

METHODE GRAPHIQUE D'ANNONCE DES CRUES

(COMMUNICATION PRÉSENTÉE AU COMITÉ TECHNIQUE DE LA SOCIÉTÉ HYDROTECHNIQUE DE FRANCE DANS SA SÉANCE DU 19 MARS 1948)

par **M. BACHET,**

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées

L'organisation des services d'annonce des crues est ancienne. De tout temps on a constaté que les crues se propagent de l'amont vers l'aval. La technique de la prévision est donc basée sur une correspondance entre les hauteurs d'eau observées en amont puis en aval.

Cette correspondance est fondée sur l'idée simple que le débit qui passe en amont passe un peu plus tard en aval.

La loi de correspondance est déduite des observations antérieures.

Cette manière de voir contient l'affirmation au moins implicite d'une loi de propagation des crues exprimée, il est vrai, d'une façon très grossière.

L'annonce des crues se présente aussi sous un autre aspect non plus théorique mais statistique. Il s'agit alors des corrélations entre des faits antécédents et des faits conséquents. Ces corrélations expriment des relations causales à défaut desquelles il serait vain de chercher ces corrélations. Mais on ne s'efforce plus alors de connaître les raisons d'être des relations, on se contente de noter les corrélations.

Ces deux aspects peuvent se combiner. Suivant les cas l'un ou l'autre prédomine. Lorsqu'il apparut utile en 1934 d'essayer un perfectionnement des méthodes d'annonce des crues utilisées dans le bassin de la Loire, il sembla opportun d'accorder la prédominance à l'analyse rationnelle de la propagation des ondes de crue.

C'est sur ce point que je crois utile de faire porter principalement la communication que j'ai été invité à vous présenter.

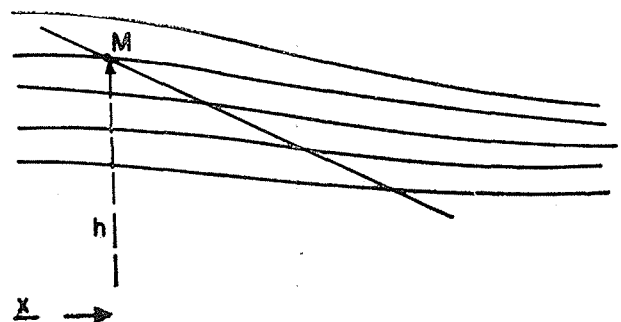
Une analyse rationnelle exige l'emploi des mathématiques.

Lorsque le débit de la rivière est permanent il correspond au débit r , constant dans le temps et dans l'espace, une hauteur h , donnée pour une section donnée d'abscisse x .

A chaque section il existe donc une relation entre h et r et l'ensemble de ces relations pour les différentes valeurs de x caractérise la rivière. En crue, la hauteur h , est fonction de l'espace et du temps, de x et de t .

Il est commode de définir la crue par rapport aux lignes d'eau en régime permanent. A chaque débit r correspondant en effet une ligne d'eau, une onde de crue coupe celles-ci en différents points. Cette onde sera définie d'une manière plus simple en notant le débit r en régime permanent pour la hauteur h observée.

L'onde de crue sera une fonction $r(x, t)$. On passera de r à h en une section donnée x , par la fonction indépendante du temps, qui relie ces deux quantités.



Le débit réel q au point M en crue est différent de r . Il y a en effet en crue, une pente motrice supplémentaire et des variations d'énergie cinétique qui ne sont plus les mêmes, qu'en régime permanent.

On pose $q = r + \rho$ et cette relation définit un débit complémentaire ρ qui dépend de toutes les particularités de l'onde de crue.

Ces simples données permettent d'énoncer les lois essentielles de la propagation des crues.

Si on considère deux sections x et $x + dx$ la variation du volume emmagasiné dans la rivière entre ces deux sections, pendant l'intervalle de

temps dt est égale à la différence des débits entrant et sortant.

Soit a la largeur du lit de la rivière au niveau que les eaux atteignent.

On a donc :

$$a \, dh \, dx = q \, dt - (q + dq) \, dt$$

Le terme dh du premier membre est la variation de hauteur à l'abscisse x pendant le temps dt .

On a par conséquent :

$$dh = \frac{\partial h}{\partial t} \, dt$$

En effet x est constant et dt seul variable.

