Étude théorique de la houle en eau courante

Theoretical study of wave in running water

PAR F. BIESEL

INGÉNIEUR AUX ÉTABLISSEMENTS NEYRPIC

English synopsis p. 193

L'étude de la propagation de la houle et des marées dans des canaux ou des rivières où règne un certain courant a un intérêt pratique certain. Nombreuses, en effet, sont les circonstances où l'on a à étudier ce genre de phénomène. C'est le cas lorsque l'on considère la pénétration de la houle du large dans un estuaire, les ondes créées par le vent dans des canaux rectilignes ou encore les ondes stationnaires qui peuvent être assimilées à des houles remontant le courant à la vitesse même de celui-ci.

Les lois de la propagation de ces houles sont relativement peu étudiées. Deux points, en particulier, semblent rester obscurs, tout d'abord l'évaluation de l'amortissement subi par la houle du fait de la présence du courant et de la turbulence qu'il provoque, ensuite la détermination de la vitesse de propagation dans le cas général où la vitesse du courant n'est pas la même en tous les points de la section.

C'est seulement ce deuxième point que nous nous proposons d'étudier ici. C'est pourquoi, dans ce qui suit, nous allons chercher à établir les équations du mouvement d'une houle superposée à un courant dans un liquide parfait. Nous supposerons de plus que la profondeur est constante et nous nous limiterons au problème plan, c'est-à-dire au cas d'un canal prismatique à section rectangulaire très large.

Précisons dès maintenant que nous ne cherchons à établir que des équations approchées au premier ordre, c'est-à-dire que nous ne considérons que des houles peu cambrées. Au contraire, nous ne supposons pas que le courant constant soit petit, nous nous contentons d'exiger qu'il soit fini (1), qu'il varie d'une façon continue avec la profondeur et qu'il admette des dérivées premières et secondes finies (1) par rapport à cette même profondeur. Les approximations ainsi introduites sont essentiellement les mêmes que celles intervenant dans l'établissement des équations du premier ordre de la houle en eau tranquille.

Nous utiliserons l'artifice bien connu qui consiste à étudier le mouvement dans un système de référence où il est stationnaire. Nous prendrons donc des axes Ox et Oy liés au profil de la houle, que nous supposerons périodique et permanente. Ox sera confondu avec le niveau moyen et Oy sera vertical ascendant.

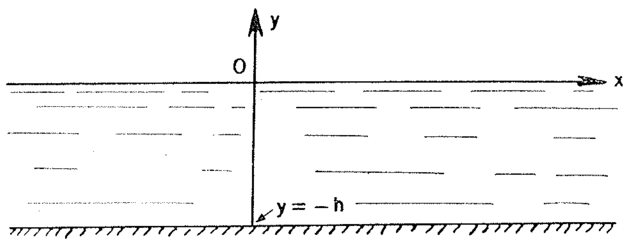

FIG. 1.

Nous désignerons en outre par :

h la profondeur,

L la longueur d'onde avec $\frac{2\pi}{L} = m$,

$c(y)$ la vitesse moyenne du courant par rapport aux axes liés au profil,

---

(1) Il faut donner à ce terme de « fini » un sens plus physique que mathématique, ainsi qu'on le fait pour le terme « infiniment petit » quand on dit une houle d'amplitude « infiniment » petite pour désigner une houle d'amplitude « très modérée » par opposition aux houles de forte cambrure pour lesquelles la théorie du premier ordre est insuffisante. Par conséquent notre hypothèse signifie que le courant n'est pas démesurément grand.

$\eta(x)$ l'équation de la surface libre,
u et v les composantes de la vitesse suivant les axes Ox et Oy,
$2a$ l'amplitude de la houle.

Les autres notations intervenant au cours des calculs seront définies au fur et à mesure de leur utilisation.

Etablissement des équations du mouvement.

