ÉTUDE DU DIAMÈTRE ÉCONOMIQUE DES CONDUITES

THE ECONOMIC SIZE OF PIPES

Ch. DUBIN

Ingénieur des Arts et Manufactures

English synopsis p. 226

Le problème de la détermination du diamètre économique des conduites d'eau a été abordé dans de nombreux traités d'hydraulique, mais, à notre connaissance, toujours d'une manière théorique et générale, donc incomplète.

Posons d'abord le problème.

Une agglomération a besoin d'un débit de Q m³ par jour. Sachant que la cote moyenne nécessaire du réservoir destiné à alimenter cette agglomération est de H mètres au-dessus de la cote du plan d'eau de la bâche d'aspiration de l'usine et que la distance usine-réservoir est de L mètres, on a deux inconnues : la puissance N en CV de la machinerie de l'usine et le diamètre D de la conduite de refoulement. Si on augmente D, on diminue la perte de charge h correspondant au débit Q, par conséquent on diminue la puissance nécessaire de la machine et la dépense d'énergie, mais on augmente les frais d'établissement de la canalisation. On conçoit donc que l'on puisse trouver un diamètre D, dit économique, pour lequel la dépense totale de l'installation (énergie, amortissement, entretien) soit minimum.

Pour ne pas donner à cette étude une ampleur exagérée, nous ne considérerons que le cas où l'énergie employée est l'énergie électrique. Les conclusions resteront valables avec quelques modifications, lorsqu'il s'agira d'autres sources d'énergie.

Problème élémentaire.

Dans tout ce qui suit, nous désignerons par :

Q le débit total en m³/jour nécessaire à l'alimentation étudiée ;

q le débit instantané en m³/seconde ;

D le diamètre de la conduite en mètres ;

H la hauteur moyenne entre le plan d'eau à l'usine et le niveau du réservoir d'extrémité en mètres ;

h la perte de charge en mètres ;

L la distance usine-réservoir en mètres ;

N la puissance du moteur en CV ;

r le rendement du groupe élévatoire ;

k le prix du kilowatt-heure.

Comme nous l'avons dit plus haut, la solution du problème consiste à rendre minimum la somme des deux catégories de dépenses :

1° dépenses afférentes à la canalisation ;

2° dépenses d'énergie pour l'élévation de l'eau.

Dépenses afférentes à la canalisation.

Les dépenses relatives à la canalisation se divisent en deux :

1° Entretien (évalué annuellement à e % de la valeur de la canalisation neuve) ;

2° Financement.

Les frais de financement comprennent :

a) l'intérêt payé pour le capital emprunté pour la construction de la conduite évalué à i % ;

b) l'amortissement industriel (ou renouvellement) qui est réparti sur un nombre d'années n_2.

Ces trois dépenses se totalisent pour donner un taux fictif

$$t = (e + i + \frac{1}{n_2})$$

Il est à remarquer que dans ce facteur t entrent trois facteurs que les dévaluations successives de la monnaie rendent de natures essentiellement différentes.

L'intérêt i est une valeur papier : alors que, à l'instant où la canalisation est posée, il est la partie prépondérante (les deux autres facteurs n'atteignent pas ensemble 2 %), les dévaluations le font tendre vers 0, tandis que les deux autres taux $\frac{1}{n_2}$ et e doivent être considérés comme des valeurs or.

Si pour des calculs effectués en 1914, un exploitant avait écrit $i = 0$, il aurait peut-être été considéré comme un fou, mais il aurait été plus près de la vérité que celui qui aurait tenu compte d'un intérêt de 5 ou 6 %.

Ceci posé, nous désignerons par :

f (D) le prix de base du mètre linéaire (fourniture, pose, terrassement) en fonction du diamètre ;

et par :

d un coefficient que nous appellerons coefficient de difficulté qui résulte du fait suivant :

f (D) est le prix de base de un mètre linéaire de canalisation courante, à profondeur normale. En réalité, le prix total de la canalisation sera plus élevé que celui qui serait obtenu en multipliant le prix de base par la longueur totale.

En effet, à cette dépense s'ajouteront des suppléments prévus ou imprévus, tels que :

1° Pièces spéciales (coudes, vannes, clapets) et leurs massifs ;

2° Surprofondeurs de tranchée ;

3° Epuisements pour fouilles en terrains aquifères ;

4° Majoration pour emploi, sur une certaine longueur, de conduites renforcées ;

5° Variations des prix en période d'instabilité provenant du jeu des formules de révision pendant l'exécution des travaux.

Une partie de ces dépenses ne pouvant être déterminée à l'avance, on en déduit que, si le prix de base peut être fixé exactement, le coefficient de difficulté d ne peut l'être que très approximativement. On trouvera en annexe (n° 1) une étude sur la détermination de d qui peut varier de 1,30 à 2,10 avec une valeur moyenne de 1,50.

La dépense annuelle afférente à la canalisation sera donc :

$$d_1 = L \times f(D) \times d \times \left(e + i + \frac{1}{n_2}\right)$$
$$= L \times f(D) \times d \times t$$

Détermination de f (D).

Il ne saurait être question de donner une fonction f (D) valable en tous temps et en tous lieux puisque certains facteurs locaux (distance de transport, marchés particuliers) influent sur les prix. Toutefois, le prix f (D) du mètre linéaire de canalisation, en fonction du diamètre, est un élément que doit connaître a priori celui qui désire calculer l'économie de son projet et il lui sera facile de fixer la valeur de f (D) pour les diamètres qui l'intéressent.

Nous ajouterons seulement que la formule de BRESSE, bien connue de tous les distributeurs d'eau, a été établie, en ce qui concerne f (D), sur des bases fausses.

BRESSE admet, en effet, que le prix de revient du mètre linéaire de canalisation est proportionnel au diamètre :

$$P = f(D) = K\,D$$

Or, si l'on consulte n'importe quel catalogue de fabricant de tuyaux, on s'aperçoit que le poids du mètre linéaire augmente plus vite que le diamètre.

La formule ci-dessus est par conséquent erronée.

D'ailleurs, la question est sans importance pour la méthode de calcul que nous allons proposer, car il n'est pas nécessaire de connaître exactement une fonction f (D) qui suivra plus ou moins approximativement les prix réels, mais de connaître la valeur de f (D) pour les différents diamètres standard.

Frais d'entretien.

Ce coefficient est assez difficile à fixer et dépendra du bail d'entretien et de la valeur globale des conduites à entretenir.

A titre d'exemple, la somme versée en 1945 pour l'entretien du réseau de la banlieue de Paris correspondait à 0,5 % de la valeur de ce réseau.

Si on prend $n_2 = 80$ durée moyenne de la vie d'une canalisation

$$\frac{1}{n_2} + e \text{ sera égal à } 1{,}75\ \%$$

Dépense d'énergie.

Elle dépend de la puissance nécessaire pour refouler à la hauteur H + h le débit donné.

Cette puissance est liée au débit par la relation :

$$N = \frac{1.000\ q\ (H + h)}{75\ r}$$

h est lui-même lié à q par la relation :

$$h = L\,c\,q^2$$

c étant un coefficient qui, dans la plupart des nombreuses formules proposées, ne dépend que du diamètre et de la rugosité (1). Par suite

$$N = \frac{1.000\,q}{75\ r}\,(H + L\,c\,q^2)$$

Nous voyons tout de suite que cette puissance N peut se scinder en deux :

1° $N_1 = \frac{1.000\,q}{75\ r}\,H$, puissance nécessaire pour monter l'eau à la « hauteur géométrique ». Indépendante de D, cette puissance est imposée et on ne peut faire aucune économie sur la dépense de courant qu'elle entraîne.

