

Le déversoir à seuil épais

Broadcrested weir

PAR L.-J. TISON

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE GAND

English synopsis, p. 418.

1. On s'est longtemps contenté de la formule de BÉLANGER pour déterminer le débit sur ces déversoirs. Se basant sur l'hypothèse du débit maximum, BÉLANGER avait trouvé que :

$$Q = 0,385 \cdot \sqrt{2g} \cdot c^{3/2},$$

Q étant le débit par mètre de largeur du déversoir à seuil horizontal, et
c étant la hauteur d'eau à l'amont du déversoir par rapport au seuil.

Si la vitesse d'amenée n'est pas négligeable,

c doit être augmenté de $\frac{U^2}{2g}$, U étant la vitesse

moyenne à l'amont du déversoir. Le seuil est supposé suffisamment arrondi à l'amont pour que le coefficient de contraction puisse être pris égal à l'unité. Cette formule fut soumise à diverses vérifications, notamment par BAZIN (1), et, dans les dernières années, le déversoir en question a fait l'objet d'assez nombreux études parmi lesquelles nous signalerons celles d'ESCANDE (2), de HUNTER ROUSE (3), de J. G. WOODBURN (4), laquelle donna lieu à une discussion très intéressante à laquelle prirent part H. W. KING, SHERMAN, M. WOODWARD, DAVID L. YARNELL, BORIS A. BAKHMETEFF, D. D. CURTIS, E. LINDQUIST, R. L. PARSHALL.

2. L'écoulement sur un déversoir à seuil épais peut être considéré comme étant constitué par un écoulement dans un canal de longueur égale à celle du seuil, alimenté à l'amont par un réservoir avec production d'une inflexion de la surface supérieure et se déversant à l'aval

en nappe libre soumise à la pression atmosphérique sur ses faces tant inférieure que supérieure. On peut cependant rencontrer les diverses formes habituelles de nappes autres que la nappe libre.

3. Etude de l'inflexion à l'amont. — Considérons un réservoir AB (fig. 1), de forme quelconque : ce sera dans notre problème le canal à l'amont du déversoir à seuil épais. Ce déversoir

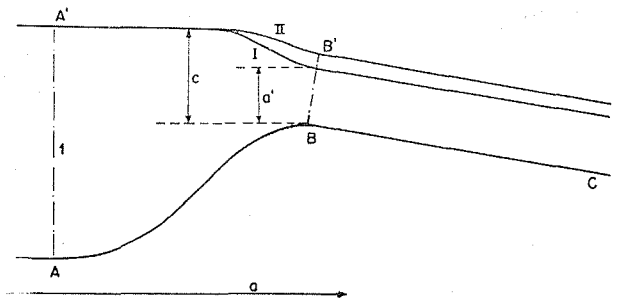


FIG. 1

est figuré par la partie BC. La section BB' dans laquelle les filets sont redevenus sensiblement parallèles, peut être considérée comme étant hydrostatique. Nous admettrons que l'action du frottement soit négligeable, de telle façon que les vitesses en BB' puissent être considérées comme étant uniformément réparties. La forme du fond à l'amont immédiat de B permet d'admettre que la contraction est nulle.

Appliquons au liquide du réservoir, compris entre la section BB' normale au fond et une section AA' verticale, par exemple, le théorème des quantités de mouvement projeté sur un axe horizontal a. En AA', les vitesses sont devenues

très faibles et la section AA' est évidemment hydrostatique.

L'équation en question peut s'écrire, en négligeant les vitesses en AA' :

$$\omega_1 \frac{p_1}{\gamma} = \left(\omega \frac{p}{\gamma} + \frac{qU}{g} \right) \sqrt{1-i^2} - \frac{\Phi_a}{\gamma} \quad (1)$$

L'indice 1 se rapporte à la section AA', tandis que les lettres sans indice sont relatives à la section BB'. Les ω sont les sections, les p sont les pressions aux centres de gravité des sections, γ est le poids spécifique de l'eau, tandis que q est le débit et U est la vitesse uniforme dans la section BB'. Φ_a représente la projection sur l'axe a des réactions normales du fond du réservoir. Les réactions tangentielles de ce fond sont en effet négligeables, comme les vitesses dans le réservoir AB. i vaut $\sin \delta$, δ étant l'angle de BC avec l'horizontale.

Soit encore a' la hauteur d'eau verticale dans la section BB'. On suppose que la forme de la section ω est telle que l'angle formé par la tangente à son contour avec l'horizontale croît avec h .

Imaginons maintenant que, par suite d'autres circonstances, l'inflexion, au lieu de donner une ligne I présente une ligne II située au-dessus de la première. La valeur de a' va varier avec l'inflexion et il en sera de même de Φ_a .

Le remplacement par l'inflexion II de la situation primitivement considérée a pour effet d'augmenter les réactions normales du fond dans une région où elles donnent des composantes négatives dans l'expression de Φ_a . Il en résulte que Φ_a diminue quand a' augmente, de sorte que $\frac{d\Phi_a}{da'} \leq 0$.

D'autre part, on peut déduire de l'équation 1, en remarquant que son premier membre n'est pas influencé par la variation de a' :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\Phi_a}{da'} = \frac{d}{da'} \left(\omega \frac{p}{\gamma} + \frac{\omega U^2}{g} \right) \sqrt{1-i^2} \quad (2)$$

$\frac{p}{\gamma}$ est précisément la distance verticale du centre de gravité de ω au plan horizontal passant par B' et si BB' vaut h , l'équation 2 peut s'écrire :

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d\Phi_a}{da'} = \left[\frac{d(\omega \cdot \frac{p}{\gamma})}{dh} \cdot \frac{dh}{da'} \right.$$

$$\left. + \frac{2\omega \cdot U}{g} \cdot \frac{dU}{da'} + \frac{U^2}{g} \cdot \frac{d\omega}{dh} \cdot \frac{dh}{da'} \right] \sqrt{1-i^2},$$

et comme

$$\frac{d(\omega \cdot \frac{p}{\gamma})}{dh} = \omega \sqrt{1-i^2} \text{ et } U = \sqrt{2g(c-a')},$$

c étant la hauteur d'eau du réservoir avant l'inflexion par rapport à l'horizontale de B, on a encore :

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d\Phi_a}{da'} = \left[\omega - 2\omega + \frac{U^2}{g} \cdot \frac{l}{\sqrt{1-i^2}} \right] \sqrt{1-i^2},$$

l étant la largeur à la surface de la section ω :

$$\frac{d\omega}{dh} \text{ vaut en effet } l.$$

On a donc :

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{d\Phi_a}{da'} = \omega \left(\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3} \right) \quad (3)$$

La condition $\frac{d\Phi_a}{da'} \leq 0$ conduit par conséquent à :

$$\omega \left(\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3} \right) \geq 0. \quad (4)$$

On ne modifie rien à l'écoulement étudié ci-dessus si on imagine qu'on amène l'arête inférieure d'une vanne au contact de la veine liquide : l'inflexion devient alors de l'affleurement. A chaque levée de la vanne fictive en simple contact avec la veine, correspond une valeur du débit. La dérivation de l'équation $q = \omega \sqrt{2g(c-a')}$ conduit à :

$$\sqrt{1-i^2} = \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3}$$

c'est-à-dire que le débit est maximum pour une valeur a_m' de a' égale à $H_1' \sqrt{1-i^2}$, H_1' étant la hauteur critique (hauteur caractéristique du ressaut) pour une valeur du débit égale au débit maximum. On doit en effet remarquer que

H_1 , solution de l'équation $\sqrt{1-i^2} = \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3}$, varie avec la valeur du débit.

