LES PROBLÈMES ÉCONOMIQUES DE L'ÉQUIPEMENT HYDROÉLECTRIQUE ⁽¹⁾

THE ECONOMIC PROBLEMS OF HYDRO-ELECTRIC EQUIPMENT

P. MASSÉ

Directeur Général Adjoint de l'Electricité de France

(suite)

(English synopsis p. 775)

III.

GÉOGRAPHIE DE L'ÉQUIPEMENT HYDROÉLECTRIQUE

Il est intéressant d'esquisser à grands traits l'application des directives générales qui précèdent à la géographie de l'équipement hydroélectrique (fig. 1).

La France n'a pas de très grands fleuves comme les Etats-Unis, le Canada, l'Union Soviétique, et ses aménagements s'inscrivent dans un cadre naturel plus mesuré. Elle est toutefois arrosée par deux puissants cours d'eau issus des Alpes, le Rhône et le Rhin, qui lui assurent ensemble un potentiel énergétique de l'ordre de 15 milliards de kWh. Le Rhône traverse, dès son

fig. 1

L'équipement hydroélectrique français

(1) Voir « Houille Blanche » N° 5, 1949, page 580.

entrée en France, la chaîne du Jura, et l'un des canons rencontrés a permis d'édifier la puissante usine-barrage de Génissiat. C'est ensuite, après la sortie du défilé de Pierre-Châtel, un fleuve de plaine comme le Rhin en Alsace. L'un et l'autre ne se prêtent alors qu'à de basses chutes, créées en général par un canal de dérivation roulant de forts débits. Leur hydrologie « intègre » toute une gamme de régimes partiels allant du glaciaire au pluvial, de sorte qu'ils bénéficient d'une régularité naturelle appréciable, encore accentuée par l'influence de deux grands lacs (Genève et Constance). Par contre, — Génissiat mis à part —, la constitution de réserves, saisonnières ou journalières, ne peut être envisagée le long de leur cours.

En dehors de ces fleuves-maîtres, la France dispose d'un riche clavier de possibilités, avec les Alpes, le Jura, les Pyrénées, le Massif Central.

Les Alpes ayant à la fois l'altitude et l'ampleur, la dénivellation et les bassins versants, sont le domaine des hautes chutes et des débits abondants. Leurs eaux ont une certaine régularité interannuelle, grâce à la fonte plus accentuée des glaciers les étés secs. Par contre, leur étiage se situe normalement en hiver, c'est-à-dire à l'époque du maximum de consommation. Enfin, leur structure géologique est complexe, et réserve des surprises, de sorte que le creusement des galeries y est souvent pénible et que les sites propices à l'établissement de grands réservoirs y sont rares. Il faudrait d'ailleurs distinguer, dans l'unité géographique d'ensemble, les Préalpes calcaires (et le Jura qui leur ressemble), les massifs centraux cristallins, la zone intraalpine où le houiller est souvent médiocre et le trias franchement mauvais, enfin le bassin de la Durance qui pose des problèmes de terrain et de charriage.

Les Pyrénées ont certaines analogies avec les Alpes. Elles s'en différencient toutefois par leur caractère de muraille linéaire et leur chute abrupte vers le Nord ; les bassins versants y sont plus réduits, les dénivellations plus soudaines (à tel point que la plus haute chute de France, le Portillon, n'est pas située dans les Alpes, mais dans les Pyrénées) ; des lacs suspendus y permettent l'établissement de réservoirs de faible capacité, mais de haut potentiel énergétique. La structure géologique est plus simple que celle des Alpes ; l'hydrologie vire du glaciaire au nival avec des hautes eaux plus précoces et un étiage de fin d'été.

Le Massif Central a, par contre, une physiologie toute différente. A part quelques zones volcaniques et la région calcaire des Causses, il est constitué par des roches primitives imperméables, — granits, gneiss et micaschistes —, qui constituent pour les barrages, après un décapage plus ou moins sérieux, de bons terrains de fondation et d'appui. En outre, la topographie de plateau se prête à la réalisation de réservoirs particulièrement économiques. Par contre, les rivières ont des pentes relativement faibles, ce qui explique la prédominance des usines-barrages sur les usines-dérivation. On note pourtant des usines du second type établies entre les affluents de plateau et le sillon des rivières principales. En outre, le mur des Cévennes, tombant à pic sur le versant méditerranéen, offre des possibilités encore mal exploitées. Quant au régime hydrologique, il a en général un maximum d'hiver et de début de printemps et se trouve ainsi en concordance approximative avec la courbe de consommation. En revanche, il est d'une extrême irrégularité, et les périodes sèches sont caractérisées par de graves pénuries.

★★

Chaque région étant ainsi définie dans ses traits essentiels, la question se pose de savoir laquelle l'emporte au point de vue du coût d'investissement (rapporté au kWh de productible annuel).

L'expérience d'Electricité de France fournit certains éléments de réponse ; ceux-ci demandent toutefois à être interprétés et critiqués. Un prix de devis et un coût d'exécution, quelque soin qu'on ait mis à établir le premier, sont deux éléments hétérogènes, difficilement réductibles l'un à l'autre. Même deux coûts effectifs ne peuvent pas être rapprochés sans retouches préalables : correction des vicissitudes d'exécution (qualité des entreprises, freinage des travaux, etc...) et surtout correction des variations monétaires.