2° $N_2 = \frac{1.000\,q}{75\ r}\,L\,c\,q^2$.

C'est la puissance correspondant à la perte de charge.

C'est cette puissance que l'on peut réduire par augmentation du diamètre.

Il y a lieu d'ajouter à cette dépense le prix d'amortissement du groupe moto-pompe (ou plus exactement de la partie correspondant à la puissance N_2) et les dépenses d'entretien et de personnel.

Nous devons toutefois remarquer :

1° que le prix d'une pompe correspondant à la puissance N_2 ne sera pas sensiblement différent du prix correspondant à la puissance $N_1 + N_2$ (N_2 n'étant jamais qu'une fraction de N_1) ;

2° que pour la même raison les dépenses de personnel et d'entretien seraient sensiblement les mêmes pour un groupe $N_1 + N_2$.

Donc, il suffit de retenir les dépenses correspondant à la puissance supplémentaire N_2 du moteur seul.

On admet couramment que la vie d'un moteur est de 100.000 h.

(1) Nous n'ignorons pas que dans des formules dites modernes le coefficient c ne dépend plus uniquement du diamètre, mais également de la vitesse, et que l'exposant de q varie suivant les auteurs de 1,75 à 2.

Nous n'entendons pas trancher la question : si nous proposons une formule quadratique, c'est que :

1° son application est infiniment plus simple ;

2° la précision en est amplement suffisante pour le problème qui nous occupe ;

3° il n'est pas prouvé, bien au contraire, que ce soit les auteurs proposant des formules où q entre avec un exposant différent de 2 qui aient raison. Les expériences de Nikuradse semblent démontrer que pour les vitesses industrielles — qui sont les seules qui nous intéressent — la loi quadratique est celle qui est le plus près de la vérité.

Nous désignerons par p_1 le prix moyen au CV du moteur dans la zone N_1, $N_1 + N_2$ et par i l'intérêt payé pour le capital que représente le moteur.

La dépense annuelle d'amortissement industriel et d'intérêt pour le moteur est égale à :

$$p_1 \left[\frac{365 \times 24}{100.000} + i\right] = p_1\,(i + 0{,}0876)$$

ce qui donne pour un mètre cube d'eau élevé de un mètre en une seconde une dépense annuelle de :

$$b = \frac{1000}{75r}\left[365 \times 24 \times 0{,}736\,k + p_1\,(i + 0{,}0876)\right]$$

$$= \frac{1}{r}\left[86.000\,k + 13{,}3\,p_1\,(i + 0{,}0876)\right] \quad (1)$$

et finalement la dépense totale pour l'installation sera, par mètre linéaire :

$$(1)\ P = f\,(D)\ d\ t + b\,c\,q^3$$
$$= a + b\,c\,q^3$$

en désignant par a le coût annuel (intérêt et amortissement) du mètre linéaire de canalisation.

DÉTERMINATION DU DIAMÈTRE ÉCONOMIQUE

Les éléments du calcul étant ainsi fixés, il nous reste à déterminer quel sera le diamètre le plus économique pour un débit donné.

La méthode communément admise consiste à dériver l'équation (1) par rapport à D et à égaler cette dérivée à zéro.

On obtient alors une relation entre le diamètre économique et le débit.

Il est évident que l'application de cette formule ne donnera jamais un diamètre correspondant aux diamètres standard. On sera donc conduit à arrondir au diamètre inférieur ou supérieur, sans savoir, sauf par un nouveau calcul, lequel des deux est le plus économique.

La méthode que nous proposons est légèrement différente.

Elle consiste non pas à savoir par exemple que le diamètre le plus économique pour un débit de

(1) La valeur b_2 donnée ci-dessus n'est valable que pour une usine fonctionnant d'une manière continue ; nous donnerons plus loin le calcul de b_2 dans le cas de marche discontinue de l'usine élévatoire.

450 lit./sec. est D = 0,652, mais à calculer entre quelles limites de débit chaque diamètre standard est plus économique.

Nous avons vu plus haut que la dépense P peut se mettre sous la forme :

$$P = a + b\,c\,q^3$$

a et c étant des fonctions du diamètre.

a augmente lorsque D augmente et c diminue avec D.

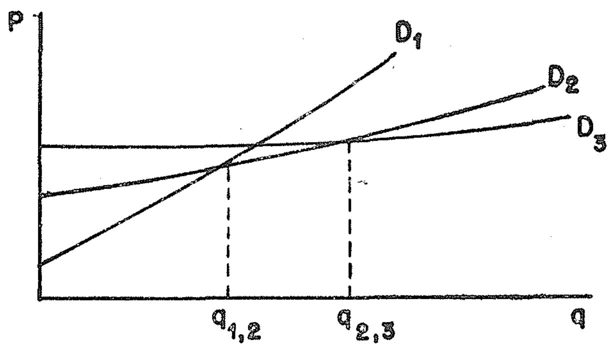


fig. 1

Nous pouvons donc tracer (fig. 1), pour un diamètre donné D_1, la courbe de la dépense en fonction du débit.

Si nous traçons la même courbe pour le diamètre D_2 immédiatement supérieur à D_1, elle coupe la première courbe en un point d'abscisse $q_{1,2}$.

Pour tout débit inférieur à $q_{1,2}$ le diamètre D_1 est plus économique, et pour tout débit supérieur à $q_{1,2}$ le diamètre D_2 est plus économique.

A la limite $q = q_{1,2}$ on peut indifféremment employer l'un ou l'autre des diamètres.

Si nous traçons la courbe correspondant à D_3 immédiatement supérieur à D_2, nous aurons le point $q_{2,3}$ au delà duquel le diamètre D_3 devient plus économique.

On en déduira que l'emploi du diamètre D_2 est justifié entre les limites $q_{1,2}$ et $q_{2,3}$.

Reste à fixer ces limites.

Pour cela, appliquons successivement l'équation :

$$P = a + b\,c\,q^3$$

aux diamètres D_1 et D_2 et égalons ; il vient :

$$a_1 + b\,c_1\,q^3 = a_2 + b\,c_2\,q^3$$

$$\text{donc } q^3 = \frac{1}{c_1 - c_2} \cdot \frac{a_2 - a_1}{b}$$

$$\text{et } \quad q = \left[\frac{1}{c_1 - c_2} \cdot \frac{a_2 - a_1}{b} \right]^{\frac{1}{3}}$$

Telle est l'égalité qui permet de fixer le débit à partir duquel le diamètre D_2 devient plus économique que le diamètre D_1 en fonction :

1° de la différence $a_2 - a_1$ du coût annuel de un mètre de chacune des deux conduites ;

2° de la différence $c_1 - c_2$ des résistances par unité de longueur des deux conduites ;

3° du coût annuel b de 1 m³/sec. élevé de 1 mètre.

Détermination du coefficient c.

Il nous reste à examiner la valeur du coefficient c qui est fonction du diamètre et de la rugosité.

Ce coefficient c peut être appelé résistance par unité de longueur, R = L c étant la résistance d'une conduite.