Si on recherche la variation de H_1 avec a' , on devra se reporter à l'équation suivante :

$$\sqrt{1-i^2} = \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l_1}{\omega_1^3} \quad (4')$$

dans laquelle q sera égal à $\omega \sqrt{2g(c-a')}$, tandis que l_1 et ω_1 seront les valeurs de la largeur à la surface et de la section pour $h = H_1$.

L'équation 4 peut donc s'écrire :

$$\sqrt{1-i^2} = \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 \cdot 2 \cdot (c-a') \cdot \frac{l_1}{\omega_1}$$

Premier cas. — a' est inférieur à a_m' . — Si a' décroît, $c - a'$ croît, et on sait que le débit décroît. Mais comme H_1 est une fonction croissante du débit, H_1 décroît dans le cas considéré. Par contre, $\frac{\omega_1}{l_1}$ étant une fonction croissante de H_1 , $\frac{l_1}{\omega_1}$ croît quand H_1 décroît et quand par conséquent a' décroît. Le troisième facteur du second membre $\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2$ doit par conséquent décroître avec a' puisque les deux autres facteurs varient en sens opposé.

Or, pour $a' = a_m'$, $\omega = \omega_1$ puisque $h\sqrt{1-i^2} = a' = a_m' = H_1\sqrt{1-i^2}$. De sorte que si a' devient inférieur à a_m' , ω devient plus petit que ω_1 , c'est-à-dire que h ou $\frac{a'}{\sqrt{1-i^2}}$ devient inférieur à H_1 .

Deuxième cas : a' est supérieur à a_m' . — On peut montrer d'une façon analogue que dans ce cas, h ou $\frac{a'}{\sqrt{1-i^2}}$ est supérieur à H_1 .

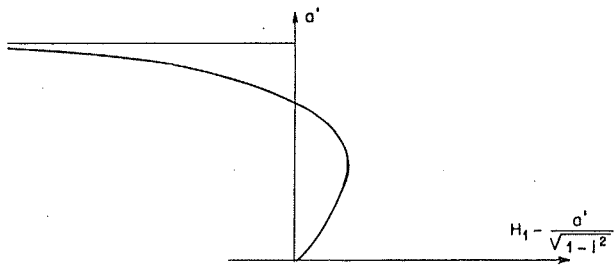


FIG. 2

Le diagramme ci-contre donne, par conséquent la variation de $H_1 - \frac{a'}{\sqrt{1-i^2}}$ avec a' .

Si nous nous reportons maintenant à la condition 4, ω étant nécessairement positif, elle se ramène à :

$$\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3} \geq 0.$$

Or, on peut aisément montrer que

$$\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}$$

est une fonction constamment croissante de h s'annulant pour $h = H_1$ (diagramme 3).

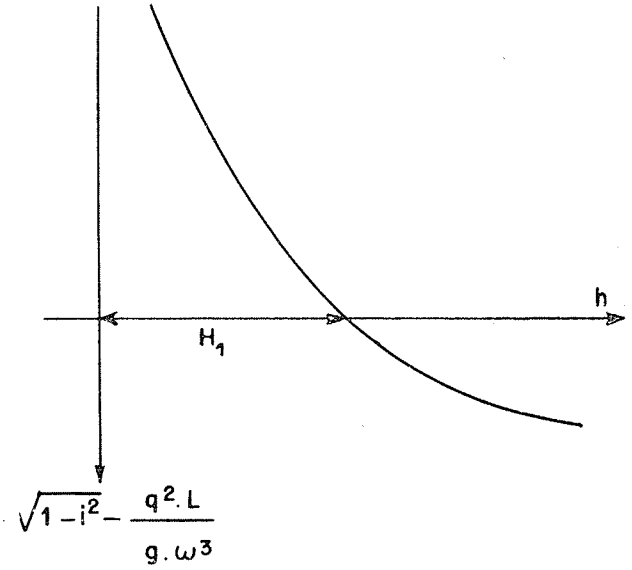


FIG. 3

On a vu ci-dessus que pour $a' < a_m'$, h est inférieur à H_1 correspondant au débit déterminé par a . Le diagramme 3 montre que, dans ce cas,

la fonction $\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}$ prend une valeur négative, de sorte qu'on ne peut satisfaire à la condition 4.

Par contre, h est supérieur à H_1 pour $a' > a_m'$, de sorte que la fonction $\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}$ est alors positive ce qui permet de satisfaire à la condition 4.

Enfin $h = H_1$ si $a' = a_m'$ et $\sqrt{1-i^2} - \frac{q^2}{g} \frac{l}{\omega^3}$ est nul : la condition 4 est donc aussi satisfaite dans ce cas.

De tout ceci résulte que l'inflexion conduit toujours à une première hauteur d'eau dans la section BB' égale ou supérieure à H_1 .

4. Etude du déversement à l'aval du déversoir.

a) Lorsque le niveau de l'eau à l'aval du déversoir est maintenu nettement inférieur à celui de l'eau sur le seuil, la variation du niveau de l'eau dans la région aval du déversoir doit être rapide. Il en résulte que dans cette région, que nous appellerons région du déversement, une courbure assez prononcée des filets liquides doit se produire; or, il n'est pas tenu compte de semblable courbure dans l'établissement de l'équation différentielle de la surface libre du liquide que nous appellerons surface d'eau. Cette équation s'écrit habituellement sous la forme :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{\chi}{\omega^3} b q^2}{\sqrt{1 - i^2 - \frac{q^2}{g}} \cdot \frac{l}{\omega^3}} \quad (5)$$

Le terme $\frac{q^2}{g} \cdot \frac{l}{\omega^3}$ doit être affecté d'un coefficient α supérieur à l'unité, mais dans les applications on le fait généralement égal à 1. χ est le périmètre mouillé.

Cette équation suppose que les sections normales au fond sont hydrostatiques, ce qui n'est suffisamment exact que si la courbure est faible. Elle ne l'est pas dans la région du déversement, et les accélérations normale et tangentielle ont respectivement les sens indiqués par la figure 4, de sorte qu'elles donnent des composantes sur AB dirigées vers le fond. Il en résulte que la projection j_t de l'accélération totale sur AB est positive, et la relation

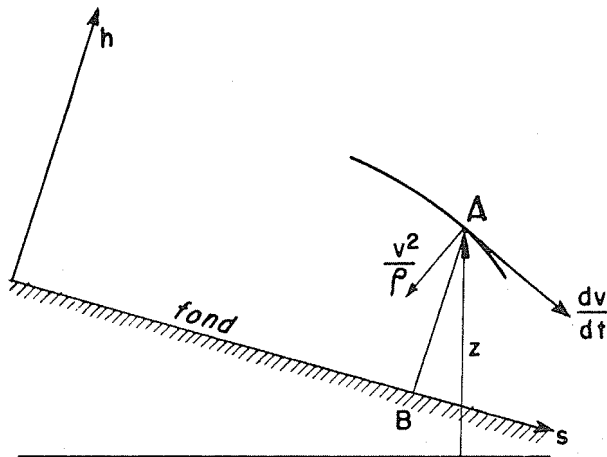


FIG. 4

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{1}{g} \int_B^A j_t dh,$$

dont le dernier terme est négatif, montre que la pression p_B est inférieure à la pression hydrostatique en ce point.

b) L'équation 5 n'est donc plus applicable dans ce cas, car elle a été déduite de l'équation des quantités de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{qU}{g} + \frac{\omega p_G}{\gamma} - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0 \quad (6)$$

basée sur l'hypothèse de la répartition hydrostatique des pressions dans les sections normales au fond.

