LES LOIS DES DÉBITS DES RIVIÈRES FRANÇAISES

LAWS OF DISCHARGE PROBABILITY

English synopsis p. 672

par MM. LE CAM et MORLAT

Lorsque M. MASSE publia, dans l'Annuaire Hydrologique de 1940, son article sur les « Perspectives et applications de l'Hydrologie Statistique », il soulevait un certain nombre de questions non résolues, et l'on pouvait craindre que la nature même du sujet empêche d'y répondre avant longtemps. En particulier, M. MASSE citait trois lois de probabilité possibles pour le débit d'un fleuve, sans que rien ne permette de choisir entre elles. Si ce choix avait été purement spéculatif, la présente étude n'aurait pas vu le jour, mais divers travaux, tels que les études de crues, d'énergie garantie d'une usine, les essais de M. HALPHEN sur le plan, etc... ont nécessité une connaissance assez précise de ces lois. Nous avons donc pensé faire œuvre utile en nous attaquant à ce problème, et ce sont les quelques conclusions obtenues que nous présentons aujourd'hui.

I. — ETUDES EMPIRIQUES.

a) Généralités.

Prenons une rivière quelconque à un endroit bien déterminé : le débit à l'instant t : $x(t)$ nous apparaît comme une fonction assez capricieuse, en particulier elle n'a pas de forme analytique simple. Mais son trait essentiel est que la connaissance du passé, (i. e. $x(\tau)$ pour $\tau < t$) ne permet pas de prévoir exactement $x(t)$.

Nous dirons que c'est une fonction aléatoire du temps. Une telle fonction est caractérisée au point de vue mathématique par la loi de probabilité $P(x_1 \dots x_n, t_1 \dots t_n)$ de l'ensemble d'un nombre quelconque d'$x(t_i)$. L'étude des lois de probabilité des débits, c'est l'étude de la structure de cette fonction P. Naturellement, il est difficile d'examiner tous ses caractères ; nous en avons seulement envisagé un très petit nombre.

En premier lieu, la fonction $P(x_1 \dots x_n, t_1 \dots t_n)$ est périodique, de période un an comme il est bien connu. Mais il serait intéressant de trouver d'autres périodicités, si elles existent. En effet, ceci permettrait des prévisions à plus ou moins longue échéance et en outre si nous ajustions des lois sur un échantillon ne couvrant pas un grand nombre de cycles, nous aurions à craindre de fortes erreurs fortuites.

Les principaux cycles que l'on a envisagés sont celui de BRUCKNER de 33-36 ans, le cycle lunisolaire de 18 ans, le cycle solaire de 11 ans en moyenne, enfin des cycles de l'ordre de 3 ans. Nous avons traité séparément le cycle des taches solaires, non pas par la recherche de périodicités, mais par corrélation directe entre les débits et le nombre de WOLF des taches solaires. Par ce procédé nous avons trouvé que l'action, si elle existe, est faible, et elle s'inverserait entre l'été et l'hiver. La méthode la plus scientifique pour vérifier une telle affirmation, c'est de l'utiliser à des fins de prévisions. Or, l'année dernière par exemple, ces prévisions ont lamentablement échoué. Les autres cycles ne semblent pas avoir d'existence réelle ; bien entendu, il faudrait d'autres travaux pour le préciser, mais en première approximation on peut ne pas en tenir compte. A coup sûr, l'amplitude des variations auxquelles ils donneraient naissance est très faible.

b) Choix de deux types de lois.

Ceci nous permet de traiter les débits mensuels d'un même mois comme des résultats de tirages au hasard d'une même loi de probabilité, et c'est cette loi que nous avons cherchée. Si l'on veut faire un peu d'historique, on peut dire qu'au fond il y a peu de travaux intéressants sur cette question. Nous citerons simplement ceux de M. GIBRAT qui a employé la loi de Galton.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s} \ \exp.\left[-\frac{1}{2s^2}\left(\log\frac{x-x_0}{g}\right)^2\right] \ \frac{dx}{x}$$

Comme l'a fait remarquer M. MASSE dans l'article cité plus haut, la loi de Galton ne décroît pas assez vite lorsque x augmente. Les travaux de M. GIBRAT sont très remarquables ; cependant nous lui reprocherons d'avoir un peu trop insisté sur la justification de cette loi par l'effet proportionnel. Et pour notre part,

Article published by SHF and available at http://www.shf-lhb.org or http://dx.doi.org/10.1051/lhb/1949012