De nombreuses formules existant, entre lesquelles il nous est difficile de nous prononcer d'après une littérature abondante et souvent contradictoire, nous ferons notre étude d'après la formule de Mougnié :

$$(1) \qquad J\,D^{1,25} = \frac{U^2}{1.000} \quad (1)$$

qui paraît convenir aux tuyaux en service courant dans une région où les eaux sont peu incrustantes.

Si au contraire les eaux sont très incrustantes, la formule ci-dessus serait trop optimiste et le coefficient $\frac{1}{1.000}$ devrait être ramené à $\frac{1}{600}$.

---

(1) On remarquera que cette formule est, au coefficient numérique près, exactement celle de SCOBEY pour les tuyaux en béton armé :

$$J\,D^{1,25} = \left(\frac{U}{34}\right)^2 = \frac{U^2}{1.156}$$

De nombreux auteurs appellent d'ailleurs coefficient de SCOBEY le coefficient $S = \frac{U}{J^{0,5}\,D^{0,625}}$

Nous avons montré, dans la Revue « L'EAU » de février 1948, la concordance remarquable sur une grande étendue de l'échelle des diamètres entre la formule MOUGNIÉ-SCOBEY et la formule de NIKURADSE considérée aujourd'hui comme l'une des plus sérieuses, mais que sa forme logarithmique et la notation dans laquelle elle est écrite rendent peu sympathique au praticien.

La formule (1) transformée en fonction du débit devient :

$$J\,D^{5,25} = \frac{q^2}{616,8}$$

ce qui donne le coefficient c.

$$c = \frac{1}{616,8 \quad D^{5,25}}$$

Le tableau 1 donne pour les diamètres usuels la valeur de c et, pour chaque couple de diamètres voisins, la valeur du coefficient :

$$\left[\frac{1}{c_1 - c_2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

(voir tableau ci-contre)

TABLEAU N° 1

Diamètre	c	$\left(\frac{1}{c_1 - c_2}\right)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{c}}$
100	362.9		0,0525
150	34.3	0.1449	0,171
200	7.57	0.3345	0,363
250	2.347	0.577	0,652
300	0.901	0.886	1,053
350	0.401	1.259	1,580
400	0.199	1.706	2,242
500	0.06168	1.939	4,027
600	0.02369	2.976	6,498
700	0.01055	4.235	9,736
800	0.00523	5.73	13,82
900	0.00282	7.46	18,82
1.000	0.00162	9.42	24,83
1.100	0.00098	11.63	32,—
1.250	0.00050	12.74	44,7

Les valeurs ci-dessus ont été établies pour le coefficient de rugosité 1.000 de la formule de MOUGNIÉ-SCOBEY :

$$D^{1,25}\,J = \frac{U^2}{1.000}$$

Si au lieu de 1.000 on prend un autre coefficient K, il faut corriger les chiffres du tableau précédent :

1° en ce qui concerne la première colonne, en les multipliant par

$$\frac{1.000}{K}$$

2° en ce qui concerne la deuxième colonne, en les multipliant par

$$\left(\frac{K}{1.000}\right)^{\frac{1}{3}}$$

3° en ce qui concerne la troisième colonne, en les multipliant par

$$\left(\frac{K}{1.000}\right)^{\frac{1}{2}}$$

coefficients dont nous donnons les valeurs ci-après :

K	600	700	800	900	1.000	1.100	1.200
$\frac{1.000}{K}$	1,67	1,43	1,25	1,11	1	0,91	0,83
$\left(\frac{K}{1.000}\right)^{\frac{1}{3}}$	0,84	0,89	0,93	0,97	1	1,03	1,06
$\left(\frac{K}{1.000}\right)^{\frac{1}{2}}$	0,77	0,84	0,89	0,95	1	1,05	1,10

A titre d'indication, et bien que la comparaison entre ces deux coefficients dépende de la perte de charge, on peut dire que, en moyenne, le coefficient 1.000 de Mougnié correspond au coefficient de rugosité 120 de Williams et Hazen, le coefficient 600 de Mougnié correspond au coefficient 90 de Williams et Hazen.

Afin de montrer comment s'effectue le calcul, nous allons prendre un exemple précis :
k = prix du Kwh = 5 fr.
P_1 = prix du CV du moteur = 5.000 fr.
r = rendement du groupe élévatoire = 0,65.
i = intérêt dû pour le capital emprunté = 0,05.
nous avons :

$$b = \frac{430.000 + 13{,}3 \,.\, 5.000 \,.\, 0{,}138}{0{,}65} = 675.000.$$

Supposons que, compte tenu du coefficient de difficulté, les prix du mètre linéaire de canalisation soient :

pour du 500 : 5.000 fr.
600 : 6.000 — Différence : 1.000 fr
700 : 7.500 — Différence : 1.500 fr.

avec un taux $t = i + e + \frac{1}{n_2} = 0{,}0675$

on aura pour coût annuel de la différence :

600-500 = 1.000 × 0,0675 = 67,50
700-600 = 1.500 × 0,0675 = 101

ce qui donne :

$$q_{500-600} = 2{,}976 \left[\frac{67{,}50}{675.000}\right]^{\frac{1}{3}} = 0{,}139$$

$$q_{600-700} = 4{,}235 \left[\frac{101}{675.000}\right]^{\frac{1}{3}} = 0{,}224$$

D'où il résulte que le diamètre de 0,600 sera le plus économique pour les conditions données entre 139 lit./sec. et 224 lit./sec.

Nous voyons que le calcul nécessite la détermination de la racine cubique de $\frac{a_2 - a_1}{b}$. Certaines règles à calcul ne comportant pas l'échelle des cubes, nous avons établi l'abaque 1 qui donne directement la quantité $\sqrt[3]{\frac{a_2 - a_1}{b}}$ en fonction de $a_2 - a_1$ et de b.

Ce coefficient, multiplié par le coefficient extrait du tableau 1 correspondant aux deux diamètres voisins en question, donnera le débit limite entre ces deux diamètres.

Usine à marche discontinue.

Le principe du calcul subsiste.

La formule $q_{1,2} = \left[\frac{a_2 - a_1}{c_1 - c_2} \,.\, \frac{1}{b}\right]^{\frac{1}{3}}$

subsiste, à condition de remplacer b, dépense annuelle, par CV absorbé par sa valeur exacte.

En particulier, si l'usine ne marche que 16 h. sur 24 en moyenne, b sera sensiblement les 2/3 de b calculé pour la marche continue et $q_{1,2}$ sera affecté du coefficient.

$$\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = 1{,}14$$

Si l'usine ne fonctionne que 8 h. en moyenne, b sera sensiblement le 1/3 des b calculé pour la marche continue et $q_{1,2}$ sera affecté du coefficient $\sqrt[3]{3} = 1{,}44$.

Enfin, si l'usine fonctionne d'une manière variable donnant un total d'heures annuel T, on aura :

$$b = \left[T \,.\, 0{,}736 \,.\, K + p_1 (i + 0{,}0876)\right] \times \frac{1000}{75 r}$$

Solution graphique du problème.

