MÉTÉOROLOGIE & HYDROLOGIE

Etude générale des variations de débit en fonction des facteurs qui les conditionnent

2^{ME} PARTIE

LES VARIATIONS DE DÉBIT EN PÉRIODE NON INFLUENCÉE PAR LES PRÉCIPITATIONS LE DÉBIT D'INFILTRATION (CORRÉLATIONS FLUVIALES INTERNES)

par **A. COUTAGNE**

Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique

*Où s'apprend la persévérance ?
C'est au catéchisme de l'eau,
Qui, sous des airs d'indifférence,
Songe toujours à son niveau.*

*Contre la force et le sarcasme,
L'Eau, noble et fine, nous apprend
En bouillonnant... l'enthousiasme,
Et la patience... en filtrant.*

(Ed. ROSTAND).

PREAMBULE

Le débit d'une source, d'un cours d'eau donné, pour une période considérée, est, d'une manière générale, conditionné par les facteurs météorologiques **actuels**, et d'autre part, par les facteurs météorologiques et fluviaux de **la ou des périodes précédentes**, dont dépend l'état **antérieur** du terrain, du cours d'eau et des réserves ou capacités de rétention du bassin hydrographique.

Parmi les facteurs météorologiques actuels, deux ont une influence capitale : les **précipitations** et la **température**. Quant aux réserves initiales du bassin, elles peuvent être soit internes, soit superficielles, soit liquides, soit solides (eaux en cours d'écoulement superficiel, eaux infiltrées plus ou moins profondément dans le sol, réserves nivo-glaciaires).

Avant d'étudier les corrélations plus ou moins complexes liant l'écoulement à plusieurs de ces différents facteurs actuels ou antérieurs, qui agissent d'ailleurs les uns sur les autres, — il n'y a pas en météorologie et en hydrologie de variables indépendantes — il est rationnel d'analyser préalablement les cas particuliers les plus simples, c'est-à-dire ceux où le débit dépend, en majeure partie, **d'un seul d'entre eux**.

Nous en distinguons quatre :

- 1° Le débit dépend surtout des **précipitations de l'époque actuelle**.
- 2° Le débit dépend surtout de la **température de l'époque actuelle**.
- 3° Le débit dépend surtout de la **rétention liquide antérieure**.
- 4° Le débit dépend surtout de la **rétention solide antérieure**.

Le 1^{er} cas a fait l'objet de notre précédent article. C'est celui des bassins pour lesquels — la période unitaire considérée étant l'année — il existe une forte corrélation, pratiquement linéaire entre la pluviosité et l'hydraulicité. Un autre cas réalise plus ou moins les mêmes conditions ; c'est celui des périodes de fortes crues,

occasionnées par d'abondantes pluies. Nous le laissons de côté pour le moment.

Le 2^e cas concerne le débit **glaciaire**, conditionné presque exclusivement par la température actuelle. Ce débit résulte bien, qualitativement, d'une rétention antérieure, la rétention glaciaire, mais celle-ci, pratiquement inépuisable, au cours des périodes actuelles généralement considérées (le jour, le mois, l'année) n'intervient pas quantitativement.

Le 3^e cas se trouve réalisé lorsque, en l'absence de toutes précipitations, de toute fusion nivale ou glaciaire actuelle le cours d'eau est seulement alimenté par les réserves liquides du bassin.

Le 4^e cas est relatif aux cours d'eau à alimentation nivale importante, en sorte que le débit, pendant la période de fusion des réserves hivernales, considérée dans son ensemble, est en corrélation plus ou moins forte avec l'importance initiale de celles-ci.

Ces trois derniers cas concernant le **débit d'infiltration**, le **débit nival**, le **débit glaciaire**, seront analysés par nous successivement. Nous commençons par l'étude du **débit d'infiltration**.

I. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

« La principale variable, la pluie, étant alors éliminée, les formules deviennent précises, comme celles qui déterminent l'écoulement d'un réservoir. Elles ne dépendent plus, en effet, que de la réserve du sol, c'est-à-dire de la quantité d'eau qui doit s'écouler après la cessation des pluies. »

P. GARRIGOU-LAGRANGE, 1908.

Le seul facteur-témoin de l'état antérieur des réserves liquides d'un bassin hydrographique, dont on puisse pratiquement faire état, étant le débit auquel elles donnent lieu, le problème se ramène à l'établissement de la **courbe empirique** — que l'on pourra ensuite, éventuellement, interpréter algébriquement — exprimant le débit Q en fonction du débit initial Q_0 et du temps t , soit : $Q = f(Q_0, t)$.

Une telle courbe, une telle formule résulte des lois de l'écoulement souterrain, dont l'étude a donné lieu à de nombreux travaux.

Comment varie la perte de charge (h) dans les terrains, dans les nappes aquifères ? Est-elle proportionnelle à la vitesse (v) ($h = a v$, d'après DUPUIT, POISEUILLE) ou au carré de la vitesse, comme à l'air libre ($h = a v^2$, d'après DAUBREE, DARCY, BOUSSINESQ).

Il n'est évidemment pas possible d'admettre

une loi unique, la Nature n'ayant pas à se préoccuper de la commodité de nos calculs. Tout ce que l'on peut dire, c'est que la perte de charge croît plus vite que la vitesse ($h = a v + b v^2 + \dots$). Réduite à ses deux premiers termes, cette formule exprime la loi de PRONY, que l'on peut par simplification réduire à son premier terme. En effet, étant donné la très faible vitesse de l'eau, dans les terrains, par rapport à celle qu'elle a quand elle circule à l'air libre (on a alors $h = b v^2$) il semble que dans la plupart des cas, on doit pouvoir négliger le terme $b v^2$ et admettre la loi de DUPUIT ($h = a v$).

Effectivement, en partant de cette hypothèse et de quelques autres, on est arrivé à établir, par des calculs plus ou moins compliqués et approximatifs (BOUSSINESQ, MAILLET, etc...) certaines formules algébriques que l'expérimentation, appliquée à l'étude des sources proprement dites a permis de vérifier assez exactement.

Ces formules devenues classiques, dont la plus usitée est la formule exponentielle, avec ou sans terme constant :

$$Q = Q_0 e^{-\alpha t}$$

$$Q - q = (Q_0 - q) e^{-\alpha t}$$

sont également valables, avec un degré de précision satisfaisant, pour exprimer la loi de décroissance du débit d'un cours d'eau en régime non influencé. Citons également comme formule, plus rarement utilisée, la suivante :

$$Q = \frac{Q_0}{(1 + \alpha t)^2}$$

Toutes ces formules peuvent être considérées, d'ailleurs, comme des cas particuliers d'une formule plus générale, reposant sur un seul postulat initial, comme le montrent les considérations et calculs suivants :

Soient V et Q la capacité de rétention (volume d'eau contenue dans les couches superficielles et profondes du sol) et le débit d'une source, d'un réservoir, et plus généralement d'un organisme fluvial quelconque, au temps t . Désignons,

en outre, par α le rapport $\frac{Q}{V}$ que nous appelons

« coefficient de tarissement ». On notera que ce coefficient est l'inverse du temps que mettrait la capacité de rétention à s'épuiser, si le débit demeurait constant à partir du temps t .

Nous considérons V , Q et α comme des fonctions de la variable t ; comptée à partir d'une

origine t_0 ; V_0 , Q_0 et α_0 sont les valeurs initiales respectives de V , Q et α , à l'instant t_0 .

L'hypothèse à la fois la plus simple et la plus générale que l'on puisse faire en l'occurrence consiste à admettre que le débit Q est à tout instant proportionnel à une puissance n du volume V . Tel est le cas, par exemple, pour un réservoir cylindrique plein d'eau se vidant par un orifice à sa partie inférieure : le débit proportionnel à $\sqrt{2gh}$ est proportionnel également à $\sqrt{V}$, le volume étant proportionnel à la hauteur. On a : $Q = KV^{1/2}$.

Généralisant cette formule, nous posons :

$$Q = KV^n \quad (1)$$

On a d'autre part, le débit étant égal à la variation du volume :

$$Q = - \frac{dV}{dt}$$

D'où, finalement :

$$- \frac{dV}{dt} + KV^n = 0 \quad (2)$$

Il ne reste plus qu'à résoudre cette équation différentielle.