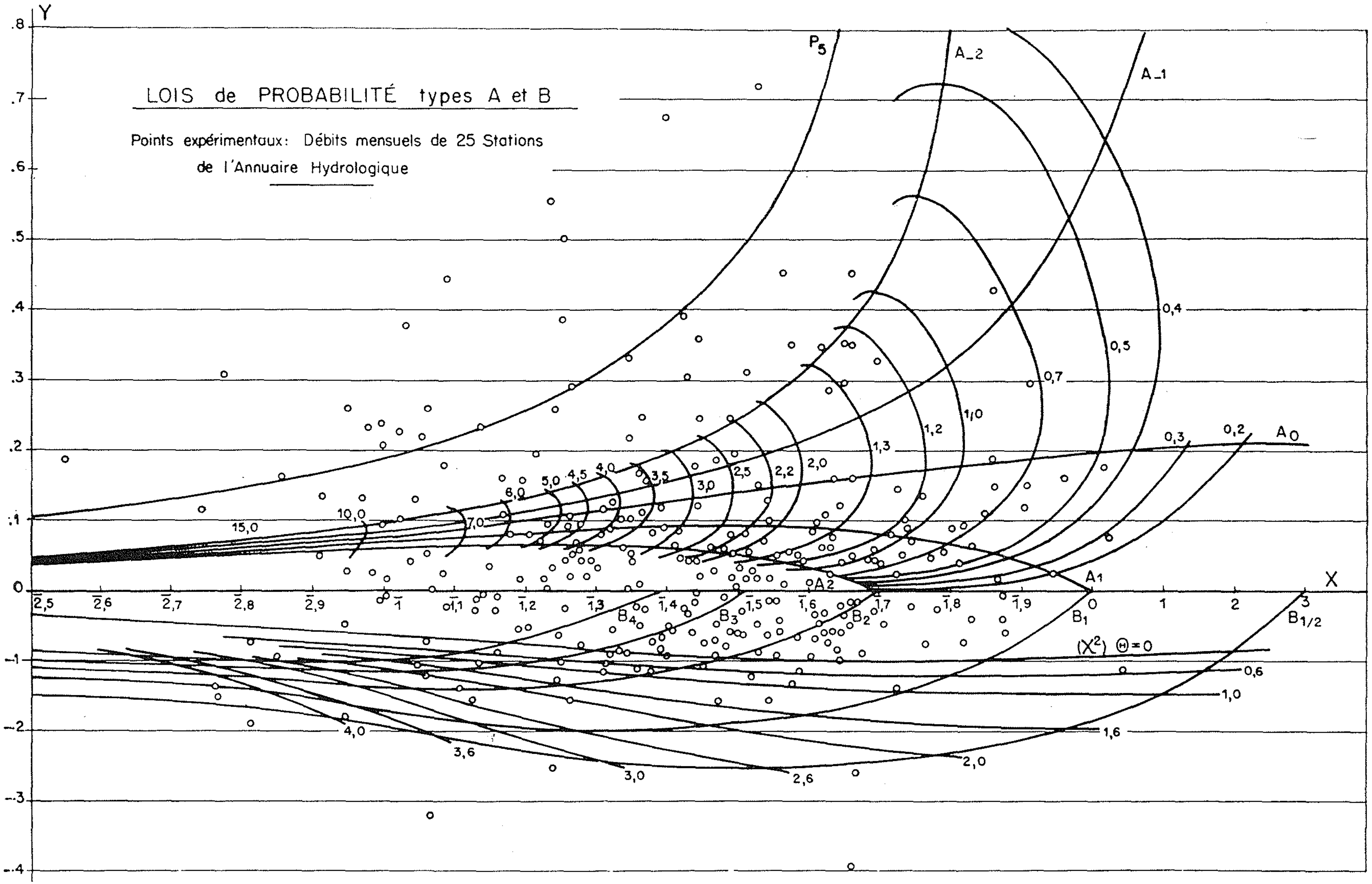
LOIS de PROBABILITÉ types A et B
Points expérimentaux: Débits mensuels de 25 Stations
de l'Annuaire Hydrologique
Y
X
P5
A_2
A_1
A0
A1
A2
B1
B2
B3
B4
B1/2
(X²) Θ=0

Fig. 1

nous ferons encore une critique : cette loi comporte une borne inférieure x_0 que l'on ne prend pas nulle. L'existence de cet x_0 peut se discuter au point de vue physique, mais en tout cas son introduction dans la loi de Galton donne une trop grande variabilité aux petites probabilités.

Dans un article déjà ancien, M. SLADE a introduit une fonction qui, non seulement possède une borne inférieure, mais aussi une borne supérieure. Cette notion est très admissible en ce qui concerne les débits ; mais là encore, pour éviter de grosses difficultés, il faudrait calculer cette borne au moyen de données physiques et non pas statistiques. Nous nous sommes donc bornés à des lois variant de 0 à ∞. Ceci ne peut d'ailleurs pas entacher gravement les résultats au cas où il y aurait par exemple une borne inférieure positive ; il suffit en effet d'avoir à l'origine un contact d'ordre assez grand pour éviter toute difficulté.

Les lois que nous avons utilisées sont les suivantes :

— lois du type A :

$$\frac{\mu^{\gamma}}{2K_{\gamma}(\alpha)} e^{-\frac{\alpha}{2}\left(\frac{x}{\mu}+\frac{\mu}{x}\right)} x^{\gamma-1} dx$$

— lois du type B :

$$\frac{1}{B(\alpha,\beta,\gamma)} e^{-\alpha\frac{x^2}{2}-\beta x} x^{\gamma-1} dx$$

L'ajustement peut se faire au moyen de valeurs largement utilisées en statistique : moyenne m, écart type σ, moyenne géométrique g.

Si nous prenons la moyenne comme paramètre d'homogénéité, la forme de la loi sera déterminée par les valeurs $CV = \frac{\sigma}{m}$ et $\lambda = \frac{m}{g}$.

c) Etude des lois ajustées.

Portons en abscisses λ et en ordonnées CV, chacune des lois A et B se représente par une courbe et il suffira de porter les points expérimentaux correspondants pour choisir la loi à conserver.