Réserve faite des incertitudes découlant de cette situation, on peut dire qu'en gros le coût d'investissement moyen du kWh dans le programme actuel est sensiblement le même dans le Massif Central, les Pyrénées et les Alpes. On peut cependant, à l'intérieur de ces dernières, distinguer les Préalpes (et le Jura) du cœur du Massif, les premières plus coûteuses, le second

plus avantageux, sauf dans le cas de difficultés géologiques particulières.

On peut également se poser la question de savoir s'il y a un avantage, au moins qualitatif, dans tel type d'usine par rapport à tel autre type. Là encore, pour les raisons déjà exposées, les conclusions ne doivent être formulées qu'avec prudence.

Les usines-dérivation de haute chute sont un peu plus économiques que celles de moyenne dénivellation. Pour les usines-dérivation de plaine, type Donzère-Mondragon ou Ottmarsheim, la question est encore ouverte, les travaux étant dans leur première phase, et des précédents comparables et concluants manquant pour le contrôle des devis.

Les usines-barrages sont un peu plus coûteuses que les usines-dérivation, sauf dans le cas de rivières relativement importantes et d'accumulations pas trop poussées (Dordogne, Truyère). Les basses chutes sont en général plus onéreuses que les moyennes.

Le programme en cours d'exécution — la partie hydroélectrique du Plan Monnet — comprend en premier lieu d'importants ouvrages sur nos deux grands fleuves : l'usine-barrage de Génissiat sur le Rhône à sa traversée du Jura ; l'usine de compensation de Seyssel immédiatement à l'aval ; l'usine-dérivation de Donzère-Mondragon en aval de Montélimar ; enfin sur le Rhin l'usine-dérivation d'Ottmarsheim, second bief du canal d'Alsace faisant suite à celui de Kembs (au total 4 milliards et demi de kWh).

Aussitôt après, il convient de citer l'ensemble de l'Isère où le réservoir de Tignes régularisera dans trois ou quatre ans les usines en construction des Brévières, de Malgovert, d'Aiguebelle et de la Vanelle ⁽¹⁾. De même l'ensemble de la Dordogne où le réservoir de Bort régularisera dans deux ou trois ans une chaîne de quatre usines-barrages, Marèges construite avant la guerre, l'Aigle qui se termine, Bort et Chastang en pleins travaux.

Les pièces maîtresses du Plan comprennent enfin trois grands réservoirs, celui de Cap de

Long dans les Pyrénées (usine de Pragnères), celui de Pareloup dans l'Aveyron (usine du Pouget), celui de Roselend en Savoie (usine de La Bathie).

Ces réalisations sont loin d'épuiser le programme en cours d'exécution. Ce dernier comprend encore deux chutes dans le Jura, quatre dans les Préalpes, deux dans les Massifs centraux cristallins, trois dans la zone intraalpine, quatre dans le sud des Alpes, auxquelles il faut ajouter le réservoir de La Girotte dans le Beaufortin et l'usine-barrage de Castillon sur le Verdon ; douze usines et trois barrages dans les Pyrénées, six dans le bassin du Lot (dont Couesque complétant l'ensemble Truyère), trois dans le bassin de la Dordogne, une sur la Vienne, une sur le Tarn, une sur le Lignon, une dans le Morvan, une dans les Ardennes.

Une mention spéciale doit être faite de l'usine de Montpezat qui dérive vers l'Ardèche les eaux de la Loire supérieure en les faisant tomber de 600 mètres d'un seul jet (dérivation autorisée par une loi récemment votée par le Parlement).

Comme je l'ai précédemment indiqué, ce programme découle en majeure partie des études des anciennes Sociétés et des travaux de la Commission de Modernisation de l'Electricité. L'apport d'Electricité de France n'a été qu'une inflexion vers l'aménagement de grands réservoirs et la constitution de vastes ensembles. Cet apport ira, par contre, en s'affirmant au fur et à mesure de l'élaboration de nouveaux programmes.

Il est prématuré de tracer aujourd'hui la physionomie d'un second Plan Monnet. Il peut être intéressant, par contre, de passer en revue les éléments qui serviront à l'édifier.

Nous avons à poursuivre l'aménagement du Rhône et du Rhin qui n'est entamé que pour un tiers. Nous avons à achever des ensembles comme l'Isère, la Dordogne et la Truyère où le principal est en service ou en chantier, mais appelle des compléments utiles. Nous avons à revoir les problèmes de l'Arc, du Drac, de la Romanche, de la Moyenne Garonne, du Gave de Pau, pour combler les lacunes et réduire les sous-équipements. Enfin deux régions ont été laissées entièrement, ou presque, en dehors du programme actuel, précisément dans le dessein d'éviter de prendre hypothèque sur l'avenir par des réalisations ne s'inscrivant pas dans un plan d'ensemble. Ce sont le bassin de la Durance, et

(1) C'est pour des raisons géologiques — traversée du cristallin au lieu du houiller et du trias — qu'on a préféré équiper dans l'immédiat la section de Moutiers au confluent de l'Arc plutôt que celle de Bourg-Saint-Maurice à Moutiers.

ce que j'ai appelé plus haut le mur des Cévennes. L'architecture en reste encore à dessiner.

