)$$

La condition (α), suffisante sinon nécessaire, se trouve bien vérifiée dans les exemples étudiés, comme elle l'est, en général, en pratique, la durée T_2 de fermeture du déchargeur étant supérieure au temps T_1 de fermeture du vannage.