On obtient finalement les formules suivantes :

1° — Si n est différent de 1 :

$$\left. \begin{aligned} V &= V_0 \left[1 + (n-1) \alpha_0 t \right]^{\frac{1}{1-n}} \\ Q &= Q_0 \left[1 + (n-1) \alpha_0 t \right]^{\frac{1}{1-n}} \\ \alpha &= \alpha_0 \left[1 + (n-1) \alpha_0 t \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2° — Si $n = 1$:

$$\left. \begin{aligned} V &= V_0 e^{-\alpha_0 t} \\ Q &= Q_0 e^{-\alpha_0 t} \\ \alpha &= \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Le coefficient de tarissement α croît avec le temps, si $n < 1$ et décroît si $n > 1$. Il n'est constant que si $n = 1$.

Si nous considérons successivement les valeurs de n suivantes : 0, 1/2, 1, 3/2, 2, nous obtenons des formules classiques correspondant à des cas particuliers bien définis.

1° $n = 0$

On a les formules :

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 \\ V &= V_0 (1 - \alpha_0 t) \\ \alpha &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0 t} \end{aligned}$$

C'est le cas d'un réservoir qui se vide à débit constant, par exemple par manœuvre d'une vanne réglée en conséquence. Le réservoir est

vide au bout d'un temps $T = \frac{1}{\alpha_0}$

2° $n = 1/2$

On a :

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 \left(1 - \frac{\alpha_0}{2} t \right) \\ V &= V_0 \left(1 - \frac{\alpha_0}{2} t \right)^2 \\ \alpha &= \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{2} t} \end{aligned}$$

On reconnaît les formules concernant la vidange d'un réservoir cylindrique se vidant à sa partie inférieure par un orifice à section constante (vase de Torricelli). Le temps de vidange

est $T = \frac{2}{\alpha_0}$, c'est-à-dire le double que dans le cas précédent, suivant la formule bien connue.

Notons incidemment qu'en faisant varier la forme géométrique du réservoir, on obtiendrait des formules différentes, du même type. C'est ainsi que pour un réservoir conique, se vidant par sa pointe les formules sont :

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^6 \quad Q = KV^{1/6} \quad n = \frac{1}{6}$$

Pour une auge triangulaire :

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^4 \quad Q = KV^{1/4} \quad n = \frac{1}{4}$$

On peut même concevoir des formes géométriques telles que l'équation $Q = f(V)$ ne soit pas celle d'une parabole de degré n .

Dans le cas d'un réservoir conique, se vidant par un orifice situé à sa base, on a :

$$\left(1 - \frac{V}{V_0}\right)^{1/3} = 1 - \frac{H}{H_0}$$

$$\text{et } \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)^{1/3}$$

3° $n = 3/2$

On a les formules :

$$Q = Q_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha_0}{2} t\right)^3}$$

$$V = V_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha_0}{2} t\right)^2}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\alpha_0}{2} t}$$

Ces formules sont celles régissant la vidange d'un réservoir se vidant par un seuil supérieur formant déversoir. Le débit est, en effet, dans ce cas, proportionnel à $H \sqrt{2gH}$ soit à $H^{3/2}$; soit également à $V^{3/2}$. Le volume du réservoir est limité au volume situé au-dessus du seuil.

4° $n = 1$

On a, dans ce cas, les formules classiques :

$$Q = Q_0 e^{-\alpha_0 t}$$

$$V = V_0 e^{-\alpha_0 t}$$

$$\alpha = \alpha_0$$

L'expérience montre que ces formules s'appliquent à l'écoulement d'une source provenant de capacités profondes, et également, dans bien des cas, au débit d'un bassin hydrographique à partir du moment où il n'est plus alimenté que par les réserves du sol, plus ou moins profondes. Elles sont valables également pour exprimer la décrue d'un fleuve. Dans ce cas, la formule généralement employée est :

$$H + h = (H_0 + h) e^{-\alpha_0 t}$$

H , H_0 , h étant les hauteurs limnimétriques (h = une constante).

La même forme générale convient également au cas des sources et débits fluviaux :

$$(Q - q) = (Q_0 - q) e^{-\alpha_0 t}$$

q étant le débit minimum en dessous duquel le débit ne descend jamais.

Si q est < 0 , cela veut dire, au contraire, que la source ou le cours d'eau est tari au bout d'un temps fini égal à

$$T = -\log \frac{-q}{Q_0 - q} \times \frac{1}{\alpha_0 \log e}$$

On notera qu'une telle capacité de rétention ($n = 1$) est assimilable à un réservoir cylindrique

($n = \frac{1}{2}$) dans lequel la perte de charge,

au lieu d'être proportionnelle au carré de la vitesse ($v = \sqrt{2gh}$) serait proportionnelle à la vitesse ($v = 2gh$).

Il n'y a que dans ce cas (pour $q = 0$) que le coefficient de tarissement est constant. En

d'autres termes, le rapport $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ ne varie pas.

5° $n = 2$

On a, dans ce cas :

$$Q = \frac{Q_0}{\left(1 + \frac{\alpha_0}{V_0} t\right)^2}$$

$$V = \frac{V_0}{1 + \alpha_0 t}$$

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 t}$$

L'expérience montre que ces formules s'appliquent souvent à l'écoulement d'une source, d'un cours d'eau, notamment dans le cas de nappes aquifères sans profondeur.

On notera, comme dans le cas précédent, qu'une telle loi de décroissance correspond à celle d'un réservoir à l'air libre se vidant par un

seuil ($n = \frac{3}{2}$), en admettant que la perte de

charge est proportionnelle à la vitesse et non pas au carré de la vitesse.

De telles constatations tendent à prouver qu'effectivement la perte de charge, dans les écoulements souterrains, est proportionnelle à la vitesse.

Ces dernières formules correspondant à $n = 1$ et $n = 2$, peuvent être établies, d'ailleurs, par des considérations et des calculs plus complexes, moins synthétiques que ceux que nous venons d'exposer. On se reportera, notamment, à ce sujet, aux travaux de BOUSSINESQ (Recherches

théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et le débit des sources — Journal des Mathématiques pures et appliquées — 5^e série — Tome X) et de MAILLET (Essai d'hydraulique souterraine et fluviale — Paris — 1905), travaux commentés, analysés et résumés par FLAMANT dans son « Traité d'Hydraulique ».

Comme l'a indiqué MAILLET, les relations (3) et (4) peuvent être traduites en abaques, dits abaques d'écoulement, donnant par exemple $Q(t)$ en fonction de Q_0 et de t . Ils sont constitués par une série de droites parallèles ($n = 1/2$) ou concourantes ($n = 1$) ou des courbes hyperboliques ($n = 3/2$ ou $n = 2$).

Ainsi, pour $n = 1/2$ la formule de récurrence entre 2 débits Q_0 et Q_1 séparés par un intervalle de temps $t_2 - t_1 = T$ sera $Q_2 - Q_1 = \frac{\alpha_0 Q_0^2}{2} T$,
pour $n = 1$ $\frac{Q_2}{Q_1} = e^{-\alpha_0 T}$ et pour $n = 2$
 $\frac{1}{\sqrt{Q_1}} - \frac{1}{\sqrt{Q_2}} = \frac{\alpha_0 T}{\sqrt{Q_0}}$.

Nous donnons un tel abaque, concernant le bassin de Bès ($n = 2$) que nous analysons plus loin (fig. 1).

Les formules ci-dessus permettent de déterminer quelle est l'importance volumétrique de la capacité de rétention liquide, au temps t . Ce volume résiduel, constituant le volume qui s'écoulera s'il ne pleut pas, est égal à $\int_0^{+\infty} Q(t) dt$, soit encore à $\frac{Q(t)}{\alpha(t)}$ quelle que soit la formule expérimentée et utilisée. Les comparaisons

entre sources et bassins différents devront, naturellement tenir compte des débits initiaux, et impliquent l'identité des formules algébriques interprétatives. Si la formule contient un terme constant (q) on n'intégrera que la partie de la courbe correspondant au volume tarissable ($q > 0$) ou aux débits positifs ($q < 0$).

II. ETUDES EXPERIMENTALES

Dans ce deuxième chapitre, nous étudions un certain nombre de cas concrets, et déterminerons dans quelle mesure les formules théoriques se vérifient expérimentalement. Incidemment, cette étude nous conduira à quelques comparaisons entre bassins fluviaux différents.