On sait que pour un liquide parfait incompressible les composantes de la vitesse u et v peuvent s'exprimer, grâce à une fonction de courant ψ, par les formules :

$$u = \frac{\delta\psi}{\delta y}\ ; \quad v = -\frac{\delta\psi}{\delta x} \qquad (1)$$

La fonction ψ étant soumise à la condition que $\Delta\psi$ soit une fonction de ψ, ce qui peut s'exprimer par l'équation :

$$\frac{d(\psi, \Delta\psi)}{d(x/y)} = 0 \qquad (2)$$

Nous chercherons à satisfaire à cette condition par une fonction de la forme :

$$\psi = \gamma(y) - c_0 a f(y) \sin mx \qquad (3)$$

La fonction $\gamma(y)$ est liée à la loi de répartition du courant relatif en fonction de la profondeur $c(y)$ par la relation :

$$c = \frac{d\gamma}{dy} \qquad (4)$$

et ainsi elle est définie à une constante près qui n'intervient plus dans le calcul. D'autre part, on a désigné par c_0 la vitesse du courant en surface :

$$(c_0 = c(0)).$$

Le second terme du second membre de (3) représente le mouvement de la houle. Dans ce terme, $f(y)$ est à déterminer, il importe donc de bien dégager toutes les conditions auxquelles cette fonction doit satisfaire. Ces conditions sont au nombre de trois :

1° L'amplitude de la houle doit être égale à $2a$, or l'équation (3) permet d'établir que l'équation de la surface libre est (à l'approximation indiquée) :

$$\eta(x) = af(0) \sin mx \qquad (5)$$

On en déduit immédiatement que $f(y)$ doit satisfaire à la condition :

$$f(0) = 1 \qquad (6)$$

2° Au voisinage du fond on doit avoir $v = 0$; on voit aisément sur l'équation (3) que pour cela il suffit que l'on ait :

$$f(-h) = 0 \qquad (7)$$

3° La condition (2) doit être satisfaite, c'est l'équation indéfinie du mouvement.

Cette condition s'écrit, en explicitant le Jacobien et en donnant à ψ sa valeur (3) :

$$\begin{aligned} -mc_0af \cos mx\, (\gamma''' &- c_0af''' \sin mx \\ + c_0m^2af' \sin mx) &- (\gamma' - c_0af' \sin mx) \\ \times (-c_0maf'' \cos mx &+ c_0m^3af \cos mx) = 0. \end{aligned}$$

Ce qui, en supprimant les termes en a^2, se réduit à :

$$mc_0a(-\gamma'''f + \gamma'f' - m^2\gamma'f) \cos mx = 0$$

Cette condition devient enfin (en introduisant : c au lieu de γ') :

$$-fc'' + f''c - m^2fc = 0 \qquad (8)$$

Ce qui, finalement, peut se mettre sous la forme :

$$\frac{f''}{f} = m^2 + \frac{c''}{c} \qquad (9)$$

Cette équation, qui est une équation différentielle du second ordre, jointe aux conditions (6) et (7), permet, en général, de déterminer entièrement la fonction $f(y)$ quand on connaît $c(y)$.

Il reste également à exprimer que la pression est constante le long de la surface libre. Pour cela, nous appliquerons le théorème de BERNOUILLI à la ligne de courant supérieure. Le carré de la vitesse y vaut, à des termes en a^2 près :

$$\overline{V}^2 = u^2 + v^2 = c_0^2 + 2c_0a\,[c'(0) - c_0f'(0)] \sin mx$$

L'équation de BERNOUILLI :

$$\frac{\overline{V}^2}{2} + g\eta = cte$$

donne donc :

$$c_0\,[c_0f'(0) - c'(0)] = g \qquad (10)$$

Cette dernière condition permet d'achever la détermination de la solution, ainsi que le montreront les exemples qui suivent. Remarquons toutefois dès maintenant que les formules (9) et (10) permettent d'énoncer le résultat important suivant :

Au premier ordre d'approximation, les vitesses de propagation des houles en eau courante ne dépendent pas de leur amplitude.

Application pratique des formules trouvées.

L'équation différentielle fondamentale de notre problème :

$$\frac{f''}{f} = m^2 + \frac{c''}{c} \qquad (9)$$

ne sera résoluble en termes finis que pour des formes très particulières de la fonction $c(y)$. Or, dans le cas des écoulements réels, non seulement $c(y)$ sera quelconque, mais encore le plus souvent cette fonction sera donnée empiriquement et ne pourra être exprimée par une formule analytique. Dans ce cas, les équations que nous avons établies permettraient encore de résoudre entièrement le problème mais au prix d'intégrations numériques et de tâtonnements longs et fastidieux.