L'équation 6 doit donc être remplacée par une autre dans laquelle le terme $\frac{qU}{g}$ (que nous po-

sons égal à ζ_U) est remplacé par $\int \frac{v_s dq}{g}$, et le terme $\frac{\omega p_G}{\gamma}$ (que nous posons égal à ζ_p) est remplacé par $\int \frac{pd\omega}{\gamma}$; v_s est la projection de la vitesse sur le fond. On obtient ainsi l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int \frac{v_s dq}{g} + \int \frac{pd\omega}{\gamma} - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0 \quad (7)$$

ou :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\varphi_u + \varphi_p - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0 \quad (7')$$

ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\varphi - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0,$$

en posant :

$$\int \frac{v_s dq}{g} = \varphi_u \text{ et } \int \frac{pd\omega}{\gamma} = \varphi_p \text{ et } \varphi_p + \varphi_u = \varphi.$$

Cette équation 7' est celle de la surface d'eau réelle dans la région du déversement, tandis que l'équation 6 :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{qU}{g} + \frac{\omega p_G}{\gamma} - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0, \quad (1)$$

ou :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\zeta_u + \zeta_p - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0 \quad (6')$$

ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\zeta - \frac{\Phi_s}{\gamma} \right] = 0$$

est celle d'une surface théorique pour laquelle l'hypothèse de la répartition hydrostatique des pressions serait réalisée.

Nous répétons que dans les équations 6, les termes en $\frac{qU}{g}$ (U étant la vitesse moyenne) devraient en fait être affectés d'un coefficient α supérieur à l'unité. En général, cependant, les lignes d'eau sont calculées avec ces équations 6 ou 5 dans lesquelles α est fait égal à 1.

c) Ce que nous avons dit de la valeur des pressions réelles dans la zone de déversement montre que :

$$\varphi_p < \zeta_p. \quad (8)$$

d) D'autre part, toujours dans la région du déversement, on peut montrer que $\varphi_u > \zeta_u$.

$$\varphi_u \text{ vaut en effet } \frac{1}{g} \int v_s^2 d\omega,$$

tandis que $\zeta_u = \frac{qU}{g}$ ou $\frac{1}{g} \int U^2 d\omega$ avec $U = \frac{\int v_s d\omega}{\omega}$

Il en résulte que :

$$\begin{aligned} \varphi_u - \zeta_u &= \frac{1}{g} \int (v_s^2 - U^2) d\omega = \frac{1}{g} \int (v_s - U)^2 d\omega \\ &- \frac{2}{g} \int U d\omega + \frac{2}{g} \int v_s U d\omega = \frac{1}{g} \int (v_s - U)^2 d\omega \\ &- \frac{2}{g} \zeta_u + \frac{2}{g} U^2 \omega = \frac{1}{g} \int (v_s - U)^2 d\omega \end{aligned}$$

puisque $\frac{2}{g} U^2 \omega$ vaut aussi $\frac{2}{g} \zeta_u$.

Mais si on envisage deux sections *a* et *b* de la région du déversement, *b* étant à l'aval de *a*, on peut montrer que :

$$(\varphi_u - \zeta_u)_b < (\varphi_u - \zeta_u)_a$$

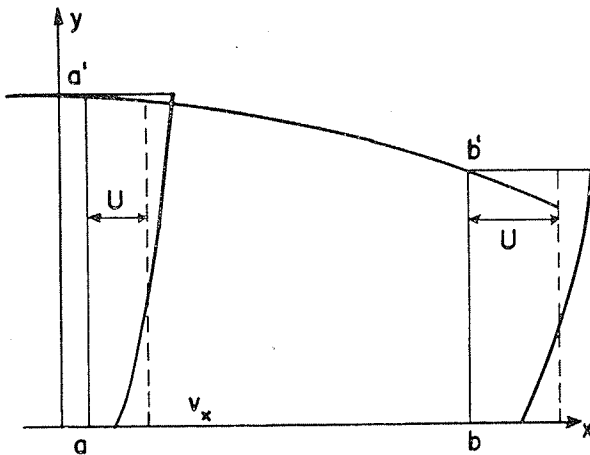


FIG. 5

La tension tangentielle entre deux particules liquide voisines, d'une même section, vaut en effet :

$$\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)$$

μ étant le coefficient de viscosité.

Supposons d'abord que la variation de vitesse Δv_x sur la hauteur *aa'* de la section *a* soit la même que la variation de vitesse Δv_x sur la hauteur *bb'* de la section *b*. Le $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ moyen de la section *b* sera alors supérieur au $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ moyen de la section *a* : il en est évidemment de même du $\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_b$ qui est supérieur au $\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_a$. La tension tangentielle moyenne entre deux particules voisines de *b* serait par conséquent supé-

rieure à la tension tangentielle moyenne entre deux particules voisines de *a*. Or, les tensions tangentielles entre deux particules voisines tendent à uniformiser leurs vitesses en accélérant la plus lente et en ralentissant la plus rapide. Si ces tensions tangentielles entre les particules de *b* sont supérieures à celles existant en *a*, l'uniformisation des vitesses en *b* devrait être mieux réalisée qu'en *a*, ce qui est contraire à notre hypothèse.

L'hypothèse suivant laquelle le Δv_x sur la hauteur *bb'* est supérieur au Δv_x sur la hauteur *aa'* conduit à un résultat plus absurde encore.

Il en résulte que le Δv_x entre *b* et *b'* doit être inférieur au Δv_x entre *a* et *a'*, c'est-à-dire que les vitesses sont plus uniformément réparties dans la section *b* que dans la section *a*, ce qui est à rapprocher du résultat analogue pour les conduites convergentes.

On déduit aisément de ce qui précède que :

$$\left[\frac{1}{g} \int (v_x - U)^2 d\omega \right]_b < \left[\frac{1}{g} \int (v_x - U)^2 d\omega \right]_a$$

En d'autres termes :

$$[\varphi_v - \zeta_v]_b < [\varphi_v - \zeta_v]_a \tag{9}$$

REMARQUE. — On observera cependant que dans la section de l'extrémité aval du déversoir, pour les nappes déversantes libres, la pression sous la nappe déversante devient égale à la pression atmosphérique. La réduction de pression à laquelle sont soumis les filets inférieurs en passant de l'amont, où la pression est hydrostatique, à l'aval où elle ne vaut plus que la pression atmosphérique, provoque naturellement, dans ces filets, une augmentation de la vitesse qui peut devenir supérieure à celle des couches supérieures. Toutefois, ce phénomène ne se manifeste que sur une très faible étendue, et il disparaît très rapidement vers l'amont comme le montre l'étude de HUNTER ROUSE (4). (Pour un seuil long de 70 cm, avec une nappe déversante d'environ 10 cm d'épaisseur, la vitesse des couches inférieures est encore la plus faible de toute la section à une distance de 3 cm de l'extrémité aval du déversoir.)

e) Considérons maintenant l'entière de la zone du déversement. Elle est limitée vers l'amont par une région où les faibles courbures rendent d'application l'équation générale 5.

Soit I la première section, qu'on rencontre en se dirigeant vers l'amont, dans laquelle la loi hydrostatique soit applicable.

Dans cette section, $\varphi_p = \zeta_p$ ou $(\varphi_p - \zeta_p)_I = 0$.