Certains des problèmes qui précèdent, et non des moindres, sont liés aux possibilités de grandes accumulations. Il en est ainsi en particulier dans les Alpes où l'emménagement des eaux de fonte en assurerait une valorisation précieuse. Nous avons commencé par les réservoirs les plus évidents, j'entends par là les plus économiques ou les moins aléatoires, tant pour l'édification des barrages que pour l'arrivée et la sortie des eaux : Tignes, La Grotte et Roselend. Les autres sites de grands réservoirs ne sont pas nombreux : on en compte un sur le Doron de Champagny, un ou deux dans le haut bassin de l'Arc (dont le Mont-Cenis), un ou deux dans le haut bassin de la Romanche, un sur la Durance, un sur le bas Verdon. Mais aucun d'eux n'est exempt d'aléas géologiques souvent considérables, soit dans les fondations et les appuis du barrage, soit dans l'étanchéité de la cuvette, soit dans le tracé des galeries de dérivation, soit à plusieurs de ces points de vue à la fois. En outre, dans certains cas, les projets interfèrent entre eux et ne peuvent être élaborés que conjointement : par exemple, pour chaque torrent du massif de La Vanoise, il faut choisir de l'utiliser au fil de l'eau ou de le dériver sur Tignes, Champagny ou le Mont-Cenis. Si l'on ajoute à cela le fait que les volumes accumulés commandent les débits équipés jusqu'à une assez grande distance à l'aval, on mesure toute la complexité du problème.

Ailleurs, on se heurte à une autre source de complications, qui est l'harmonisation nécessaire des différents usages de l'eau, production d'énergie, irrigations, alimentation des villes (sans parler de la navigation, problème spécifique du Rhône et du Rhin). C'est le cas de la Durance dont les pénuries ont de graves répercussions agricoles (que le jeu du réservoir de Castillon commence dès maintenant à atténuer). C'est aussi le cas du Mur des Cévennes, dont la disposition rend bien tentante la dérivation des eaux du Massif Central vers la Méditerranée, mais soulève de ce fait de délicats problèmes que seules des études approfondies et des négociations patientes peuvent résoudre. Un principe simple préside aux arbitrages entre les intérêts antagonistes : c'est que l'eau haute intéresse surtout les électriciens, et l'eau basse surtout les agriculteurs (et les citadins). Mais beaucoup de souplesse et de bonne volonté sont nécessaires

pour adapter cette directive générale à la diversité des cas d'espèce. La constitution de grandes réserves peut être, bien souvent, un moyen de faciliter la conciliation ; il ne faut pas oublier toutefois que les pénuries d'eau sont en été et les pénuries d'énergie en hiver ; de ce fait, les consignes d'exploitation désirées par les deux catégories d'usagers divergent à priori, et un équilibre délicat doit être réalisé également sur ce terrain.

★★

IV.

CONCLUSIONS

Il serait prématuré d'en dire davantage sur l'esquisse des programmes d'avenir. Aussi bien mon propos n'était-il pas de présenter des conclusions concrètes dont la primeur appartient aux responsables des plans futurs et qui, pour l'instant, sont d'ailleurs sur le métier. J'ai voulu simplement montrer, en l'illustrant de quelques exemples, le caractère symphonique de l'équipement.

Il s'agit d'une riche symphonie, plus riche et plus ardue qu'on ne l'imagine communément, puisqu'à côté de problèmes techniques bien connus des Ingénieurs, elle soulève des problèmes économiques non moins difficiles et non moins passionnants. J'aurai atteint un de mes buts si j'ai réussi à attirer l'attention sur la nécessité du calcul économique, qui, cherchant à assurer le meilleur emploi de ressources forcément limitées, doit se conjuguer à tout instant avec l'effort des techniciens vers la perfection.

Un second résultat, auquel je n'attache pas une moindre importance, serait d'avoir éveillé la curiosité des jeunes Ingénieurs qui m'ont écouté ou qui me liront, et de les orienter ainsi vers le métier qui est le nôtre, un des plus beaux assurément auxquels des hommes puissent consacrer leur vie.

La dernière impression que je souhaiterais voir se dégager de cet exposé, c'est qu'il y a à Electricité de France des hommes de bonne volonté qui ne cèdent pas, comme je l'ai entendu dire, à je ne sais quel vertige technique, mais qui ont conscience que leur activité est au service des hommes, et qui, ayant à accomplir une grande œuvre, ont le souci que ce soit en même temps et avant tout une œuvre utile.

A N N E X E I

UN ESSAI D'APPLICATION DE LA THÉORIE ÉCONOMIQUE

La Théorie économique a résolu depuis longtemps le problème de l'optimum de production, c'est-à-dire le problème de l'obtention d'un produit donné au moindre coût.

Dans le domaine de l'électricité, le produit à obtenir est un diagramme de consommation G , — ce que les électriciens appellent d'une manière imagée une « montagne de charge » — assorti d'un taux de garantie α , à cause du caractère aléatoire de la production hydraulique ⁽¹⁾.

