

A propos du réglage automatique de vitesse des turbines hydrauliques

INFLUENCE DE CERTAINES CARACTÉRISTIQUES intervenant dans la CONDITION DE STABILITÉ

par **Daniel GADEN**, Ingénieur

Directeur des Ateliers des Charmilles S. A.
en collaboration avec

Pierre NEESER, Ingénieur

I. — INTRODUCTION

Le réglage automatique de vitesse d'une turbine hydraulique est soumis aux effets du coup de bélier que toute variation de débit fait naître dans son système d'alimentation. Le problème de la stabilité de fonctionnement du réglage automatique de vitesse d'un groupe hydro-électrique doit donc tenir compte de ces effets et il peut, à cet égard, être abordé de deux façons différentes.

Selon une première méthode, le coup de bélier est considéré comme un phénomène de masse, en admettant que l'eau est incompressible et que les parois des conduits qui la renferment sont indéformables. Cette méthode permet une simplification des calculs ; ses résultats sont approchés, mais parfois très suffisants. Elle a été utilisée par A. STODOLA en 1893 ⁽¹⁾, par M. TOLLE en 1921 ⁽²⁾ et par M. P. ALMERAS, en vue de l'étude qui fut l'objet d'une série d'articles parus dans cette Revue en 1945-1946 ⁽³⁾.

Une deuxième méthode consiste à tenir compte de l'élasticité de l'eau et des parois des conduits où elle s'écoule et, en conséquence, à considérer le coup de bélier comme un phénomène d'ondes, à la manière d'ALLIEVI, ainsi qu'à celle de O. SCHNYDER et de L. BERGERON. C'est cette méthode que j'ai cherché à employer et qui

m'a conduit à trouver une forme de la condition de stabilité, dont la communication fut présentée au Comité technique de la Société Hydro-technique de France dans une séance d'octobre 1943. J'en ai publié les détails d'application dans un ouvrage paru en 1945 ⁽⁴⁾. Cette méthode exige des calculs un peu plus compliqués ; mais, en contrepartie, ses résultats sont plus exacts et s'écartent dans certains cas notablement de ceux de la première méthode. Pourtant, ces résultats conduisent seulement à modifier, en fonction de la valeur de la caractéristique ρ du système d'alimentation (c'est-à-dire notamment en fonction de la valeur de la chute), celle d'un coefficient K entrant dans l'expression de la condition de stabilité, dont la forme reste la même avec l'une ou l'autre des méthodes précitées. J'y reviendrai plus loin.

Il existe, certes, d'autres moyens d'effectuer le contrôle de la stabilité d'un réglage de vitesse et celui faisant appel aux courbes de comportement à fréquence variable, pour l'application du critère de Nyquist ⁽⁵⁾, compte parmi les plus élégants. Il permet, sans grandes complications, de tenir compte de toutes les particularités du groupe (turbine et alternateur), de son système d'alimentation, voire de son réglage de tension,

(1) Ueber die Regulierung von Turbinen, Schweizerische Bauzeitung, 1893.

(2) Regelung der Kraftmaschinen, Springer 1921.

(3) « Houille Blanche », N° 1, 2 et 3.

(4) Contribution à l'étude des régulateurs de vitesse. Considérations sur le problème de la Stabilité. Edition « La Concorde », Lausanne, 1945.

(5) Etude de la stabilité d'un réglage automatique de vitesse par des diagrammes vectoriels en vue de l'utilisation du critère de Nyquist.

Informations Techniques Charmilles N° 2, Genève.

qui peuvent influencer la tenue du réglage de vitesse. Il nécessite cependant, dans chaque cas, la reprise de calculs malgré tout assez longs et ne peut donc conduire à des généralisations.

Or, à côté de procédés garantissant une rigoureuse exactitude, les besoins de la pratique réclament surtout des moyens plus expéditifs. On tolèrera même ne pouvoir en tirer que des indications approximatives, pourvu qu'elles puissent être déduites très rapidement de résultats généraux obtenus par des calculs plus ou moins compliqués, mais établis une fois pour toutes et immédiatement applicables.

C'est dans ce sens que la condition de stabilité ci-dessus évoquée me paraît intéressante, étant toutefois entendu que la simplicité de sa forme ne doit tromper personne au sujet de la multiplicité des phénomènes qui entrent en jeu. Cette condition comporte un coefficient numérique K dont il faut se garder de considérer la valeur comme constante, ainsi que pourrait le faire croire la première méthode de calcul du coup de bélier, du moins en ce qui concerne l'influence de la chute. Cette valeur du coefficient K varie au contraire en fonction d'un grand nombre de caractéristiques du groupe ⁽⁶⁾ et c'est là qu'apparaît toute la complexité du problème. En premier lieu, ainsi que le révèle la deuxième méthode de calcul du coup de bélier, la valeur du coefficient K varie en fonction de celle de la caractéristique ρ du système d'alimentation.

Le but de la présente étude est de reprendre l'établissement de la condition de stabilité, au moyen de la première méthode, d'indiquer quelle est, selon la seconde méthode, l'influence de l'élasticité de l'eau et des parois des conduits qui la renferment, puis de corriger à cet égard deux erreurs que j'ai commises dans mes publications antérieures et dont je dois m'excuser auprès de mes lecteurs. Je montrerai ensuite quelle est l'influence d'autres caractéristiques du groupe et la façon d'en tenir compte par la retouche de la valeur du coefficient K selon des abaques résumant, comme indiqué plus haut, les résultats généraux et immédiatement applicables de calculs effectués une fois pour toutes.

Pour écrire l'équation du réglage, je me placerai dans le cas du régulateur accéléro-tachy-

métrique, ayant déjà signalé qu'au point de vue de la stabilisation, le régulateur tachymétrique avec asservissement temporaire lui était **approximativement** assimilable. Je me réserve de revenir ailleurs sur les différences existant entre les deux systèmes, demeurant de l'avis que le régulateur accéléro-tachymétrique présente, par rapport à l'autre, des avantages certains ; mais j'en ferai ici entièrement abstraction.

II. — DE L'ÉTABLISSEMENT DE LA CONDITION DE STABILITÉ EN CONSIDÉRANT LE COUP DE BÉLIER COMME UN PHÉNOMÈNE DE MASSE (PREMIÈRE MÉTHODE)

L'étude analytique du fonctionnement du réglage de vitesse ⁽⁷⁾ relève de la considération de trois équations différentielles principales, toutes trois du premier ordre et du premier degré : l'équation du régulateur proprement dit, celle du mouvement des masses tournantes du groupe et celle du coup de bélier. J'en rappellerai succinctement l'origine, des explications plus détaillées ayant déjà été publiées à leur sujet.

L'équation du régulateur accéléro-tachymétrique s'écrit :

$$\Delta p'_0 = - \frac{1}{\tau'} (\Delta \omega + m \Delta \omega') \quad (1)$$

où : Δp_0 désigne l'écart (relatif) de réglage en puissance ou en couple, à savoir l'écart de puissance ou de couple que développerait la turbine, du fait de l'écart de réglage, si elle tournait à la vitesse normale et était soumise à la pression de régime (sans coup de bélier),

$\Delta \omega$ l'écart (relatif) de vitesse,

τ' le temps caractéristique de la **promptitude** de réglage dans le domaine des petits écarts, **temps dont la valeur peut être ajustée d'une façon indépendante du temps de manœuvre** , et

m le temps caractéristique du dosage accélérométrique.

Cette équation (1) exprime que la vitesse de variation $\Delta p'_0$ de l'écart de réglage en puissance (laquelle est proportionnelle à la vitesse de variation de l'écart de réglage en course,

⁽⁶⁾ C'est-à-dire de la turbine, de son système d'alimentation, de l'alternateur, de son réglage de tension, et même du réseau d'utilisation (nature de la charge).

⁽⁷⁾ Lors des petits mouvements de réglage qui sont seuls à considérer dans l'examen du problème de la stabilité.

c'est-à-dire à la vitesse du mouvement du piston du servo-moteur) est proportionnelle au déplacement du tiroir de distribution, lui-même mesuré à l'échelle des écarts de vitesse, par la somme :

- de l'écart de vitesse $\Delta \omega$
- de m fois l'accélération $\Delta \omega'$

Le facteur de proportionnalité est égal à l'inverse du temps caractéristique de la promptitude, affecté du signe — puisqu'un écart positif de vitesse entraîne une variation négative de l'écart de réglage (diminution).

L'équation du mouvement des masses tournantes du groupe s'écrit :

$$\Delta \omega' = \frac{1}{T} (\Delta p_0 + \frac{3}{2} \Delta h) \quad (2)$$

où : Δh désigne l'écart (relatif) de pression dû au coup de bélier,

T le temps caractéristique de l'**inertie spécifique du groupe** ou temps de lancer de ses masses tournantes.