Mais dans la section II, située dans la zone de déversement, $(\varphi_p - \zeta_p)_{II} < 0$, de sorte que :

$$(\varphi_p - \zeta_p)_{II} < (\varphi_p - \zeta_p)_I.$$

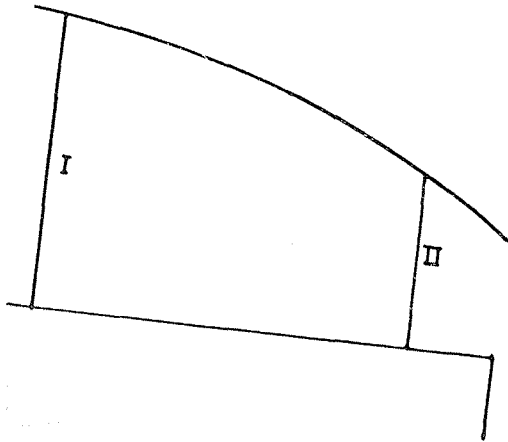


FIG. 6

D'autre part : $(\varphi_u - \zeta_u)_{II} < (\varphi_u - \zeta_u)_I$.

On en déduit par conséquent que :

$$\Delta_{II}(\varphi - \zeta) < 0. \tag{10}$$

et si la section II tend vers I, il vient :

$$\left[\frac{d(\varphi - \zeta)}{ds} \right]_I \leq 0. \tag{11}$$

Nous avons signalé plus haut que nous envisageons une surface d'eau réelle satisfaisant à l'équation 7 ou à l'équation suivante qui en est la conséquence :

$$\left(\frac{d\varphi}{ds} \right)_r = \left[\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d\Phi_s}{ds} \right]_r \tag{12}$$

Mais nous considérons aussi une surface d'eau théorique répondant à l'équation 6 ou à :

$$\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)_t = \left[\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d\Phi_s}{ds} \right]_t \tag{13}$$

Mais les valeurs des fonctions φ et ζ qui interviennent dans les relations 10 et 11 se rapportent évidemment à la surface réelle qui entrait seule en ligne de compte dans les considérations des paragraphes c et d ci-dessus. La relation 11 peut donc s'écrire :

$$\left[\left(\frac{d\varphi}{ds} \right)_r \right]_I \leq \left[\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)_r \right]_I \tag{14}$$

Dans la section I et en amont de celle-ci, la surface théorique et la surface réelle se confon-

dent, de sorte que les valeurs de $\left[\frac{d\Phi_s}{ds} \right]_r$ et de $\left[\frac{d\Phi_s}{ds} \right]_t$ sont les mêmes dans la section I. Il en résulte d'après les relations 12 et 13 que :

$$\left[\left(\frac{d\varphi}{ds} \right)_r \right]_I = \left[\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)_t \right]_I \tag{15}$$

Les relations 14 et 15 conduisent par conséquent à :

$$\left[\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)_t \right]_I \leq \left[\left(\frac{d\zeta}{ds} \right)_r \right]_I$$

ou encore :

$$\left[\left(\frac{d\zeta}{dh} \right)_t, \left(\frac{dh}{ds} \right)_t \right]_I \leq \left[\left(\frac{d\zeta}{dh} \right)_r, \left(\frac{dh}{ds} \right)_r \right]_I$$

et comme :

$$\left[\left(\frac{d\zeta}{dh} \right)_r \right]_I = \left[\left(\frac{d\zeta}{dh} \right)_t \right]_I$$

on peut écrire :

$$\left(\frac{dh}{ds} \right)_{t_I} \leq \left(\frac{dh}{ds} \right)_{r_I}, \tag{16}$$

à condition cependant de ne considérer que des hauteurs d'eau supérieures à H_1 pour lesquelles $\frac{d\zeta}{dh}$ est toujours positif.

La dernière relation exprime que pour les hauteurs d'eau supérieures à H_1 , la surface d'eau théorique se trouve en dessous de la surface réelle quand on regarde vers l'aval.

On pourrait montrer que ces deux surfaces ne peuvent se recouper vers l'aval.

f) Le schéma des surfaces d'eau possibles est donné par les figures 7 ou 8 suivant que la pente de fond est faible ou forte.

Les seules surfaces possibles si la hauteur d'eau est supérieure à H_1 sont A_1, A_2, A_3 pour la

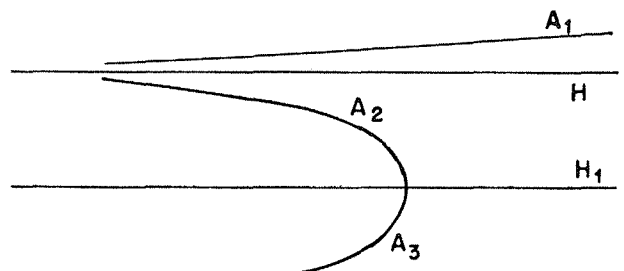


FIG. 7

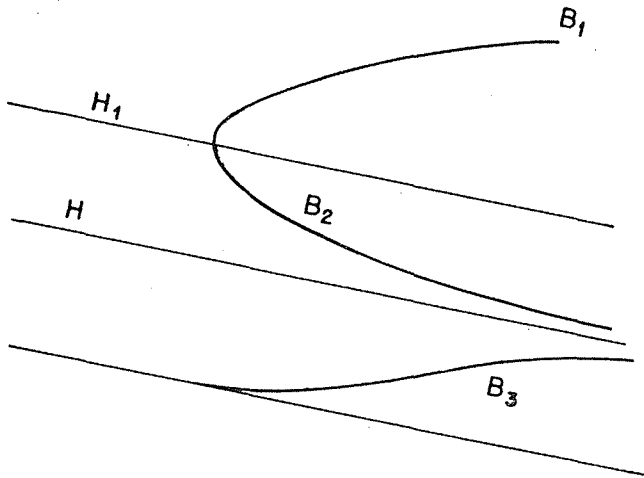


Fig. 8

faible pente de fond et B_1 pour la forte pente de fond. Ces surfaces d'eau sont celles déduites de l'équation 5 et constituent par conséquent ce que nous avons appelé des surfaces théoriques, distinctes des surfaces réelles dans les seules régions de déversement. Les surfaces théoriques A_1 , A_n et B_1 étant de hauteurs constantes ou croissantes vers l'aval, les surfaces réelles qui y correspondent auront nécessairement des hauteurs croissant vers l'aval, de sorte qu'elles ne pourront se produire en cas de déversement. *Seule la surface réelle correspondant à A_2 pourra se produire dans ce cas.*

g) Mais comment déterminer le point de départ de cette surface dans le cas de déversement.

Envisageons d'abord le cas d'une ligne de hauteur H_1 coupant la dernière section du canal en un point B se trouvant au-dessus de l'intersection C de cette section avec le niveau du réservoir aval. La surface réelle présentera par exemple la forme R, et soit I la première section vers

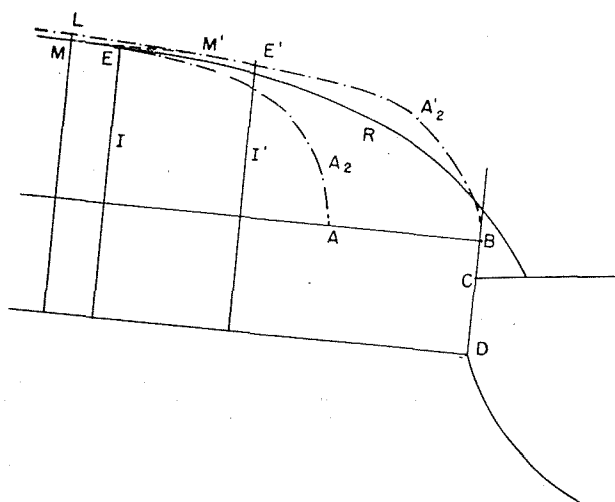


Fig. 9

l'amont dans laquelle les surfaces réelles et théoriques se confondront.

Soit encore A_2 la ligne d'eau théorique correspondant à R et se confondant avec cet R en amont de I. Il résulte de la définition même du déversement que la distance de I à la dernière section du canal est faible. Or, la distance entre le point A, origine aval de A_2 , et le point B de la dernière section n'est qu'une faible fraction de la longueur de déversement.