Le problème d'optimum consiste alors à déterminer n équipements $e_1, e_2, \dots, e_n$ permettant de desservir G avec la garantie α au **moindre prix de revient**. Géométriquement le point optimum ($e_1, e_2, \dots, e_n$) est le point de moindre coût sur l'hypersurface de garantie correspondant aux données G et α .

Dans ce qui va suivre, je me limiterai au cas de 3 équipements, T, H, R , l'un de thermique remplaçable, l'autre d'hydraulique au fil de l'eau, le troisième de réservoir saisonnier, synthétisant chacun l'ensemble des équipements français de sa catégorie. T, H, R peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point-équipement dans l'espace ordinaire. L'ensemble des points-équipement correspondant à la consommation G et à la garantie α forme alors la surface de garantie.

A chaque point de la surface correspond, d'autre part, dans les conditions d'exploitation optimum (G et α étant donnés), une consommation probable de charbon : l'espérance mathématique des consommations de charbon lorsqu'on traite l'hydraulicité comme une variable aléatoire. On peut donc tracer une surface des consommations probables de charbon C en fonction par exemple de H et R .

Les conditions d'optimum sont qu'un déplacement infinitésimal sur la surface de garantie

annule la différentielle première du coût et rende positive la différentielle seconde.

Pour les exprimer, appelons

P_H, P_R, P_T les prix d'investissement totaux de H, R, T ;

p_H, p_R, p_T les prix d'investissement marginaux de H, R, T ;

a_H, a_R, a_T les taux annuels d'intérêt, d'amortissement et d'exploitation de H, R, T ;

$T = T(H, R)$ l'équation de la surface de garantie ;

$C(H, R)$ la consommation annuelle probable de charbon.

Considérons alors le déplacement infinitésimal dH, dR, dT .

Le fait qu'il est dans le plan tangent à la surface de garantie s'exprime par la condition :

$$dT = \frac{\partial T}{\partial H} dH + \frac{\partial T}{\partial R} dR \quad (1)$$

L'annulation de la différentielle première du coût s'exprime par :

$$\left(p_H a_H + p_C \frac{\partial C}{\partial H}\right) dH + \left(p_R a_R + p_C \frac{\partial C}{\partial R}\right) dR + p_T a_T dT = 0$$

c'est-à-dire, compte tenu de la relation précédente :

$$\left(p_H a_H + p_T a_T \frac{\partial T}{\partial H} + p_C \frac{\partial C}{\partial H}\right) dH + \left(p_R a_R + p_T a_T \frac{\partial T}{\partial R} + p_C \frac{\partial C}{\partial R}\right) dR = 0$$

Les déplacements dH et dR étant arbitraires, nous avons les conditions d'optimum cherchées :

$$\begin{cases} p_H a_H + p_T a_T \frac{\partial T}{\partial H} + p_C \frac{\partial C}{\partial H} = 0 \\ p_R a_R + p_T a_T \frac{\partial T}{\partial R} + p_C \frac{\partial C}{\partial R} = 0 \end{cases}$$

(1) $\frac{\partial T}{\partial H}$ = dérivée partielle de T par rapport à H .

(1) Sous la réserve présentée au sujet des excédents dans le paragraphe de l'article consacré aux **valeurs**.

Nous remarquerons que $-\frac{\delta T}{\delta H}$ est l'accrois-

sement d'équipement thermique remplaçable nécessaire pour compenser une unité de moins dans l'équipement hydraulique au fil de l'eau, l'équipement en réservoirs, la consommation et la garantie restant constants.

Dès lors $\sigma_{HT} = -\frac{\delta T}{\delta H}$ est ce que les écono-

mistes appellent le **taux marginal de substitution de l'hydraulique** (au fil de l'eau) **en thermique** ⁽¹⁾. On notera qu'il est ici question de substitution « en » et non de substitution « à ». Cela veut dire qu'on passe de l'hydraulique au thermique et non du thermique à l'hydraulique. Le taux de substitution ainsi défini est le rapport de l'utilité marginale de l'hydraulique à celle du thermique, et garde un sens même si les utilités sont repérées au lieu d'être mesurées. Appelons par exemple U (G) l'utilité de la consommation G, U étant une fonction arbitraire. Les utilités marginales des équipements T et H sont :

$$\frac{\delta U}{\delta T} = U'(G) \frac{\delta G}{\delta T}$$

$$\frac{\delta U}{\delta H} = U'(G) \frac{\delta G}{\delta H}$$

Or, on a sur la surface de garantie :

$$dG = \frac{\delta G}{\delta T} dT + \frac{\delta G}{\delta H} dH + \frac{\delta G}{\delta R} dR = 0$$

et la dérivée partielle $\frac{\delta T}{\delta H}$ (R et G constants) a

pour expression :

$$-\frac{\frac{\delta G}{\delta H}}{\frac{\delta G}{\delta T}}$$

Donc :

$$\frac{\frac{\delta U}{\delta H}}{\frac{\delta U}{\delta T}} = \frac{\frac{\delta G}{\delta H}}{\frac{\delta G}{\delta T}} = -\frac{\delta T}{\delta H} = \sigma_{HT}$$

L'introduction des taux de substitution permet d'écrire les équations d'équilibre sous la forme :

$$\begin{cases} p_H a_H - p_T a_T \sigma_{HT} + p_C \frac{\delta C}{\delta H} = 0 \\ p_R a_R - p_T a_T \sigma_{RT} + p_C \frac{\delta C}{\delta R} = 0 \end{cases}$$