Cette équation exprime que l'accélération $\Delta \omega'$ des masses tournantes du groupe est proportionnelle à la différence entre couple moteur et couple résistant, à savoir à la somme :

- de l'écart de réglage en puissance ou en couple Δp_0 ;
- de l'effet sur le couple moteur de l'écart de pression Δh .

Le facteur de proportionnalité est égal à l'inverse du temps T caractéristique de l'inertie spécifique. Cette équation (2) suppose donc :

— qu'à vitesse constante, le couple moteur de la turbine varie comme la puissance $3/2$ de la pression à laquelle elle est soumise,

— qu'il n'existe aucune influence de l'écart de vitesse ni sur le couple moteur, ni sur le couple résistant, ou du moins que ces deux influences se compensent et s'annulent.

L'équation du coup de bélier s'écrit, selon la première méthode :

$$\begin{aligned} \Delta h &= - \Theta \Delta q' \\ &= - \Theta \left(\Delta q'_0 + \frac{1}{2} \Delta h' \right) \quad (3) \\ &= - \Theta \left(\Delta p'_0 + \frac{1}{2} \Delta h' \right) \end{aligned}$$

où Δq désigne l'écart (relatif) de débit réel, Δq_0 l'écart (relatif) de réglage en débit et Θ le temps caractéristique de l'**inertie spécifique du système d'alimentation** ou temps de lancer des masses d'eau qu'il contient ⁽⁸⁾.

Elle exprime que l'écart de pression Δh est proportionnel à la vitesse de variation de l'écart de débit réel Δq , le facteur de proportionnalité étant égal au temps caractéristique de l'inertie spécifique du système d'alimentation, affecté du signe — puisqu'un écart positif de pression (surpression) est provoqué par une diminution de débit, c'est-à-dire par une variation négative de débit. Cette équation (3) suppose en outre :

— que le débit varie comme la puissance $1/2$ de la pression ;

— que le débit est indépendant de la vitesse de la turbine de sorte que l'écart de débit est égal à la somme de l'écart de réglage Δq_0 en débit (écart de débit résultant de l'écart de réglage, sans coup de bélier) et de l'effet $1/2 \Delta h$, sur le débit, de l'écart de pression ;

— que le rendement de la turbine reste constant, si bien que l'écart (relatif) de réglage Δq_0 en débit est égal à l'écart (relatif) de réglage Δp_0 en puissance ou en couple.

Je reviendrai plus loin sur les différentes hypothèses, mises à la base des équations (2) et (3), pour montrer quelles sont les conséquences de leur non réalisation, sur la condition de stabilité.

Le système d'équations différentielles (1), (2) et (3) peut être ramené à une équation linéaire du troisième ordre, en $\Delta \omega$ ou en Δp_0 ou en Δh . L'équation aux caractéristiques de cette unique équation linéaire est donc de la forme :

$$r^3 + br^2 + cr + d = 0 \quad (4)$$

Ses coefficients ont pour expression :

$$b = \frac{2}{\Theta} - \frac{2m}{\tau' T} \quad (5)$$

$$c = \frac{2m}{\tau' T \Theta} - \frac{2}{\tau' T} \quad (6)$$

$$d = \frac{2}{\tau' T \Theta} \quad (7)$$

(8) Ou encore temps caractéristique de la sensibilité au phénomène du coup de bélier du système d'alimentation.

Pour que les racines de l'équation aux caractéristiques soient toutes ou réelles, et négatives, ou complexes, mais avec leur partie réelle négative, c'est-à-dire pour que les solutions de l'unique équation linéaire correspondent à des fonctions **amorties**, en d'autres termes, pour que le réglage soit **stable**, il faut, selon HURWITZ, que :

$$b > 0 \quad d > 0 \quad bc - d > 0 \quad (8)$$

En faisant usage de ces inégalités (8) (dont la deuxième est toujours satisfaite) et en les transformant, on démontre qu'il existe deux conditions de stabilité, dont la principale s'écrit :

$$\tau' T > K \left(\frac{3}{2} \Theta \right)^2 \quad (9)$$

avec :

$$K = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = 1,66 \quad (10)$$

C'est là la condition de stabilité dont j'ai parlé plus haut au chapitre premier. Elle a été redémontrée par M. P. ALMERAS (9) dans un chapitre de son étude dont je n'ai fait ici que reproduire l'essentiel.

Si je viens de faire à nouveau l'exposé succinct du processus d'établissement de cette condition de stabilité, au moyen de la première méthode, c'est :

— pour faire ressortir, une fois de plus, l'identité de sa forme avec celle à laquelle fait aboutir l'emploi de la seconde méthode ;

— pour reconnaître et corriger une erreur que j'ai commise dans le calcul de la valeur numérique du coefficient K (j'y reviendrai au chapitre III) ;

(9) Cet auteur a présenté ladite condition sous forme suivante, portant dans son deuxième article le N° 16 :

$\tau > 3,74 K_n \Theta^2$
en employant comme notation :

τ pour l'inertie spécifique du groupe, au lieu de T.

$\frac{1}{K_n}$ pour la promptitude de réglage, au lieu de τ' .

Après avoir témoigné d'un tout autre avis (La Houille Blanche, Novembre 1945), il reconnut progressivement qu'il s'agissait bien de la même condition de stabilité, et écrivit finalement que la **différence n'était pas dans la forme des expressions, mais dans la valeur du coefficient numérique** (coefficient K) (La Houille Blanche, Novembre-Décembre 1946).

— pour servir de base de comparaison avec les résultats de la seconde méthode ;

— pour utiliser ledit processus à l'étude de l'influence d'autres caractéristiques du groupe (voir chapitres IV, V et VI).

J'ajoute encore que si je laisse ici de côté la deuxième condition de stabilité, c'est qu'elle ne concerne que la mise au point du régulateur, à savoir :

— dans le cas d'un régulateur accéléro-tachymétrique, la valeur du dosage accélérométrique, ou

— dans le cas d'un régulateur tachymétrique avec asservissement temporaire, la valeur de son statisme momentané et celle de sa rigidité.

Or, ce sont là des considérations qui intéressent les constructeurs mécaniciens seuls, tandis que la condition de stabilité (9) mérite, à mon avis, l'attention des projecteurs et des exploitants d'équipements hydro-électriques, puis des constructeurs électriciens et mécaniciens. Elle fixe, en effet, la relation qui doit exister pour telle qualité du réglage définie par la valeur de la promptitude τ' , entre :

— d'une part, les dimensions (longueurs et sections) du système d'alimentation, eu égard à la chute et au débit considérés, en d'autres termes l'inertie spécifique des masses d'eau qu'il contient, déterminée par le temps :

$$\Theta = \frac{\sum L V_0}{g H_0} \quad \text{sec.}$$

L en m V_0 en m/sec. g en m/sec.² H_0 en m.

— d'autre part, le PD² dont il y a lieu de doter le groupe (PD² qui doit être le plus souvent réalisé par le rotor de l'alternateur), compte tenu de sa puissance et de sa vitesse, en d'autres termes, l'inertie spécifique des masses tournantes, déterminée par le temps :

$$T = \frac{PD^2 \times n^2}{0,27 N}$$

PD² en kgm² n en t/min. N en ch.

**III. — DE LA VALEUR NUMÉRIQUE
DU COEFFICIENT K
DE LA CONDITION DE STABILITÉ
SON CALCUL
EN CONSIDÉRANT LE COUP DE BÉLIER
COMME UN PHÉNOMÈNE D'ONDES
(SECONDE MÉTHODE)
INFLUENCE DE LA CHUTE H_0**

Ainsi que je l'ai démontré ⁽¹⁰⁾, l'utilisation de la seconde méthode fait aboutir à la même condition de stabilité, de la forme :

$$\tau/T > K \left(\frac{3}{2} \right)^2 \quad (9)$$

et je précise que si, dans son expression, j'ai fait ressortir la fraction $3/2$, c'est pour rappeler qu'en vue de son établissement, il a été admis qu'à vitesse constante et pour une ouverture déterminée du vannage, le couple développé par la turbine variait comme la puissance $3/2$ de la pression. Cette hypothèse est très suffisamment approchée pour certains types de turbines, tandis que pour d'autres, en particulier pour les turbines à vitesse spécifique élevée, la réalité est différente et exige, en conséquence, une retouche de la valeur numérique au coefficient K. Il s'agit là de l'influence du nombre de tours spécifiques que j'ai déjà signalée et dont je reprendrai l'examen au chapitre VI.

La seconde méthode permet également le calcul de la valeur numérique du coefficient K de la condition de stabilité. Ce calcul procède par approximations successives, mais comme il est à faire une fois pour toutes, ce n'est pas là une bien grande complication. Il montre que la valeur de K est fonction de celle de la caractéristique ρ du système d'alimentation, c'est-à-dire notamment de la chute :

$$\rho = \frac{a V_0}{2g H_0}$$

a (célérité) en m/sec. V_0 en m/sec. H_0 en m.