Faisons maintenant glisser la surface théorique A_2 parallèlement au fond de façon que le point A vienne en B. Ce glissement, avons-nous vu, est de faible amplitude. D'autre part, dans les sections en amont de la section I, les hauteurs de la surface A_2' provenant du glissement ne diffèrent de celles de la surface théorique et réelle A_2 que par des différences telles que LM. Or, LM est égal à la différence de hauteurs de sections de la surface A_2' distantes d'une longueur MM' égale à AB.

Mais en amont de I, les courbures étant faibles, la différence des hauteurs dont il vient d'être question, pour un écartement AB que nous avons montré être de peu d'importance, doit nécessairement être très petite. Les différences telles que LM sont donc insignifiantes, et nous remplacerons la surface A_2 par la surface A_2' . En amont de I, on aura ainsi une surface A_2' qui pourra remplacer la surface réelle R; par contre, elle en différera sensiblement dans la région du déversement, ce qui est de peu d'importance vu la faible étendue de cette région.

Cette substitution de A_2' à R permettra d'avoir un point de départ pour le tracé de la surface d'eau: ce sera l'intersection B de H_1 avec la dernière section.

Un exposé analogue montrerait que si ce point d'intersection B se trouve en-dessous du point C, où le niveau du réservoir aval coupe la dernière section, une surface d'eau A_2' partant de ce point C pourrait pratiquement se substituer à la surface réelle R.

5. Etude de l'écoulement sur le seuil d'un déversoir à seuil épais.

a) Il a été établi ci-dessus que l'inflexion à l'amont conduit à une première hauteur d'eau, à l'amont, supérieure ou égale à $\frac{a_m}{\sqrt{1-i^2}}$

Le diagramme 3 montre que dans ce cas $H_1 - h$ (h étant la première hauteur d'eau) est toujours négatif ou nul, c'est-à-dire que la première hauteur h sera supérieure ou égale à H_1 .

b) Si la pente du seuil est faible et notamment si elle est nulle, le schéma de la figure 7 montre que cette première hauteur d'eau à l'amont du déversoir ne pourra être égale à H_1 car aucune des surfaces d'eau de cette figure ne commence

par H_1 . On aura donc toujours dans ce cas un débit inférieur au débit maximum avec une des surfaces A_2 , A_u ou A_1 .

z) Si notamment l'eau à l'aval du déversoir se tient en dessous de la hauteur H_1 sur le déversoir, il y aura déversement vers l'aval avec production de la surface réelle correspondant à A_2 . Si le problème à résoudre est la détermination du débit q pour une hauteur d'eau c donnée à l'amont du déversoir, il y aura lieu de procéder par tâtonnements. On s'imposera à cet effet une valeur du débit inférieure au débit maximum. A cette valeur de q correspondra un H_1 qui donnera le premier point de la surface d'eau théorique dans la section a (fig. 10). Cette ligne théorique est alors tracée en utilisant l'équation 5, et on arrive ainsi à une hauteur d'eau h_b dans

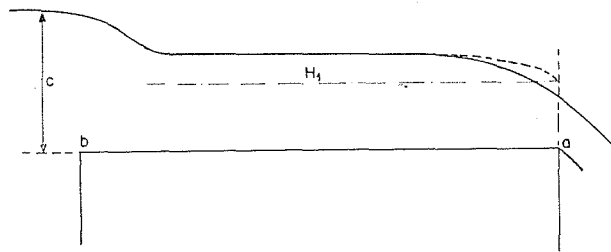


Fig. 10

la section extrême amont du déversoir. On a vu au paragraphe 4 que cette courbe théorique se confond pratiquement avec la ligne réelle à partir d'une section légèrement à l'amont de a . D'autre part, la vitesse dans la section b vaut : $v_b = \sqrt{2g(c - h_b)}$, c comprenant d'ailleurs la hauteur correspondant à la vitesse d'amenée. En multipliant cette vitesse par ω_b correspondant à h_b on doit retrouver la valeur du débit utilisée pour la détermination de H_1 et le tracé de la surface d'eau. Si, par exemple, la valeur du débit donnée par $\omega_b \cdot v_b$ est inférieure au débit dont on est parti, il y aura lieu de réduire celui-ci : on peut, en effet, montrer que dans ce cas la ligne d'eau sera abaissée et qu'elle conduira par conséquent à un produit $\omega_b \cdot v_b$ supérieur au premier.

Ces tâtonnements sont toujours assez longs, et comme en fait on a souvent besoin, pour un déversoir donné, de connaître les débits correspondants à diverses hauteurs d'eau c , il y a avantage à procéder comme suit : on ne part plus d'une hauteur c imposée, mais on se donne un débit qui permet de déduire H_1 et de tracer A_2 partant de cet H_1 à l'extrémité aval du barrage, en utilisant l'équation 5 et un coefficient de rugosité pour le seuil. On obtient ainsi h_b , et par la formule $q = L \cdot h_b \sqrt{2g(c - h_b)}$, on déduit c .