Des graphiques avec λ et CV comme coordonnées seraient peu commodes ; nous avons utilisé un autre système dérivé de celui-ci :

$$X = \log_{10} a$$

$$Y = \frac{c-a}{a^{3/2}} \times 0{,}376$$

où a est le $(CV)^2$ d'une loi III de PEARSON (P_3)

$$\frac{\alpha^{\gamma}}{\Gamma(\gamma)} e^{-\alpha x} x^{\gamma-1} dx$$

ajustée par $\frac{m}{g}$ et c le $(CV)^2$ expérimental trouvé. Ces deux variables sont à peu près indépendantes et leur écart-type est voisin de $0{,}434\sqrt{\frac{2}{n}}$ où n est le nombre de points de l'échantillon.

Si l'on se reporte au graphique (fig. 1), pour presque toutes les stations nous avons 25 points, soit un écart-type de 0,125. On peut donc, sans craindre d'erreur appréciable, admettre que le point vrai provenant d'un point expérimental se trouve dans un rayon de 30 mm. autour du point trouvé.

Ceci montre en particulier que nous n'avons aucune possibilité de choisir au vu d'un seul échantillon entre deux lois aussi voisines que la loi de Galton et la loi Harmonique. Par contre, si les rivières que nous étudions se trouvent suivre les mêmes lois, les points correspondants se placeront approximativement dans un tel cercle. Si les lois varient, mais tout en restant représentables par une famille à deux paramètres, les points formeront une bande, un nuage allongé. Sur le graphique sont portés tous les points expérimentaux obtenus pour toutes les régions. De ceci, on ne peut tirer aucun enseignement précis, sinon que les rivières ne suivent pas toutes la même loi.

Par contre, **si nous décomposons ces points par région et par saison, on s'aperçoit que le Massif Central en particulier forme un groupe assez homogène, et que les points décrivent un cycle lorsque l'on parcourt l'année.** On peut admettre qu'en hiver les points sont voisins de la loi P_3 et en été de la loi harmonique A_0. Certaines aberrations vont très loin, mais il est difficile de savoir si elles ne sont pas dues à des erreurs de mesure sur les faibles débits d'été.

Les Alpes et les Pyrénées présentent des caractères analogues quoique beaucoup moins nets, les points étant beaucoup plus dispersés.

Pour des régions assez homogènes comme le Massif Central, les points étant extrêmement groupés, on entrevoit la possibilité d'utiliser ces résultats pour l'ajustement des rivières non encore étudiées.

Si μ est la moyenne du paramètre X pour la région, et X la valeur trouvée expérimentalement pour la station, on prendra :

$$\hat{X} = \frac{\alpha\mu+\beta X}{\alpha+\beta}$$

Si l'on admet une corrélation ρ entre les X_i

des différentes rivières de la région, on peut prendre :

$$\beta = \frac{S^2}{1-\rho} - \sigma^2 \qquad \alpha = \sigma^2$$

où S^2 est la variance expérimentale pour la région et $\sigma = 0{,}434 \sqrt{\frac{2}{n}}$.

d) Débits journaliers.

Nous en resterons là pour les débits mensuels. En ce qui concerne les débits journaliers, nous n'avons fait de calculs que pour Argentat sur la période allant de 1918 à 1945. Le même phénomène de cycle annuel se retrouve, avec une grande netteté d'ailleurs. On peut remarquer que ces lois sont plus voisines de la loi harmonique que les lois mensuelles. A titre documentaire, nous avons porté sur le graphique 2 les débits de janvier d'Argentat suivant la méthode bien connue. En ponctué, on a porté la loi A_0 correspondante, et en tirets la loi de Galton non décalée. Un graphique analogue a été dressé pour juillet (fig. 3).

Ces graphiques sont surtout destinés à montrer la différence entre nos lois et la loi de Galton. On peut remarquer que l'ajustement n'est pas parfait. Cependant, si l'on essaie de tracer des bandes de confiance autour de la loi expérimentale, on s'aperçoit que les déviations, pour être significatives, doivent être assez grandes (plus de 7 mm). Ceci s'explique aisément si l'on considère que les quelque 12 points les plus bas par exemple proviennent seulement de deux années. Ils représentent donc, en fait, non pas 12 points indépendants, mais plutôt deux.

Pour le mois de juillet, nous avons porté sur le graphique 3 les lois A_{-2} et P_5 à titre de comparaison avec la loi de Galton. La figure 4 montre ce qui se passe lorsque la borne inférieure de la loi n'est pas prise égale à zéro. Ici nous avons pris 1 litre/sec./km² comme borne. La courbe expérimentale se trouve un peu redressée, mais qui peut prétendre que le