J'ai toutefois fait remarquer que dans le domaine des chutes allant jusqu'à une centaine

de mètres, pour lesquelles la valeur de la caractéristique ρ descend jusqu'à environ 1,5, celle du coefficient K variait fort peu et j'en ai donné la raison (faible sélectivité des systèmes d'alimentation de basse chute, contrairement à ce qui se passe pour les chutes plus hautes où le résonateur constitué par la conduite forcée est de plus en plus sélectif).

Ayant effectué ledit calcul, j'ai publié des chiffres ⁽¹¹⁾ qui, en valeur relative, sont assez exacts pour faire ressortir le résultat que je voudrais mettre en relief, à savoir la variation de la valeur du coefficient K, que seule révèle l'utilisation de la seconde méthode. Mais en valeur absolue, ces chiffres sont faux ⁽¹²⁾ du fait d'une erreur matérielle que j'ai commise et que M. P. ALMERAS m'a signalée, ce dont je lui suis très obligé.

J'ai donc repris ce calcul, selon la méthode que j'ai déjà exposée ⁽¹³⁾, ceci tout d'abord dans le cas limite des oscillations entretenues, puis dans les deux cas d'oscillations amorties, où le rapport de deux amplitudes se succédant dans le même sens s'élève respectivement à $1/2$ et à $1/4$ (décrément logarithmique ε_* égal à 0,69 et à 1,38). Pour une valeur de la caractéristique ρ de l'ordre de 10 (très basses chutes), j'ai retrouvé, dans le cas des oscillations entretenues, celle du coefficient $K = 1,66$, à laquelle conduit l'emploi de la première méthode. Pour des valeurs de la caractéristique ρ descendant progressivement jusqu'à $\rho = 0,3$, correspondant à une chute d'environ 1.000 m., celles du coefficient K varient suivant les indications du tableau N° 1 et de la courbe du graphique de la figure 1, portant en abscisse les valeurs de l'inverse de la caractéristique ρ .

(11) Voir op. cit. (sous renvoi 4), chap. VII et « La Houille Blanche », Septembre-Octobre 1946.

(12) L'erreur est la suivante. Au chap. V (page 118) de mes Considérations sur le Problème de la Stabilité, figure une équation d'où il ressort clairement (pour $j = 1$) que :

$$K = \lambda_t \frac{s^2}{1 - 3r}$$

tandis qu'au chap. VII, j'ai écrit $K = \frac{s^2}{1 - 3r}$. Les valeurs de K

sont dès lors toutes trop faibles. En outre, quand à la page 148, j'ai calculé $K = 1,08$ lorsque la turbine est implantée au milieu de son système d'alimentation, j'ai omis de considérer que, si la période propre du coup de bélier était réduite à peu près de moitié, c'était également le cas de la valeur du temps pour chacune des parties amont et aval du système. Il n'y a donc rien de changé par rapport à la disposition où le système d'alimentation est entièrement situé à l'amont de la turbine.

(13) En recherchant chaque fois les valeurs de λ_m et λ , les plus favorables, voir op. cit., chap. VII, paragraphe 48.

(10) Voir op. cit. (sous renvoi 4) chap. V.

Valeur de la caractéristique ρ	10	2,5	1,5	1,0	0,5	0,3
Coefficient K de la condition de stabilité	en valeur absolue	en valeur relative				
	1,66	100	101	105	112	143

TABEAU N° 1. — Valeurs du coefficient K de la condition de stabilité dans le cas limite d'oscillations entretenues.

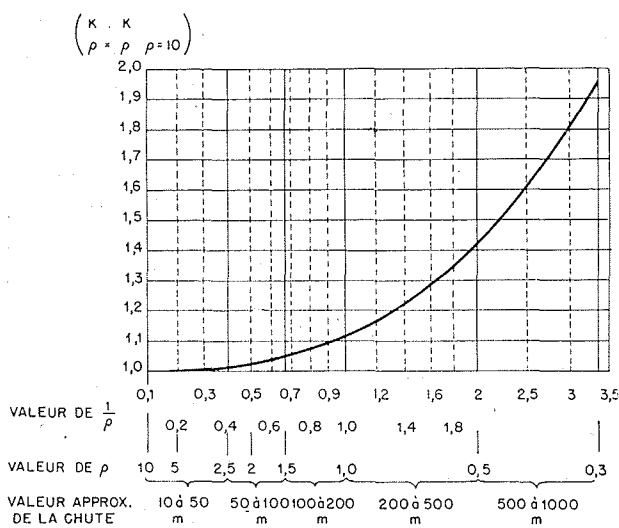


fig. 1

Courbe de la valeur relative du coefficient K de la condition de stabilité, en fonction de la caractéristique, c'est-à-dire notamment en fonction de la chute.

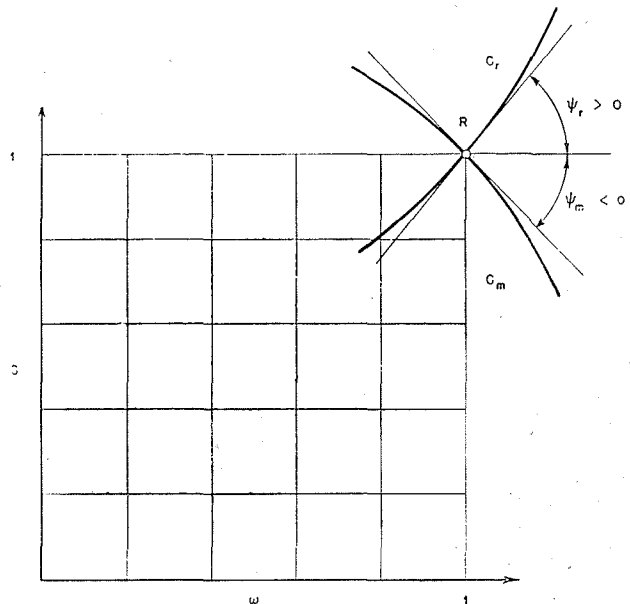


fig. 2

Courbes du couple résistant de l'alternateur et du couple moteur de la turbine tracées en valeurs relatives, en fonction de la vitesse. $\psi_r = \text{tg } \varphi_r$. $\psi_m = \text{tg } \varphi_m$.

Dans les cas d'oscillations amorties de décrément $\xi_* = 0,69$ et $1,38$, la valeur du coefficient K passe de 1,66 (oscillations entretenues) à 1,80 et à 1,92 pour $\rho = 10$. C'est dire que pour atteindre ces degrés d'amortissement, il faut augmenter la valeur du coefficient K d'environ 8 %, respectivement 15 %. Pour les autres valeurs de ρ , ces majorations restent du même ordre. En d'autres termes, la variation du coefficient K en fonction de la caractéristique ρ , demeure approximativement la même, quelle que soit, dans les limites considérées, l'importance de l'amortissement. C'est ce dont témoignent les chiffres du Tableau N° 2.

Valeur de la caractéristique ρ	10	2,5	1,5	1,0	0,5	0,3	
Coefficient K de la condition de stabilité	en valeur absolue	en valeur relative					
	pour $\xi_* = 0,69$	1,80	100	101	105	112	144
pour $\xi_* = 1,38$	1,92	100	101	105	112	145	202

TABEAU N° 2. — Valeurs du coefficient K de la condition de stabilité dans le cas d'oscillations amorties.

Finalement, la courbe de la fig. 1 est en pratique aussi bien valable pour le cas limite des oscillations entretenues, que dans ceux des oscillations amorties. J'y ai indiqué en abscisse les valeurs approximatives de la chute correspondant à celles de caractéristique ρ , étant bien entendu que c'est cette dernière qui est déterminante.

L'examen de cette courbe montre que l'hypothèse d'une valeur constante du coefficient K, à laquelle conduit la première méthode, est admissible avec une erreur inférieure à 5 % jusqu'à $\rho = 1,5$, c'est-à-dire jusqu'à une chute d'environ 100 m. et avec une erreur inférieure à 10 % jusqu'à $\rho = 1,1$, c'est-à-dire jusqu'à une chute d'environ 170 m.

La question de l'influence de la chute, plus exactement de la valeur de la caractéristique du système d'alimentation étant maintenant bien précisée, je passerai à l'étude de l'influence d'un autre facteur intervenant également dans la question de la stabilité du réglage. Il s'agit de l'effet de l'écart de vitesse $\Delta \omega$ sur la différence entre couple résistant et couple moteur.

IV. — DE L'EFFET DE L'ÉCART DE VITESSE SUR LA DIFFÉRENCE ENTRE COUPLE RÉSIDANT ET COUPLE MOTEUR ET DE SON INFLUENCE SUR LA CONDITION DE STABILITÉ

Sur la fig. 2 sont tracées en valeurs relatives (couples rapportés au couple de régime et vitesse rapportée à la vitesse normale), la courbe du couple résistant de l'alternateur et la courbe du couple moteur de la turbine en fonction de la vitesse.