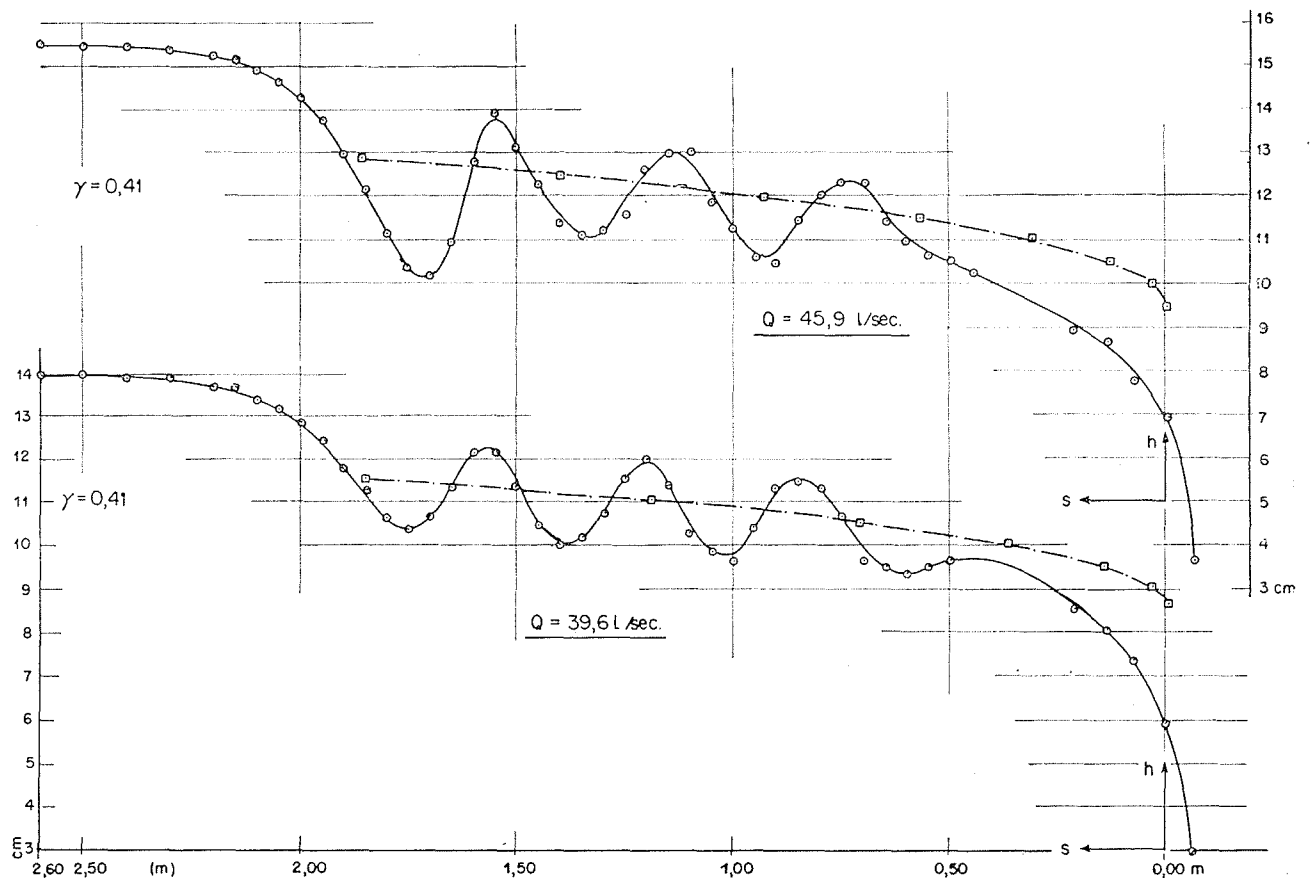


Fig. 11

Ces opérations répétées avec divers débits permettent de tracer une courbe des débits en fonction de c .

Nous avons fait de multiples applications de ce procédé et nous en avons vérifié les résultats par des essais de laboratoire. La concordance est chaque fois excellente. La figure 11 donne pour un déversoir de 0,30 m de hauteur et de 1,80 m de longueur, sans contraction à l'amont, le tracé de quelques-unes des lignes d'eau déterminées expérimentalement au laboratoire, et celui des lignes d'eau calculées (résultat final) par le procédé ci-dessus exposé, avec les valeurs des débits mesurés et déterminés par le calcul. On peut se rendre compte de la bonne concordance des résultats. Chacune des figures porte également la valeur du coefficient de rugosité γ de la formule de BAZIN du mouvement uniforme :

$$U = \frac{87\sqrt{Ri}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

R étant le rayon moyen de la section mouillée.

Certains des essais ont, en effet, été faits avec une surface du seuil très lisse, tandis que les autres correspondent à un seuil rendu plus rugueux par un cimentage avec sable très rude.

Le tableau ci-dessous fournit pour les divers essais les valeurs des débits réels, celles des débits calculés par la méthode que nous exposons et, enfin, celles déduites de la formule de BÉLANGER. (La largeur du déversoir est de 0,50 m.) $i = 0$ et la hauteur p du déversoir sur le fond = 0,30 m.

TABLEAU I

c (m)	γ de BAZIN	q BÉLANGER (m ³ /s)	q mesuré (m ³ /s)	q calculé (m ³ /s)
0,0508	0,41	0,0098	0,00735	0,00739
0,0672	0,41	0,0148	0,0115	0,0118
0,0875	0,41	0,0221	0,018	0,0185
0,104	0,41	0,02865	0,0244	0,0242
0,121	0,41	0,03585	0,0308	0,031
0,139	0,41	0,04435	0,0396	0,0399
0,155	0,41	0,05075	0,0459	0,0461
0,081	0,13	0,01965	0,01745	0,0179
0,136	0,13	0,0433	0,0407	0,0406

On peut cependant se demander si, comme nous l'avons dit ci-dessus, le débit reste inchangé aussi longtemps que le niveau d'aval ne dépasse pas la hauteur H_1 correspondant à ce

débit. Les nappes dont il est question au tableau ci-dessus sont des nappes libres, mais elles peuvent devenir déprimées, plongeantes, ondulées, particulièrement lorsque le niveau d'aval est assez élevé. La hauteur c à l'amont du déversoir reste-t-elle effectivement invariable quand la nature de la nappe change, pourvu que le niveau d'aval ne dépasse pas H_1 ?

Pour vérifier ce point nous avons observé l'écoulement de divers débits avec nappe libre, avec nappe déprimée, avec nappe adhérente, et en faisant monter le niveau d'aval, avec nappe plongeante et nappe ondulée. Le tableau ci-dessous donne le résultat des essais pour l'un de ces débits : il montre que la hauteur c à l'amont du déversoir ne varie pas d'une façon observable aussi longtemps que le niveau d'aval ne dépasse pas la hauteur H_1 . Ce fait est d'ailleurs compréhensible à l'aide de ce qui a été exposé sous le chiffre 4. La répartition des pressions dans les sections normales au fond est évidemment modifiée par la forme de la nappe, mais cette modification est pratiquement limitée aux dernières sections d'aval du seuil. Le changement de la nature de la nappe ne pourrait avoir une influence sur la valeur de c que si la longueur du déversoir était insuffisante pour que la nappe s'étende vers l'amont en dehors de la région du déversement dans laquelle nous savons que la surface A_2' n'est pas substituée à la surface réelle. D'après nos essais, même avec une valeur de c égale à 0,16 m et une hauteur p de déversoir de 0,30 m, cette longueur du déversoir ne deviendrait insuffisante que si elle tombait en dessous de 0,60 m. Dans ce cas, les développements qui précèdent seraient évidemment inutilisables.

TABLEAU II

$q = 0,0124$ m³/s pour une largeur de 0,50 m.

Longueur du déversoir : 1,80 m. - $i = 0$.

Nature de la nappe	Hauteur à l'aval à l'aval du déversoir	Hauteur à l'angle aval	c Hauteur 0,7 m à l'amont du déversoir	H_1
libre	»	0,0238	0,0683	0,0395
ondulée	»	0,0225	0,0683	0,0395
plongeante	0,0178	0,023	0,0683	0,0395
ondulée	0,0078	0,0245	0,0683	0,0395
ondulée	0,0211	0,03	0,0683	0,0395
ondulée	0,0375	0,0375	0,0683	0,0395
ondulée	0,0449	0,0455	0,0686	0,0395
ondulée	0,0524	0,0518	0,07	0,0395

Nous ferons même, dans la suite, une remarque suivant laquelle la hauteur à l'aval du déversoir peut être légèrement supérieure à H_1 sans que la valeur de c pour la nappe libre soit modifiée.

β) Si l'eau dans le canal à l'aval du déversoir se tient à une hauteur comprise entre les hauteurs H_1 et H (hauteur du mouvement uniforme) sur le déversoir, il se produit encore une surface d'eau A_2 dont le premier point vers l'aval est, cette fois, le point d'intersection du niveau de l'eau dans le canal à l'aval du déversoir avec la dernière section d'aval du déversoir. Le calcul du débit se fera encore en déterminant la surface A_2 mais en prenant le point de départ qui vient d'être indiqué. Ce calcul exige, par conséquent, non seulement la connaissance de c comme précédemment, mais aussi celle de h_a (fig. 12).

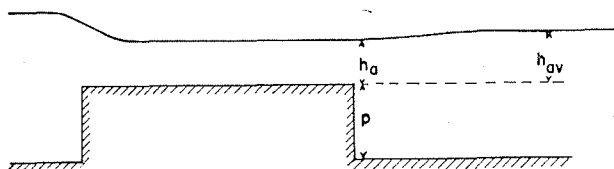


FIG. 12

Il y a, toutefois, lieu de remarquer que h_a ne coïncide avec la hauteur h_{av} dans le canal à l'aval du déversoir que si la vitesse dans ce canal est très faible.

Comme l'a montré ESCANDE : h_{av} est en fait supérieur à h_a . En appliquant l'équation de BERNOULLI entre les sections a et av , on obtient :

$$\left[h_c = h_{av} - \frac{U_{av}}{g} (U_a - U_{av}), \right]$$

en tenant compte de la perte de charge à la sortie de la section a .