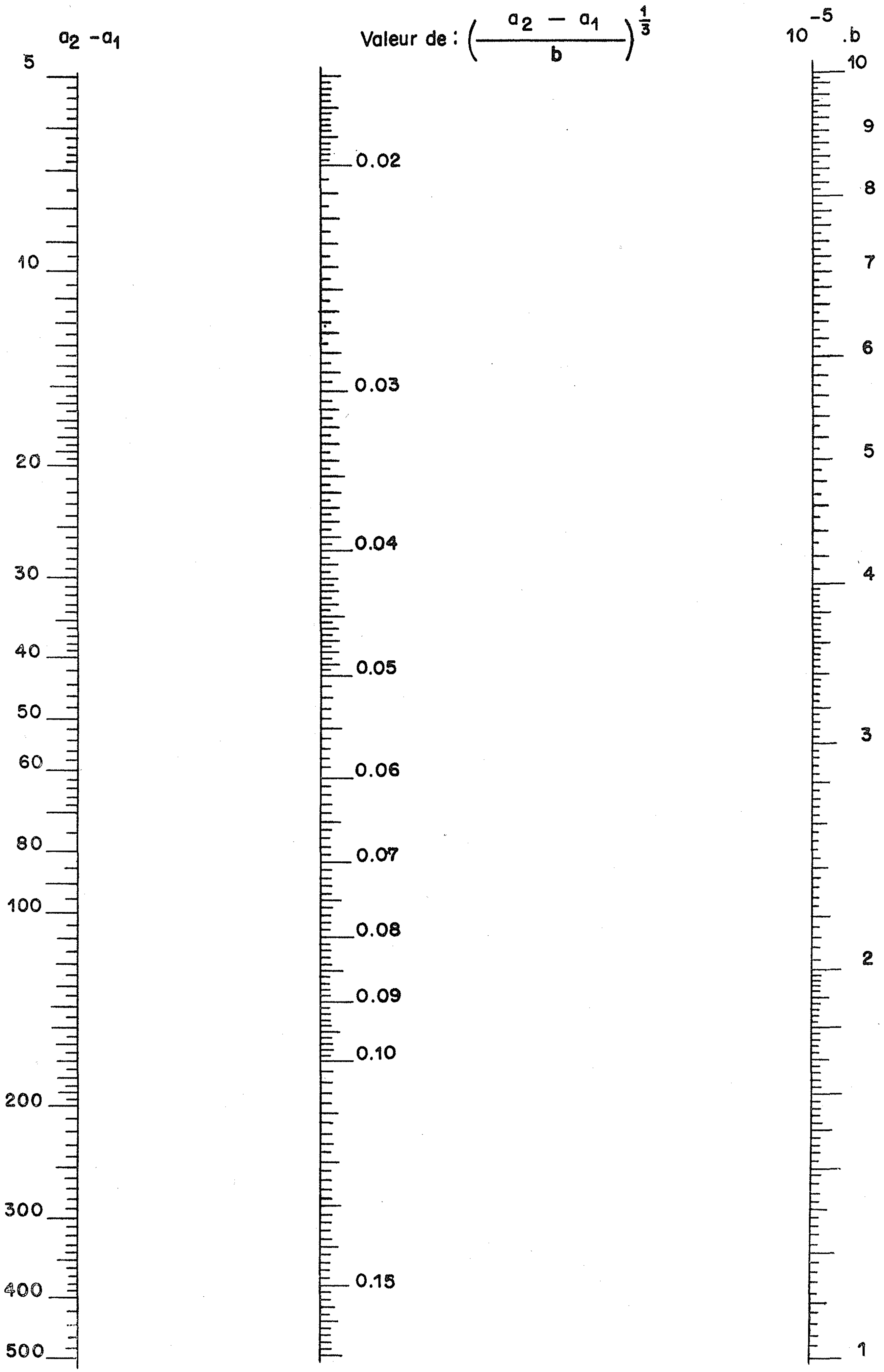
Si nous posons $x = q^3$, les courbes de dépenses annuelles dans un diagramme en P et x deviennent des droites dont il est facile de chercher l'intersection.

Chaque droite est donnée :

1° par son ordonnée à l'origine = a ;

2° par sa pente bc, ou encore par son ordonnée pour une cote ronde de q.

Par exemple : $a + \frac{bc}{8}$ pour $q = 0{,}500$.


Valeur de : $\left(\frac{a_2 - a_1}{b}\right)^{\frac{1}{3}}$
$a_2 - a_1$
5
10
20
30
40
50
60
80
100
200
300
400
500
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10
0.15
$10^{-5}.b$
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Abaque N° 1

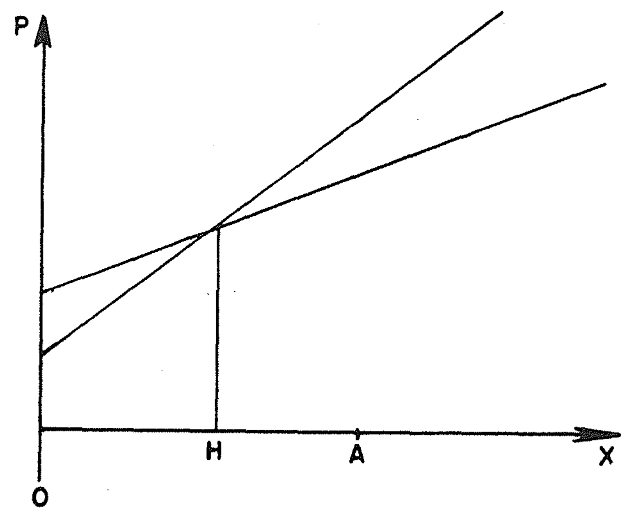


fig. 2

Le point de rencontre des différentes droites donne en abscisse à l'échelle convenable la représentation des différentes limites.

Si OH est l'abscisse d'un de ces points (OA représentant un débit de cote ronde q_0), on aura :

$$q_{1,2} = q_0 \sqrt[3]{\frac{OH}{OA}}$$

Cas où la variation de la cote piézométrique conduit à l'emploi de tuyaux de types différents.

Il se peut que la pression élevée régnant en certains tronçons du tracé conduise à employer sur ces tronçons des tuyaux de type différent.

Par exemple, si la conduite est réalisée en fonte, il peut arriver que la pression justifie sur ces tronçons l'emploi de tuyaux renforcés.

Or, en passant du diamètre D_1 au diamètre D_2, on diminue la perte de charge, on rabaisse donc la ligne piézométrique et on diminue la longueur des tronçons où la pose des tuyaux renforcés s'avère nécessaire.

Le principe de calcul subsiste, mais à condition de remplacer, pour chaque diamètre, le prix a par sa moyenne pondérée :

$$a = \frac{L'a' + L''a''}{L' + L''}$$

L' et a' étant respectivement la longueur et le prix de revient au mètre linéaire des tuyaux standards nécessaires et L'' et a'' les mêmes quantités pour les tuyaux renforcés.

Les limites d'application du diamètre D_1 se trouveront ainsi décalées. Dans les cas pratiques que nous avons rencontrés, ce décalage est en général relativement faible.

Doublement économique d'une conduite.

La dépense annuelle pour un mètre de canalisation est :

$$P = a + b\, c\, q^3$$

Cette dépense peut augmenter pour plusieurs raisons :

1° augmentation de a (manipulations de monnaie, augmentation des frais d'entretien, etc...) ;

2° augmentation de b ;

3° augmentation de c par vieillissement prématuré de la conduite ;

4° augmentation de q par accroissement des besoins de la population desservie.