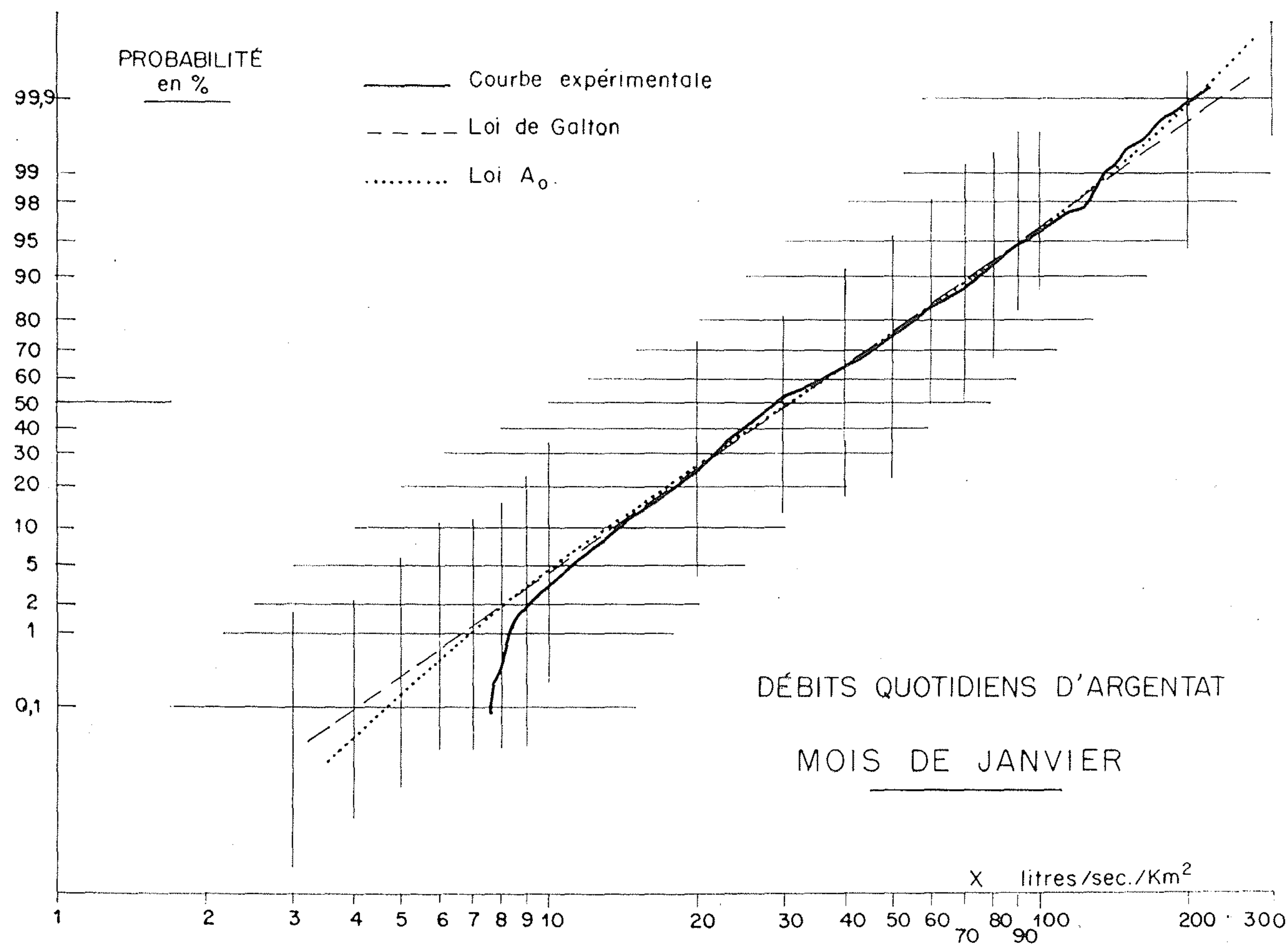

Fig. 2

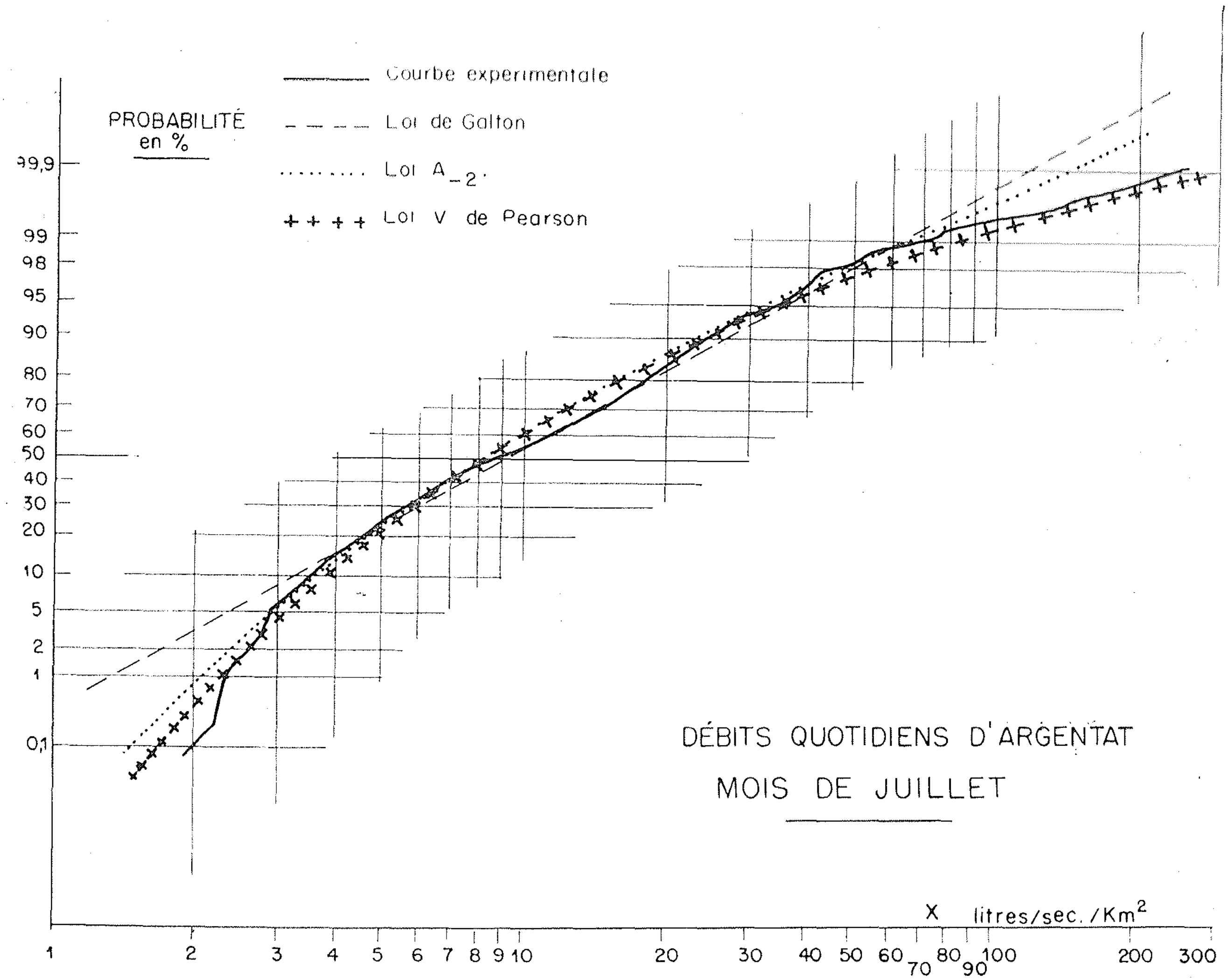

Fig. 3

débit de la Dordogne ne descendra jamais au-dessous de 1 litre/sec./km²? (1).

II. — RECHERCHES THEORIQUES.

Maintenant nous voudrions dire un mot des études théoriques que nous avons faites sur la question. Si l'on désigne les pluies par y (t), le débit résultant peut s'écrire :

$$x\ (t) = \Omega\ [y\ \tau]$$

où Ω est un certain opérateur dépendant évidemment des caractères topographiques du bassin, de la température, etc. Nous avons supposé Ω linéaire, ce qui, nous l'avons vérifié, est acceptable à 5 % près à l'échelle du mois. Dans ces conditions, nous pouvons calculer les lois de probabilité de x connaissant celles de y. Nous avons d'ailleurs obtenu ces lois sous forme de fonction caractéristique, ce qui à certains points de vue est peu maniable, mais on peut en tirer certains renseignements.

Tout d'abord, avec des hypothèses convenables, ces lois ont une forme tout à fait analogue à celle des lois A et B utilisées plus haut ; elles se trouvent au centre du graphique, vers la loi P_3. Qui plus est, on peut déduire de ces formules que lorsque la période varie, c'est-à-dire passe par exemple du jour à la semaine, au mois, au bimestre, etc., les points doivent descendre vers la partie inférieure gauche du graphique. Ce que l'on vérifie immédiatement au point de vue expérimental.

Au lieu d'employer la loi de Galton, dont la justification par l'effet proportionnel est ici bien précaire, on pourrait songer à utiliser ces lois théoriques. Malheureusement elles sont d'aspect analytique compliqué. De plus, si l'on

(1) On nous signale que pendant le mois d'Août 1949, le débit de la Dordogne à Argentat est effectivement descendu au-dessous de 1 litre/sec./km².