Ces deux courbes se coupent naturellement au point R figuratif du régime permanent considéré (point d'abscisse et d'ordonnée égales à l'unité), pour lequel la vitesse normale est respectée et la différence entre couple résistant et couple moteur nulle ; il y a alors, en effet, équilibre entre les deux couples et par conséquent aucune cause de variation de vitesse. Toutefois, et contrairement à la deuxième hypothèse faite pour l'établissement de l'équation (2) des masses tournantes du groupe, ces courbes ne se recouvrent en général pas, au voisinage du régime permanent considéré ; en d'autres termes, elles n'admettent pas, au point figuratif R, la même tangente.

La tangente à la courbe du couple résistant fait avec l'axe des abscisses un angle φ_r et je désignerai sa pente par $\alpha_r = \text{tg.} \psi_r$. La valeur α_r de cette pente dépend de la nature de la charge consommée par le réseau sur lequel débite l'alternateur et du mode d'excitation de ce dernier (réglage de tension) ⁽¹⁴⁾ ; elle peut être positive ou négative.

La tangente de la courbe du couple moteur fait avec l'axe des abscisses un angle ψ_m et je désignerai sa pente par $\alpha_m = \text{tg.} \psi_m$. La valeur α_r de cette pente dépend du nombre de tours spécifique de la turbine ; elle est toujours négative et comprise entre — 1,1 (valeur réalisée pour des turbines spécifiquement lentes) et — 0,6 (valeur réalisée pour des turbines spécifiquement rapides).

La simple considération de la fig. 2 fait ressortir qu'un écart de vitesse $\Delta \omega$ provoque, en dehors de tout écart de réglage et de tout écart de pression, une différence entre couple résistant et couple moteur qui s'exprime par :

$$(\alpha_r - \alpha_m) \Delta \omega = \alpha \Delta \omega$$

avec : $\alpha = \alpha_r - \alpha_m$

Il n'est évidemment pas dit qu'au cours d'oscillations de réglage, c'est-à-dire lors de régimes essentiellement **transitoires**, les valeurs des couples et par conséquent celle de leur différence, obéissent rigoureusement à cette loi, selon laquelle ladite différence varierait en phase (ou en opposition de phase) avec l'écart de vitesse. Cette loi n'est en toute exactitude valable que pour des régimes **établis**, tandis qu'à tout moment d'un phénomène oscillatoire, ni les valeurs des tensions et courants dans les enroulements de l'alternateur et de ses excitatrices, ni la forme de l'écoulement dans les aubages de la roue de turbine n'atteignent celles du régime permanent, correspondant à la valeur instantanée de la vitesse. Il s'ensuit que l'oscillation de la différence de couple doit nécessairement témoigner, par rapport à l'oscillation de l'écart de vitesse, un certain décalage ; mais j'en ferai pour le moment abstraction, tout en reconnaissant que cette nouvelle hypothèse doit encore être améliorée et le processus du calcul perfectionné pour serrer de plus près la réalité.

(14) Voir op. cit. (sous renvoi 4), chap. II et Bulletin de la Société Française des Electriciens, N° 75, Novembre 1947 : Influence de la fréquence sur la puissance absorbée par un réseau de consommation.

Dès lors, au deuxième membre de l'équation (2) des masses tournantes du groupe, établie au chap. II, il y a simplement lieu d'ajouter le terme supplémentaire $\alpha \Delta \omega$, ce qui fait aboutir à la nouvelle forme :

$$\Delta \omega' = \frac{1}{T} (\Delta p_0 + \frac{3}{2} \Delta h - \alpha \Delta \omega) \quad (2)'$$

Si, selon la première méthode de calcul du coup de bélier, on considère le système des trois équations différentielles simultanées (1), (2)' et (3) et qu'on le ramène à une unique équation linéaire du troisième ordre, celle-ci admet une équation aux caractéristiques, qui est toujours du type :

$$r^3 + br^2 + cr + d = 0 \quad (4)$$

mais dont les coefficients ont pour expression :

$$b = \frac{2}{\Theta} - \frac{2m}{\tau'T} + \frac{\alpha}{T} \quad (5)'$$

$$c = \frac{2m}{\tau'T\Theta} - \frac{2}{\tau'T} + \frac{2\alpha}{T\Theta} \quad (6)'$$

$$d = \frac{2}{\tau'T\Theta} \quad (7)$$

En appliquant les conditions d'HURWITZ à la détermination de la limite de stabilité et en transformant les inégalités (8) auxquelles elles correspondent, de même manière que celle employée pour aboutir à l'expression (10) du coefficient K, on obtient cette fois une équation du second degré en K de la forme :

$$AK^2 - 2BK + 1 = 0 \quad (11)$$

avec :

$$A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{3}{2} \alpha \frac{\Theta}{T}\right)^2 \quad (12)$$

$$B = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(2 + \frac{3}{2} \alpha \frac{\Theta}{T}\right) \quad (13)$$

L'influence sur le comportement du réglage de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, effet dont la valeur du facteur α donne la mesure, se traduit donc par une modification de la valeur

du coefficient K de la condition de stabilité (9) :

$$\tau' T > K \left(\frac{3}{2} \frac{\Theta}{T}\right)^2 \quad (9)$$

qui conserve la même forme. La valeur du coefficient K devient en outre fonction, non seulement de celle du facteur α , mais également de celle du rapport $\frac{\Theta}{T}$ des inerties spécifiques

hydraulique et mécanique, plus simplement du produit $\alpha \frac{\Theta}{T}$

qui constitue le paramètre à considérer.

(K $\alpha = \alpha$; K $\alpha = 0$)

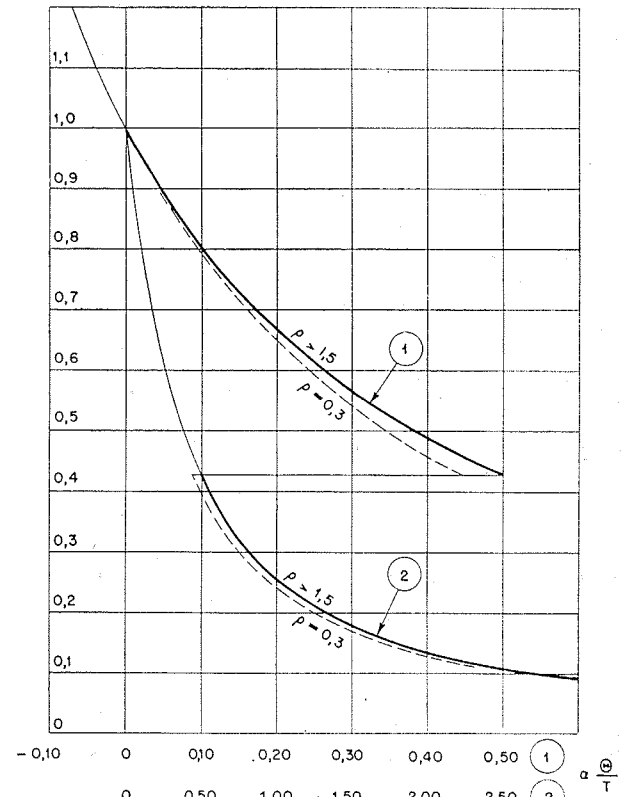


fig. 3

Variation du coefficient K de la condition de stabilité (valeur relative par rapport à celle pour $\alpha = 0$) en fonction du paramètre $\alpha \frac{\Theta}{T}$, la valeur de $\alpha = \alpha_r - \alpha_m$ caractérisant l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur.

Le graphique de la fig. 3 porte en abscisse les valeurs du paramètre $\alpha \frac{\Theta}{T}$ et en ordonnée celles

du rapport ($K_{\alpha} = \alpha : K_{\alpha} = 0$) du coefficient K , résultant de l'influence en question, à sa valeur $K = 1,66$, précédemment calculée sans en tenir compte. La courbe en trait continu de ce graphique a été établie par la résolution de l'équation (11) pour différentes valeurs numériques dudit paramètre. Elle permet de juger directement de l'incidence, sur la valeur du coefficient K , de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur. Son allure fait nettement ressortir combien cet effet est **favorable** lorsque la valeur de α est positive ($\alpha_r > \alpha_m$), c'est-à-dire quand la courbe du couple résistant coupe la courbe du couple moteur en passant **au-dessus** d'elle dans le sens croissant de la vitesse ⁽¹⁵⁾. La valeur du coefficient K est alors diminuée, ce qui permet, toutes choses étant par ailleurs égales et eu égard à la forme de la condition de stabilité :

- ou bien d'augmenter le degré de stabilité,
- ou bien de pousser la promptitude de réglage,
- ou bien d'économiser sur le PD^2 du groupe.

L'influence de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, effet caractérisé pour telle valeur du

rapport $\frac{\Theta}{T}$, par celle du facteur α , croît au début

(à partir de $\alpha = 0$) d'une façon plus prononcée que par la suite. En d'autres termes, on a dans ce sens plus d'intérêt à passer de $\alpha = 0$ à $\alpha = 1$, qu'à poursuivre pour passer de $\alpha = 1$ à $\alpha = 2$ et ainsi de suite.