Pour toutes ces raisons, peut se poser le problème de doublement de la conduite qui doit être encore le plus économique possible.

Supposons, pour ne pas compliquer le problème, que le tracé de la conduite à ajouter ait même longueur que celui de la conduite existante. Les cas de longueurs différentes se traiteront de même avec une formule un peu plus complexe.

La dépense, si l'on double par une conduite de diamètre D_1, sera :

$$P_1 = a + a_1 + b \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{c_1}}\right)^2} q^3 = a + a_1 + b\, c_1'\, q^3$$

On ne changera pas la dépense annuelle, si

$$a + b\, c\, q^3 = a + a_1 + b\, c_1'\, q^3$$

c'est-à-dire si

$$q^3 = \frac{a_1}{b} \cdot \frac{1}{c - c_1'} \qquad (1)$$

c'est-à-dire que, lorsque le débit atteint la valeur q ainsi définie, il devient économique de doubler la conduite par une conduite de diamètre D_1.

Mais une étude plus poussée de la question nous montrera que le débit ainsi défini tend vers l'infini pour les gros diamètres D_1 (ce qui est évident), mais également pour les petits diamètres (ce qui est moins évident).

q présente un minimum : tant que le débit n'atteint pas ce minimum, il est inutile de doubler la conduite (du moins du point de vue économique).

Lorsque cette valeur est atteinte ou dépassée, on a théoriquement deux solutions. Nous allons montrer toutefois, par la méthode graphique, qu'aucune des deux solutions ne convient.

Supposons qu'il s'agisse d'un 0,500 par exemple **(conduite non doublée).**

La courbe de dépense de la conduite non doublée est une droite Δ tracée en trait plein.

L'étude, menée comme il est dit plus haut, nous montre que la valeur minimum de q est donnée par la droite $D_2 = 500$ par exemple correspondant à la canalisation actuelle doublée par un 500 et qui coupe Δ en un point $q = q_1$

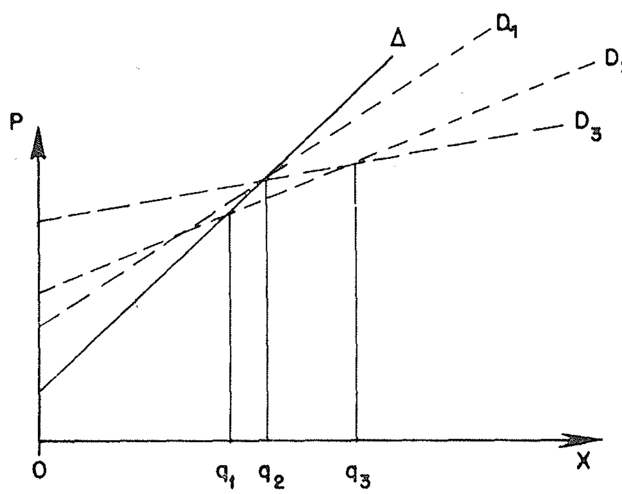


fig. 3

Supposons que la droite $D_1 = 400$ et la droite $D_3 = 600$ se recoupent sur le même point de la droite Δ.

Ceci indique que pour $q = q_2 > q_1$ il serait aussi économique de doubler la canalisation par un 400 que par un 600.

Oui, mais la position même des ordonnées à l'origine des droites D_1, D_2 et D_3 fait que pour $q = q_2$ la solution la plus économique sera encore le doublement en 500. Le doublement en 600 sera plus économique au delà du point q_3 où se coupent D_2 et D_3, point dont l'abscisse est donnée par l'équation :

$$q^3 = \frac{a_3 - a_2}{b} \cdot \frac{1}{c_2' - c_3'} \qquad (2)$$

a_3 et a_2 étant respectivement le coût annuel du doublement en 600 ou en 500 et c_2' et c_3' les résistances du couple 500-500 d'une part, et du couple 500-600 d'autre part.

Ainsi, on voit que :

1° tant que le débit q n'atteint pas un certain minimum donné par l'étude pour les différents diamètres de la formule (1), il n'est pas économique de doubler la conduite ;

2° au delà de ce débit, le diamètre économique de doublement changera pour des débits donnés par la formule (2).

Afin de faciliter le calcul des résistances résultant du doublement des conduites, nous avons donné en troisième colonne du tableau (1) les valeurs des quantités $\frac{1}{\sqrt{c}}$

DÉTERMINATION DU DIAMÈTRE ÉCONOMIQUE AVEC DES DÉBITS VARIABLES

Nous avons traité jusqu'ici la question avec un débit constant. Mais le débit qui passe dans une conduite peut subir en réalité trois sortes de variations :

1° une variation horaire ;

2° une variation journalière ;

3° une variation annuelle (par accroissement de la population ou simplement accroissement de la demande).

De plus, une conduite peut ne pas avoir un débit constant sur toute sa longueur par suite du débit en route.

Sur quel débit faut-il raisonner pour déterminer le diamètre économique ?

On est tenté de répondre : « sur le débit moyen pendant la vie de la conduite » ; en réalité, il n'en est rien.

On doit raisonner sur un débit différent du débit moyen et dont le principe de calcul va être donné ci-après.

Ce débit, que nous appellerons « débit équivalent », est un débit fictif constant absorbant pendant la période considérée la même énergie que le débit variable réel.

Calcul du débit équivalent.

Nous donnons ci-après le calcul du débit équivalent dans les deux cas-types. On trouvera en annexe 4 la démonstration de la méthode employée.

1° la conduite alimente un réservoir sans débit en route.

Dans ce cas, on peut considérer que le débit reste constant pendant la journée (aux variations près du débit dues aux variations de la hauteur du réservoir) et égal au débit moyen nécessaire à la consommation totale journalière. Mais, au long de l'année, le débit moyen va lui-même varier. Nous l'évaluerons à un instant en fraction du débit mensuel moyen.

Supposons par exemple que pendant une année nous ayons :

Un mois avec une consommation = 2,2 fois la moyenne mensuelle ;

Deux mois avec une consommation = 1,5 fois la moyenne mensuelle ;

Deux mois avec une consommation = 1,2 fois la moyenne mensuelle ;

Trois mois avec une consommation = 1 fois la moyenne mensuelle ;

Quatre mois avec une consommation 0,35 fois la moyenne mensuelle.

On vérifiera bien que :

$$(4 \times 0{,}35) + (3 \times 1) + (2 \times 1{,}2) + (2 \times 1{,}5) + 2{,}2 = 12$$

Le débit équivalent sera égal au débit moyen multiplié par :

$$\left[\frac{1}{12}\left(1 \times 2{,}2^3 + 2 \times 1{,}5^3 + 2 \times 1{,}2^3 + 3 \times 1^3 + 4 \times 0{,}35^3\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

Ce calcul s'effectue très facilement au moyen d'une table des cubes :

$$\begin{array}{lcl}
1 \times 2{,}2^3 & = 1 \times 10{,}65 & = 10{,}65 \\
2 \times 1{,}5^3 & = 2 \times 3{,}375 & = 6{,}75 \\
2 \times 1{,}2^3 & = 2 \times 1{,}728 & = 3{,}46 \\
3 \times 1^3 & = 3 \times 1 & = 3 \\
4 \times 0{,}35^3 & = 4 \times 0{,}043 & = 0{,}17 \\
\hline
 & & 24{,}03
\end{array}$$

$$\frac{24{,}03}{12} = 2 \qquad \text{et} \qquad \sqrt[3]{2} = 1{,}26$$

Le débit équivalent est donc égal à 1,26 fois le débit moyen.

