NOTULE HYDRAULIQUE

HYDRAULIC BRIEF

HOULE EN PROFONDEUR VARIABLE

Relation entre l'Amplitude et la Vitesse de Groupe

WAVES IN VARIABLE DEPTH

RELATIONSHIP BETWEEN THE AMPLITUDE AND THE GROUP VELOCITY

(English synopsis p. 776)

Lorsqu'une houle se propage sur un fond incliné de pente faible, on sait que l'on peut calculer, en première approximation, la variation d'amplitude en supposant que le débit d'énergie est constant à travers un plan vertical. Il est intéressant d'étudier la relation qui existe entre la variation de l'amplitude et celle de la vitesse de groupe, vitesse qui, dans le cas de la houle, est égale à celle de la propagation de l'énergie.

Rappelons tout d'abord rapidement l'expression de l'amplitude en fonction de la profondeur en renvoyant pour le calcul et pour la justification de l'approximation faite à l'article de M. MICHE «Mouvements ondulatoires de la mer» (Annales des Ponts et Chaussées, 1944).

Soient, pour une profondeur h,

- L la longueur d'onde de la houle,
- C sa célérité,
- C_g sa vitesse de groupe,
- $2a$ son amplitude.

Désignons par les mêmes lettres affectées de l'indice zéro, les caractéristiques correspondantes d'une houle de même période en profondeur infinie.

Supposant que les caractéristiques d'une houle en un point sont les mêmes que celles d'une houle sur fond horizontal de même profondeur, l'hypothèse que la période de la houle est constante, se traduit par la relation :

$$(1) \quad \frac{L}{L_0} = \text{th } 2\pi \frac{h}{L}$$

La condition exprimant que le débit d'énergie est constant s'écrit :

$$(2) \quad k\, C_g\, a^2 = k \frac{C_0}{2}\, a$$

(où k est une constante), puisque la vitesse de groupe en profondeur infinie est $\frac{C_0}{2}$.

Combinant les relations (1) et (2), on obtient:

$$\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 = \frac{1}{\text{th}\,\frac{2\pi h}{L}\left(1 + \frac{\frac{4\pi h}{L}}{\text{th}\,\frac{4\pi h}{L}}\right)}$$

Le rapport $\frac{a}{a_0}$ ne dépend que de $\frac{h}{L_0}$, comme on le voit facilement en écrivant $\frac{h}{L} = \frac{h}{L_0} \cdot \frac{L_0}{L}$.

La courbe représentant $\frac{a}{a_0}$ en fonction de $\frac{h}{L_0}$ (figure 1), permet de calculer l'amplitude en un point h connaissant les caractéristiques de la houle en profondeur infinie ; très voisin de la valeur 1 pour $\frac{h}{L_0} = 0{,}5$, le rapport $\dfrac{a}{a_0}$ commence par décroître lorsque la profondeur diminue, passe par un minimum pour $\dfrac{h}{L_0} = \dfrac{1}{2\pi}$, puis se met à croître et devient rapidement supérieur à 1.

Ceci rappelé, la relation (2) peut s'écrire :

$$\frac{C_g}{C_0} = \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\dfrac{a}{a_0}\right)^2}$$

Le rapport $\dfrac{C_g}{C_0}$ ne dépend donc, lui aussi, que de $\dfrac{h}{L_0}$; la courbe représentant $\dfrac{C_g}{C_0}$ en fonction de $\dfrac{h}{L_0}$ (figure 2) se déduit ainsi très simplement de la courbe relative à $\dfrac{a}{a_0}$. En particulier, il est clair qu'au minimum de cette dernière courbe correspond un maximum pour la première.

Ainsi, quand une houle se propage sur un fond incliné, la vitesse de groupe passe par un maximum au point même où l'amplitude est minimum.

F. SUQUET.

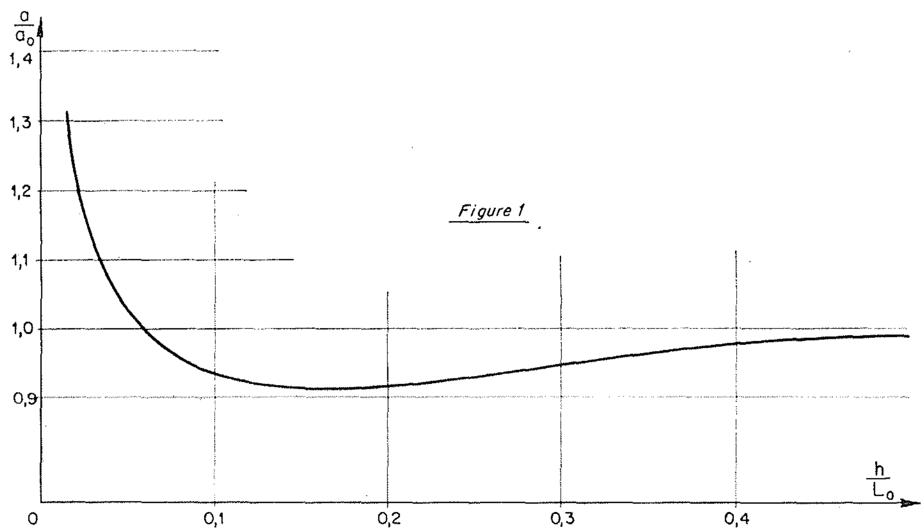

Figure 1

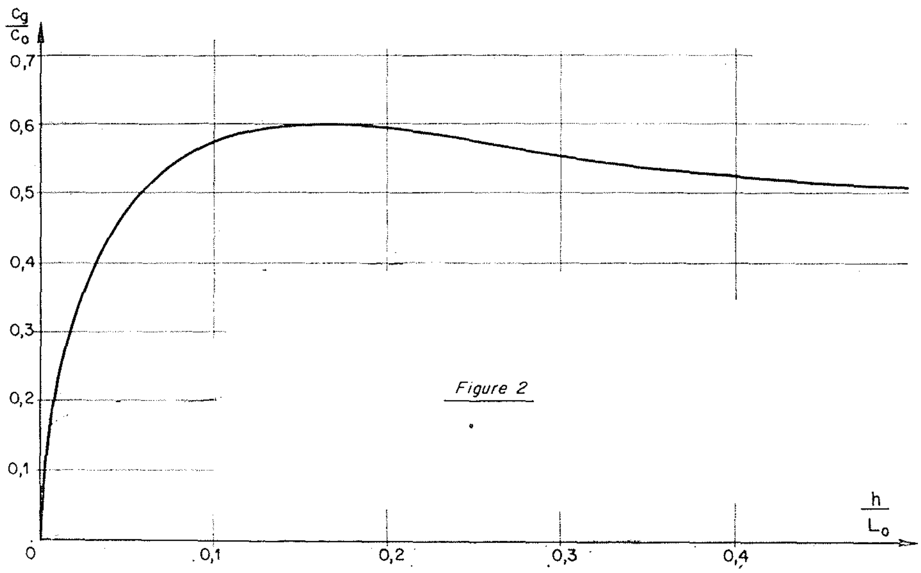

Figure 2