Nous ne croyons pas que la nature du problème étudié justifie une telle perte de temps. La précision à laquelle on arriverait ainsi serait probablement illusoire, étant donné que, d'une part, la répartition réelle des vitesses est rarement connue avec exactitude et que, d'autre part, la présente théorie ne tient pas compte de la viscosité et de la turbulence dont l'influence sur les caractéristiques de la houle reste encore mal connue. En particulier il serait désastreux de vouloir tenir compte des vitesses dans la couche limite où l'influence de la viscosité devient prépondérante. Nous admettrons donc que la vitesse sur le fond peut être une fraction notable de la vitesse en surface. Le sens précis de cette dernière convention apparaîtra clairement sur les exemples qui vont suivre.

De plus, afin d'éviter des calculs numériques compliqués et sans utilité pratique, on est conduit à remplacer la loi réelle de distribution des vitesses par une loi qui en diffère aussi peu que possible mais qui permette d'intégrer aisément l'équation (9). Il est raisonnable de penser que les résultats ainsi obtenus donneront déjà des indications intéressantes sur l'allure des phénomènes réels. D'autre part, on pourra, si on le désire, avoir une idée plus précise de l'influence des modifications ainsi introduites en faisant des études comparatives de plusieurs cas faciles à calculer.

Parmi les lois de répartition $c(y)$ qui permettent de résoudre facilement l'équation (9), on peut citer en particulier les fonctions trigonométriques, hyperboliques et exponentielles qui permettent déjà d'étudier une certaine variété de cas. Mais les calculs de beaucoup les plus simples sont obtenus en supposant que la loi de variation des vitesses en fonction de la profondeur est linéaire. Nous nous limiterons à ce cas et en conséquence nous supposerons que l'on puisse remplacer la loi réelle de répartition des vitesses par une loi linéaire aussi voisine que possible, ainsi qu'il est représenté schématiquement sur la figure 2. On pourra toujours imposer à la nouvelle répartition de vitesse de conserver le débit de l'ancienne, c'est-à-dire en particulier la vitesse moyenne :

$$\frac{U_0 + U_1}{2}$$

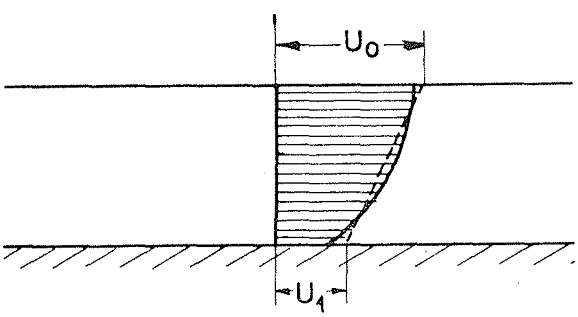

FIG. 2. — EXEMPLE DE REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE D'UNE RÉPARTITION DE COURANT COMPLEXE par une répartition variant linéairement de la vitesse U_1 sur le fond à la vitesse U_0 en surface.

Ceci étant admis, notons que le problème peut se poser d'un très grand nombre de façons différentes. Nous ne retiendrons que les principales que l'on peut énoncer ainsi :

a) La loi de répartition de courant étant donnée, déterminer la longueur des ondes stationnaires;

b) La loi de répartition de courant étant donnée *à un facteur multiplicatif près*, déterminer ce facteur, ou, ce qui revient au même, la vitesse moyenne du courant, pour que les ondes stationnaires aient une longueur donnée. Un cas particulier de ce problème est la recherche de la vitesse critique, que nous pourrons définir comme la valeur de la vitesse moyenne pour laquelle les ondes stationnaires ont une longueur infinie;

c) La loi de répartition de courant étant donnée, déterminer la célérité des houles de longueur donnée remontant ou descendant le courant;

d) La loi de répartition de courant étant donnée, déterminer la longueur et la célérité des houles remontant ou descendant le courant et passant en un point donné avec une fréquence donnée. (Problème d'une houle de fréquence connue remontant un cours d'eau.)

Dans ce qui suit nous allons tout d'abord établir les formules générales relatives à une répartition de vitesse linéaire, puis nous étudierons successivement tous les problèmes énumérés ci-dessus.

Etablissement des formules générales dans le cas où la répartition de vitesse est linéaire.