MM. Gilbert et Mondon, dans leur traité d'adduction des eaux, admettent la répartition mensuelle suivante valable pour le Nord et le Centre de la France :

Janvier	0,7	Juillet	1,30
Février	0,7	Août	1,30
Mars	0,8	Septembre ...	1,25
Avril	0,9	Octobre	1,15
Mai	1,1	Novembre	0,85
Juin	1,25	Décembre	0,7

Pour cette répartition, le coefficient de majoration du débit moyen n'est plus que de 1,07.

2° la conduite alimente un réservoir avec débit en route.

a) **Variation horaire.**

Dans ces conditions, ce débit en route étant lui-même variable suivant les heures de la journée, il ne peut plus être question d'une perte de charge constante associée à un débit constant.

Nous supposerons que l'on a une usine élévatoire suffisamment souple pour pouvoir adapter à chaque instant son débit et sa hauteur de refoulement aux besoins du réseau.

Une telle usine pourrait débiter :
1° à débit constant et perte de charge variable ;
2° à débit variable et perte de charge constante.

Bien que la deuxième marche soit théoriquement plus économique, elle n'est pas recommandée pour les grandes usines de refoulement accouplées à des usines d'épuration des eaux de rivière, car la qualité des eaux exige que ces dernières marchent à débit sensiblement constant.

Nous supposerons donc que l'usine marche à débit constant.

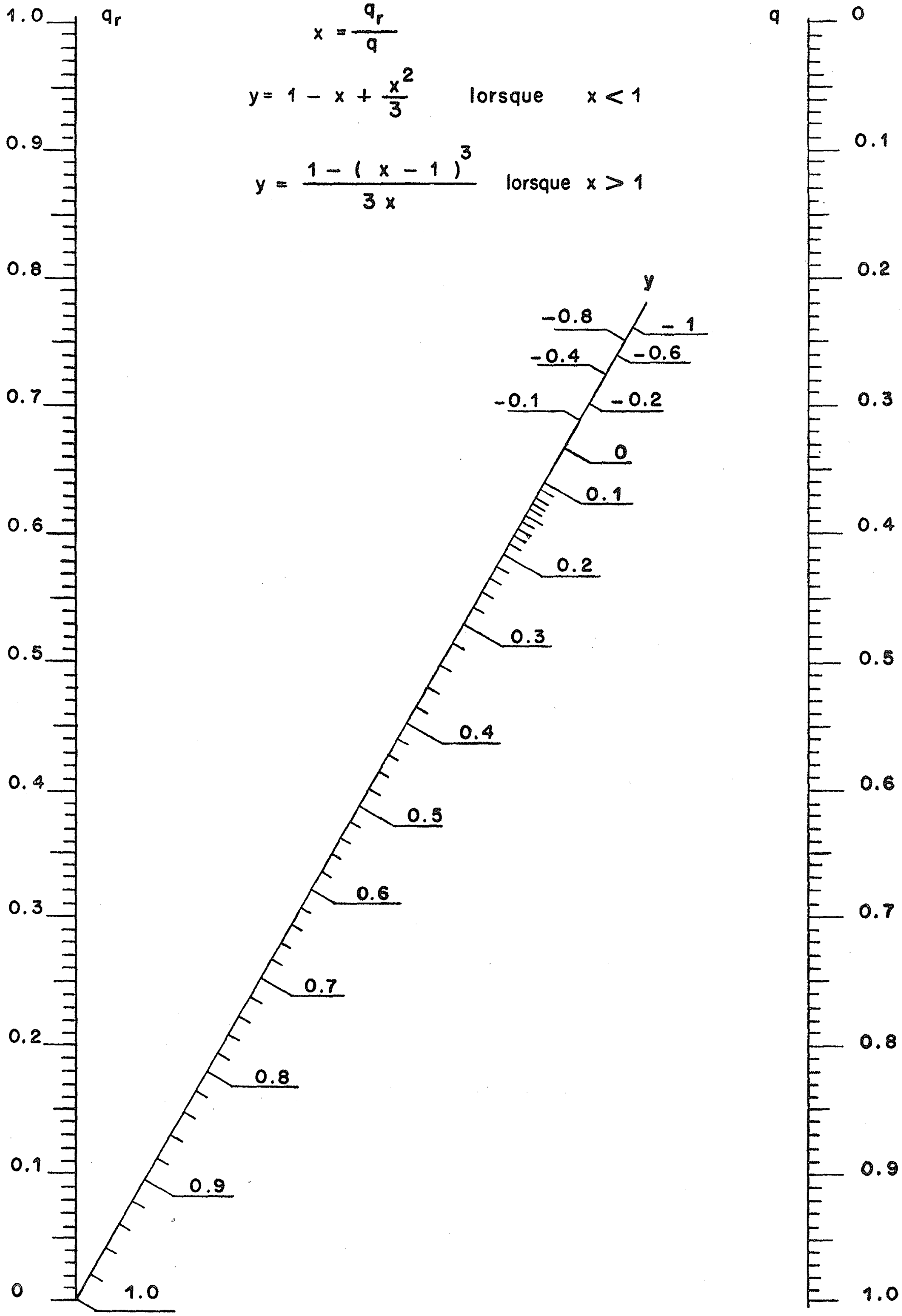
Le calcul du débit équivalent n'est plus le même que précédemment, car la perte de charge n'est plus seulement fonction du débit q, mais également du débit q_1 en route, si bien que à toute valeur $\frac{q_1}{q}$ du rapport du débit en route au débit à l'origine, il correspond une fraction $\frac{h_1}{h}$ de la perte de charge h qui existerait s'il n'y avait pas débit en route.

Dès lors, le calcul s'effectue facilement à l'aide de l'abaque (2), le débit en route uniformément réparti.

$$x = \frac{q_r}{q}$$

$$y = 1 - x + \frac{x^2}{3} \quad \text{lorsque} \quad x < 1$$

$$y = \frac{1 - (x-1)^3}{3x} \quad \text{lorsque} \quad x > 1$$



Abaque N° 2

Aligner chacune des valeurs variables de q_1 avec la valeur de q, lire la fraction $\frac{h_1}{h} = y$ correspondant.

Déterminer la moyenne des $y = y_m$

le débit équivalent sera $Q_m = Q \sqrt[3]{y_m}$

Il est à remarquer que le débit équivalent est ici plus petit que le débit q, car, pour un même débit à l'origine, une conduite assurant un débit en route est plus économique qu'une conduite vierge.

Il peut arriver cependant que ce dernier calcul donne des résultats absurdes.

En effet, lorsque le débit en route est supérieur au débit à l'origine, le réservoir se vide et il peut arriver que l'usine refoule alors à une cote inférieure à la cote géométrique (par exemple, si le réservoir est en bout de réseau et que le débit en route dépasse le double du débit à l'origine). On a donc alors une perte de charge négative, et de la sorte le calcul des moyennes peut conduire à une moyenne nulle et, en conséquence, la canalisation économique serait elle-même de diamètre nul.