Quant au terme dq il est égal à :

$$dq = \frac{\partial q}{\partial x} \, dx$$

Car la différence dq se note au même instant à des abscisses différentes x et $x + dx$.

La relation précédente donne l'équation fondamentale :

$$a \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

qui exprime la conservation du volume.

L'onde de crue satisfait cette équation. Pour voir les lois que celle-ci détermine, il faut y introduire la définition de cette onde qui est donnée par la fonction $r(x, t)$. Or, nous avons posé : $q = r + \rho$ en définissant ainsi le débit complémentaire ρ . Portons cette valeur de q dans l'équation fondamentale. Nous obtenons :

$$a \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

Nous avons vu que pour x donné, il existe une relation entre h et r . On peut donc écrire :

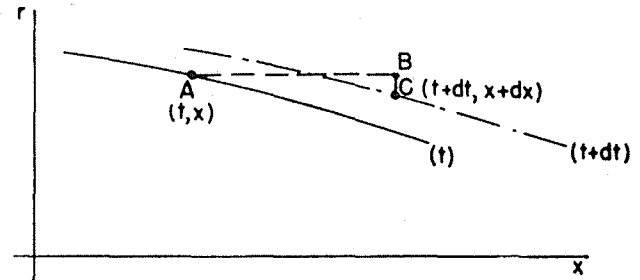
$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dh}{dr} \frac{\partial r}{\partial t}$$

Nous introduisons cette expression dans la relation précédente et après l'avoir multipliée par le facteur $\frac{1}{a} \frac{dr}{dh}$ nous obtiendrons la relation nouvelle :

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

Considérons deux courbes représentatives de

r en fonction de x , l'une à l'instant t , l'autre à l'instant $t + dt$.



Nous allons comparer les valeurs de r aux points A (t, x) et C ($t+dt, x+dx$) en considérant une section voisine ($x+dx$) qui ne sera pas arbitraire, mais sera liée à dt par la relation :

$$dx = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \, dt$$

On passe de l'ordonnée r de A à celle de C en utilisant la formule qui donne la différentielle totale, soit :

$$dr = \frac{\partial r}{\partial x} \, dx + \frac{\partial r}{\partial t} \, dt$$

Mais nous n'avons pas pris des différences dx et dt arbitraires, nous avons admis la relation :

$$dx = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \, dt$$

On a donc :

$$dr = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \frac{\partial r}{\partial x} \, dt + \frac{\partial r}{\partial t} \, dt$$

Or, l'équation fondamentale transformée nous montre que la différentielle ci-dessus est égale à :

$$dr = - \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \frac{\partial \rho}{\partial x} \, dt = - \frac{\partial \rho}{\partial x} \, dx$$

Il en résulte que le point C de l'onde à l'instant ($t+dt$) à l'abscisse ($x+dx$), avec la relation

$dx = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \, dt$, se déduit du point A, à l'instant t et à l'abscisse x par un déplacement dont les composantes sont les suivantes :

1° Une translation horizontale AB avec :

$$dx = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} \, dt$$

2° Une translation verticale BC avec :

$$\delta r = - \frac{\partial \rho}{\partial x} \, dx$$

La première translation s'interprète très simplement comme une « **propagation** » avec la

vitesse : $v = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh}$ qui est définie en chaque point du lit — pour l'abscisse x et la hauteur d'eau h correspondant à r — indépendamment des caractéristiques particulières de l'onde.

La seconde est une « atténuation » — nous la désignons ainsi parce que nous verrons qu'au sommet de l'onde δr est négatif — qui dépend des caractéristiques particulières de l'onde.

Ainsi sont définies les lois de la propagation de l'onde et ceci, il importe de le noter, d'une manière rigoureuse qui ne fait appel à aucune approximation.

La propagation est explicitée quantitativement puisque ce qui précède permet d'exprimer la vitesse v par une formule simple.