Cette équation permet de trouver h_a pour un débit donné et pour une hauteur h_{av} imposée. Partant de la hauteur h_a ainsi obtenue, on pourra, avec le débit donné et la rugosité du seuil, tracer la surface A_2 : d'où h_b et, par conséquent, c à l'aide de la formule :

$$q = l \cdot h_b \sqrt{2g(c - h_b)}.$$

Il sera dès lors possible de tracer un diagramme à deux entrées c et h_{av} avec courbes de débit constant. C'est à cette remarque que nous faisons allusion au paragraphe α ci-dessus.

γ) Si le niveau de l'eau à l'aval du déversoir est à une hauteur H du mouvement uniforme, on aura la surface A_{av} , et si la hauteur en question est supérieure à H , on aura A_1 . Le calcul du débit dans ce cas, ou mieux la détermination de l'abaque à deux entrées donnant q en fonc-

tion de h_{av} et de c se fait d'ailleurs comme il est indiqué au paragraphe β.

c) Si la pente de fond est forte sur le seuil, la figure 8 montre que la première hauteur d'eau à l'amont peut dans ce cas être égale à H_1 , pour donner naissance à l'une des surfaces B_1 ou B_2 .

α) Si l'eau du canal à l'aval du déversoir se tient à un niveau inférieur à H_1' , hauteur critique correspondant au débit maximum, on aura une surface d'eau B_2 avec un débit égal au débit maximum. La formule de BÉLANGER est, dans ce cas, applicable (pour les sections rectangulaires).

β) Il en est de même si l'eau du canal à l'aval du déversoir se tient à une hauteur telle qu'un ressaut se produise soit à l'aval du déversoir; soit sur le déversoir. Le débit sera encore le débit maximum. On peut se rendre compte s'il en sera ainsi par calcul, en traçant la surface d'eau B_2 avec le débit maximum et en partant de la hauteur H_1' (hauteur critique correspondant au débit maximum) dans la section b (fig. 13). Si h_{av} ,

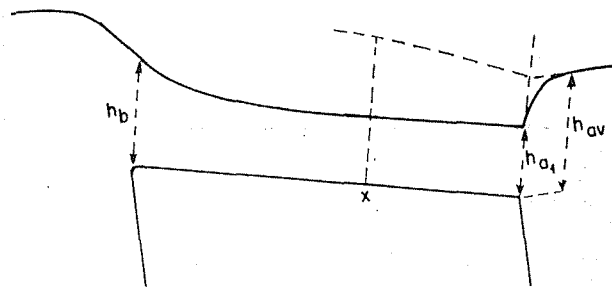


FIG. 13

hauteur à l'aval du déversoir, est inférieure ou égale à la hauteur h_{a2} qui correspond après ressaut à la hauteur h_{a1} avant ressaut qui termine la surface B_2 vers l'aval, le ressaut se fera dans la section a ou à l'aval de celle-ci. La détermination de h_{a2} en partant de h_{a1} se fait en utilisant l'équation :

$$\left(\omega \frac{p_G}{\gamma} + \frac{qU}{g} \right)_{a_2} = \left(\omega \frac{p_G}{\gamma} + \frac{qU}{g} \right)_{a_1}.$$

Si h_{av} est supérieure à h_{a2} , on recherchera par la méthode habituelle de la courbe des ressauts si une surface B_1 commençant dans la section a avec la hauteur h_{av} et tracée avec le débit maximum ne donnera pas un ressaut avec la surface B_2 du débit maximum dans une section x du déversoir. Dans l'affirmative, le débit reste le débit maximum et la formule de BÉLANGER reste toujours applicable pour les lits rectangulaires.

γ) Si le ressaut est impossible quand h_{av} est supérieur à H_1 , B_1 doit exister sur toute la lon-

gueur, et son tracé, comme la détermination du débit, exige la connaissance non seulement de c mais aussi de h_{av} . Le problème devient alors le même qu'au paragraphe b) β) ci-dessus.

On peut encore se demander si les considérations théoriques des paragraphes relatifs à la forte pente du seuil se vérifient dans les essais et si notamment les fortes courbures de l'inflexion ne provoquent pas des modifications des résultats présentés.

Nous avons donné au seuil du déversoir ayant servi aux essais précédemment décrits une pente de 0,0124. Le tableau ci-dessous montre que lorsque h_{av} est inférieur à H_1 , la formule de BÉLANGER est bien applicable, comme il résulte des considérations que nous avons émises.

TABLEAU III

c (m)	q (formule BÉLANGER) (m ³ /s)	q (mesuré) (m ³ /s)	Observations
0,045	0,0081	0,008	Largeur : 0,50 m
0,0617	0,0131	0,0132	
0,112	0,0319	0,032	

Les résultats ci-dessus sont cependant en opposition avec ceux de WOODBURN qui, pour les déversoirs à forte pente, avec ou sans ressaut, mais avec nappe B_2 , trouve des débits réels parfois notablement inférieurs à ceux donnés par la formule de BÉLANGER. Selon cet auteur, pour ces déversoirs inclinés, le coefficient de débit décroît quand la charge augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne 1,3 pieds. Ce coefficient reste alors constant pour des charges plus fortes.

Nous estimons que les résultats de WOODBURN sont provoqués par le rayon de courbure insuffisant du raccordement du seuil du déversoir avec sa paroi verticale d'amont (R : 6 pouces). Pour les faibles charges et les petites vitesses, la contraction inférieure est faible et les résultats concordent pratiquement avec ceux de la formule de BÉLANGER. Mais la contraction augmente avec la charge pour tendre cependant vers une constante aux très grandes valeurs du nombre de REYNOLDS (comme dans les orifices) : le débit réel devient alors inférieur à celui déduit de la formule de BÉLANGER.

Nous croyons d'ailleurs trouver la preuve qu'il en est bien ainsi dans une intervention de M. PARSHALL dans la discussion qui a fait suite à la publication de WOODBURN. PARSHALL a travaillé avec divers déversoirs à seuil épais de forte pente en s'efforçant de réaliser un raccordement continu à grand rayon de courbure vers l'amont.

Tous ses résultats satisfont à la formule de BÉLANGER pour les essais des types c) α) et β) ci-dessus.

REMARQUE. — Il faut observer que la forte ou la faible pente n'est pas uniquement déterminée par la valeur de la pente. C'est ainsi que dans certains de nos essais avec la pente de fond de 0,0124, la pente est faible et la surface de la nappe est du type A_2 (par exemple pour un débit de 0,0056 m³/s, sur une largeur de 0,50 m). Pour d'autres essais, avec la même pente de fond, la pente est forte et la surface est du type B_2 (par ex. pour un débit de 0,032 m³/s, sur une largeur de 0,50 m).

Il faut, par conséquent, contrôler la nature de la pente de fond dans les calculs dont les principes ont été exposés ci-dessus, chaque fois que le doute est possible, par exemple en comparant les valeurs de H et de H_1 .