En ajoutant à la deuxième équation la première multipliée par $-\sigma_{RH}$ et en tenant compte de la relation évidente

$$\sigma_{RH} \sigma_{HT} = \sigma_{RT}$$

on obtient une troisième équation conséquence des deux premières

$$p_R a_R - p_H a_H \sigma_{RH} + p_C \left(\frac{\delta C}{\delta R} - \sigma_{RH} \frac{\delta C}{\delta H} \right) = 0$$

Elle ne s'explicite pas sous une forme exactement symétrique des précédentes parce que nous avons privilégié H et R dans les équations de la surface de garantie et de la surface des consommations probables de charbon.

Les deux équations d'équilibre déterminent les prix marginaux acceptables de l'équipement hydraulique (fil de l'eau et réservoirs) en fonction du prix marginal de l'équipement thermique et du prix du charbon.

Il ne faut pas perdre de vue, dans les applications, le sens exact qui s'attache aux dérivées

partielles $\frac{\partial C}{\partial H}$ et $\frac{\partial C}{\partial R}$.

$\frac{\partial C}{\partial H}$, par exemple, est la variation de la con-

sommation probable de charbon lorsque, R étant constant, l'équipement hydraulique diminue d'une unité, l'équipement thermique augmentant de la quantité nécessaire σ_{HT} pour maintenir la consommation et la garantie. Ici intervient le fait de l'ouverture actuelle de l'éventail thermique. La réduction d'une unité de H augmente évidemment C ; mais elle est compensée en partie par la mise en service de δ_{HT} unités thermiques nouvelles, à faible consommation de charbon, qui, en exploitation, remplacent à certaines époques l'unité hydraulique supprimée et à

(1) Voir par exemple J.-R. HICKS : Théorie mathématique de la valeur (Hermann, Paris), page 8.

d'autres époques des unités thermiques anciennes à forte consommation de charbon. Il y a là un effet complexe dont la mesure exacte est difficile, mais qui ne permet pas de s'attendre

actuellement à des valeurs considérables de $\frac{\partial C}{\partial H}$

et surtout $\frac{\partial C}{\partial R}$. Quand l'éventail thermique sera refermé, les effets secondaires disparaîtront, mais la consommation spécifique de charbon économisée par le kWh hydraulique sera faible.

L'application pratique de la Théorie exige la connaissance des prix p_T et p_C , des taux annuels α , des taux marginaux de substitution σ et des économies marginales de charbon, représentées en valeur absolue par les dérivées partielles de C .

Le prix marginal p_T de l'équipement thermique est bien connu, et relativement peu variable avec T , à cause de la faible influence du site. Le prix du charbon p_C , par contre, n'est pas un prix actuel déterminé, mais l'espérance mathématique de prix aléatoires futurs. J'ai exposé, au cours de mon article, les difficultés assez sérieuses qu'entraîne son choix, et les raisons qui militent en faveur d'une certaine prime sur le prix actuel du combustible. Je n'y reviendrai pas.

Je crois intéressant, par contre, d'exposer avec un peu plus de détail les questions touchant les taux marginaux de substitution et les économies marginales de charbon.

M. HALPHEN est parvenu à déterminer concrètement la surface de garantie et la surface des consommations probables de charbon moyennant une **schématisation du réel** reposant principalement sur les hypothèses suivantes :

a) Il n'est pas tenu compte du facteur « transport », toutes les substitutions d'un équipement à un autre étant censées se faire en un point unique.

b) L'ensemble des usines hydrauliques est supposé constituer une usine unique ; de même l'ensemble des usines thermiques et l'ensemble des réservoirs. En outre, les débits alimentant l'usine hydraulique unique sont supposés passer tous par le réservoir unique.

c) L'équipement en machines et en réservoirs journaliers est supposé suffisant pour réaliser une adaptation parfaite du productible à la consommation à l'intérieur du mois, et à fortiori de la journée.

d) Le régime hydrologique unique est pris équivalent à la moyenne pondérée des régimes hydrologiques français.

e) Le phénomène de l'écrêtement, c'est-à-dire la limitation des débits utiles à la capacité des ouvrages de dérivation, n'est pris en compte que globalement, par un abattement forfaitaire de 20 % sur les apports moyens naturels.

f) La consigne d'exploitation du réservoir consiste à ne tirer sur la réserve que pour parer aux défaillances, c'est-à-dire après avoir fait appel par priorité à tous les autres moyens de production, même aux thermiques les plus coûteuses.

Ces hypothèses ont d'inégales conséquences. Les unes (b, c, d) paraissent constituer une schématisation correcte, à condition que le taux des réserves ne tombe pas au-dessous d'un certain seuil (8 à 10 %), et qu'un certain équilibre se maintienne entre les aménagements des diverses régions. L'hypothèse a est inexacte, mais paraît pouvoir être corrigée à posteriori par un coup de pouce approximatif. L'hypothèse e mériterait d'être nuancée ; telle quelle, elle a donné lieu à des discussions dont la conclusion n'a pas été encore tirée.