Il n'en est pas de même de l'atténuation qui n'est définie que dans son principe. A cet égard il est intéressant de noter une propriété physique de l'atténuation :

On peut éliminer dx entre les relations :

$$\begin{cases} \delta r = - \frac{\delta \rho}{\delta x} dx \\ dx = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh} dt \end{cases}$$

On obtient :

$$a \frac{dh}{dr} \frac{\delta r}{dt} + \frac{\delta \rho}{\delta x} = 0$$

$$\frac{dh}{dr} \frac{\delta r}{dt} = \frac{\delta h}{dt}$$

Or

δh est la variation de hauteur correspondant à l'atténuation, c'est-à-dire quand on passe du point A au point B en suivant la propagation de l'onde, dans le mouvement relatif par rapport à la « propagation ».

La relation précédente s'écrit donc :

$$a \frac{\delta h}{dt} + \frac{\delta \rho}{\delta x} = 0$$

On retrouve l'équation fondamentale. Mais δh n'est que la variation de hauteur due à l'atténuation. D'autre part ne se note pas en un point d'abscisse x constante, mais en suivant la « propagation » de l'onde.

Ceci noté on voit que la dernière relation exprime que le **volume perdu par l'effet de l'atténuation, entre deux sections de l'onde se déplaçant avec celle-ci, est égal à la somme algébrique des débits complémentaires sortants pendant le temps considéré.**

On peut justifier cette propriété physique d'une autre manière. Considérons la première déformation de l'onde r due à la seule « propagation » et deux points de l'onde M et N qui correspondent à un même débit r et se propagent respectivement en M' et N' . Evaluons les volumes correspondant aux tranches hachurées pour une même valeur de dr . Ils sont donnés chacun par la formule $a dh dx$. La différentielle dh correspondant à la hauteur commune dr des

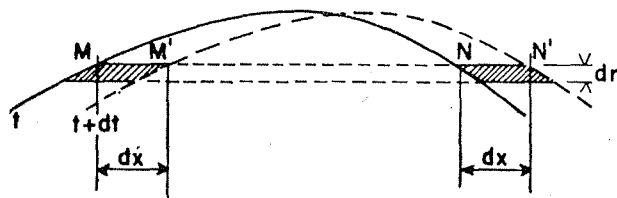
tranches est égale à $dh = \frac{dh}{dr} dr$. Ceci permet

les transformations suivantes :

$$a dh dx = a \frac{dh}{dr} dr dx$$

$$\frac{1}{v} dr dx = dr dt$$

Or cette formule donne manifestement le même résultat pour les deux tranches hachurées pour lesquelles dr et dt ont les mêmes valeurs.



Ainsi le premier mouvement appelé « propagation » conserve le volume de l'onde. Comme la déformation résultante conserve ce volume, la déformation complémentaire que constitue l'atténuation doit aussi conserver ce volume.

Ces propriétés de conservation sont évidemment utiles pour vérifier les calculs graphiques, ainsi que nous allons le voir.

Il faut maintenant utiliser les propriétés qui viennent d'être montrées pour effectuer une intégration graphique de l'équation différentielle de l'onde.

La condition aux limites est donnée par la forme de l'onde $r(x)$ à l'instant origine t_0 .

On doit passer à l'onde au temps $(t_0 + dt)$ par la composition de la propagation et de l'atténuation.

L'effet de la propagation est très simple puisque la vitesse de la propagation est donnée par

$$\text{la formule } v = \frac{1}{a} \frac{dr}{dh}$$

On peut transformer cette formule.

Si la relation donnant le débit peut être mise sous la forme :

$r = Ch^{3/2}$ ce qui exige que la hauteur h soit comptée à partir du fond du lit, on en déduit :

$$\frac{dr}{r} = \frac{3}{2} \frac{dh}{h}$$

et

$$\frac{dr}{dh} = \frac{3}{2} \frac{r}{h}$$

$$v = \frac{3}{2} \frac{r}{dh}$$

D'autre part si u_0 est la vitesse moyenne d'écoulement on a

$$r = k a h u_0$$

le coefficient k étant égal à l'unité si le lit est rectangulaire et ayant une valeur moindre dans les autres cas. On obtient ainsi :

$$v = \frac{3k}{2} u_0$$

Enfin si la vitesse superficielle u' est égale à $k' u_0$ on a finalement :

$$v = \frac{3k}{2k'} u'$$

Ce qui permet d'exprimer la vitesse de propagation en fonction de la vitesse superficielle, d'une manière plus ou moins précise.