Fontaine du Défends. — Il s'agit d'une fontaine alimentée par des drainages et canalisations souterraines, en terrain calcaire, située dans la région provençale dans les environs d'Aix. Nous l'avons personnellement étudiée et contrôlée pendant une période particulièrement sèche, soit du 17 avril au 16 septembre 1933, pendant laquelle l'écoulement n'a presque pas été influencé par les précipitations.

La fig. 11 montre l'exactitude de la formule exponentielle. En 115 jours, soit du 17 avril au

10 août le débit est passé régulièrement de 30 litres à 8 litres. D'où la formule :

$$Q = 30 e^{-\alpha t} \text{ avec } \alpha = 0,0115$$

l'unité de temps étant le jour. Pour le mois considéré comme période unitaire, on a :

$$\alpha = 0,0115 \times 30 = 0,345$$

en d'autres termes, chaque mois réduit le débit

de 30 % environ ($\frac{Q_{t+1}}{Q_t} = 0,70$).

D'après MAILLET, pour la fontaine le Vaucluse, le coefficient α (1 mois) serait assez variable et égal en moyenne à 0,300, donc du même ordre. Le même auteur cite les valeurs suivantes, pour deux sources algériennes :

Ain-Zeboudja à Alger : $\alpha = 0,264$

Toudja à Bougie : $\alpha = 0,639$

Source située à Saint-Genis-Laval. — Cette source, alimentée par des canaux souterrains, a

fait l'objet, de notre part, d'observations journalières régulières pendant 3 ans.

Le graphique de la figure III montre comment le débit décroît, en l'absence de toute pluie, entre les débits extrêmes de 25,3 et 2,4 litres par minute, au cours de 65 jours consécutifs. Nous avons tenu compte de deux périodes parti-

culièrement sèches : 7 août - 1^{er} septembre 1932 (25 jours) et 26 juillet - 4 septembre 1933 (40 jours).

25,3	7 août 1932
7,3	1 ^{er} septembre 1932
7,2	26 juillet 1933
5,3	5 août 1933
4,0	15 août 1933
3,3	25 août 1933
2,4	4 septembre 1933

Les deux courbes se raccordent convenablement. Pour la 1^{re} période (25,3 à 7,3 litres) la meilleure formule interprétative serait

$Q = \frac{Q_0}{(1 + \alpha t)^2}$ (épuisement des couches superficielles).

Pour la 2^e période, c'est-à-dire pour les bas débits provenant vraisemblablement de couches plus profondes, la formule exponentielle convient, avec $\alpha = 0,028$ (unité le jour) et $\alpha = 0,840$ (unité le mois). Le débit, par mois, diminue de 57 % environ.

Cette source tarit plus vite que la précédente

$$\left(\frac{Q_{t+1}}{Q_t} = 0,43\right).$$

Ruisseau de la Cane (Limousin). — Cet exemple est emprunté à l'étude de P. GARRIGOU - LAGRANGE « Pluies, rivières et sources » — Limoges 1908 (Extrait des Publications de l'Arbre et l'Eau — Congrès de Limoges — juin 1907).

Il établit une comparaison intéressante entre le **débit total**, le **débit des sources superficielles** et le **débit des sources profondes** (celles-ci captées pour l'alimentation de Limoges) d'un petit bassin de 20 km² (la Cane) pour une période d'un mois sans précipitation (27 mai - 27 juin 1906).

L'été de 1906 a été effectivement le **plus sec** dans cette région et également dans la région lyonnaise, que l'on ait eu depuis le début du siècle. Pour les 4 mois **Juin - Juillet - Août - Septembre** les précipitations à Lyon ont été de 80 % inférieures à la moyenne.

Voici les débits respectifs observés :

	27 mai 1906	27 juin 1906
Débit total (Q)	323	47
Sources prof. (d)	40	30
Sources superf. (q)	283	17

Le coefficient de tarissement — en admettant

la loi exponentielle, que l'auteur déclare avoir vérifiée — l'unité de période étant le mois, est respectivement égal :

à 0,285 pour les sources profondes
2,760 pour les sources superficielles
1,920 pour le débit total

Le coefficient $\alpha = 0,285$ des sources profondes est particulièrement favorable. Il correspond à une réduction mensuelle du débit de 25 %. Par contre, le débit du ruisseau considéré dans son ensemble diminue très rapidement, soit de 85 % par mois.

Pour la même période (27 mai - 27 juin 1906) le débit de la Cère (760 km²) a baissé de 24,3 à 7,2 m³ par seconde (diminution de 70 %). Nous reviendrons d'ailleurs, plus loin, avec plus de détail, sur ce bassin hydrographique.

Torrent Noci (bassin de la Scrivica, près de Gênes). Nous empruntons cet exemple à une note de l'Ingénieur italien VISENTINI (Conseil international de recherches de l'Union Géodésique et Géographique internationale — Section italienne 1931).

Il s'agit d'un bassin de 8 km² 4 et d'une altitude moyenne de 740 m., peu perméable, mais notablement revêtu de végétation, dont le débit annuel est de 41 l. 8 par km² (précipitations annuelles moyennes 2.410 mm.). Le débit mensuel minimum est de 3 l. 4 par km², chiffre très faible eu égard à l'importance des pluies.

La fig. 3 donne la courbe de décroissance (21,6 à 10,1 litres par seconde, soit par km², 2,57 à 1,20) pendant une période sans pluie de 30 jours consécutifs (juillet-août).

L'auteur l'a traduite par la formule particulière suivante :

$$\log (Q - 10) = 1,40 - 0,88 \times 2^{0,1t}$$

On pourrait tout aussi bien l'interpréter par une formule plus classique, telle que $(Q - q) = (Q_0 - q) e^{-\alpha t}$, par exemple.

La décroissance n'est d'ailleurs pas très régulière et semble avoir été troublée par certaines causes, par exemple la température (il s'agit, en effet, de très faibles débits au km²).

Le Bès à Saint-Juéry (Monts d'Aubrac). —

Nous rappelons ici les caractéristiques d'épuisement de ce bassin de 360 km² (alt. moyenne 1.200 m. environ) auquel nous avons consacré une monographie hydrologique détaillée (1934).

En juxtaposant les observations de diverses périodes sans pluie, nous avons été amené à la formule :

$$Q = \frac{14}{(1 + 0,1 t)^2}$$

(en m³/sec. unité de temps : le jour). Exprimé en m³ par jour, le débit initial est de 1.209.000 m³. La capacité de rétention correspondante (pour $Q = 14$ m³) est donc de 1.209.000

— 12 millions de m³, ce qui représente 0,1

une tranche d'eau de 33 mm.

Le type de la formule, la valeur élevée du coefficient de tarissement initial, $\alpha_0 = 0,1$ sont en corrélation avec la nature géologique du terrain, granitique et peu absorbant, et de son relief. On sait avec quelle rapidité le débit des cours d'eau du Massif Central s'effondre dès que les précipitations viennent à manquer. A la fin de l'été, le débit mensuel tombe souvent à moins de 0 litre 3 par km², et même à 0 litre 1. Voici quelques chiffres, les plus faibles, constatés depuis 30 ans.

Août 1923 : 0 m³ 3

Août 1942 : 0 m³ 3

En 1921 le débit moyen des 4 mois de juillet-octobre a été de 1 m³ 4 et en 1942, de 0,8 (0,5 pour juillet-septembre).

Bassin supérieur de Litani (Liban). — De la monographie : Etude du ruissellement et de l'évaporation dans la Bekaa, d'Ibrakim Abd-el-Al (Beyrouth 1943) nous extrayons les données suivantes relatives à ce bassin de 1.427 km², essentiellement constitué par des formations calcaires compactes et fissurées (Cénomanién).

Indice pluviométrique annuel : 579 mm.

(Mai à octobre : 31 mm. — juin à septembre : 4 mm.).

Indice d'écoulement : 187 mm.

Déficit d'écoulement : 353 mm.

Le débit de saturation, débit le plus élevé observé en l'absence de toute pluie, et après cessation du ruissellement superficiel est de 20 m³. L'examen des graphiques du débit journalier pendant les 10 années d'observation a conduit l'auteur à la formule :

$$Q = \frac{20}{(1 + 0,011 t)^2}$$

Le bassin saturé contient donc 145 millions de m³ utiles, ce qui correspond à une tranche d'eau pluviale de 101 mm.