Dans le cas contraire où la valeur de α est négative ($\alpha_r < \alpha_m$), c'est-à-dire quand la courbe de couple résistant coupe la courbe de couple moteur, en passant **au-dessous** d'elle dans le sens croissant de la vitesse, l'influence en question conduit à une augmentation de la valeur du coefficient K de la condition de stabilité et se révèle en conséquence défavorable.

Ces résultats, obtenus au moyen de la première méthode de calcul du coup de bélier, comportant l'utilisation de l'équation (3), peuvent être contrôlés au moyen de la seconde méthode tenant compte de l'élasticité de l'eau et des conduits qui la contiennent. Les équations

(1) et (2)^r restent évidemment les mêmes et en ce qui concerne le coup de bélier, son effet est recherché par approximations successives, selon un procédé de calcul analogue à celui que j'ai développé ⁽¹⁶⁾ dans le cas où $\alpha = 0$.

Pour chaque valeur considérée de la caractéristique ρ , les valeurs ainsi calculées du coefficient K de la condition de stabilité, sont ensuite rapportées à celle $K_{\alpha} = 0$, précédemment déterminée (voir chap. III) en faisant abstraction de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur. Je rappelle que ces valeurs $K_{\alpha} = 0$ sont données par la courbe du graphique de la fig. 1. On obtient de cette façon, je répète : pour chaque valeur considérée de la caractéristique ρ , une courbe du rapport ($K_{\alpha} = \alpha : K_{\alpha} = 0$) en fonction du

paramètre $\alpha \frac{\Theta}{T}$, courbe analogue à celle tracée

en trait continu sur le graphique de la fig. 3 et correspondant aux résultats de la première méthode.

Toutes ces courbes ont par définition une ordonnée à l'origine égale à l'unité ; mais plus encore, elles sont extrêmement rapprochées les unes des autres. Jusqu'à $\rho = 1,5$, on peut dire qu'elles se recouvrent et ce n'est que pour des valeurs plus petites de la caractéristique ρ qu'elles se détachent légèrement. La courbe en trait pointillé de la fig. 3 correspond à $\rho = 0,3$, c'est-à-dire une chute d'environ 1.000 m.

Etant donné ces très faibles différences, il me paraît possible d'admettre, en pratique, que la courbe en trait continu du graphique de la fig. 3 est utilisable, pour toutes les valeurs de la caractéristique ρ , en d'autres termes pour toutes les chutes. Il suffit donc, pour tenir compte à la fois de l'influence de la chute et de celle de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, de se servir des deux courbes des fig. 1 et 3.

On peut enfin décomposer le paramètre $\alpha \frac{\Theta}{T}$ en ses deux éléments constitutifs et établir

(16) Voir op. cit. (sous renvoi 4), chap. V, paragraphe 43 et chap. VII, paragraphe 48. Toutefois, en prenant $\lambda_m = 1$, puisqu'il s'agit du régime limite des oscillations entretenues (décrément $\zeta^* = 0$).

(15) On dit alors, selon certains auteurs, qu'il y a **autoréglage**.

l'abaque de la fig. 4, portant en abscisse les valeurs du rapport $\frac{\Theta}{T}$ des inerties spécifiques hydraulique et mécanique, puis en ordonnée les valeurs de α .

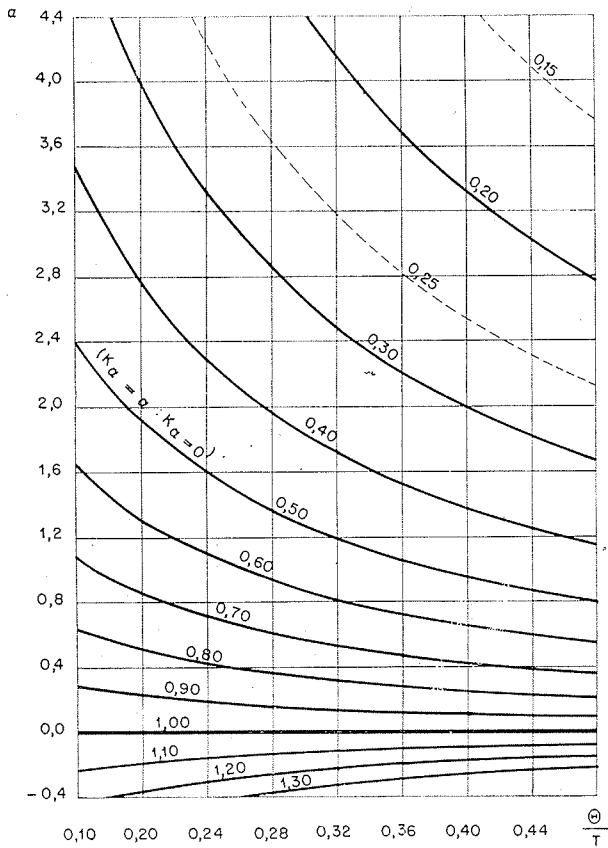


fig. 4

Variation du coefficient K de la condition de stabilité (valeur relative par rapport à celle pour $\alpha = 0$) en fonction de : α caractérisant l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur,

$\frac{\Theta}{T}$ rapport de l'inertie spécifique (hydraulique) du système d'alimentation à l'inertie spécifique (mécanique) du groupe.

Les hyperboles de cet abaque correspondent chacune à une valeur déterminée du rapport ($K_{\alpha = \alpha} : K_{\alpha = 0}$) et permettent de juger directement de l'influence, au point de vue de la stabilité, de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple

moteur, dans la gamme des valeurs du rapport $\frac{\Theta}{T}$ des inerties spécifiques que l'on peut rencontrer dans la pratique. On remarquera que ladite influence est d'autant plus prononcée, que la

valeur du rapport $\frac{\Theta}{T}$ est élevée, ce qui ressortait d'ailleurs déjà de l'examen de la fig. 3. En conséquence, pour un même groupe considéré à des régimes de puissance de plus en plus grande, l'influence en question croît en importance :

a) parce que la puissance allant en augmentant, il en est de même du débit et des vitesses d'écoulement dans le système d'alimentation, donc de l'inertie spécifique des masses d'eau caractérisée par le temps Θ ;

b) parce que la puissance allant en augmentant, pour le même PD^2 , l'inertie spécifique des masses en mouvement diminue et par conséquent aussi le temps caractéristique T.

L'influence de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, peut donc être définie en fonction d'un

seul paramètre $\alpha \frac{\Theta}{T}$. Etant donné qu'un dia-

gramme cartésien donne la possibilité de tenir compte de deux paramètres correspondant à deux influences différentes, je ferai choix pour la seconde de celle de l'effet de l'écart de puissance sur le rendement.

V. — DE L'EFFET DE L'ÉCART DE PUISSANCE SUR LE RENDEMENT ET DE SON INFLUENCE SUR LA CONDITION DE STABILITÉ

Pour l'établissement de l'équation (3) du coup de bélier selon la première méthode, comme d'ailleurs pour le calcul du coup de bélier selon la seconde méthode, j'ai jusqu'ici supposé que le rendement demeurerait constant et que, par conséquent, l'écart de réglage Δq_0 en débit (écart de débit résultant de l'écart de réglage, sans coup de bélier, ni écart de vitesse) était égal à l'écart de réglage Δp_0 en puissance ou en couple. Or, du fait de la variation des pertes, en fonction du débit ou de la puissance, tant dans la turbine elle-même que dans son système d'alimentation, cette hypothèse n'est satisfaite que pour un seul régime de charge.

En deçà de ce régime, la courbe de rendement est ascendante et l'écart de réglage Δp_0 en puissance ou en couple est plus grand que l'écart de réglage Δq_0 en débit :

$$\Delta p_0 = j \Delta q_0 \quad j > 1 \quad (14)$$

Au delà de ce régime, la courbe de rendement est descendante et l'écart de réglage Δp_0 en puissance ou en couple est plus petit que l'écart de réglage Δq_0 en débit :

$$\Delta p_0 = j \Delta q_0 \quad j < 1 \quad (14')$$

La valeur du coefficient de proportionnalité j se calcule aisément à partir de la pente $\frac{d\pi}{dp_0}$ de la courbe de rendement tracée en valeur relative, c'est-à-dire en portant :

— en abscisse, la valeur de la puissance, mesurée en prenant pour unité la puissance du régime considéré ;

— en ordonnée, la valeur du rendement, mesurée en prenant comme unité le rendement réalisé au régime considéré ;

On peut alors écrire :

$$j = \frac{1}{1 - \frac{d\pi}{dp_0}} \quad (15)$$

La courbe du graphique de la partie droite de la figure 5 a été tracée à partir de cette équation (15). Connaissant la valeur positive ou négative de la pente $\frac{d\pi}{dp_0}$ de la courbe de rendement, elle permet de lire directement la valeur du coefficient j , plus grande ou plus petite que l'unité. Ce coefficient j servira de paramètre pour caractériser l'effet de l'écart de puissance sur le rendement.