Pour le calcul de l'atténuation il faut pouvoir calculer le débit complémentaire ρ . Ce débit est par définition égal à l'excès du débit en crue sur le débit en régime permanent (pour la même hauteur). Cette différence a pour cause la différence de pente motrice. Cette pente motrice correspond à une quantité d'énergie, dont une partie est consommée par les résistances à l'écoulement (transformation en chaleur) et l'autre transformée en énergie cinétique.

Cette transformation en énergie cinétique n'est pas la même en crue et en régime permanent. Les variations de vitesse le long de l'écoulement deviennent en effet différentes. Toutefois ce phénomène est très secondaire. L'énergie cinétique correspond à une chute de hauteur u^2 .

— Pour une vitesse de un mètre par seconde $2g$ cette chute n'est que de 5 centimètres. Or, nous n'avons à considérer que la modification, en temps de crue, des variations de vitesse. Il n'y correspond qu'une partie absolument négligeable de différence de pente motrice.

Cette différence peut donc être considérée comme affectée exclusivement à vaincre un supplément de résistance à l'écoulement.

Ce supplément correspond au débit complémentaire.

Si l'on admet que le débit est proportionnel à la racine carrée de la pente motrice le débit complémentaire est donné par la formule :

$$\rho = \frac{\Delta i}{2i} r$$

i étant la pente motrice en régime permanent. Δi la pente motrice supplémentaire.

On peut écrire :

$$\Delta i = - \frac{dh_1}{dx}$$

dh_1 étant la différence de hauteur avec la ligne d'eau en régime permanent, à ne pas confondre avec les variations de hauteur notées dans les autres formules.

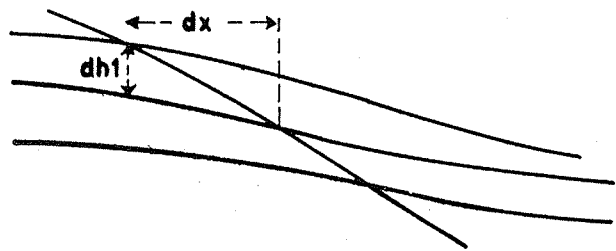
On a alors :

$$\rho = - \frac{1}{2i} \frac{dh_1}{dx} r$$

On peut remarquer que :

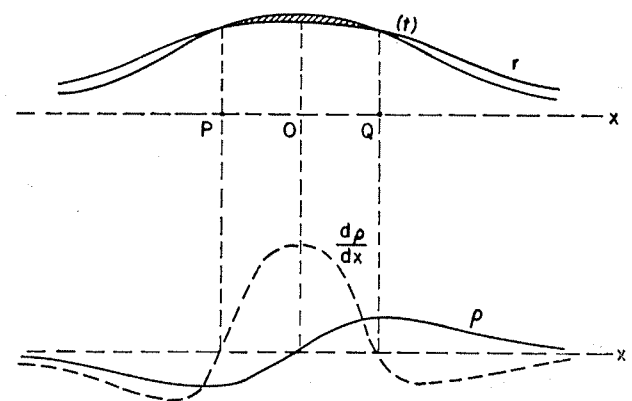
$$\frac{dh_1}{dx} = \frac{dh}{dr} \frac{\delta r}{\delta x}$$

d'où la formule :



$$\rho = - \frac{1}{2i} \frac{dh}{dr} r \frac{\delta r}{\delta x}$$

A l'aide de ces formules, on peut calculer ρ et tracer la courbe de ce débit complémentaire en dessous de la courbe $r(x)$ de l'onde à l'instant t .



la courbe représentative de ρ a l'allure ci-contre. Au sommet de l'onde $\frac{\delta r}{\delta x}$ est nul, et, consécutivement ρ est nul.

Ceci montre quelle est l'allure de la courbe de $\frac{\delta \rho}{\delta x}$.

Bien entendu les courbes de ρ et $\frac{\delta \rho}{\delta x}$ ne peuvent être tracées que pour une période dt très petite, pendant laquelle la courbe de r ne se déforme que d'une manière suffisamment faible.

On voit qu'au sommet de l'onde $dr = -\frac{\delta \rho}{\delta x} dx$ est négatif et que le débit maximum va toujours en s'atténuant.

On peut songer à procéder à ces calculs graphiques.