En un mois, le débit passe donc de 20 m³ à 11 m³ 3.

Le coefficient de tarissement mensuel correspondant à la formule exponentielle, est $\alpha = 0,58$.

Le Drac au Sautet. — On peut admettre que pendant l'automne 1921 le régime d'écoulement a été influencé d'une manière négligeable par les précipitations particulièrement faibles. Nous

considérons également comme négligeable l'apport nival et glaciaire, bien qu'il ait pu produire un certain effet, étant donné les températures élevées de septembre et octobre.

Le tableau A donne les débits observés en **septembre, octobre, novembre et décembre.**

TABLEAU « A »

SEPTEMBRE			OCTOBRE			NOVEMBRE			DECEMBRE		
14.9	11.6	12.7	10.6	9.5	7.9	7.3	5.9	5.1	6.0	5.4	4.6
12.2	12.7	12.7	10.6	9.5	8.7	7.3	5.9	5.1	6.8	5.4	4.6
12.5	12.7	11.4	10.0	9.5	8.1	7.3	6.0	4.9	5.9	5.4	4.6
15.4	12.7	11.4	10.3	9.5	7.6	7.3	6.0	4.9	5.1	5.1	4.6
14.8	12.7	11.4	10.0	9.2	7.6	7.3	6.0	4.9	5.1	5.1	4.6
12.7	12.7	11.4	10.0	9.2	7.6	7.3	5.7	5.4	5.1	4.0	4.6
12.2	11.4	10.8	10.0	9.2	7.6	7.3	6.0	5.4	4.8	4.6	4.6
11.6	11.4	10.8	9.5	8.9	7.3	6.8	5.7	5.1	5.1	4.6	4.3
11.6	15.4	10.8	9.5	8.9	7.3	6.3	5.4	5.1	5.4	4.6	4.6
11.1	12.7	10.3	9.5	8.7	7.3	5.9	5.7	5.1	5.7	4.6	4.9
					7.3						4.6
12.9	12.6	11.4	10.0	9.2	7.7	7.0	5.8	5.1			

En prenant comme période unitaire la décade (10 jours consécutifs) la 1^{re} étant la décade 1-10 septembre ($t = 0$) et la dernière la décade 21-30 novembre ($t = 7$) on obtient la formule de décroissance $Q = 12,6 e^{-0,129 t}$ qui interprète convenablement les faits observés, comme le montre le graphique de la fig. 2.

La capacité de rétention correspondant au débit de $12,6 \text{ m}^3$ en admettant cette formule,

serait donc égale à $\frac{Q_0}{0,129}$ soit à $84.390.000 \text{ m}^3$

Q_0 étant égal à $12,6 \times 864.000$: elle représente une hauteur d'eau de 85 mm., le bassin ayant 987 km^2 .

Le coefficient de tarissement mensuel correspondant est $\alpha = 0,129 \times 3 = 0,387$. Il est, en définitive, plutôt faible et, nous le répétons, il a pu être amélioré par quelque apport nival ou glaciaire. A noter, également, l'incertitude causée par la dérivation du canal de Gap.

Le ruisseau de l'Argentine (Beaufortin). — Du 27 septembre au 6 novembre 1943, les précipitations dans le Beaufortin ont été à peu près nulles : 0,9 mm. le 17 octobre, 1,0 le 19 et 0,7 le 25 (total 2 mm. 6 à Belleville). Par contre, il est tombé du 7 au 26 septembre, 206 mm. Le sol peut donc être considéré comme

saturé au début de cette période de sécheresse.

Les débits journaliers résultent de deux lectures, faites l'une le matin et l'autre le soir. Comme période unitaire, nous avons pris 5 jours consécutifs, t variant ainsi de 0 (3-7 octobre) à

$t = 7$ (7-11 novembre). La période totale d'observation est donc de 40 jours.

Le tableau « B » établit une comparaison entre les débits observés (Q) et les débits calculés Q_1 , Q_2 , Q_3 au moyen des trois formules :

$$\begin{aligned} (1) \quad Q_1 &= Q_0 \left(1 - \frac{\alpha_1}{2} t\right) \text{ correspondant à } n = 1/2 - \alpha_1 = 0.132 \\ (2) \quad Q_2 &= Q_0 e^{-\alpha_2 \frac{t}{1}} \quad \gg \quad n = 1 - \alpha_2 = 0.0885 \\ (3) \quad Q_3 &= Q_0 \frac{1}{(1 + \alpha_3 t)^2} \quad \gg \quad n = 2 - \alpha_3 = 0.0518 \end{aligned}$$

et la figure 4 illustre cette comparaison.

Les débits sont exprimés en litres par km^2 . La formule la plus satisfaisante est la formule (3) qui donne le débit (pour $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) avec une erreur moyenne (alternativement positive et négative) de 0 l. 32, l'erreur correspondante étant de 0,49 (toujours dans le même sens) avec la formule (2).

TABLEAU « B »

Période	t	Q observé	Q_1	Q_2	Q_3	
3-7 octobre	0	26.2	26.20	26.20	26.20	$n = 1/2$
8-12 »	1	23.1	24.47	23.98	23.76	$\alpha_1 = 0.132$
13-17 »	2	21.8	22.74	21.95	21.50	$n = 1$
18-22 »	3	19.2	21.01	20.09	19.64	$\alpha_2 = 0.0885$
23-27 »	4	17.7	19.28	18.39	17.98	$n = 2$
28 oct. - 1 nov.	5	16.7	17.55	16.83	16.53	$\alpha_3 = 0.0518$
2-6 novembre	6	15.2	15.82	15.40	15.25	
7-11 »	7	14.1	14.10	14.10	14.10	

Le débit initial 26,2 correspond à un débit total de la période unitaire de 1.131 m^3 . Suivant que l'on applique la formule (2) ou (3) on trouve comme capacité de rétention initiale :

$$V_0 = \frac{1.131}{0.0885} = 128 \text{ mm.}$$

$$\text{ou } V_0 = \frac{1.131}{0.0518} = 220 \text{ mm.}$$

Cet exemple montre la précarité de telles estimations.

Notons également que le coefficient de tarissement mensuel, supposé constant (formule 2) est égal à $0.0885 \times 6 = 0.531$.

$$n = 1/2 \quad \alpha_1 = 0.0588$$

$$n = 1 \quad \alpha_2 = 0.03288$$

$$n = 2 \quad \alpha_3 = 0.0174$$

$$Q = Q_0 \left(1 - \frac{\alpha_1}{2} t\right)$$

$$Q = Q_0 e^{-\alpha_2 \frac{t}{1}}$$

$$Q = Q_0 \frac{1}{(1 + \alpha_3 t)^2}$$

Le Dorinet de Belleville.

Nous avons, pour la même période (3 oct. - 11 nov. 1943) analysé la courbe de décroissance du débit du Dorinet de Belleville, à Belleville.

On constate (tableau « C ») :

1° — Une décroissance beaucoup moins rapide en moyenne (24,17 à 19,20 litres par km^2).

2° — Une notable irrégularité, dans cette décroissance, qui présente un palier très net vers 21 litres.

Le même calcul que ci-dessus, compte tenu des débits extrêmes conduit aux trois formules suivantes :

d'une période de 40 jours sans pluie. On notera, d'ailleurs, que le mois d'août et la première moitié de septembre avaient connu des débits particulièrement faibles (à Dingy 1 m³ 29, à Vallières 5 m³ 5, soit 6 et 4 litres par km³), en sorte que les eaux pluviales de fin septembre ont, pour la majeure partie, soit ruisselé immédiatement, soit été absorbées par le sol deshydraté, sans alimenter les sources profondes du bassin, s'il y en a.

Quoiqu'il en soit, en comparant (fig. 4) les courbes de l'Argentine, du Dorinet et du Fier, on notera qu'en dépit de sa nature géologique, de l'abondance de ses parties boisées, le bassin du Fier est peu absorbant, et son cours d'eau très torrentiel. Je livre ces remarques à ceux qui disent que l'arbre amortit les crues et améliore le régime des sources... On a même écrit « que les forces hydrauliques de la France pourraient être doublées à peu de frais par le reboisement ».