veut laisser intacte leur propriété essentielle — se conserver par addition — il n'est pas possible de modifier de façon simple cette forme analytique.

RESULTATS RELATIFS AUX CORRELATIONS

Un autre résultat, intéressant à notre avis, est le suivant : Supposons que nous connaissions les pluies du mois de Décembre et des 5 ou 6 mois précédents, que peut-on dire des débits de Décembre ? Il résulte des calculs que nous avons effectués que, dans la région du Massif Central, il n'est pas possible d'obtenir une corrélation supérieure à 0,88 ou 0,90. Nous avons, peut-être un peu imprudemment, rapproché ce chiffre de celui que l'on trouve expérimentalement pour l'hiver sur la Dordogne : 0,87.

Cette limitation de la corrélation provient de la répartition aléatoire de la pluie à l'intérieur du mois.

En été, la corrélation expérimentale tombe bien au-dessous de ce chiffre, puisque pour la Dordogne on trouve environ R = 0,77. Cette réduction est due naturellement à l'évaporation et aux phénomènes connexes. Nous avons essayé d'augmenter ce coefficient en faisant intervenir les températures comme indice d'évaporation.

On peut remarquer qu'une variation de température d'une vingtaine de degrés entre l'hiver et l'été fait passer le déficit d'écoulement de 0 à 75 mm. environ ; l'écart-type de la température d'un mois étant voisin de 1 degré, ceci expliquerait un écart-type de 4 mm. environ, alors que l'écart type résiduel est d'environ 11 mm. Ceci ferait passer le coefficient de corrélation de 0,77 à 0,85, valeur très acceptable. Malheureusement, soit que les chiffres en notre possession fussent trop erronés, soit qu'effectivement on ne puisse trouver une telle relation, nous n'avons pu augmenter notablement la corrélation. D'autres phénomènes très importants entrent en jeu en été : on peut citer en particulier la concentration de la pluie dans