Nous supposons que l'on aie :

$$c = c_0 (1 + Ky) \qquad (11)$$

L'équation (9) devient alors :

$$f'' = m^2 f$$

Compte tenu des conditions (6) et (7), elle admet la solution :

$$f(y) = \frac{\operatorname{sh} m(h+y)}{\operatorname{sh} mh} \qquad (12)$$

La relation (10) nous donne alors :

$$c_0^2 \left[m \frac{\operatorname{ch} mh}{\operatorname{sh} mh} - \mathrm{K} \right] = g \qquad (13)$$

a) Première forme du problème. — Dans ce cas, c_0, K et h sont donnés, la formule (13) permet donc de déterminer m, c'est-à-dire la longueur d'onde $\mathrm{L} = \frac{2\pi}{m}$ par l'équation :

$$m \frac{\operatorname{ch} mh}{\operatorname{sh} mh} = \frac{g}{c_0^2} + \mathrm{K} \qquad (14)$$

Il est facile de voir que cette équation ne comporte de solution que si l'une des deux conditions :

$$c_0^2 (1 - \mathrm{K}h) < gh \qquad (15)$$

$$c_0^2 (1 + \mathrm{K}h) < -gh) \qquad (16)$$

est satisfaite.

La seconde de ces conditions ne pourra être satisfaite que pour des valeurs négatives de K, c'est-à-dire dans des cas où les vitesses au fond seront supérieures aux vitesses en surface; si nous éliminons cette possibilité, qui ne correspond pas à des applications pratiques, nous voyons que c'est la première condition qui doit être satisfaite. Si l'on remarque en outre que $c_0 (1 - \mathrm{K}h)$ est égal à la vitesse au fond que nous désignerons ci-après par c_1, on voit que la condition (15) peut s'écrire :

$$\sqrt{c_0 c_1} < \sqrt{gh} \qquad (17)$$

On peut donc énoncer la règle suivante :

Il ne peut y avoir d'onde stationnaire à la surface d'un cours d'eau, dans lequel la répartition des vitesses varie linéairement avec la profondeur, que si la moyenne géométrique des vitesses au fond et à la surface est inférieure à la vitesse critique classique $\sqrt{gh}$.

La moyenne arithmétique étant en général supérieure à la moyenne géométrique, on conclut de la régle précédente que des ondes stationnaires peuvent subsister à la surface d'un cours d'eau dont la vitesse moyenne est sensiblement supérieure à $\sqrt{gh}$. En particulier dans le cas (théorique) où la vitesse sur le fond est nulle, il peut y avoir des ondes stationnaires quelle que soit la vitesse en surface.

On peut également montrer à partir de l'équation (14), et compte tenu des conditions (17) et $\mathrm{K} > 0$, que *la longueur des ondes stationnaires est en général plus petite que dans un courant uniforme de même vitesse moyenne.*

b) Deuxième forme du problème. — m, K et h sont donnés et l'on demande de déterminer c_0. Nous le faisons immédiatement grâce à la formule (13) qui nous donne :

$$c_0^2 = \frac{g}{m \frac{\operatorname{ch} mh}{\operatorname{sh} mh} - \mathrm{K}} \qquad (18)$$

Quoique notre point de vue ait légèrement changé, la discussion précédente s'applique presque entièrement à ce nouveau problème.

On verrait en particulier sans difficulté que, *pour une longueur d'onde donnée, la vitesse moyenne du courant est supérieure à ce qu'elle serait dans le cas d'un courant uniforme.*

Si nous cherchons à déterminer c_0 pour des houles infiniment longues, nous voyons que l'équation (18) tend vers :

$$c_0^2 = \frac{gh}{1 - \mathrm{K}h} \qquad (19)$$

La vitesse moyenne $c_m = \frac{c_0 + c_1}{2}$ vaut :

$$c_0 \left(1 - \frac{\mathrm{K}h}{2} \right)$$

On a donc dans ce cas :

$$c_m^2 = gh \frac{\left(1 - \frac{\mathrm{K}h}{2}\right)^2}{1 - \mathrm{K}h} = gh \left[1 + \frac{\mathrm{K}^2 h^2}{4(1 - \mathrm{K}h)} \right] \qquad (20)$$

L'écoulement critique ne sera donc atteint que pour une valeur de la vitesse moyenne supérieure à $\sqrt{gh}$ (1). Le graphique de la figure 3 permet de se rendre compte de l'importance des écarts entre la vitesse critique moyenne et $\sqrt{gh}$.

En particulier, dans le cas limite où Kh est égal à 1 (vitesse nulle au fond), la vitesse critique n'est jamais atteinte.