Quant aux formules représentatives du tarissement du bassin, elles semblent être de la forme $Q - q = (Q_0 - q) e^{-\alpha t}$ tout au moins pour la période considérée. Il faudrait plus d'observations pour préciser la loi de décroissance entre des limites plus étendues.

Si l'on s'en tient à la formule $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$, et aux débits compris entre 11 et 5 litres, pour le Fier à Vallières, le coefficient α mensuel est de 0,600. Mais ce coefficient doit être assez variable, suivant le débit initial, et tel doit être le cas, pensons-nous, pour les cours d'eau très torrentiels.

La Bourne à Pont-Rouillard.

Nous avons analysé spécialement la période 1^{er} juillet - 11 août 1921, à peu près sans précipitation (6 mm. 2 le 20 juin, 13 mm. 6 les 16-17 juillet et 4 mm. 2 le 3 août).

Le tableau « E » donne les débits journaliers de cette période de 40 jours, ainsi que les moyennes de 5 jours consécutifs à peu près décroissantes régulièrement.

La formule :

$Q = 1,50 + [4,71 - 1,50] e^{-\alpha t}$ avec $\alpha = 0,383$ interprète assez fidèlement la loi de décroissance du débit pendant cette période, comme le montre la fig. V.

TABLEAU « E »

5.90	3.65	3.15	2.60	2.45	2.10	2.10	1.75
5.00	3.45	2.95	2.80	2.30	2.10	1.95	1.75
4.50	3.45	2.80	2.60	2.30	1.95	1.95	1.75
4.15	3.30	2.95	2.60	2.10	1.95	1.95	1.75
4.00	3.30	2.80	2.45	2.10	2.10	1.75	1.60
4.71	3.43	2.93	2.61	2.25	2.04	1.94	1.72

En considérant, d'autre part, la période plus longue de 2 mois (10 juin - 11 août) pendant laquelle il n'est tombé que 64 mm. (Autrans), et le débit a décru de 8,4 à 1,8 m³ (période unitaire 5 jours, t variant de 0 à 11), et adoptant la formule $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$, on a $\alpha = 0,14$ et α mensuel = 0,84.

En ne tenant pas compte des jours pluvieux

ayant manifestement influencé le débit, on obtient $\alpha = 0,19$ et α mensuel = 1,14 : le taux de réduction mensuelle du débit est d'environ 0,30.

Le tarissement du bassin apparaît donc comme particulièrement rapide, et la loi de décroissance identique à celle du bassin de la Cère, par exemple, que nous analysons maintenant.

La Cère (760 km²) — Massif Central.

Les tableaux F et G, illustrés par les graphiques de la fig. 6, montrent le comportement du débit de la Cère, à Laroquebrou, pendant les étés de 1906 et 1921, particulièrement secs.

Nous ne possédons pas les précipitations locales correspondantes, mais il est facile d'après les courbes de débit, de discriminer les périodes qui ont été influencées plus ou moins par celles-ci, sans affecter d'ailleurs, semble-t-il, les réserves proprement dites du bassin, et en les

TABLEAU « F »

Débits journaliers de la Cère — 22 Mai au 1 ^{er} Octobre 1906													
40.5	19.0	13.2	8.5	6.6	9.8	6.6	5.5	2.4	2.7	2.0	1.0	0.8	0.5
31.4	18.3	12.5	9.2	6.0	9.8	6.6	4.4	3.8	2.7	2.0	1.0	0.8	0.5
29.8	18.3	11.8	8.5	6.0	9.2	6.6	3.8	4.4	3.1	1.8	1.0	0.8	0.5
32.2	17.5	11.2	7.9	20.5	9.2	6.0	3.8	3.4	2.4	1.6	1.2	0.8	
28.2	16.8	10.5	7.2	17.5	8.5	6.0	3.4	2.7	2.4	1.5	1.2	0.6	
24.3	16.1	9.8	7.2	18.3	7.9	6.0	3.4	3.4	2.4	1.5	1.2	0.6	
24.3	15.4	9.8	6.6	16.8	7.9	5.5	3.1	3.4	2.0	1.3	1.2	0.6	
21.3	14.6	9.2	6.6	14.6	7.2	5.5	3.1	3.1	2.4	1.2	1.2	0.5	
20.5	14.6	9.2	6.6	13.2	7.2	5.5	2.7	2.7	2.0	1.2	1.2	0.5	
19.8	13.9	9.2	6.6	11.8	7.2	5.5	2.7	3.1	2.0	1.2	1.2	0.5	

court-circuitant, de déterminer les courbes de tarissement correspondant à l'absence totale de précipitations.

A titre d'indication, les précipitations observées à Lyon (la sécheresse des années 1906 et

1921 a été générale en France et dans presque toute l'Europe) ont été les suivantes :

	1906	1921	Moyenne 1890-1909
Mai	19.0	104.3	71.9
Juin	1.0	41.9	73.7
Juillet	21.1	7.1	72.5
Août	11.7	109.7	83.5
Septembre	14.2	32.5	78.9
Octobre	32.4	3.4	88.4
Novembre	147.2	27.1	66.8
Décembre	61.8	31.5	43.9
Année totale ..	463.1	454.5	758.4

Ajoutons que pour ces deux années, le mois d'octobre a été particulièrement chaud.

Mais revenons à la Cère.

En 1906, le débit, du 25 mai au 3 juillet décroît régulièrement de 32,2 à 6 m³. Une courte période pluvieuse le fait remonter brusquement de 6 à 20 m³ le 4 juillet, date à partir de laquelle il ira en décroissant constamment (légère remontée le 12 août) jusqu'au 1^{er} octobre où il atteindra le minimum exceptionnel de 0 m³ 5 représentant 0 l. 7 par km² (sous réserve de l'exactitude des relevés limnimétriques et des jaugages faits à l'époque).

TABLEAU « G »

Débits journaliers de la Cère 28 Mai au 10 août 1921							
39.7	16.1	6.6	4.9	4.4	4.9	2.0	1.8
36.3	22.8	6.6	4.9	3.8	7.2	1.8	1.8
29.0	17.5	6.6	4.9	3.8	4.4	1.9	1.3
23.5	14.6	6.0	4.9	3.4	3.8	1.8	1.5
20.5	11.8	5.5	5.5	2.7	3.8	1.8	1.2
19.0	10.5	5.5	5.5	3.1	3.4	1.5	
17.5	10.5	5.5	4.9	3.4	2.7	1.8	
17.5	9.2	5.5	4.4	3.1	2.7	1.7	
16.1	8.5	5.5	4.4	3.1	2.4	1.4	
14.6	6.6	5.5	4.4	3.1	2.4	1.6	

En 1921, après un mois de mai plutôt pluvieux ayant donné lieu, le 26, à un maximum de 78 m^3 7 (le maximum de l'année d'ailleurs) le débit rapidement d'abord, puis en 70 jours (1^{er} juin - 11 août) passe de 20 m^3 5 à 1 m^3 2, avec deux légères et courtes remontées, le 8 juin (22 m^3 8) et le 18 juillet (7 m^3 2).

Ces conditions sont particulièrement favorables à l'étude du régime d'écoulement en régime non influencé, les données d'observation, bien que ne représentant pas toutes les garanties de précision (surtout en ce qui concerne les très bas débits) qu'une telle étude nécessite, étant assez

concordantes pour être considérées comme suffisamment approximatives.

Nous analysons d'abord quelques périodes particulières considérées isolément, en admettant la loi $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$, α étant calculé d'après les débits extrêmes de la période.

15 mai - 3 juillet 1906 (39 jours)

Débits extrêmes $32,2$ et 6 m^3 .

$$\log 32,2 - \log 6$$

$$\text{On a } \alpha_1 = \frac{\log 32,2 - \log 6}{39 \log e} = 0,043$$

(unité de temps le jour).

fig. 6

Le coefficient de tarissement mensuel est $\alpha = 1,29$.

4 juillet - 12 septembre 1906 (70 jours)

Débits extrêmes $20,5$ et $1,2$.

On trouve, de même $\alpha_1 = 0,041$ et $\alpha = 1,23$.