Enfin, l'hypothèse f est, comme l'hypothèse a, inexacte, sans qu'il soit possible toutefois de la corriger facilement après coup. Je la discuterai spécialement à l'annexe II. Je me borne à dire ici qu'elle a relativement beaucoup plus d'influence sur la surface des consommations probables de charbon que sur la surface de garantie.

Je vais donner maintenant un exemple numérique, dont je tiens à souligner le caractère conventionnel. On se tromperait grandement en en tirant des conclusions quelconques dans l'ordre des réalités concrètes ; il n'a d'autre objet que d'illustrer ce que nous pourrions demander à la Théorie économique quand les esquisses actuelles auront été mises au point.

Je considère un point-equipement correspondant à un productible hydraulique annuel moyen de 22 milliards de kWh, à une accumulation

utile de 1,65 milliards de kWh ⁽¹⁾ et à une puissance thermique remplaçable de 2.250 mégawatts ⁽²⁾ (pouvant produire au maximum 7,5 milliards de kWh pendant le semestre de septembre à mars). La consommation garantie (à 1 % près) s'élève, d'après les abaques HALPHEN, à 29 milliards de kWh (auxquels il faut ajouter la tranche desservie par le thermique non remplaçable).

Ces chiffres correspondent grossièrement à la situation de fin 1951, un an avant l'achèvement du Plan Marshall, lorsque l'effort de rénovation thermique en cours aura porté ses fruits, l'effort d'équipement hydraulique n'étant pas encore à son terme.

Admettons pour les dérivées partielles de T et C (équipement thermique et consommation probable de charbon) les valeurs conventionnelles suivantes, dont je puis dire, sans plus, qu'elles ne sont pas absurdes.

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial T}{\partial R} = -0,4 & \frac{\partial T}{\partial H} = -0,08 \\ \frac{\partial C}{\partial R} = -0,1 & \frac{\partial C}{\partial H} = -0,6 \end{array}$$

Les unités étant pour la puissance thermique équipée T le watt, pour les équipements hydrauliques H ou R le kWh productible ou accumule, pour la consommation probable C le kg. de charbon. D'où résultent les taux marginaux de substitution :

$$\begin{array}{ll} \sigma_{RT} & = 0,4 \\ \sigma_{HT} & = 0,08 \\ \sigma_{RH} & = \sigma_{RT} \quad \sigma_{TH} = 5 \end{array}$$

Admettons enfin que les taux annuels soient de 8 % pour les réservoirs, 10 % pour les usines hydrauliques, 14 % pour les usines thermiques ; que le prix d'investissement du watt thermique soit de 60 francs et celui du charbon (compte tenu d'une prime de l'ordre de 10 % sur les prix actuels) de 4 francs le kg.

Les prix marginaux du kWh productible au fil de l'eau et du kWh accumule sont donnés par :

$$\begin{array}{l} 0,10 p_H = 60 \times 0,14 \times 0,08 + 4 \times 0,6 \\ 0,08 p_R = 60 \times 0,14 \times 0,4 + 4 \times 0,1 \end{array}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{array}{l} p_H = 31 \text{ francs} \\ p_R = 47 \text{ francs} \end{array}$$

Je répète qu'en dehors même des réserves qu'appelle l'extrapolation des valeurs marginales, ces prix n'ont pas de signification réelle, parce que les dérivées partielles ont été estimées et non calculées, parce que le point-équipement correspond à une proportion de thermique qui ne se maintiendra pas, et parce qu'il n'a pas été tenu compte du transport (la forte proportion de thermique a d'ailleurs cet avantage d'atténuer notablement la disparité d'incidence respective du transport sur le thermique et l'hydraulique).

Il est permis d'espérer, par contre, que le développement des études entreprises permettra bientôt de serrer la réalité de plus près et de dégager des ordres de grandeur.

★★

Nous avons obtenu les **équations d'équilibre** en annulant la différentielle première du coût. On obtient les **conditions de stabilité** en écrivant que la différentielle seconde est positive.

Or, le coût annuel de la consommation G garantie à α près est :

$$\alpha_H p_H + \alpha_R p_R + \alpha_T p_T + p_C C(H, R)$$

La différentielle seconde s'écrit :

$$\begin{aligned} & \left(\alpha_H \frac{d p_H}{d H} + \alpha_T p_T \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} + p_C \frac{\partial^2 C}{\partial H^2} \right) d H^2 + \\ & 2 \left(\alpha_T p_T \frac{\partial^2 T}{\partial H \partial R} + p_C \frac{\partial^2 C}{\partial H \partial R} \right) d H d R + \\ & \left(\alpha_R \frac{d p_R}{d R} + \alpha_T p_T \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + p_C \frac{\partial^2 C}{\partial R^2} \right) d R^2 \end{aligned}$$

La stabilité exige que la forme quadratique ci-dessus soit définie positive (c'est-à-dire positive quels que soient dH et dR). Il faut et il suffit, pour cela, que son déterminant soit négatif, et ses coefficients extrêmes positifs. On vérifie immédiatement que la seconde condition est toujours remplie (compte tenu de ce que $\frac{\partial^2 T}{\partial H^2} = -\frac{\partial \sigma_{HT}}{\partial H}$, etc...). La première semble devoir l'être aussi dans les zones usuelles de la surface de garantie.