Notons, à propos de cette dernière remarque, que ce résultat n'est pas dû à la forme particulière de la répartition des vitesses, mais subsisterait pour une répartition suivant une loi quelconque $c(y)$ telle que c soit nul et c' fini sur le fond.

Notons encore que la présente théorie ne peut indiquer que la tendance de la vitesse critique à devenir infinie et non donner une représenta-

(1) Nous excluons le cas où U_0 et U_1 ne seraient pas de même signe.

tion valable de ce qui se passe pour des vitesses énormes, puisque nous avons précisé, dans nos hypothèses, que la vitesse du courant restait finie, c'est-à-dire en langage physique raisonnablement grande.

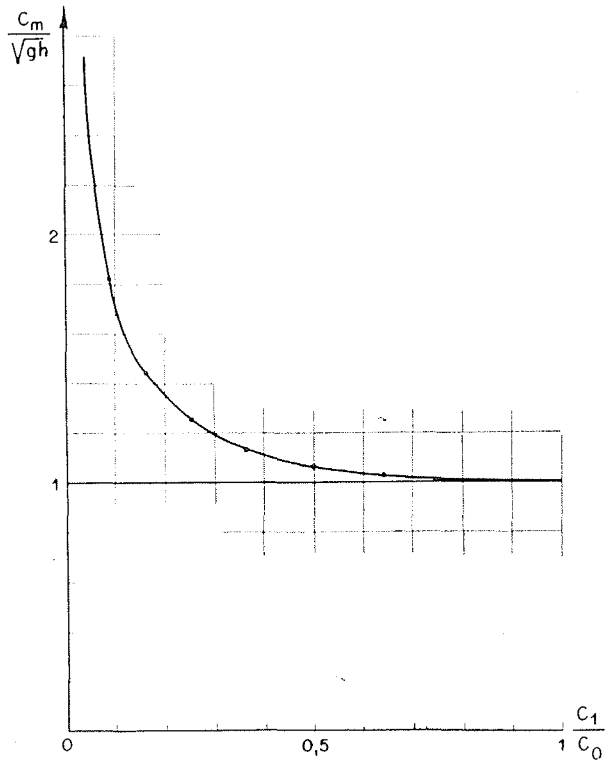

FIG. 3.

c) TROISIÈME FORME DU PROBLÈME. — On donne m et les vitesses absolues (2) du courant en surface et au fond, soit U_0 et U_1. Il faut déterminer la célérité absolue C_a (positive ou négative) des ondes qui descendent ou remontent le courant.

Dans le système d'axes lié au profil d'onde, on a, avec les mêmes notations que précédemment :

$$c_0 = U_0 - C_a$$
$$c_1 = U_1 - C_a$$

D'où l'on déduit :

$$K = \frac{c_0 - c_1}{hc_0} = \frac{U_0 - U_1}{h\,(U_0 - C_a)}$$

L'équation (13) devient alors :

$$(U_0 - C_a)^2 \left[m\, \frac{\operatorname{ch} mh}{\operatorname{sh} mh} - \frac{U_0 - U_1}{h\,(U_0 - C_a)} \right] = g \quad (22)$$

(2) Dans ce qui suit le terme absolu signifiera « par rapport à des axes absolus » et jamais « en valeur absolue » au sens algébrique de l'expression.

Ce qui peut se mettre sous la forme :

$$(U_0 - C_a)^2 - (U_0 - U_1)\,\frac{\operatorname{th} mh}{mh}\,(U_0 - C_a) - g\,\frac{\operatorname{th} mh}{m} = 0 \quad (23)$$

On en déduit immédiatement :

$$C_a = U_0 - \frac{U_0 - U_1}{2}\,\frac{\operatorname{th} mh}{mh} \pm \sqrt{\left[\frac{U_0 - U_1}{2}\,\frac{\operatorname{th} mh}{mh}\right]^2 + g\,\frac{\operatorname{th} mh}{m}} \quad (24)$$

On voit que l'on trouve deux valeurs de la célérité correspondant aux houles ascendantes ou descendantes.

En ce qui concerne les ondes très courtes, la formule que nous venons d'établir montre que leur vitesse absolue s'obtient en ajoutant (algébriquement) la vitesse de propagation en eau tranquille des houles de cette longueur à la vitesse des couches superficielles du courant. Ce qui est bien naturel.