On note, toutefois, que le coefficient α ne peut être considéré comme constant, entre des limites aussi étendues du débit. Si nous considérons séparément les 35 premiers et derniers jours, on a :

$$Q \text{ variant de } 20,5 \text{ à } 2,7 \quad \alpha = 1,74$$

$$Q \text{ » » } 2,7 \text{ à } 1,2 \quad \alpha = 0,69$$

Ce dernier coefficient n'est d'ailleurs pas à

retenir, car pendant cette période des précipitations ont prolongé, manifestement, la durée des débits au voisinage de $2,7$ à 3 m^3 3.

26 août - 1^{er} octobre 1906 (35 jours)

Débits extrêmes 2 à 0 m^3 5.

On trouve $\alpha_1 = 0,040$ et $\alpha = 1,20$.

Ces chiffres sont plus ou moins discutables, la précision des mesures concernant ces très faibles débits étant plus ou moins problématique.

On notera spécialement, en ce qui concerne cette année 1906 la décroissance beaucoup plus rapide, à partir de 20 m^3 5 de la période 4 juillet - 7 août par rapport à celle de la période

30 mai - 3 juillet. Cette divergence des 2 courbes peut s'expliquer par le fait que la 1^{re} période postérieure à la 2^e, a été plus chaude, et que la petite crue éphémère du 4 juillet n'a pas ramené les réserves du bassin à ce qu'elles étaient le 30 mai.

1^{er} juin - 10 août 1921 (70 jours)

Débits extrêmes 20,5 et 1,2.

Cette période reproduit exactement, dans l'ensemble, la période 4 juillet - 12 septembre 1906, et les courbes, déduction faite des oscillations dues à des précipitations, concordent parfaitement.

On a de même $\alpha_1 = 0,043$ et $\alpha = 1,23$.

Même remarque que ci-dessus. Pour les 35 premiers jours (Q variant de 20,5 à 5 m³) on a $\alpha = 1,44$ et pour les 35 suivant $\alpha = 1,05$.

La conclusion générale qu'on peut tirer de cet examen, c'est que le coefficient mensuel de tarissement, entre les débits extrêmes de 20 m³ 5 (inférieur de 10 % au débit moyen de la rivière) et 0 m³ 5 (débit minimum tout à fait exceptionnel, plus ou moins exact d'ailleurs) est $\alpha = 1,23$, cette valeur correspondant à un coefficient

mensuel de réduction $\frac{Q}{Q_0} = 0,29$.

Mais, que, d'autre part, ce coefficient ne peut être considéré comme constant et qu'il augmente au fur et à mesure que le débit décroît. La formule $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$ n'interprète pas fidèlement la loi de décroissance de l'écoulement.

Pour serrer la question de plus près, nous nous avons procédé comme il suit :

Nous avons déterminé graphiquement la courbe de décroissance moyenne (20,5 à 0 m³ 5) des deux périodes précitées de 70 jours, en court-circuitant grosso-modo les périodes plus ou moins légèrement influencées par les pluies. Nous avons obtenu ainsi les débits ABC... HJK (voir la figure 6) décalés l'un par rapport à l'autre, de 10 jours. Prenant comme période unitaire la décade, nous avons, compte tenu des débits extrêmes, les deux formules :

$$Q_1 = Q_0 e^{-0,41 t} \text{ et } Q_2 = \frac{Q_0}{(1 + 0,6 t)^2}$$

La première donne les 8 débits intermédiaires ($t = 1, 2, \dots, 8$) par excès, la deuxième par défaut.

La formule la plus représentative est donc

intermédiaire entre ces deux formules. Effectivement, la formule composée :

$$Q = \frac{1}{3} Q_1 + \frac{2}{3} Q_2$$

soit :

$$Q = 6,8 e^{-0,41 t} + 13,7 \times \frac{1}{(1 + 0,6 t)^2}$$

donne une courbe se confondant sensiblement avec la courbe expérimentale jalonnée par les valeurs numériques considérées (fig. 7).

Si l'on admet que la première formule exprime le comportement des eaux infiltrées profondément, la deuxième le comportement des eaux infiltrées superficiellement, on peut dire que, dans le conditionnement des débits en période non influencée, le rôle de celles-ci est prépondérant, conclusion en concordance avec ce que l'on sait, de la nature du sous-sol, manifestement peu absorbant et pauvre en sources profondes.

Dans le même ordre d'idées, comme indiqué plus haut, GARRIGOU-LAGRANDE avait discriminé, pour le bassin de la Cane, le débit des sources profondes, et des sources superficielles, en employant, dans les deux cas, la même formule :

$$Q = 40 e^{-\alpha_1 t} + 283 e^{-\alpha_2 t}$$

$$\alpha_1 = 0,285 \text{ et } \alpha_2 = 2,76$$

Quelques données numériques concernant des bassins italiens.

Nous mentionnons, ici, à titre de documentation, l'étude de l'Ingénieur PALLUCHINI, présentée au Congrès de Lisbonne (1933) de l'Union internationale de Géodésie et Géophysique, Section d'Hydrologie Scientifique : « Les courbes de tarissement des bassins hydrographiques italiens ». Elle comporte l'examen d'une vingtaine de bassins, et les graphiques correspondants.

Les courbes n'ont pas été déterminées d'après des périodes particulièrement dénuées de pluies, mais sur des périodes assez longues, en traçant l'enveloppe des minimums. Elles sont interprétées algébriquement par la formule :

$$Q = q_0 + Q_0 e^{-\alpha t} \text{ (période unitaire : le mois)}$$

Le coefficient α variant de 0,55 (L'Adige) à 1,625 (La Flumendosa). Mais les différentes valeurs de α ne sont pas comparables, étant donné l'existence du terme q_0 .

Voici quelques données (les débits sont exprimés en m³) pour l'ensemble du bassin :

Adige. — (Septembre 1921 - Février 1922).
S = 10.940 km².

$$Q_0 = 140 \quad q_0 = 40 \quad \alpha = 0.55$$

Minimum observé de 1921 à 1929 : 4 l. 3 au km² en février 1922.

Tessin. — (Septembre - Décembre 1921).
S = 6.598 km².

$$Q_0 = 296 \quad q_0 = 50 \quad \alpha = 1.13$$

Minimum observé (1915-1931) : 7 l. 5 en 1921.

Adda. — (Septembre 1921 - Février 1922).
S = 4.508 km².

$$Q_0 = 124 \quad q_0 = 20 \quad \alpha = 0.76$$

Minimum observé : 6 l. en février 1922.

Arno. — (Juin-Juillet 1928). S = 8.186 km².

$$Q_0 = 56 \quad q_0 = 0 \quad \alpha = 1.318$$

Minimum observé (1923-1930) : 0 l. 3 au km².

Tibre à Rome. — (Juin-Juillet-Août 1927).
S = 16.551 km².

$$Q_0 = 146 \quad q_0 = 100 \quad \alpha = 0.76.$$

Minimum observé : 6 l. 2 au km² en août 1922.

Volturno. — (Mai-Juin-Juillet-Août 1931).
S = 5.542 km².

$$Q = 53 \quad q_0 = 25 \quad \alpha = 0.640$$

Minimum observé : 3 l. 9 au km² en 1925.

Le Nil Bleu à Khartoum.

Ce dernier exemple, quelque peu différent, mais analysé suivant les mêmes méthodes, concerne la décrue du Nil Bleu à Khartoum. La loi de décroissance — on dit alors de décrue — des hauteurs limnimétriques d'un fleuve, que cette décroissance soit due au tarissement des eaux infiltrées ou à l'écoulement dégressif des eaux de toute nature, emmagasinées dans le thalweg, les champs d'inondations, les grands lacs, peut effectivement s'exprimer par la formule exponentielle classique, la hauteur limnimétrique étant affectée généralement d'un terme additif ou soustractif, en corrélation avec le zéro de l'échelle, plus ou moins conventionnel :

$$H + C = (H_0 + C) e^{-\alpha t}$$

Les données numériques que nous utilisons ici sont extraites d'une communication de M. MAILLET, publiée dans l'Annuaire de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences (Reims 1907, page 238).

Le Nil Bleu à Khartoum (confluent avec le Nil Blanc) draine un bassin d'environ 300.000 km². Il prend sa source à 2.700 m. d'altitude, en Abyssinie, dans un massif montagneux dont les sommets atteignent des hauteurs comparables à celles des Alpes. Son débit varie de 120 m³ (avril) à 8.200 m³ (août et septembre). Son régime est conditionné par le régime pluvio-métrique caractérisé par une période très pluvieuse (mars ou mai à septembre) suivie par une période sèche.