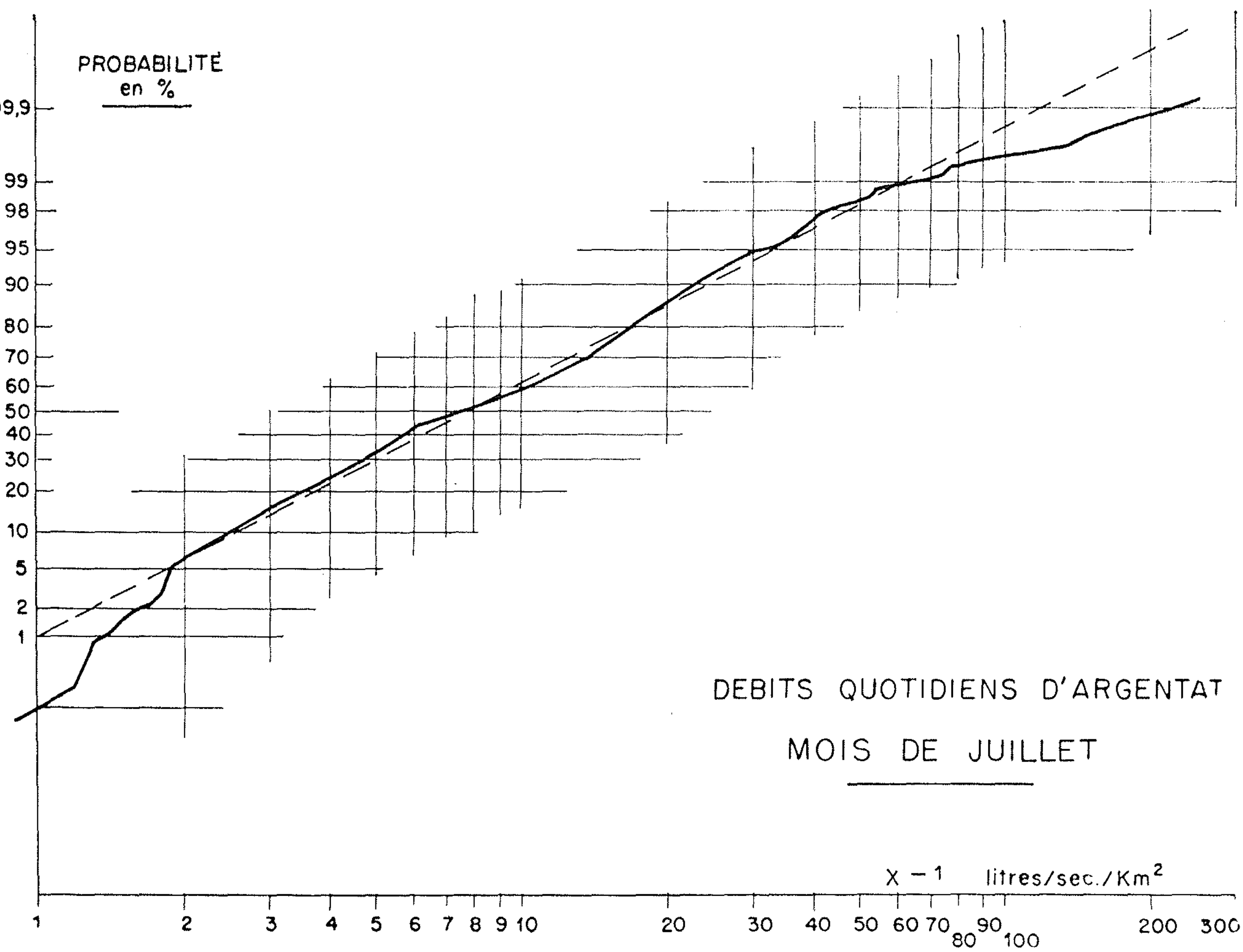

Fig. 4

le temps, d'où dépendent infiltration, évaporation, vitesse d'écoulement, etc.

Ceci nous mène, en guise de conclusion, à dire dans quels sens on peut prolonger ces études. D'une part, d'autres lois que les lois mensuelles appellent notre attention, en particulier les lois des crues et des courbes de débits classés, dont l'utilité semble évidente. D'autre part, comme nous venons de le dire, il nous faudra faire un effort pour nous rapprocher le plus possible de ce qui se passe en réalité.

Ceci se fera en appliquant les méthodes statistiques employées pour notre travail aux résultats d'observations plus précises faites sur un bassin expérimental.

DISCUSSION

M. le Président de MARTONNE félicite M. LE CAM et ouvre la discussion.

M. PARDE prend plaisir à s'associer aux éloges faits par M. de MARTONNE à M. LE CAM. L'étude de celui-ci a demandé un travail énorme. M. PARDE estime que trop souvent, les auteurs qui, précédemment, ont essayé de représenter la distribution des débits dans le temps et les relations de ces débits avec leurs facteurs géophysiques, ont eu tendance à attribuer une portée universelle à leurs formules dès qu'ils en avaient trouvé la vérification par quelques exemples. Or, avant d'acquérir cette confiance, il eût fallu, selon l'opinion de M. PARDE, chercher la confirmation dans des dizaines ou plutôt des centaines de cas aussi variés que possible, et l'on eût assez vite reconnu que la complexité extrême des causes rend très difficile l'établissement de formules très précises et valables toujours et partout.

M. PARDE se réjouit de constater que M. LE CAM a perçu avec une très grande sagacité les nombreuses causes d'erreurs ou d'incertitudes qui influent sur la contexture des formules, sur leurs paramètres, et peuvent rendre plus ou moins aléatoires les extrapolations. L'application des mathématiques à l'étude des faits hydrologiques, ainsi conçue et conduite avec cette pénétration et cette prudence, ne peut qu'aboutir à des résultats de haute valeur.