En pratique, si on mettait effectivement une canalisation de très petit diamètre, elle serait bien la plus économique, mais elle n'assurerait pas le service.

Il ne faut pas oublier en effet que lorsque la canalisation est alimentée simultanément par le réservoir et l'usine, la ligne piézométrique présente un point bas. Si on diminue le diamètre de la canalisation, la cote de ce point bas ira en diminuant et il arrivera un moment où la ligne piézométrique sera plus basse, en certains points, que les immeubles les plus hauts qui cesseront d'être alimentés. On voit donc que tout calcul de diamètre économique doit être doublé d'un calcul de possibilité d'alimentation, si bien que la conduite qui s'imposera sera souvent non pas la plus économique, mais la plus petite conduite assurant correctement l'alimentation dans les conditions de débit les plus défavorables.

b) **Variation journalière.**

Tout le calcul que nous venons de voir s'applique uniquement au calcul de la perte de charge moyenne et du débit équivalent pour une journée donnée. Si la consommation moyenne journalière augmente ou diminue, le débit moyen nécessaire augmente ou diminue dans la même proportion.

Si, d'autre part, la répartition de la consommation aux différentes heures de la journée reste semblable à elle-même, les pertes de charge augmenteront suivant le carré du rapport des débits et finalement, l'énergie nécessaire, suivant le cube de ce rapport, on retombe donc sur le même genre de calcul que pour le premier cas.

Afin de bien faire comprendre le calcul complet du débit équivalent, nous donnerons l'exemple ci-après :

Une canalisation alimentant un réservoir assure un service en route tel que :

pendant deux heures, le débit en route est 2,4 fois la consommation moyenne ;

pendant quatre heures, le débit en route est 1,5 fois la consommation moyenne ;

pendant six heures, le débit en route est 1 fois la consommation moyenne ;

pendant six heures, le débit en route est 0,8 fois la consommation moyenne ;

pendant six heures, le débit en route est 0,4 fois la consommation moyenne.

D'autre part, la consommation moyenne varie dans l'année de telle sorte que :

pendant un mois elle est de 2,5 fois la moyenne ;

pendant trois mois elle est de 1,5 fois la moyenne ;

pendant quatre mois elle est de une fois la moyenne ;

pendant quatre mois elle est de 0,25 fois la moyenne.

Pour obtenir le débit équivalent journalier, référons-nous aux pertes de charges moyennes :

$$
\begin{array}{llllr}
\text{pour} & q_1 = 2{,}4 & \frac{h}{h_m} = & -0{,}242 \times 2 = & -0{,}488 \\
» & 1{,}5 & » & +0{,}195 \times 4 = & 0{,}780 \\
» & 1 & » & +0{,}333 \times 6 = & 2{,}000 \\
» & 0{,}8 & » & +0{,}413 \times 6 = & 2{,}478 \\
» & 0{,}4 & » & +0{,}653 \times 6 = & 3{,}918 \\
\hline
 & & & & 8{,}688
\end{array}
$$

$$\frac{8{,}688}{12} = 0{,}724$$

Le débit équivalent journalier est donc :

$$Q_0 = Q_m \sqrt[3]{0{,}724} = Q_m \ . \ 0{,}850$$

Pour le débit équivalent mensuel :

$$\begin{array}{lcrcr} 2{,}5^3 & \times 1 = & 15{,}625 & \times 1 = & 15{,}625 \\ 1{,}5^3 & \times 3 = & 3{,}375 & \times 3 = & 10{,}125 \\ 1^3 & \times 4 = & 1 & \times 4 = & 4 \\ 0{,}25^3 & \times 4 = & 0{,}0156 & \times 4 = & 0{,}062 \\ \hline & & & & 29{,}812 \end{array}$$

$$\sqrt[3]{\frac{29{,}812}{24}} = 1{,}08$$

Donc, le débit équivalent annuel est égal à :

$$Q_m \times 0{,}850 \times 1{,}08 = Q_m \times 0{,}92$$

Conduites à diamètre variable.

Considérons une conduite constituée de plusieurs tronçons de résistance c_1 c_2 c_n etc..., et telle que dans chaque tronçon le débit puisse être considéré comme pratiquement constant. Soient q_1 q_2 q_n les débits dans chaque tronçon.

La perte de charge totale sera :

$$h = R_1\, q_1^2 + R_2\, q_2^2 + R_n\, q_n^2$$

(formule générale si l'on considère les résistances R_1 R_2 R_n comme positives ou négatives suivant le sens de circulation de l'eau dans le tronçon considéré).

L'énergie dépensée sera donc proportionnelle à

$$q_1\, (R_1\, q_1^2 + R_2\, q_2^2 \ldots + R_n\, q_n^2)$$

Nous voyons donc que si q_1 (débit à l'origine) reste constant le long de la journée, q_2 q_3 q_n étant variables, on peut étudier séparément l'économie de chaque tronçon. Le débit équivalent dans le premier tronçon sera évidemment q_1, dans le second tronçon il sera, à un instant donné, $\sqrt[3]{q_1\, q_2^2}$ et pour une journée donnée il sera égal à la racine cubique du produit de q_1 par la moyenne des carrés de q_2 et de même dans les autres tronçons.

Si, comme dans le cas le plus fréquent, $q_1 > q_2 \ldots . > q_n$, on voit que l'on sera conduit à adopter une conduite de diamètre décroissant.

Si nous comparons cette conduite à la conduite de diamètre unique qui conduirait à la même perte de charge moyenne par exemple, nous verrons que son diamètre est plus important à l'origine, mais que son prix de revient global est plus faible, donc qu'elle est plus économique. C'est donc une erreur au point de vue économique (à moins que les conditions de possibilité d'alimentation imposent une telle solution) de garder à la conduite le même diamètre de l'origine au réservoir.

Si nous avons abordé ce problème, ce n'est pas tant pour en donner la conclusion, qui est presque évidente, que pour énoncer la manière correcte de le traiter, car on pourrait être tenté de considérer chaque tronçon comme indépendant et de lui donner, comme débit équivalent, la moyenne cubique des débits dans ce tronçon.

Prix variable du kilowatt-heure.

Jusqu'ici nous avons supposé le prix du kilowatt-heure constant. Or, la tendance actuelle des distributeurs d'électricité est d'établir des tarifs différents suivant l'heure de distribution, heures de jour, heures de nuit, heures de pointe.

Le principe du calcul subsiste, mais il ne s'agit plus maintenant d'une sommation annuelle des cubes de débits, mais d'une sommation annuelle des dépenses d'électricité, puisque dans la formule :

$$P = a + b\, c\, q^3$$

la quantité b n'est plus une constante.

Il suffit de découper l'année en tranches pour lesquelles on peut considérer b comme constant et à l'intérieur de ces tranches d'effectuer la sommation des cubes des débits suivant les principes énoncés ci-dessus.

Remarquons que dans ce cas le calcul devient de plus en plus conjectural par suite de la désinvolture avec laquelle les distributeurs d'électricité changent les bases horaires et saisonnières de leur tarification.

LES PROBLÈMES ÉCONOMIQUES DANS LES RÉSEAUX

Nous arrivons ici à la partie la plus complexe du problème et qui malheureusement est celle qui se présente le plus souvent.

Jusqu'ici, nous avons étudié le cas de la canalisation unique devant assurer un certain service.