On aurait pu s'attendre à ce que la vitesse absolue des ondes très longues s'obtienne en ajoutant leur vitesse de propagation en eau tranquille à la vitesse moyenne du cours d'eau. Mais ainsi énoncée cette règle n'est pas exacte, en effet cette vitesse absolue s'obtient en ajoutant à la vitesse moyenne ou en lui retranchant une vitesse de propagation différente de sa valeur classique $\sqrt{gh}$. Cette vitesse est exprimée par :

$$C_p = \sqrt{\left(\frac{U_0 - U_1}{2}\right)^2 + gh} \quad (25)$$

Dans les cas d'application pratique de cette formule, $\frac{U_0 - U_1}{2}$ sera en général assez petit par rapport à la vitesse critique. La vitesse de propagation différera donc assez peu de la vitesse classique. Considérons par exemple le cas d'un courant dont la vitesse superficielle excède la vitesse au fond d'une quantité égale à la vitesse critique $\sqrt{gh}$, ce qui serait considérable.

On aurait alors :

$$C_p = \sqrt{\frac{gh}{4} + gh} = \sqrt{\frac{5}{4}\,gh} \cong 1{,}12\,\sqrt{gh}$$

Précisons encore les résultats obtenus sur un exemple numérique. Soit à déterminer la célérité d'ondes de trois mètres de longueur dans un canal d'un mètre de profondeur où la vitesse varie de 1 m/s à la surface à 0,5 m/s au fond. On a donc :

$$U_0 = 1 \text{ m/s} \quad U_1 = 0{,}5 \text{ m/s}$$

$$mh = \frac{2\pi}{3} = 2{,}094$$

On tire aisément de la formule (24) :

$$C_a = 0{,}88 \pm 2{,}14 \text{ m/s}$$

Soit les deux solutions :

$C_a' = \quad 3{,}02$ m/s (onde descendante)

$C_a'' = -1{,}26$ m/s (onde ascendante)

Un calcul direct de ces vitesses fait en ajoutant à la vitesse moyenne 0,75 la vitesse de propagation en eau tranquille, aurait donné :

2,89 au lieu de 3,02 m/s

et 1,39 au lieu de 1,26 m/s

d) QUATRIÈME FORME DU PROBLÈME. — On donne les vitesses absolues U_0 et U_1 comme précédemment et la fréquence de passage des houles en un point fixe, soit $\frac{k}{2\pi}$ houles par seconde.

On voit aisément que l'on a, avec les notations du paragraphe précédent : $k = mC_a$.

On demande de déterminer m (C_a s'en déduira facilement).

Cette détermination ne présente aucune difficulté de principe, mais elle conduit à une équation qu'il est nécessaire de résoudre graphiquement ou par approximations successives.

Il suffira en effet de remplacer C_a par $\frac{k}{m}$ dans les équations (22), (23) ou (24) pour obtenir une équation qui détermine implicitement m en fonction des autres quantités. Une étude complète de ce cas serait trop longue pour prendre place ici.

Conclusion.

Le présent calcul est encore loin d'être parfait puisqu'il ne tient pas compte de ces facteurs, pourtant si importants dans la théorie des eaux courantes, que sont la turbulence et la viscosité. D'autre part, il est pratiquement impossible d'étudier la répartition des vitesses dans toute la complexité où elle se présente dans la réalité. Cependant nous pensons que les résultats auxquels nous avons abouti ont une signification pratique au moins qualitative et qu'ils sont même susceptibles de donner, avec une assez bonne approximation, l'ordre de grandeur des modifications subies par le régime des houles en canal ou en rivière lorsque la vitesse du courant varie en fonction de la profondeur. Il est donc intéressant de résumer rapidement les principaux résultats que nous venons d'obtenir.

En ce qui concerne les houles très courtes, nous avons vu que celles-ci avaient, par rapport aux couches superficielles du courant, la même vitesse de propagation qu'en eau tranquille, ce qui est très satisfaisant pour l'esprit.

Pour les ondes longues, au contraire, nous avons vu que la vitesse de propagation, par rapport au courant moyen, était *en général supérieure* à la vitesse de propagation en eau tranquille des houles de même longueur; cette différence étant d'autant plus accentuée que la différence entre les vitesses du fond et de la surface est plus grande.