Ainsi, en 1902 et 1903, les précipitations ont été les suivantes :

A Addis-Abeba, près des sources, à 2.400 m. d'altitude (T moy. = 17°).

Période pluv. (mai-sept.) 852 et 1.233 mm.
période sèche 121 et 66 mm.

A Wad-Medani (alt. 475 m. - T moy. = 30°) à 200 km. à l'amont de Khartoum.

Période pluvieuse 343 et 313 mm.
Période sèche 2 et 0 mm.

A Khartoum (alt. 389 m. - T moy. = 28°).

Période pluvieuse 123 et 68 mm.
Période sèche 0 et 0 mm.

Les crues du Nil Bleu, dues à l'alternance d'une période pluvieuse de 7 mois et d'une période sèche de 5 mois, se trouvent ainsi pendant 5 mois au moins, relativement peu influencées par les pluies, et il semble, à priori,

que la décrue de cette période doit obéir à certaines lois assez régulières. Il en est de même pour le Nil Blanc à Assouan. C'est ce que l'expérience confirme.

La fig. 8 permet, comme il suit, d'établir la

formule de décrue et son degré d'exactitude. Chacun des points inscrits a pour abscisse une hauteur limnimétrique observée pendant la décrue, et en ordonnée la hauteur limnimétrique observée un mois après.

Décrue du Nil Bleu à Khartoum - Corrélation entre les hauteurs limnimétriques H_0 et H successives observées à un mois d'intervalle

fig. 8

Ces points s'alignent convenablement au voisinage d'une droite dont les coefficients peuvent être calculés, par la méthode des moindres carrés. On obtient ainsi l'équation :

$$(H - 1,75) = 0,716 (H_0 - 2,73)$$

1,75 et 2,73 étant les moyennes des valeurs H et H_0 pour les 37 observations jumelées considérées.

On peut mettre cette formule sous la forme :

$$(H + 0,70) = (H_0 + 0,70) \times 0,716$$

Le coefficient de corrélation entre H et H_0 est égal, en l'occurrence, à 0,992.

On peut également tracer une courbe moyenne quelque peu différente d'une droite définissant graphiquement la corrélation entre H et H_0 .

Comme on a, d'autre part, $0,716 = e^{-x}$, on obtient la valeur cherchée de x , soit 0,33. D'où la formule de décrue :

$$(H + 0,70) = e^{-0,33t} (H_0 + 0,70)$$

La formule mentionnée par M. MAILLET, où le terme constant est $C = 0,40$ est, à très peu de chose près, équivalente comme on peut le vérifier sur le dessin.

L'auteur donne également les formules du même type, concernant le Nil Bleu à Wad-Medani (1902-1904), le Nil Blanc à Assouan (1874-1877-1878 et 1901-1904) et à Wadi-Halfa (1890-1904).

Les valeurs respectives de C sont $C = 0$, $C = 1.20$, $C = 0$ et les valeurs de α sont les suivantes :

	à Wad Medani	à Khartoum	à Wadi Halfa	à Assouan
1901	0.380	0.434	0.266	0.338
1902	0.386	0.491	0.279	0.326
1903	0.335	0.381	0.256	0.309

M. MAILLET indique, en outre, les valeurs du coefficient α pour la Haute-Seine à Bray, soit 1,168 pour la saison froide et 1,579 pour la saison chaude.

Pour les comparaisons, il importe de noter que les valeurs α du tableau ci-dessus sont à multiplier par 3/2 pour obtenir avec une approximation suffisante, les valeurs **relatives aux débits** eux-mêmes.

D'après ces lois de décrue, assez régulières, la cote minima réalisée à Assouan, par exemple, en mai et juin, est surtout fonction du maximum précédent. Mais, ajoute l'auteur, il semble que l'état des nappes du Nil Blanc et des grands lacs équatoriaux, lors du minimum précédent, c'est-à-dire 1 an avant, puisse dans une certaine mesure ajouter son influence à celle de la crue elle-même pour déterminer le minimum suivant.

Le minimum annuel est, en définitive, en corrélation forte avec le **maximum précédent**, et en corrélation plus faible, mais nettement appréciable avec le **minimum antérieur**. Il est également influencé par l'intervalle de temps séparant le minimum du maximum.

Nous aurons l'occasion de rencontrer et d'analyser des corrélations doubles de ce genre, au cours de nos études hydrologiques.

III. CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Quelques remarques et réflexions générales serviront de conclusions à l'étude théorique et expérimentale des courbes de tarissement ou de décrue à laquelle nous venons de procéder.

— 1° —

Lorsqu'on considère un bassin hydrographique plus ou moins étendu et complexe, comportant des nappes aquifères profondes ou superficielles, d'étendues et de formes diverses, des lacs éventuellement, constituant des capacités de rétention multiples, disposées en parallèle ou en série, il faut se garder d'attribuer aux formules algébriques une précision mathématique à laquelle elles ne peuvent prétendre, pas plus qu'un sens physique, bien défini, d'autant plus qu'une série observée peut être interprétée, souvent indifféremment, par des formules différentes.

Dans chaque cas, il y a lieu de déterminer, compte tenu du plus grand nombre possible de relevés hydrométriques, et les plus précis possibles, la courbe expérimentale, de vérifier à quel point elle peut être interprétée algébriquement, entre quelles limites de débit une formule est applicable, si elle se reproduit chaque année identique à elle-même, comment elle se modifie saisonnièrement ou en fonction de certains autres facteurs météorologiques.

— 2° —

Les formules interprétatives qui nous ont été amenés à considérer, d'abord théoriquement, puis expérimentalement, reposent sur le postulat qu'à un volume donné des rétentions totales, correspond toujours le même débit : $Q = f(V)$. Ce postulat n'est vrai qu'approximativement et ne peut être admis que sous certaines réserves, motivées par des considérations d'ordre hydro-météorologique ou hydrogéologique.

Une capacité de rétention naturelle est la résultante d'une série de capacités élémentaires diversement disposées en parallèle ou en série. En particulier, il y en a toujours au moins deux en série : la nappe aquifère proprement dite, qui se trouve à une certaine profondeur, et la couche de terrain superficielle, plus ou moins absorbante et imbibée d'eau, qui suinte vers la nappe aquifère plus ou moins suivant la saison. Et inversement la nappe aquifère si elle n'est pas profonde, peut s'appauvrir par suite de l'évaporation physique ou physiologique.

D'autre part, étant donné la diversité et la complexité des couches de terrain, des formations géologiques, suivant la nature, la répartition locale, la densité des précipitations

antérieures, les diverses capacités de rétention peuvent être différemment remplies, à égalité du volume total des réserves du bassin.

Un exemple simple illustrera cette remarque. Considérons 2 réservoirs cylindriques à l'air libre, placés en série, identiques, se vidant par un orifice inférieur, le premier déversant dans le second, et le débit du second constituant le débit de cet ensemble. Soit V le volume total de chacun d'eux. Le débit correspondant à un volume total V initial sera différent, par exemple, suivant que les deux réservoirs seront remplis à moitié, ou que le supérieur sera vide et l'inférieur plein.

On notera, à ce sujet, que des circonstances analogues peuvent se présenter dans la nature, déterminant une courbe d'épuisement sinusoïdale, présentant un point d'inflexion qui correspond au moment où la capacité de rétention supérieure est vide, et où n'intervient plus que la capacité de rétention inférieure.

Tel est le cas, pour certaines sources particulièrement constantes, aux débits d'étiage élevés, comme celles qui alimentent le torrent de la Rosière, en Tarentaise — dont le débit d'étiage est de 29 litres par km^2 — celui des bassins voisins étant de 5 à 10 litres seulement.

— 3° —

La loi d'épuisement $Q = f(Q_0, t)$ est donc essentiellement variable, d'une part par suite de la constitution du sol, récoltant différemment des précipitations égales en quantité, et d'autre part du fait de la température variant saisonnièrement.

Pour caractériser une source, un cours d'eau, du point de vue de sa capacité de rétention, il faut donc considérer, non pas une courbe de tarissement unique, mais une série de courbes constituant un abaque, cet abaque délimitant une zone de corrélation plus ou moins étendue, entre deux débits successifs décalés d'un intervalle constant. On pourra graduer les courbes de

cet abaque en fonction du rapport $\frac{Q_t}{Q_{t+1}}$ = r ,

ou en fonction du coefficient α de la formule utilisée.