Les propriétés énoncées au sujet de la conservation du volume de l'onde sont utiles. Par exemple le volume hachuré, où il y a en tous points atténuation, est égal à la différence des débits complémentaires en P et Q pendant le temps dt .

Cette propriété de conservation montre en outre que les sinuosités de l'onde tendent à disparaître. Les fortes sinuosités s'amortissent très vite. S'il y en a on les supprimera en prenant une courbe moyenne respectant la loi de conservation du volume. La pratique montre dans quels cas il faut procéder ainsi.

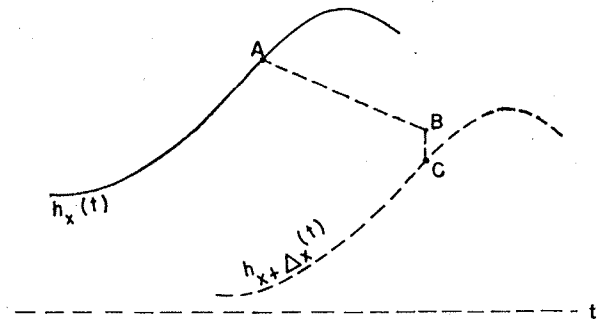
*
**

La méthode qui précède ne peut être utilisée pour l'annonce des crues, car il est nécessaire d'opérer très rapidement, sauf à se contenter d'une approximation suffisante.

D'ailleurs dans le cas de l'annonce des crues, il faut déduire l'onde $h_{(x+\Delta x)}$ de l'onde h_x , l'une et l'autre exprimées en fonction du temps et on considère une distance Δx , assez grande entre les deux stations.

Les lois de propagation énoncées plus haut

permettent encore d'établir une correspondance entre les deux ondes.



La première composante définit une correspondance A, B entre des hauteurs « homologues » c'est-à-dire donnant le même débit r en régime permanent. La projection Δt du vecteur AB sur l'axe des temps est égale à $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ v étant une valeur moyenne de

la vitesse de propagation.

Enfin le vecteur vertical B C correspond à l'atténuation donnée par la formule

$$\delta r = -\frac{\delta \rho}{\delta x} \Delta x$$

Pour faciliter le calcul de l'atténuation il faut se rattacher à l'onde $h(t)$. Ici de larges approximations deviennent nécessaires. Elles sont justifiées par le fait que l'atténuation n'est, par rapport à la propagation, qu'une déformation secondaire. Il est donc admissible de la calculer, même pour des intervalles Δt et $\Delta x = v \Delta t$ assez grands, en négligeant la déformation secondaire de l'onde pendant ce temps. En outre on se basera sur une forme moyenne de l'onde pendant sa propagation, forme moyenne qui se propagera avec une vitesse constante v . La fonction $r(x, t)$ sera donc de la forme $f(x - vt)$. En outre on admettra qu'on peut substituer au lit réel un lit régulier de telle sorte que le débit complémentaire ρ , qui se rattache à l'onde r dans son mouvement relatif de vitesse v , soit également de la forme $f(x - vt)$.

Ce que nous avons vu plus haut au sujet de l'allure des courbes $r(x)$ et $\rho(x)$, allure qui se conserve avec la propagation, et aussi le fait que seules les sinuosités de grande période sont à retenir, tend à justifier cette manière de faire. D'ailleurs il n'est vraiment utile de calculer l'atténuation qu'au sommet de l'onde.

Puisque nous considérons les ondes $h(t)$ il

faut exprimer l'atténuation en variation de hauteur. Remarquons d'abord que la formule :

$$\Delta r = - \frac{\partial \rho}{\partial x} \Delta x$$

se transforme ainsi :

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = - \frac{1}{v} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

(propriété de toute fonction $f(x - vt)$)

$$\Delta r = \frac{1}{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x = \theta \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

θ étant le temps de propagation

$$\theta = \frac{\Delta x}{v}$$

à Δr correspond une atténuation Δh exprimée en hauteur.