M. PARDE croit cependant devoir observer qu'il faut rendre pleine justice à certains chercheurs précédents, dont les formules, bien que non vérifiées exactement dans tous les cas par la suite, contenaient une forte part de vérité permettant de très bonnes approximations dans un champ déjà étendu, pour beaucoup de rivières, ont eu le mérite de faire réfléchir, et en somme ont rendu de grands services. Il songe surtout, en présentant cette remarque, aux formules successives élaborées par l'éminent A. COUTAGNE, pour exprimer les fréquences cumulées des débits. Puis à l'idée très féconde exposée brillamment par R. GIBRAT, dans des articles mémorables, que la répartition des débits dans le temps devait obéir aux lois du calcul des probabilités, selon les distributions de GAUSS ou de GALTON.

L'auteur est particulièrement reconnaissant à M. PARDE de son approbation. L'utilisation des mathématiques dans un domaine nouveau suscite toujours quelques critiques. Il est habituel de passer outre, mais on ne peut que souscrire aux conseils de prudence de M. PARDE.

M. LE CAM précise qu'il n'a pas eu l'intention de minimiser la valeur des travaux de MM. COUTAGNE et GIBRAT. Il pense seulement que la justification de la loi de GALTON par la loi de « l'effet proportionnel » n'est guère admissible ici.

A son avis, cette loi n'est ni plus ni moins acceptable que beaucoup d'autres et ne doit pas être employée exclusivement.

M. HUPNER pose au conférencier les deux questions suivantes :

1° La question des périodes météorologiques parait être l'objet d'une faveur nouvelle à la suite des travaux de M. Charles ABOTT. Ce savant américain aurait obtenu des résultats très intéressants dans la prévision, à longue échéance, des variations de la constante solaire. Si le succès de cette nouvelle méthode se confirme, la prévision ne pourrait-elle s'étendre à celle des périodes de fortes précipitations qui intéressent spécialement les hydro-électriciens ?

2° La production de l'énergie hydraulique en France dans le Massif Central a été constamment déficitaire depuis l'hiver 1941-1942. En supposant que les méthodes statistiques exposées par M. LE CAM aient été appliquées à tous les documents connus en 1940, la suite d'années défavorables qui se sont présentées depuis lors était-elle contraire aux prévisions possibles ?

En ce qui concerne les travaux de M. ABOTT, M. LE CAM pense que leur base physique est insuffisante. Il est possible qu'ils mènent à des prévisions météorologiques, d'ailleurs de nature assez particulière, mais ces prévisions ne seront pas expliquées.

A la deuxième question de M. HUPNER, M. LE CAM répond que les données hydrologiques sur le Massif Central, qui remontent en général à 1918-19, sont insuffisantes pour donner des idées précises sur les observations de ces dernières années. Cependant les paramètres utilisés ne varient pas sensiblement, si l'on se borne aux années 1919-1942 ou si l'on introduit les dernières années. On peut dire d'autre part qu'il n'existait pas de moyen de **prévoir** la sécheresse des années en question, mais que, quoique ce soit un phénomène exceptionnel, nos calculs en indiquent la possibilité.

M. SERPAUD, sans mettre en doute l'intérêt des questions de corrélation pour la prévision des chutes de pluie, pense que certaines méthodes de prévision des crues ont un plus grand intérêt encore. La méthode de M. BERKALOFF, chef du B.I.R.H. Tunisien, est très intéressante. Sur un graphique, de petits vecteurs représentent les différents facteurs hydrologiques et tendent vers une courbe-enveloppe, déduite des statistiques. On peut ainsi savoir quelle est la pluie qui déclenchera une crue notable. Les prévisions météorologiques donnent de bonnes indications dans ce sens.

M. LE CAM, approuvé par M. PARDE, remarque que les nombreuses méthodes de ce genre, dont celle de l' « Unit Hydrograph », qui lui paraît la meilleure, permettent seulement de prévoir le débit résultant d'une pluie déterminée, mais non de savoir si la pluie et par suite le débit se produiront.

M. FERRY intervient pour demander à M. LE CAM quelques précisions complémentaires sur certains points de détail :

1° Sur le graphique n° 1 de M. LE CAM, la loi III de PEARSON est représentée par l'axe des abscisses. Mais en raison de la dispersion des points expérimentaux, même si la loi III de PEARSON était effectivement suivie par toutes les distributions de débits, on devrait s'attendre à trouver un nuage de points très fortement étalé autour de l'axe des abscisses. Le nuage effectivement trouvé déborde-t-il tellement ce nuage attendu ? Ne peut-on au moins admettre qu'une grande majorité des points peut être considérée comme dérivant d'une telle loi ?

2° M. LE CAM a systématiquement employé, pour l'ajustement des lois de distribution choisies, les paramètres suivants : la moyenne arithmétique, la moyenne géométrique et l'écart-type. Ces paramètres expérimentaux sont-ils bien, dans le cas présent, ceux qui sont théoriquement les meilleurs, en utilisant entièrement toute l'information dont on dispose ?

3° M. LE CAM a fait remarquer tout l'intérêt, pour la prévision des débits, d'établir la corrélation entre le débit d'une période et les précipitations d'une période antérieure. Mais, dans les exemples qu'il cite, les précipitations prises en considération comprennent celles qui sont tombées pendant la période afférente au débit considéré. S'il s'agit de prévision, il faut évidemment supposer inconnues les précipitations de la période relative au débit moyen dont on veut connaître les variations aléatoires possibles, et considérer exclusivement des précipitations antérieures à l'origine de cette période. Que deviennent alors les coefficients de corrélation entre précipitations et écoulements ? D'autre part, quelle est la période de précipitation qui donne la meilleure corrélation lorsque la période d'écoulement considérée diminue et devient, par exemple, la semaine ?