★★

A côté des **taux marginaux de substitution**, on peut considérer des **taux marginaux d'addition**.

Par exemple, le taux marginal d'addition α_H

(1) Correspondant à une accumulation possible de l'ordre de 2 milliards de kWh.

(2) Ce chiffre tient compte des constructions nouvelles et de certains déclassements.

de l'hydraulique à la consommation est le supplément de consommation permis par une unité de plus de l'équipement hydraulique, les équipements T et R et la garantie ne changeant pas.

Les relations entre taux de substitution et taux d'addition sont faciles à établir dans le cas où le diagramme de consommation se modifie en restant semblable à lui-même. La forme du diagramme étant ainsi fixée, il y a une relation définie entre le niveau de consommation G et les équipements T, H, R.

$$G = G(T, H, R)$$

d'où en différenciant

$$dG = \frac{\partial G}{\partial T} dT + \frac{\partial G}{\partial H} dH + \frac{\partial G}{\partial R} dR$$

on a alors par définition :

$$\alpha_H = \frac{\partial G}{\partial H} \quad \alpha_R = \frac{\partial G}{\partial R}$$

et :

$$\sigma_{RH} = \frac{\alpha_R}{\alpha_H}$$

ce qui permet de calculer les taux marginaux de substitution à partir des taux marginaux d'addition.

Remarquons d'autre part que G est une fonction homogène de T, H, R : si ceux-ci sont multipliés par un facteur arbitraire λ , il en est de même de G. On a dès lors :

$$G = T \frac{\partial G}{\partial T} + H \frac{\partial G}{\partial H} + R \frac{\partial G}{\partial R}$$

d'où l'on tire :

$$\frac{G}{\alpha_H} = H + T \sigma_{TH} + R \sigma_{RH}$$

ce qui permet de calculer les taux marginaux d'addition à partir des taux marginaux de substitution.

A N N E X E I I

L'EXPLOITATION DES RÉSERVOIRS

Le problème d'équipement optimum dont j'ai esquissé un des aspects à l'Annexe I n'a évidemment de sens précis que lorsqu'on s'est donné la consigne d'exploitation des réservoirs saisonniers.

M. HALPHEN a choisi dans ses pénétrantes études la consigne dite de **sécurité** qui consiste, je le rappelle, à ne tirer sur les réserves que pour parer aux défaillances, c'est-à-dire après avoir fait appel par priorité à tous les autres moyens de production, même aux thermiques les plus coûteuses.

Or, cette règle conduit à tenir les réservoirs systématiquement pleins et à stériliser en quelque sorte les possibilités d'**économie** de charbon qu'un jeu plus souple, — conforme d'ailleurs à

l'usage des exploitants —, permettrait d'en retirer.

Il y a ainsi une antinomie a priori entre le souci de la sécurité et celui de l'économie. L'opposition des deux points de vue apparaît d'une manière particulièrement claire à la fin de l'été. La consigne sécurité conduit alors à tenir les réservoirs pleins, au risque d'entraîner des déversements au moment des crues d'automne ; ainsi trois années sur quatre (les automnes humides) elle conduira à un gaspillage d'eau, donc de charbon ; mais une année sur quatre (l'automne sec) elle évitera des défaillances.

Au contraire, la consigne économie ménage systématiquement un creux dans les réservoirs en fin d'été, en vue d'y emmagasiner les crues d'automne ; trois années sur quatre elle réussit et procure une économie de charbon ; une année

sur quatre elle échoue, les crues d'automne ne se produisant pas, et met l'exploitation en mauvaise posture à l'entrée de l'hiver.

Il est clair que la vérité économique ne réside dans aucun des deux points de vue extrêmes, mais dans un juste compromis entre l'un et l'autre. Mais comment, dira-t-on, réaliser ce compromis entre deux exigences qui sont de nature profondément différente et paraissent irréductibles l'une à l'autre? De la même manière que dans tous les choix économiques, en ayant une échelle de coefficients d'utilité et en cherchant à obtenir la satisfaction maximum. Une seule nuance : c'est que s'agissant ici de processus aléatoires, l'élément à rendre maximum n'est pas une satisfaction déterminée, mais a le caractère d'une espérance mathématique. La solution de notre problème réside ainsi dans l'application du Principe de Maximisation de l'espérance à un système convenable de coefficients d'utilité et de désutilité — plus brièvement à un système de prix et de pénalités.

J'ai montré en particulier qu'il existe dans chaque cas une échelle très simple de pénalités et de prix telle que l'application du Principe de Maximisation de l'espérance conduise à la règle de sécurité. Ce théorème d'équivalence, dont la portée philosophique est considérable, est vrai dans des domaines plus larges que celui de l'exploitation des stocks ⁽¹⁾. Pour nous en tenir à celui-ci, la donnée du taux de garantie peut être remplacée par celle d'un double prix pour l'eau destockée en plus ou en moins de l'énergie garantie : prix a pour les mètres cubes d'excédents, pénalité b pour les mètres cubes de défaillance.

Appelons alors S l'espérance totale de la réserve et s son espérance marginale, c'est-à-dire le gain probable attaché au stockage d'un mètre cube en plus.