Or, dans les gros réseaux urbains (pour lesquels les calculs d'économie portent sur des sommes importantes), il est rare qu'une canalisation nouvelle puisse être considérée comme isolée.

Elle va, en réalité, s'intégrer dans le réseau, et sa présence va modifier la répartition du débit dans toutes les artères du réseau et, pour un même débit de l'usine, la hauteur de refoulement.

On aura ainsi, suivant les régimes :

— soit une diminution appréciable de la hauteur de refoulement,

— soit une diminution peu importante, mais un relèvement intéressant de la cote piézométrique en certains points du réseau.

Si l'on modifie soit le diamètre, soit la position de cette nouvelle conduite, on aura encore de nouvelles répartitions de débits et de perte de charge. Il faudra alors étudier ces nouvelles répartitions au double point de vue : économie et alimentation du réseau.

Toute amélioration du réseau nécessitera donc, après un dégrossissement « intuitif » du problème, l'étude de plusieurs solutions, de tracés ou de diamètres différents.

Il faudra, pour chacune des solutions, déterminer la répartition des débits et pertes de charge avec différentes hypothèses de débit en route, par exemple :

1° pour le jour de consommation moyenne, avec le débit en route minimum, moyen et maximum ;

2° pour le jour de consommation maximum, avec le débit en route minimum, moyen et maximum.

Le calcul d'un réseau, pour une hypothèse, étant assez long, on voit que l'étude complète du problème nécessitera de nombreuses répétitions de ce calcul et l'on conçoit que l'on puisse reculer devant l'effort et se contenter de la solution « intuitive ».

Nous mettons en fait cependant que cette « intuition » peut se traduire, sur certains réseaux, par des millions dépensés inutilement, soit en amortissement, si le projeteur a vu trop large, soit en kilowatts-heure, dans le cas contraire.

DÉTERMINATION DU DIAMÈTRE ÉCONOMIQUE DANS LES RÉSEAUX

La notion du débit équivalent que nous avons donnée pour une canalisation unique n'est plus aussi simple. Le calcul d'économie sera basé non plus sur un débit équivalent, mais sur une sommation réelle, au long de l'année, de la dépense d'énergie. Cette sommation sera simplifiée si nous supposons que les consommations horaires qui varient d'un jour à l'autre restent semblables à elles-mêmes.

Dans ces conditions, si pour un jour donné, nous avons une consommation moyenne qui soit égale à x fois la consommation moyenne du jour moyen, les pertes de charges dans toutes les mailles du réseau resteront également semblables à elles-mêmes dans la proportion x^2 et l'énergie dépensée pour ce jour sera proportionnelle à x^3.

Dès lors, la dépense annuelle d'énergie sera égale à la dépense du jour moyen multipliée par la somme des coefficients x^3 au long de l'année. Ou, si l'on préfère, elle sera égale à la dépense annuelle que donnerait le débit du jour moyen supposé constant affectée d'un coefficient égal à la moyenne des x^3.

Quant à la consommation du jour moyen, nous l'obtiendrons aisément ; puisque nous avons supposé le débit origine constant, on l'obtiendra en multipliant ce débit par la moyenne des pertes de charge au long de la journée moyenne. Comme nous n'avons en principe calculé cette perte de charge que pour quelques hypothèses de débit en route, soit par exemple :

1° débit en route minimum,

2° débit moyen,

3° débit en route maximum,

nous interpolerons pour des débits intermédiaires.

La méthode précédente de « dilatation homothétique des pertes de charge » est inexacte lorsque le réseau comporte plusieurs réservoirs de même élévation ; il est alors nécessaire de calculer d'autres points de fonctionnement du réseau que le fonctionnement du jour moyen. On pourra ainsi avoir différentes courbes de pertes de charge correspondant à des valeurs diverses du débit origine et des débits en route et l'intégrale annuelle s'obtiendra en se basant sur les interpolations de ces courbes.

ANNEXE N° 1

Etude du coefficient d.

Cette étude a été menée par nous sur les mémoires définitifs de plusieurs conduites réalisées au courant de ces dix dernières années. d a varié de 1,33 pour une conduite réalisée hors de toute agglomération, à 2,10 pour une conduite effectuée en terrain difficile avec, en plus, variation de prix initiaux due à la période économique troublée au cours de laquelle elle fut réalisée.

Nous donnons ci-après quelques chiffres de majoration dus aux différentes raisons de majoration du prix unitaire :

1° Surprofondeurs	de 2 à 4 %
2° Fouilles pour massifs	de 3 à 6 %
3° Epuisements	de 0 à 6 %
4° Imprévus terrassements (déviations d'égouts, etc.)	de 1 à 5 %
5° Plus-value pour pièces spéciales et leurs massifs	de 20 à 35 %
6° Frais d'étude et personnel de surveillance	de 2 à 6 %
7° Réfection du sol	de 2 à 8 %
Total	de 30 à 70 %

D'où il résulte que ce coefficient, en période de prix stables, peut varier de 1,30 à 1,70. En cas d'incertitude, on pourra prendre le coefficient moyen de 1,50.

De toute manière, ce coefficient d ne pourra être déterminé à l'avance avec grande précision, de nombreux facteurs pouvant modifier la dépense totale pendant la durée des travaux.

ANNEXE N° 2

Débits équivalents.

Nous avons vu que, pour une canalisation, la dépense totale au mètre linéaire est :

$$P = \frac{f(D)}{365} d\,t + b \,.\, q \,.\, h$$

Lorsque le débit est constant, à toute heure on a $h = c\,q^2$ et l'on voit que la dépense journalière est de la forme :

$$P = a + b\,c\,q^3$$

Pour une année, elle sera donc :

$$P = 365\,a + b\,c \int_0^{365} q^3$$

Et si on identifie à la dépense que donnerait un même débit équivalent qui resterait constant Q_e on voit que :

$$365\,a + b\,c \int_0^{365} q^3 = 365\,a + 365\,b\,c\,Q_e^3$$

$$Q_e^3 = \frac{1}{365} \int_0^{365} q^3$$

ce qui s'énonce :

le débit équivalent est la racine cubique de la moyenne des cubes (ou, en termes plus concis, la moyenne cubique) des débits.

Si maintenant nous supposons que le débit en route étant q_1 le débit à l'origine reste constant, nous n'avons plus $h = c\,q^2$, mais $h = c\,y\,q^2$, y étant un coefficient qui est fonction du rapport $\frac{q_1}{q}$.

Si nous désignons par y_m la moyenne de y, la dépense journalière sera :

$$P = a + b\,c\,q^3\,y_m$$

Et on a comme débit équivalent Q_e

$$a + b\,Q_e^3 = a + b\,c\,q^3\,y_m$$

donc $Q_e = Q \sqrt[3]{y_m}$

On démontrerait de la même manière que dans un tronçon de conduite ayant un débit q à l'usine et un débit q_n constant dans ce tronçon, le débit équivalent est $\sqrt[3]{q\,q_n^{\,2}}$.

En effet, ce tronçon est responsable d'une perte de charge proportionnelle à q_n^2 ; il occasionne donc une dépense :

$P = a + b\,c\,q\,q_n^2$ donc $Q_e = \sqrt[3]{q\,q_n^{\,2}}$

et si q_n est variable, on voit que Q_e sera la racine cubique du produit de q par la moyenne des carrés des q_n.