Pour tenir compte dudit effet ($\Delta p_0 = j \Delta q_0$), l'équation (3) doit être modifiée de la façon suivante :

$$\Delta h = - \Theta \left(\frac{1}{j} \Delta p'_0 + \frac{1}{2} \Delta h' \right) \quad (3)''$$

L'équation différentielle linéaire du troisième ordre, à laquelle se ramène l'ensemble des trois équations (1), (2)' et (3)'', admet une équation aux caractéristiques du type :

$$r^3 + br^2 + cr + d = 0 \quad (4)$$

dont les coefficients ont pour expression :

$$b = \frac{2}{\Theta} - \frac{3-j}{j} - \frac{m}{\tau T} + \frac{\alpha}{T} \quad (5)''$$

$$c = \frac{2m}{\tau T \Theta} - \frac{3-j}{j} \frac{1}{\tau T} + \frac{2}{T \Theta} \quad (6)''$$

$$d = \frac{2}{\tau T \Theta} \quad (7)$$

En appliquant les conditions d'HURWITZ à la détermination de la limite de stabilité, on obtient encore une équation du second degré en K de la forme :

$$AK^2 - 2BK + 1 = 0 \quad (11)$$

avec :

$$A = \left(\frac{3}{2} - \frac{2j}{3-j} \right)^4 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\alpha}{j} \frac{\Theta}{T} \right)^2 \quad (12)''$$

$$B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2j}{3-j} \right)^2 \frac{2j^2(3+j)}{(3-j)^3} + \frac{6j}{(3-j)^2} \alpha \frac{\Theta}{T} \quad (13)''$$

L'équation (11) peut être sans difficulté résolue pour diverses valeurs des paramètres :

⑥ α dans l'expression duquel α caractérise T .

l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur.

j caractérisant l'effet de l'écart de puissance sur le rendement, en d'autres termes le coefficient de proportionnalité de l'écart de réglage en débit à l'écart de réglage en puissance.

C'est à l'aide des séries de solutions ainsi obtenues qu'a été établi l'abaque de la partie gauche de la fig. 5, dont chacune des courbes correspond à une valeur déterminée du coefficient K de la condition de stabilité, valeur rapportée à celle pour $\alpha = 0$ et $j = 1$.

Ainsi, l'abaque en question permet de lire directement la proportion dans laquelle il y a lieu d'augmenter ou de diminuer la valeur du coefficient K pour tenir compte à la fois des deux effets précités. Il permet de mettre en lumière l'influence favorable sur la stabilité d'une courbe de rendement ascendante et l'influence défavorable d'une courbe de rendement descendante. Par exemple, si la courbe de rendement est horizontale ($j = 1$), c'est environ pour

⑥ $\alpha = 0,38$ que le coefficient K de la condition

de stabilité peut être réduit à 50 % de sa valeur ne tenant compte ni de l'un, ni de l'autre des deux effets considérés. Si la pente de la courbe de rendement s'élève soit à + 0,2 ($j = 1,25$),

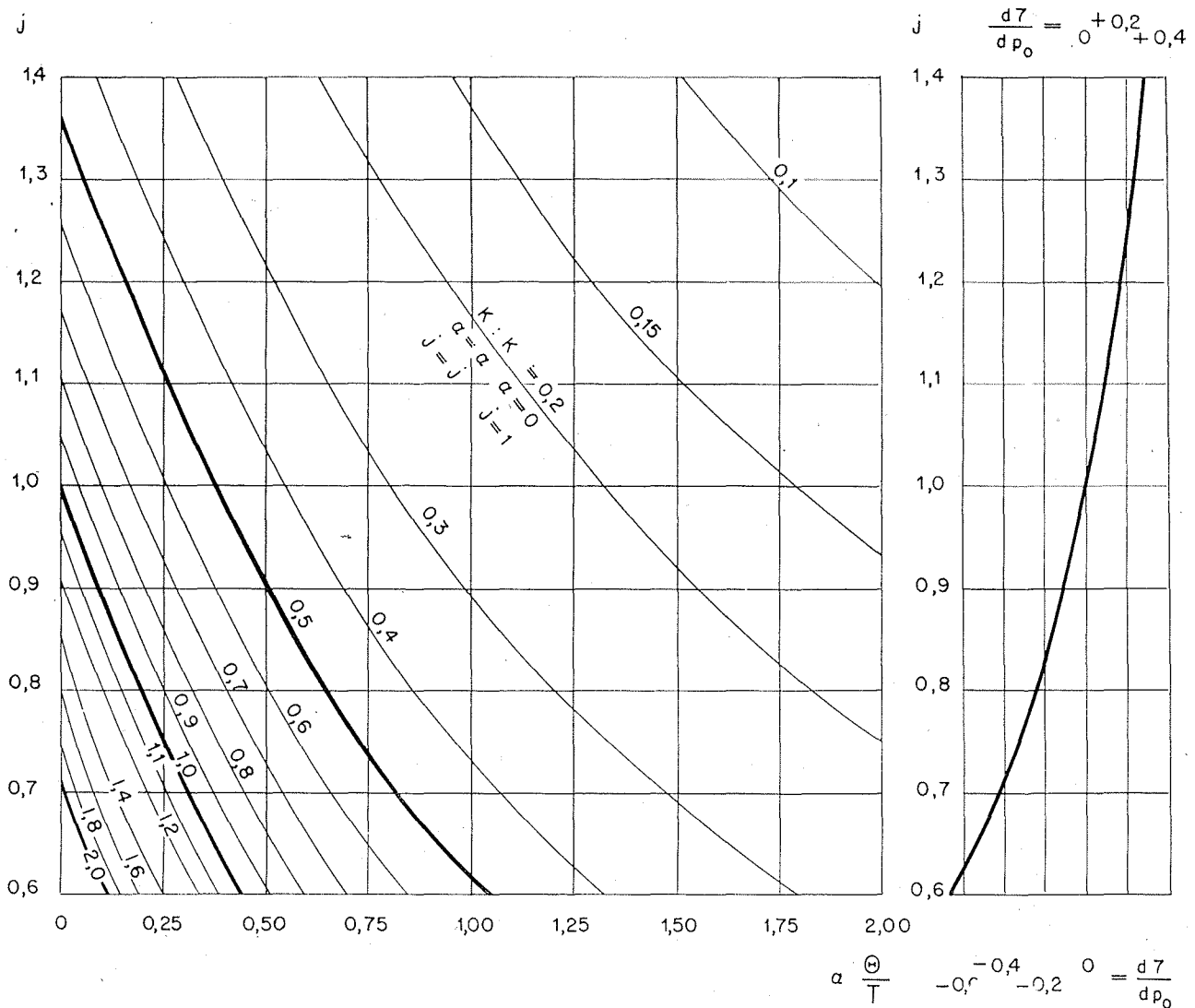


fig. 5.

Variation du coefficient K de la condition de stabilité (valeur relative par rapport à celle pour $\alpha = 0$ et $j = 1$) en fonction de :

$\alpha = \frac{\Theta}{T}$ α caractérisant l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, j caractérisant l'effet de l'écart de puissance sur le rendement.

soit à $-0,2$ ($j = 0,833$), le coefficient K de la condition de stabilité peut être diminué, pour cette même valeur du paramètre $\alpha = 0,38$

soit à 33 %, soit à 68 %, c'est-à-dire dans la première éventualité, d'une façon beaucoup plus marquée que dans la seconde.

Je rappelle que l'abaque de la figure 5 a été établi selon la première méthode de calcul du

coup de bélier, comme ce fut le cas de la courbe de la fig. 3 qui, peut-on dire, règle la distribution horizontale des courbes dudit abaque. Toutefois, la courbe de la fig. 3 a été reconnue en pratique valable (voir chap. IV) selon la seconde méthode de calcul du coup de bélier, dans la gamme des valeurs de la caractéristique ρ s'étendant jusqu'à $\rho = 0,3$ (chute de 1.000 m. environ) ; il en est donc de même de la distribution horizontale des courbes de l'abaque.

Pour juger de l'influence de la caractéristique ρ (influence de la valeur de la chute) sur la distribution verticale des courbes de l'abaque de la fig. 5, j'ai considéré le cas particulier où l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur est nulle ($\alpha = 0$) ; mais où le rendement varie avec la charge (j différent de 1).

Sur la fig. 6 sont tracées, pour ce cas particulier, les courbes de valeurs relatives du coefficient K de la condition de stabilité :

$$(K_{\alpha=0} : K_{\alpha=0}), \text{ en fonction de } \begin{matrix} j = j & j = 1 \end{matrix}$$

la valeur du rapport j ($\Delta p_0 : \Delta q_0$). La courbe en trait fort est celle obtenue par la première méthode de calcul du coup de bélier ; elle correspond donc à la répartition, le long de l'axe des ordonnées, des points d'intersection, avec cet axe, des courbes de l'abaque de la fig. 5.