Or

$$\Delta r = \frac{dr}{dh} \Delta h$$

et

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial t} \frac{dr}{dh}$$

g étant le supplément de hauteur qui donnerait en régime permanent le débit supplémentaire ρ (Δr , Δh , ρ et g sont assimilés approximativement à des différentielles de telle sorte que :

$$\frac{\Delta r}{\Delta h} \text{ et } \frac{\rho}{g} \text{ sont égaux à } \frac{dr}{dh}$$

On en déduit :

$$\Delta h = \theta \frac{\partial g}{\partial t}$$

Le supplément de hauteur g est lié à la forme de l'onde. Il correspond à :

$$\rho = - \frac{1}{2i} \frac{dh}{dr} r \frac{\partial r}{\partial x}$$

Partant de la relation approchée $r = Ch^{3/2}$ (ce qui suppose que h est compté à partir du fond du lit) on a :

$$\frac{\rho}{r} = \frac{3}{2} \frac{g}{h} \quad g = \frac{2}{3} \frac{\rho}{r} h$$

(toujours en assimilant ρ et g à des différentielles) puis, successivement :

$$g = - \frac{h}{3i} \frac{dh}{dr} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{h}{3iv} \frac{dh}{dr} \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{h}{3iv} \frac{\partial h}{\partial t}$$

(en appliquant la relation

$$\left. \frac{\partial r}{\partial x} = - \frac{1}{v} \frac{\partial r}{\partial t} \right)$$

La dernière expression peut s'écrire :

$$g = \frac{h \theta}{3iv\theta} \frac{\partial h}{\partial t} = - \frac{h \theta}{3i \Delta x} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Or, $i \Delta x$ est la différence d'altitude ΔH des plans d'eau entre les deux stations. Le coefficient $\frac{\partial h}{\partial t}$

de $\frac{\partial h}{\partial t}$ est homogène à un temps. On peut donc poser :

$$\tau = \frac{h \theta}{3 \Delta H}$$

d'où la formule simple :

$$g = \tau \frac{\partial h}{\partial t}$$

qui donne le supplément de hauteur à laquelle correspond le débit complémentaire.

On a enfin :

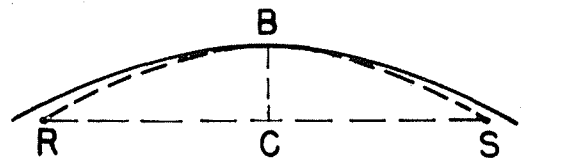
$$\Delta h = \theta \frac{\partial g}{\partial t} = \theta \tau \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

en considérant le temps τ comme constant, pour les raisons indiquées précédemment.

Cette formule donne l'atténuation en fonction de deux coefficients θ et τ , qu'il est possible de calculer.

Elle se prête à une application graphique très simple. Considérons en effet la parabole osculatrice à la courbe de l'onde au sommet. Il existe une relation simple entre l'atténuation BC , la courbure de la parabole et la corde RS homogène à un temps. On a en effet — propriété de la parabole —

$$BC = \frac{\overline{RS}^2}{8} \frac{\delta^2 h}{\delta t^2}$$



—

Les points R et S sont sensiblement sur la courbe de l'onde. En rapprochant les deux dernières formules on voit qu'on obtiendra la hauteur du point C en posant sur la tête de l'onde un segment horizontal RS tel que

$$\frac{RS^2}{8} = \theta \tau$$

c'est-à-dire :

$$RS = \sqrt{8 \theta \tau}$$

ou encore, en revenant sur la formule donnant τ

$$RS = \theta \sqrt{\frac{8h}{3\Delta H}}$$

formule où tous les termes peuvent se calculer.

*
* **

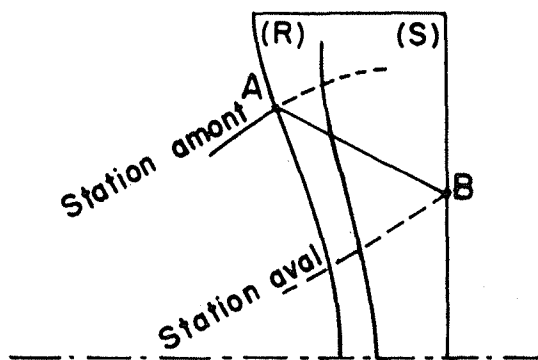
Cette dernière présentation se prête à des calculs graphiques très simples et très rapides.

La « propagation » fait correspondre des hauteurs « homologues » avec un intervalle de temps θ .

On utilise une règle transparente sur laquelle cette correspondance est matérialisée par des lignes de rappel. Chaque segment définissant une correspondance a pour projection horizontale le temps de propagation θ .