M. LE CAM pense que la dispersion des points expérimentaux est assez grande pour permettre de conclure à une variation de la loi du débit. D'autant plus que le rayon de 3 cm. indiqué par l'auteur est relatif à des points issus de tirages indépendants, ce qui n'est pas le cas ici et réduirait ce rayon de 3 cm. à 2 ou 2,4. D'ailleurs les moyennes par région des paramètres X et Y varient de façon très significative au cours de l'année.

En ce qui concerne la valeur des paramètres d'ajustement, l'auteur fait remarquer que les paramètres exhaustifs seront différents pour le type A et le type B ; on ne pouvait songer à utiliser deux systèmes différents. Si l'on a choisi les paramètres exhaustifs du type B, cela tient à diverses raisons :

1° Ils représentent des grandeurs statistiques très maniables et très connues.

2° Ils sont beaucoup moins influencés par les erreurs de mesures sur les petits débits que les moyennes harmoniques du type A.

3° Il n'y a lieu de considérer les paramètres exhaustifs comme les meilleurs que si l'on est certain que la loi vraie a effectivement la forme analytique employée. Or ici nous n'avons aucune raison, bien au contraire, de penser qu'il en est ainsi.

Les études de corrélation de l'auteur n'avaient pas été faites à des fins de prévision. Pour celles-ci, en utilisant seulement les pluies mensuelles, on obtient des corrélations de l'ordre de 60 ou 70. On n'améliore pas sensiblement les résultats en introduisant parallèlement les débits précédents. Si l'on veut se borner à une seule variable, il est indiqué de se servir de la pluie du mois précédant celui où l'on veut faire la prévision.

M. BOYER signale que le cycle de BRUCKNER, mis en doute au début de la séance, semble, tout de même, quelquefois vérifié. Dans la mise au point de l'essai de Monographie Hydrologique du Bassin de la Maronne, de M. REMENIERAS, pour la période totale 1918-1945 considérée, il a relevé les nombres suivants qui semblent correspondre au cycle en question (période de 30 à 35 ans, dont 15 à 17 années chaudes, avec un minimum vers 1925) :

	Litres/Sec. par Km²
— Moyenne générale des modules des années 1918-1945	31,9
— Moyenne des modules des années sèches 1918 à 1925 et 1942 à 1945	29,6
— Moyenne des modules des années humides 1926 à 1941	33,7

M. LE CAM précise qu'il a simplement dit que ses études ne lui permettaient pas d'affirmer l'existence du cycle de BRUCKNER (ni d'ailleurs son inexistence). En tout état de cause, ce cycle ne peut être considéré comme ayant une période permanente.

A toutes fins utiles, M. MEYER-PETER attire l'attention sur l'étude de M. Max ŒSTERHAUS, chef de Section du Service Fédéral des Eaux à Berne, sur les débits du Rhin à Bâle : M. ŒSTERHAUS a essayé de décomposer l'allure du débit annuel moyen, observée pendant plus de 100 ans, en courbes sinusoïdales de différentes périodes et amplitudes, au moyen de séries de FOURIER. A part la périodicité de 120 ans, il a trouvé 6 périodicités plus longues que 4 ans, dont celle de 30 ans fut reconnue être celle de BRUCKNER, tandis que celle de 12 ans présente une analogie avec celle des taches solaires, mais avec un déphasage assez accentué. Toutes les méthodes connues pour vérifier l'existence (la réalité) et la persistance de ces périodicités ont été utilisées. Quelques-unes changent d'amplitude et de phase, ce qui rend très difficile la prévision. La probabilité que l'écart entre le débit moyen annuel réel et calculé au moyen des séries de FOURIER dépasse 150 m3/sec. est de 0,19, le débit moyen étant de 1.000 m3/sec.

M. MEYER-PETER ajoute que l'étude a pu se baser sur des observations depuis 1808, cependant ces observations n'ont pas toutes la même valeur : cela tient aux moyens un peu primitifs dont on disposait au début. De plus, le lit du Rhin, qui était à l'état d'érosion jusqu'au moment où la Barre d'Istein a fait son apparition, s'est abaissé d'environ 1 mètre en 100 ans, ce qui a nécessité des corrections successives des courbes du débit en fonction des hauteurs limnimétriques.

M. LE CAM signale que le mémoire de M. ŒSTERHAUS comporte des inexactitudes du point de vue statistique. D'ailleurs les méthodes employées ignorent les travaux anglo-saxons publiés pendant la guerre. La méthode à adopter serait celle de LABROUSTE (employée par M. FROLOW) ou celle du corrélogramme des Anglais. Cependant ces méthodes indiquent les périodes si elles existent, mais lorsqu'elles en indiquent, elles ne résolvent pas la question de leur existence réelle.

M. LECOUTEUX demande à M. LE CAM quel crédit il attache à l'article paru dans le Bulletin américain de Météorologie et intitulé « Le cycle de 22 ans des pluies solaires en Oklahoma et au Kansas », cycle dont le coefficient de corrélation serait de 0,85.

M. LE CAM répond que le résultat en question provient d'une sélection douteuse des données. Un calcul fait de façon convenable indique seulement un coefficient de corrélation de l'ordre de 0,10, analogue aux coefficients trouvés par l'auteur.

M. le Président conclut en notant l'intérêt de la question qui, malgré son caractère mathématique subtil, a donné lieu à une discussion très animée.