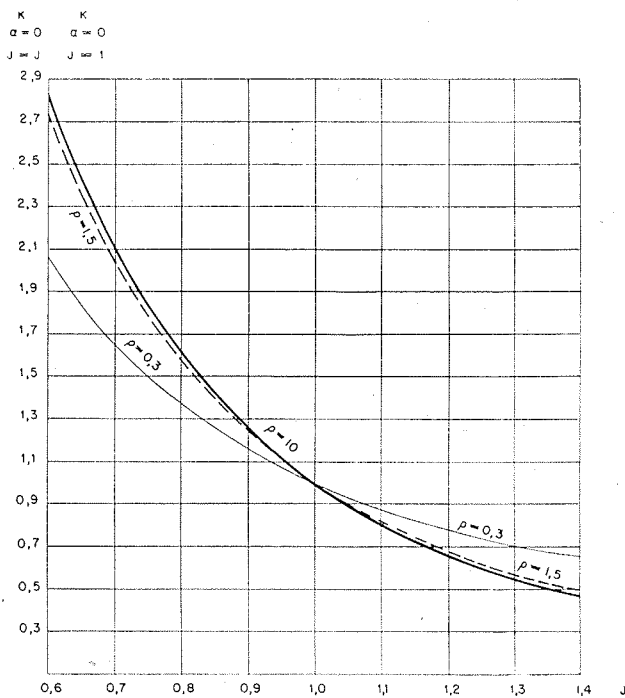


fig. 6

Variation du coefficient K de la condition de stabilité (valeur relative par rapport à celle pour $j = 1$) en fonction de j caractérisant l'effet de l'écart de puissance sur le rendement pour diverses valeurs de la caractéristique ρ et dans le cas particulier où $\alpha = 0$.

Si à l'aide de la seconde méthode de calcul du coup de bélier, on reprend l'établissement de la même courbe pour différentes valeurs de la caractéristique ρ , on aboutit aux résultats suivants :

Toutes ces courbes passent par définition par

le point d'abscisse $j = 1$ et d'ordonnée $(K_{\alpha=0} : K_{\alpha=0}) = 1$. Pour $\rho = 10$, $j = j$ $j = 1$

correspondant au cas des très basses chutes, la courbe obtenue à l'aide de la seconde méthode coïncide rigoureusement avec celle obtenue avec la première et tracée en trait fort. Ce résultat est bien conforme à celui analogue relevé dans les commentaires de la fig. 3 (chap. IV).

Au fur et à mesure que la valeur de la caractéristique ρ augmente, c'est-à-dire que la chute diminue, les courbes s'éloignent de la première, par une diminution de leur inclinaison générale ; sur la fig. 6, sont tracées, à titre d'exemple, les courbes correspondant à $\rho = 1,5$ (trait pointillé) et $\rho = 0,3$ (trait fin). En d'autres termes, la distribution verticale des courbes de l'abaque de la fig. 5 se dilate et cela d'une façon d'autant plus prononcée que la valeur de la chute augmente.

Bien que la différence ne soit pas très importante, elle n'est tout de même plus négligeable dès que la valeur de la caractéristique ρ s'éloigne notablement par valeurs décroissantes de $\rho = 1,5$ correspondant à une chute de l'ordre d'une centaine de mètres. L'emploi sans réserve de l'abaque de la fig. 5 doit donc être limité aux installations dont la chute est inférieure au chiffre précité. Au contraire, pour les chutes plus élevées, l'abaque en question ne peut être utilisé qu'avec une certaine circonspection, en vue d'une première orientation à contrôler par un calcul spécialement adapté aux données exactes de l'installation.

VI. — DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE SPÉCIFIQUE DE LA TURBINE SUR LA STABILITÉ DE RÉGLAGE

Une première influence de la vitesse spécifique de la turbine a été déjà relevée au chap. IV à propos de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur, effet caractérisé par le paramètre :

$$\alpha = \alpha_r - \alpha_m$$

La pente α_m de la courbe du couple moteur peut en effet être considérée comme une fonction du nombre de tours spécifique de la turbine et la courbe N° 1 de la fig. 6 donne une représentation moyenne de cette fonction.

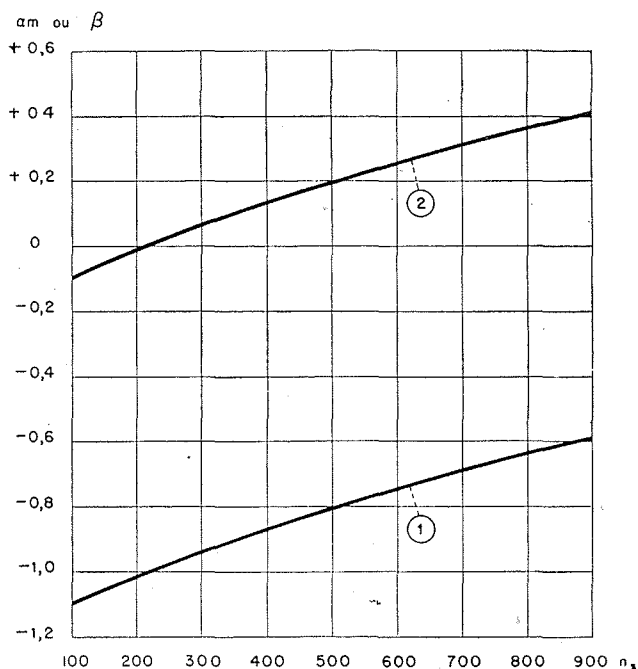


fig. 7

Valeurs de la pente α_m de la courbe du couple moteur (1) et de la pente β de la courbe du débit absorbé (2), en fonction du nombre de tours spécifique de la turbine.

Plus la vitesse spécifique est élevée, plus la valeur **absolue** de la pente négative α_m diminue et par conséquent, plus la valeur du paramètre α diminue également. **Une augmentation de la vitesse spécifique** se traduit donc, à ce premier point de vue, par une influence **défavorable** sur la stabilité de réglage.

Il existe toutefois une deuxième influence de la vitesse spécifique qui provient des effets suivants :

- 1°) celui sur l'écart de puissance ou de couple, de l'écart de pression Δh (17) (effet admis jusqu'ici égal à $\frac{3}{2} \Delta h$),
- 2°) celui sur l'écart de débit, de l'écart de vitesse $\Delta \omega$ (effet jusqu'ici admis à zéro) et de l'écart de pression (effet jusqu'ici admis à $\frac{1}{2} \Delta h$).

En ce qui concerne le premier effet, la vitesse demeurant constante et la pression témoignant

d'un écart Δh , l'écart de puissance ou de couple comporte deux termes :

— celui Δh correspondant à l'écart de pression proprement dit,

— celui $-\alpha_m \frac{\Delta h}{2}$ correspondant au déplacement

du point figuratif du fonctionnement de la turbine, sur le diagramme couple vitesse, de la

quantité $-\frac{\Delta h}{2}$ parallèlement à l'axe des vitesses (18)

$$\Delta h - \alpha_m \frac{\Delta h}{2} = \frac{2 - \alpha_m}{2} \Delta h \quad (16)$$

L'équation (2) des masses tournantes doit donc s'écrire :

$$\Delta \omega = \frac{1}{T} \left(\Delta p_0 + \frac{2 - \alpha_m}{2} \Delta h - \alpha \Delta \omega \right)$$

La somme figurant entre parenthèses au deuxième membre de cette équation est l'écart sur la différence entre couple moteur et couple résistant, dû à la fois à l'écart de réglage, à l'écart de pression et à l'écart de vitesse. L'écart sur le couple moteur seul s'élève à

$$\Delta p_0 + \frac{2 - \alpha_m}{2} \Delta h + \alpha_m \Delta \omega \quad (17)$$

et l'écart de puissance motrice à :

$$\Delta p_0 + \frac{2 - \alpha_m}{2} \Delta h + (1 + \alpha_m) \Delta \omega \quad (18)$$

Pour ce qui est des effets sur l'écart de débit, cités plus haut en deuxième lieu, leur résultat comporte trois termes :

— celui $\beta \Delta \omega$ correspondant à l'écart de vitesse proprement dit, β désignant la pente de la courbe débit vitesse, laquelle est bien nulle dans une turbine à action (Type PELTON), mais qui, au contraire, a une valeur fonction de la vitesse spécifique dans une turbine à réaction (Type FRANCIS ou HELICE).

— celui $\frac{\Delta h}{2}$ correspondant à l'écart de

(17) L'effet sur l'écart de puissance, ou de couple, de l'écart de vitesse, a déjà été pris en compte dans l'étude de la première influence.

(18) Ceci correspond à la variation de vitesse unitaire $\frac{\Omega}{H}$ (vitesse sous un mètre de chute).

pression proprement dit,

— celui — $\beta \frac{\Delta h}{2}$ correspondant au dépla-

cement du point figuratif du fonctionnement de la turbine, sur le diagramme débit vitesse, de la quantité — $\frac{\Delta h}{2}$ parallèlement à l'axe des vitesses.