Admettons, pour fixer les idées, que pendant la saison froide, le débit Q , au bout d'un mois

de sécheresse, soit réduit à $Q' = 0.3 Q$ et pendant la saison chaude à $Q' = 0.2 Q$, on aura un abaque constitué par deux droites correspondant à $r = 0.30$ et à $r = 0.20$ ou encore à $\alpha = 1.20$ et $\alpha = 1.60$, si la formule $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$ interprète convenablement les données expérimentales.

La fig. 9 donne, d'autre part, l'abaque général correspondant à la formule exponentielle, ainsi que la courbe de correspondance de α et r (que nous appelons coefficient de réduction mensuel). Nous avons fait figurer sur cette courbe, par des points, quelques-uns des bassins ou sources analysés dans cet article.

Notons que l'abaque dont nous venons de parler peut être purement expérimental, et constitué par des courbes plus ou moins quelconques. Plus les points expérimentaux se grouperont mieux autour d'une même droite, d'une même courbe, plus la loi de décroissance du débit sera constante. Le groupement autour de plusieurs droites, de plusieurs courbes nettement distinctes permettra de formuler plusieurs lois, valables par exemple pour telle ou telle saison de l'année.

Dans le cas de la décrue du Nil, nous avons vu que le premier de ces deux cas était à peu près réalisé, l'écart probable de corrélation entre H_0 et H , décalés d'un mois, n'étant seulement que de 0 m. 12.

— 4° —

Une loi de décrue, établie expérimentalement, peut être interprétée, d'ailleurs, algébriquement, de multiples manières. On a le choix entre plusieurs types de formules théoriques, et il est bien difficile de fixer ce choix objectivement.

Plus sera grand l'intervalle de temps expérimenté, et différents les débits extrêmes observés pendant cet intervalle, moins il sera facile d'interpréter la courbe par une formule unique.

La formule simple classique $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$, qui signifie que le débit décroît suivant une progression géométrique, quand le temps croît suivant une progression arithmétique, si elle se vérifie, parfois, surtout dans le cas des sources, entre des limites de temps et de débit assez étendues, n'est le plus souvent, dans le cas des cours d'eau quelconques, suffisamment interprétative qu'à la condition de décomposer la courbe totale en tronçons, et d'appliquer à chacun d'eux

fig. 9

un coefficient α différent. Elle implique, en effet, la constance du rapport $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ alors

que ce rapport est presque toujours croissant, en fonction du temps.

Pour tenir compte de ce fait, on doit lui préférer, dans la plupart des cas, la formule complétée par un terme constant, beaucoup plus générale :

$$Q + q = (Q_0 + q) e^{-\alpha t}$$

qui, suivant le signe ou la valeur nulle de q correspond aux trois cas possibles suivants :

1° $q < 0$ **source pratiquement intarissable.**

Le rapport $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$, toujours

croissant, tend vers 1 et le débit vers q (pour $t = +\infty$).

2° $q = 0$ **source également intarissable,**

mais à un degré moindre, le

rapport $\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ tendant égale-

ment vers 1 mais q vers 0 (pour $t = +\infty$).

3° $q > 0$ **source tarissable.** Le rapport

$\frac{Q_{t+1}}{Q_t}$ tend plus ou moins

rapidement vers 0, et le débit s'annule pour une valeur finie de t .

La formule :

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{(1 + \alpha t)^2} \text{ ou } Q = q + \frac{Q_0 - q}{(1 + \alpha t)^2}$$

peut d'ailleurs être substituée à la formule

$$\text{précédente, et la formule } Q = Q_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2} t\right)$$

peut convenir pour qualifier le 3^e cas, celui d'une source rapidement tarissable.

On peut également, comme nous l'avons vu, envisager des formules binômes, associant deux courbes identiques (La Cane) ou différentes (La Cère).

En résumé, s'il s'agit de caractériser individuellement, en vue notamment de prévisions, un cours d'eau particulier, on utilisera telle courbe que l'on voudra : au fond, **la courbe expérimentale seule importe** (ou les différentes courbes saisonnières, s'il y a lieu).

— 5° —

S'agit-il, par contre, d'établir une comparaison entre sources et cours d'eau différents, permettant une statistique de leurs caractéristiques en périodes de basses eaux, quand les pluies font défaut, il y a lieu, **conventionnellement**, d'adopter une **formule unique**, utilisée dans des **conditions identiques** et bien **définies** de temps et de débits.

L'adoption de règles et conditions d'observation unifiées, pour définir la température d'un lieu, permet de comparer les différents régimes thermiques du globe.

De l'évaporation — autre fonction climatique importante — on a dit « **Problème indéterminé** ; l'évaporation dépend de multiples facteurs ». Pas plus, certes, que la température essentiellement variable, suivant qu'on la mesure à l'ombre, au soleil, dans l'air, au sol, dans l'eau, etc... Disons plus exactement que l'on n'a pas voulu, ou pas pu se déterminer à adopter des règles et conditions d'observations standardisées, comme on l'a fait pour la température.

Dans le cas considéré ici, toute comparaison est impossible — ou illusoire — si l'on caractérise chaque cours d'eau au moyen d'une formule de tarissement différente, les coefficients α correspondant n'étant pas comparables.

Adoptant d'une manière générale la formule

la plus simple, et aussi la plus classique, $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$, on pourrait, par exemple, définir le **coefficient de tarissement** par le coefficient α de cette formule, considérée comme valable **pour une période donnée** (le mois par exemple) et à partir d'un **débit donné**, par exemple le **débit moyen** annuel, ou tout autre débit **numériquement** ou **statistiquement fixé**, tel que le débit de probabilité totale, 25 %, dénommé plus communément débit caractéristique de 3 mois, soit :

$$\alpha = \frac{\log Q_0 - \log Q_1}{\log e} \quad (1)$$

Q_0 , étant le débit adopté conventionnellement et Q_1 , le débit observé, en moyenne, un mois après une période à précipitations nulles ou très faibles.

Une telle détermination devrait être basée, naturellement, sur des observations de débit particulièrement soignées et contrôlées et entreprises dans le but précis envisagé ici : les séries statistiques ordinaires, telles que celles dont nous avons fait état, notamment en ce qui concerne les très bas débits, n'ont pas la précision désirable en l'occurrence.

— 6° —

Signalons également que — du point de vue hydrogéologique — l'étude de la décroissance du débit d'une source, en régime non influencé, et également d'ailleurs compte tenu des précipitations actuelles ou antérieures, plus ou moins locales, constitue un élément d'investigation — en ce qui concerne notamment la provenance de ses eaux — d'une grande valeur. On ne pénètre à l'intérieur des terres qu'exceptionnellement, pour voir ce qui s'y passe. On peut toujours regarder couler une source et en mesurer le débit : c'est une manière d'ausculter le sous-sol, qui peut nous aider à connaître les lois de l'écoulement des eaux souterraines.

— 7° —

Nous terminons en nous plaçant à un point de vue hydrographique général :

(1) On pourrait également considérer l'inverse de α soit $\frac{1}{\alpha} = T$ comme caractérisant la force de la **corrélation fluviale interne**.

La détermination des lois de l'écoulement fluvial, en régime non influencé, disons « **des corrélations fluviales internes** » limitée au cas le plus simple ou ces corrélations interviennent seules dans le conditionnement du débit, constitue une première étape dans la recherche des lois plus générales et plus complexes qui régissent l'écoulement, quand entrent en jeu **d'autres corrélations, externes**, s'ajoutant, s'enchevêtrant, s'interférant même les unes les autres.

Cette détermination est également la pierre angulaire de l'étude des **débits d'étiage**, conditionnés surtout par le **terrain** alors que les

débits de crue le sont surtout par les **précipitations**. L'écoulement, dans ses paroxysmes, obéit à des lois différentes, qui s'associent pour régir son intensité moyenne.

Cataloguer les débits d'étiage d'un cours d'eau, en étudier la distribution statistique, définir tel ou tel débit caractéristique des basses-eaux c'est bien ; rechercher le « pourquoi » de ces étiages, les facteurs permanents géographiques et les conditions variables actuelles qui les déterminent et les font varier et évoluer dans le temps et dans l'espace, c'est mieux.