Une ligne de repère horizontale placée en fonction des origines choisies pour les courbes de hauteur d'eau, détermine la hauteur de la règle.

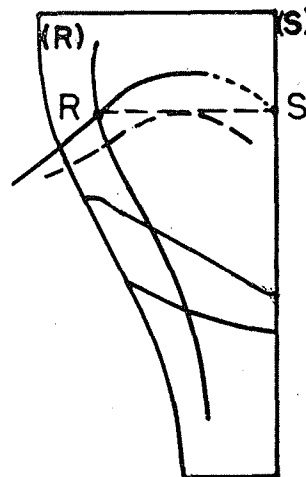
On place la règle contre le point figuratif de la dernière cote connue à la station amont.



En suivant la ligne de rappel on obtient instantanément le point figuratif B de la cote à prévoir en aval.

Reste l'atténuation qu'on ne calcule qu'au sommet de l'onde. Sur la règle une ligne

spéciale donne la largeur RS de la corde d'atténuation, variable suivant la hauteur. On place cette corde sur la tête de l'onde qui a été obtenue par la seule considération de la propagation.



On rectifie la cote maxima en conséquence.

Un procédé aussi simple peut être employé dans le cas de la prévision à une station en aval d'un confluent. La cote y dépend de celles observées sur chacun des deux affluents.

L'étude théorique du passage de l'onde dans un confluent est très complexe, à cause du remous causé dans un affluent par une crue dans l'autre. La théorie précédente n'est pas applicable.

Mais on peut montrer que les phénomènes de propagation ne doivent différer que de peu de ce qu'ils seraient dans trois bras fictifs, où le confluent serait remonté vers l'amont, la relation de continuité au confluent étant limitée à l'égalité des débits entrants et sortants, mais sans continuité des hauteurs, de telle sorte que les remous seraient supprimés. Peu importe que de telles propriétés ne soient pas physiquement réalisables. Ce qui nous intéresse est le fait que cela donne une équivalence mathématique convenable.

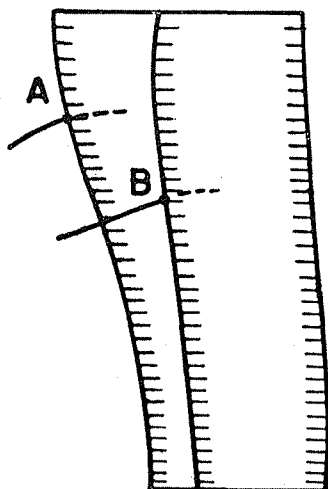
Ceci dit il faut sommer les débits au confluent et opérer trois atténuations, une sur chaque affluent en amont du confluent, une après.

La « propagation » se calcule graphiquement à l'aide d'une règle comprenant trois échelles graduées :

Une pour chacun des deux affluents, une pour l'aval.

En plaçant la règle le plus à droite possible (pour prévoir le plus loin possible) on lit les débits sur les échelles graduées en A et B. On

en fait la somme qui détermine le point C sur l'échelle d'aval.



Le calcul de l'atténuation se fait comme précédemment. En pratique on ne fait ce calcul que sur les affluents, ou seulement sur l'onde d'aval si l'expérience montre que cela suffit.

Les éléments des réglottes sont déduits d'un dépouillement des crues précédentes.

Ce dépouillement fait intervenir implicitement l'effet des ruisseaux et des ruissellements qui apportent leurs débits entre la station d'amont et la station d'aval.

La méthode ne peut donc convenir que si ces apports sont relativement assez faibles pour que leur manque de corrélation avec les phénomènes de propagation proprement dits n'altère pas les résultats. Le calcul fait à partir d'un dépouillement des crues antérieures revient à majorer le débit d'aval de la rivière, supposée isolée des débits latéraux, d'un pourcentage forfaitaire représentant une moyenne de ces débits latéraux.

La méthode ne peut donc être satisfaisante que dans les zones d'aval des bassins fluviaux où les débits latéraux ont une importance relative moindre.

NOTA. — Les procédés pratiques pour l'établissement des réglottes, et leur utilisation, ont été exposés dans une note sur la propagation et l'annonce des crues, parue dans les « Annales des Ponts et Chaussées », 1^{er} semestre 1934, pages 409 à 465.