Finalement, l'expression de l'écart de débit s'écrit :

$$\Delta q = \Delta q_0 + \frac{1 - \beta}{2} \Delta h + \beta \Delta \omega \quad (19)$$

et l'équation (3) du coup de bélier :

$$\Delta h = -\Theta \left(\Delta p_0 + \frac{1 - \beta}{2} \Delta h' + \beta \Delta \omega' \right) \quad (3)$$

Pour limiter le nombre des paramètres, de manière à pouvoir résumer les résultats du calcul au moyen d'un abaque à deux entrées, j'admettrai :

1°) que l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur est nul : $\alpha = 0$. L'influence de cet effet, caractérisé par le paramètre α , a été étudié au cours des deux chapitres précédents.

2°) que l'écart de vitesse exerce le même effet sur l'écart de puissance et sur l'écart de débit. Ceci revient à supposer que (naturellement dans le domaine des petits écarts), l'écart de vitesse n'affecte pas le rendement de la turbine, ce qui est généralement assez près de la réalité. On déduit dès lors de la comparaison des expressions (18) de l'écart de puissance et (19) de l'écart de débit que :

$$1 + \alpha_m = \beta \quad \alpha_m = \beta - 1$$

Les valeurs ainsi calculées de la pente β de la courbe débit-vitesse sont données par la courbe n° 2 de la fig. 7.

Sur la base de ces deux hypothèses, l'équation des masses tournantes prend la forme suivante :

$$\Delta \omega' = \frac{1}{T} \left(\Delta p_0 + \frac{3 - \beta}{2} \Delta h \right) \quad (2)^{III}$$

L'équation différentielle linéaire du troisième ordre à laquelle se ramène l'ensemble des trois équations (1), (2)^{III} et (3)^{III} admet une équation aux caractéristiques du type :

$$r^3 + b r^2 + c r + d = 0 \quad (4)$$

dont les coefficients ont pour expression :

$$b = \frac{2}{\Theta} \left(1 + \frac{3 - \beta}{2} \beta \frac{\Theta}{T} \right) \frac{1}{1 - \beta} + \frac{2m}{r'T} \frac{1}{1 - \beta} \quad (5)^{III}$$

$$c = \frac{2m}{r'T\Theta} \frac{1}{1 - \beta} - \frac{2}{r'T} \frac{1}{1 - \beta} \quad (6)^{III}$$

$$d = \frac{2}{r'T\Theta} \frac{1}{1 - \beta} \quad (7)^{III}$$

En appliquant les conditions d'HURWITZ à la détermination de la limite de stabilité, on obtient encore une équation du second degré en K de la forme :

$$AK^2 - 2BK + 1 = 0 \quad (11)$$

avec :

$$A = \left(\frac{3}{2} \right)^2 \left(1 + \frac{3 - \beta}{2} \beta \frac{\Theta}{T} \right)^2 \quad (12)^{III}$$

$$B = \left(\frac{3}{2} \right)^2 \left[2 - \left(1 - \frac{3 - \beta}{2} \beta \frac{\Theta}{T} \right) \beta \right] \quad (13)^{III}$$

L'équation (11) peut être sans difficulté résolue pour différentes valeurs de :

β paramètre que l'on peut considérer (au même titre que α_m) comme caractéristique de la vitesse spécifique de la turbine, ceci selon les indications de la fig. 7.

Θ

— rapport des inerties spécifiques hydraulique et mécanique.

C'est à l'aide des séries de solutions ainsi obtenues qu'a été établi l'abaque de la fig. 8 dont chacune des courbes correspond à une valeur déterminée du coefficient K de la condition de stabilité, valeur rapportée à celle pour $\beta = 0$.

Ainsi, l'abaque en question permet de lire directement la proportion dans laquelle il y a lieu d'augmenter ou de diminuer la valeur du coefficient K pour tenir compte de cette deuxième influence de la vitesse spécifique de la turbine, influence s'ajoutant à celle déjà considérée au chap. III, à propos de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur. Cette deuxième influence s'exerce d'une façon de plus en plus favorable au fur et à mesure :

— que le paramètre β augmente par valeurs positives, c'est-à-dire :

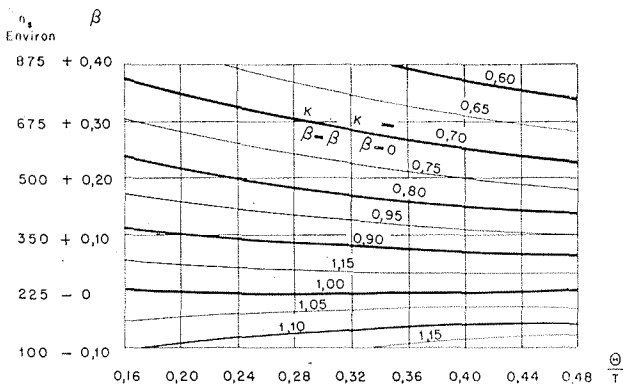


fig. 8

Variation du coefficient K de la condition de stabilité (valeur relative par rapport à celle pour $\beta = 0$) en fonction de :

β caractérisant la vitesse spécifique de la turbine,

$\frac{\Theta}{T}$ rapport de l'inertie spécifique (hydraulique) du système d'alimentation à l'inertie (mécanique) des masses tournantes du groupe.

— que le paramètre α_m diminue par valeurs négatives, en d'autres termes, que la vitesse spécifique croît. Son importance est un peu plus prononcée pour les fortes valeurs, que pour les

faibles valeurs du rapport $\frac{\Theta}{T}$ des inerties

spécifiques.

Pour traiter un exemple, je me placerai tout d'abord dans le cas où les deux paramètres α et β sont nuls et le rapport des inerties spécifiques égal à 0,28 :

$$\frac{\Theta}{T} = 0,28$$

$$\alpha_r = -1 \quad \alpha_m = -1 \quad \alpha = 0 \quad \beta = 0$$

Je supposerai ensuite que la vitesse spécifique de la turbine en question s'élève à 675 et chercherai à en tenir compte dans la détermination de la valeur du coefficient K.

Du fait de la première influence :

$$\alpha_r = -1 \quad \alpha_m = -0,7 \quad \alpha = -0,3$$

$$\frac{\Theta}{T} = 0,28$$

Le coefficient K doit, selon l'abaque de la fig. 4, être augmenté à 123 % et du fait de la deuxième influence :

$$\beta = 1 + \alpha_m = 0,3 \quad \frac{\Theta}{T} = 0,28$$

il doit, selon l'abaque de la fig. 8, être diminué à 70 %. La deuxième influence l'emporte donc ici sur la première et l'ensemble des deux amène une diminution à 123 % \times 70 % = 86 % de

la valeur du coefficient de la condition de stabilité.

VII. — CONCLUSIONS

Ce mémoire n'a pas la prétention d'épuiser l'étude des influences pouvant s'exercer sur la stabilité du réglage de vitesse d'un groupe hydroélectrique, dont la turbine est soumise aux effets du coup de béliet. J'ai successivement relevé les influences :

- de la valeur de la caractéristique ρ (valeur de la chute)
- de l'importance du degré de stabilité recherché (décrément logarithmique ϵ_*).
- de l'effet de l'écart de vitesse sur la différence entre couple résistant et couple moteur,
- de l'effet de l'écart de puissance sur le rendement,
- de la vitesse spécifique de la turbine, mais il y en aurait encore d'autres.

Pour pouvoir juger d'avance du comportement d'un réglage, j'ai proposé d'en rester toujours à la même expression :

$$\tau T > K \left(\frac{3}{2} \Theta \right)^2 \quad (9)$$

de la condition de stabilité, et selon les influences qui s'exercent, ainsi que leur importance, de faire varier la valeur du coefficient K qu'elle comporte. Ce mode de faire me paraît le plus souple et j'ai montré comment il pouvait être pratiquement appliqué à l'aide d'abaques portant en coordonnées tels et tels paramètres caractérisant les influences à considérer et permettant de déterminer dans quelle proportion la valeur du coefficient K doit être augmentée ou diminuée, à partir du chiffre de base $K = 1,66$.

Etant donné la complexité des phénomènes entrant en jeu, il faut en tout cas se garder d'attribuer à ce coefficient K le caractère d'une constante. En outre, et précisément du fait que cette complexité empêche d'embrasser par l'analyse tout l'ensemble des phénomènes, il est à mes yeux, essentiel de rechercher des résultats d'expériences. Sans aller jusqu'à dire que les valeurs du coefficient K doivent être empiriques, je pense qu'il serait extrêmement intéressant de pouvoir s'appuyer sur une statistique expérimentale. Dans ce but, la considération, sous la forme proposée, de la condition de stabilité, et de son coefficient K, me paraît particulièrement commode.