Il en résulte en particulier que la vitesse moyenne critique est supérieure à $\sqrt{gh}$. Mais dans la plupart des cas pratiques, la modification ainsi introduite n'est que de quelques pour cent.

Enfin, dans le cas des ondes de longueurs intermédiaires, le présent calcul supplée à l'intuition, alors entièrement défaillante, et permet de déterminer leur célérité avec précision.

DISCUSSION

M. le Président remercie M. BIESEL et lui demande quelques précisions sur l'importance des modifications mentionnées dans l'avant-dernier paragraphe du mémoire.

M. BIESEL précise qu'il y a effectivement des corrections assez importantes dans le cas des ondes moyennes — dont l'exemple choisi était une houle de trois mètres de longueur dans un canal de un mètre de profondeur. En ce cas, on fait une erreur sensible en calculant la vitesse de propagation absolue par la simple addition de la vitesse moyenne du courant et de la vitesse de propagation en eau tranquille des houles de même longueur; cette manière de faire semble plus justifiée pour les houles très longues qui intéressent également toutes les profondeurs, cependant, même dans ce cas, on fait une erreur. C'est cette erreur qui sera en général très faible.

A une question de M. NIZERY, M. BIESEL répond qu'il n'a pas été fait de vérifications expérimentales. Il est à noter cependant, que dans le cas des ressauts ondulés, on a vérifié grossièrement les formules que l'on obtient en admettant que la vitesse du courant ne varie pas avec la profondeur (addition de la vitesse moyenne et de la vitesse de propagation en eau tranquille). On pourrait essayer de voir si les écarts constatés au cours de cette vérification sont dans le sens indiqué par la présente théorie.

M. LACOMBE rappelle que pour les opérations de guerre, les Américains et les Britanniques ont étudié les modifications de la houle dans des golfes ou dans des embouchures étroites, lorsqu'ils sont parcourus par des courants de marées. Une vérification qualitative est connue par les marins; quand le vent est contre le courant, la houle se creuse beaucoup plus et la mer déferle beaucoup plus fortement.

M. BIESEL précise que ces calculs ont été faits, d'ailleurs, à partir d'une théorie où les courants ont la même amplitude à toutes les profondeurs (ce qui, remarque M. LACOMBE, est le cas des courants de marée) mais, de toute façon, ne pense pas qu'il faudrait chercher à appliquer la théorie qu'il vient de présenter pour ce calcul qui est déjà assez compliqué et n'a d'ailleurs qu'un caractère schématique.

M. Darrieus demande des précisions sur le cas où la vitesse sur le fond est nulle. Le calcul ne laisse pas apparaître la raison pour laquelle des réserves sont nécessaires. Après s'être entendu avec M. Biesel sur les différents systèmes de référence que l'on pouvait utiliser pour décrire les phénomènes (ce qui peut amener à considérer des vitesses négatives), il cherche à trouver une interprétation physique au fait que des ondes stationnaires ne peuvent exister quand la vitesse du courant est nulle sur le fond.

Il suggère que ceci est peut-être dû au fait que les différences de pression sur le fond ne peuvent plus être équilibrées par des efforts d'inertie dans le cas où la vitesse sur le fond est nulle. Peut-être que l'étude théorique au voisinage du cas critique permettrait de mieux voir ce qui se passe.

M. Biesel trouve l'idée de M. Darrieus extrêmement intéressante et pense qu'elle contient probablement l'explication physique de l'anomalie indiquée par le calcul. Il signale cependant qu'il serait difficile d'obtenir une vérification dans le cadre de sa théorie car les approximations qu'elle contient ne sont valables que si le courant n'est pas trop grand.

M. Legendre suggère une autre interprétation de ce résultat et ébauche une façon originale de reprendre le problème.

M. Biesel, vivement intéressé, lui suggère de rédiger une note à ce sujet.

Après avoir souligné le caractère théorique de l'étude de M. Biesel et laissant provisoirement de côté la question des applications pratiques, M. le Président demande à M. Biesel comment sa théorie se raccorde à celle de Stokes qui a démontré qu'il n'y avait pas de houle permanente sans aucun courant.

M. Biesel répond que sa théorie n'est que du premier ordre et tient compte d'un courant fini alors que le courant signalé par Stokes est du second ordre. Pour pouvoir effectivement raccorder les deux théories, il faudrait donc faire une théorie approchée au second ordre.