A la fin des hautes eaux suivantes ⁽¹⁾, le réservoir sera plein quel que soit le niveau de départ. Le fait d'avoir eu un stock supplémentaire d'un mètre cube se sera donc traduit entre temps par une vente supplémentaire équivalente. Comme la consommation garantie est une donnée fixe, cette vente supplémentaire se sera faite sous forme tantôt d'excédents, tantôt de réduction de défaillance, selon que la période intermédiaire aura été humide ou sèche. Le gain correspondant aura été tantôt a , tantôt b , de sorte que l'espérance s est (à condition de négliger le taux de l'intérêt) une moyenne de a et de b , pondérés par les probabilités des deux éventualités ci-dessus.

Ces probabilités sont inconnues à priori, mais il n'est pas nécessaire de les connaître. Il nous suffit de la double inégalité fondamentale

$$a < s < b$$

On en déduit immédiatement qu'il y a intérêt à stocker plutôt qu'à vendre des excédents ($s > a$) et à destocker plutôt qu'à être défaillant ($s < b$). C'est de la sorte que l'exploitant rend son espérance totale maximum, le stock étant un simple compensateur d'écart entre des ressources aléatoires et des dépenses obligées. On retrouve la consigne de sécurité.

Mais le cas que je viens de traiter est un cas simpliste. Dans un pays comme le nôtre, à consommation relativement souple et à production hydraulique et thermique, il y a au moins quatre prix différents pour l'énergie destockée :

- la pénalité dans la zone des défaillances ;
- l'économie de charbon dans la zone de substitution thermique ;
- le prix des excédents dans la zone des consommations non garanties ;
- zéro dans la zone des déversements.

Encore ceci suppose-t-il que l'éventail des consommations thermiques est complètement refermé ; dans l'hypothèse contraire, on a une gamme de plus de quatre prix.

La consigne de sécurité ne s'applique ainsi en toute rigueur que dans les pays à consommation rigide et à production purement hydraulique, où

(1) Par exemple dans le cas d'une production aléatoire ponctuelle (le volume d'une récolte, le productible annuel d'un groupe d'usines hydrauliques), on peut remplacer la donnée du taux de garantie désiré par celle d'une pénalité P unique par défaillance, quelle que soit l'étendue de celle-ci. La pénalité P s'identifie d'ailleurs au multiplicateur de Lagrange de la méthode de garantie.

(1) Ou, en tout cas, à la fin de l'un des cycles annuels ultérieurs.

SURFACE DES ESPÉRANCES MARGINALES

Consommation	100	— Courbes de niveau	Valeur de l'énergie
Productivité hydraulique	90	— Mouvement moyen de la réserve (méthode des ESPÉRANCES MARGINALES)	Substitution thermique 1
Taux des réserves	10 %	--- Mouvement moyen de la réserve (méthode "SECURITE")	Excédents 0,3
Possibilités thermiques max. (constantes dans l'année)	37		Défaillances 100

Fig. 2

les prix intermédiaires sont supprimés (il faut en outre, si le prix le plus bas est différent de zéro, négliger le taux de l'intérêt, ce qui est possible à cause de la courte durée du cycle annuel).

Le Principe de Maximisation conduit à la méthode de garantie lorsqu'on adopte le système du double prix. Mais il a une portée beaucoup plus large, et s'applique à n'importe quel système de prix. Cette application est l'objet de la **méthode des espérances marginales**. J'allongerais outre mesure cette note en la développant ici. J'indique seulement qu'il est possible de calculer l'espérance marginale de l'eau en stock en fonc-

tion de l'époque et du montant de la réserve ⁽¹⁾. On a ainsi une **surface des espérances marginales**, dont je donne (fig. 2) un exemple calculé dans l'hypothèse de quatre prix avec une pénalité égale à 100 fois le prix du charbon (pris pour unité). On distingue sur cette surface trois zones : dans la zone inférieure ($s > 1$) on ne destocke que pour éviter des défaillances (comme dans la consigne de sécurité) ; dans la zone moyenne ($1 > s > 0,3$) on destocke, s'il y a lieu, pour économiser du charbon ; enfin, dans la zone supérieure ($s < 0,3$) on peut destocker pour vendre des excédents.

On a figuré sur la surface le mouvement

(1) Pierre MASSE : Journal de la Société de Statistique de Paris, N° 9-10, septembre-octobre 1944.
Pierre MASSE : « Les Réserves et la Régulation de l'Avenir dans la vie économique », Avenir Aléatoire, Tome II (Hermann, Paris).

moyen du réservoir dans la consigne « espérance marginale » (trait plein) et dans la consigne « sécurité » (trait interrompu).

On remarquera que, dans la zone médiane du réservoir, la courbe en trait plein suit à peu près une courbe de niveau de l'espérance marginale. Ce n'est pas un hasard. La chose est assez intuitive et peut en tout cas se démontrer.

On remarquera également que la consigne

« espérance marginale » permet de tirer un excellent parti de la capacité du réservoir, alors que la consigne « sécurité » ne le permet pas. En fait, dans l'exemple choisi, les deux consignes sont pratiquement équivalentes du point de vue de la sécurité (défaillances négligeables), mais la première est supérieure au point de vue de l'économie (moins de déversements et moins de consommation de charbon).