6. Les ondulations de la surface. — La théorie de ces ondulations a été faite par BOUSSINESQ (5). Si on considère une surface libre d'un cours d'eau de hauteur $H + \eta = h$, voisine de la hauteur du mouvement uniforme H , BOUSSINESQ trouve pour η l'expression :

$$\eta = Ae^{r_1 x} + Be^{-1/2 r_1 x} \sin v (x - C);$$

A , B et C sont des constantes d'intégration, r_1 est la racine positive de l'équation :

$$r^3 - \frac{3}{H^2} \left(1 - \frac{g \cdot b}{i} \right) r - 9 \frac{f \cdot g \cdot b}{H^3} = 0,$$

b étant le coefficient de rugosité correspondant à H , et f est un coefficient valant sensiblement 1,1. Quant à v , il est donné par :

$$v^2 = \frac{9 f \cdot g \cdot b}{H^3 \cdot r_1} - \frac{r_1^2}{2},$$

si :

$$i < \frac{g \cdot b}{1 - \frac{1}{4} [36 f \cdot g \cdot b]^{2/3}}$$

Si on étudie la région qui précède celle où le mouvement uniforme est établi, η doit s'annuler pour x positif et très grand (moyennant un choix convenable de l'origine) et A doit être extrêmement petit. L'expression de η se réduit alors à son second terme :

$$\eta = \frac{B}{e \frac{r_1}{2} x} \sin v (x - C).$$

Dans l'application aux ondulations se produisant sur le déversoir à seuil épais, nous assimilerons à H , hauteur du mouvement uniforme, la hauteur autour de laquelle la nappe oscille dans la partie amont et centrale du déversoir de façon à éliminer la partie de la nappe influencée par le déversement. A cette hauteur H correspond une pente i qui permet de calculer r_1 et par suite v ; la longueur d'onde des ondulations complètes est alors donnée par $2\pi/v$.

Nous avons d'ailleurs été conduit à une autre expression de cette longueur d'onde par les considérations suivantes.

La vitesse dans la section 1 (fig. 14) est

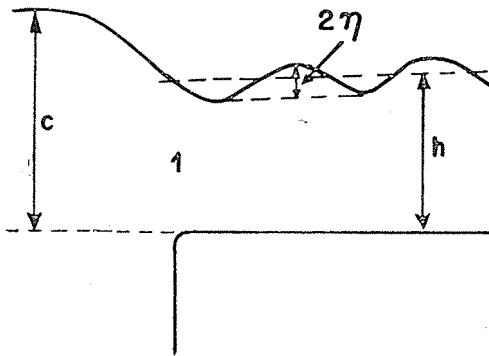


Fig. 14

connue par les calculs qui précèdent, q et h ayant été déterminés. Ces calculs supposent que la section 1 est hydrostatique. Mais la production des courbures et les variations de hauteur dues aux oscillations peuvent modifier la répartition des pressions. Toutefois, comme le débit réel a très sensiblement la valeur du débit calculé, c'est que les deux influences qui viennent d'être citées s'équilibrent. Ainsi, dans la section 1, la réduction de pression due à la diminution de la hauteur doit être compensée par une augmentation de pression due à la courbure vers le haut des trajectoires. Au sommet inférieur de la première ondulation, la courbure $\frac{1}{\rho}$ vaut $\frac{dx^2}{d^2y}$, soit $\tau_1 v^2$, l'équation des ondulations étant $y = \tau_1 \sin vx$.

Mais la courbure doit varier de la surface au fond où elle est nulle : admettons que cette variation soit linéaire. D'autre part, l'augmentation de pression au fond, résultant de ces courbures, vaut $\frac{\gamma}{g} \int_0^h \frac{v^2}{\rho} dh$, γ étant le poids spécifique de l'eau. En tenant compte de la valeur de ρ à la surface et de la répartition admise pour ρ , l'augmentation de pression prend l'expression :

$$\frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v^2 \cdot \tau_1 \cdot v^2}{2} \cdot h.$$

Par contre, la dénivellation à l'endroit considéré amènera au fond une réduction de pression égale à $\gamma \tau_1$, et, du fait de la compensation des deux actions, on a :

$$h \cdot \frac{v^2 \cdot \tau_1 \cdot v^2}{2 \cdot g} = \tau_1 \quad \text{ou} \quad v^2 = \frac{2 \cdot g}{v^2 \cdot h};$$

la longueur d'onde d'une oscillation totale vaut donc :

$$v \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

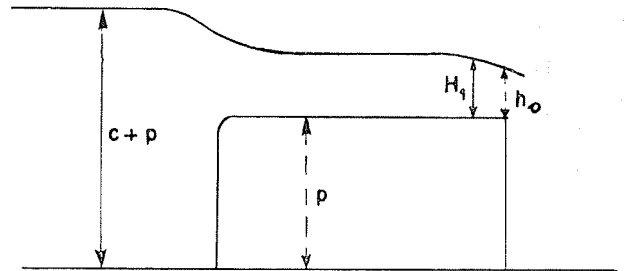


Fig. 15

L'amplitude de ces oscillations est fonction de la raideur de l'inflexion. Plus celle-ci est brusquement descendante et plus l'amplitude des oscillations est grande. Or, la raideur de l'inflexion ou chute de l'entrée est influencée par la hauteur du déversoir et par la façon dont il est raccordé au fond vers l'amont. Les faibles hauteurs de déversoir et les raccordements doux et continus donnent des chutes douces et, par suite, de faibles amplitudes des oscillations.

Le tableau suivant donne, pour diverses nappes relevées en notre laboratoire, les valeurs de r_1 , de v , celles de la longueur d'onde λ calculée d'après l'expression de BOUSSINESQ, calculée ensuite par le procédé que nous avons exposé, ainsi que la longueur d'onde mesurée.

TABLEAU IV

q	r_1	$\lambda =$ longueur d'onde			Chute h'
		d'après BOUSSINESQ	d'après notre exposé	constatée	
0,0072	64	0,098	0,106	0,105	0,0065
0,0115	42	0,14	0,14	0,135	0,012
0,018	32,6	0,192	0,20	0,20	0,014
0,0244	26		0,24	0,24	0,018
0,0308	21,5		0,295	0,30	0,022
0,0396	17		0,35	0,365	0,027
0,0459	15		0,41	0,41	0,035

7. Calcul rapide du débit dans le cas d'une faible pente du seuil i , avec déversement vers l'aval en nappe libre.

HUNTER ROUSE (*Fluid Mechanics for hydraulic Engineers*, page 324) indique que dans ce cas la hauteur h_0 sur la crête aval du déversoir vaut

$0,715 H_1$, et comme q^2 vaut $g \cdot H_1^3$, la mesure de h_0 permettrait la détermination rapide du débit (lit rectangulaire).

Le tableau suivant donne les résultats de nos mesures pour diverses nappes libres avec faible pente du fond du seuil (p , la hauteur du déversoir, est égale à 0,30 m).

TABLEAU V

q	i	γ de BAZIN	c	H_1	h_0	$\frac{h_0}{H_1}$	$\frac{c}{H_1}$	$\frac{p}{c}$
0,0072	0	0,4	0,0508	0,028	0,0215	0,77	1,82	6
0,0115	0	0,4	0,0672	0,0378	0,0285	0,753	1,77	4,5
0,018	0	0,4	0,0875	0,0508	0,038	0,748	1,724	3,425
0,0224	0	0,4	0,104	0,0624	0,0445	0,713	1,665	3
0,0308	0	0,4	0,121	0,073	0,0525	0,718	1,655	2,5
0,0396	0	0,4	0,139	0,0862	0,06	0,69	1,614	2,16
0,0459	0	0,4	0,155	0,095	0,069	0,725	1,63	2
0,00641	0	0,13	0,044	0,0254	0,0185	0,73	1,735	6,8
0,01745	0	0,13	0,0825	0,0496	0,0375	0,756	1,66	3,65
0,02915	0	0,13	0,116	0,0697	0,0525	0,753	1,665	2,58
0,055	0	0,13	0,165	0,1065	0,075	0,705	1,55	1,82
0,0056	0,0124	0,40		0,0232	0,0135	0,58		

Ce tableau montre que, dans nos essais, le rapport $\frac{h_0}{H_1}$ est très variable.

Quand on traite le problème théoriquement, on ne voit d'ailleurs pas très bien la raison pour laquelle ce rapport doit être constant. Ainsi, si on applique le théorème des quantités de mouvement entre une section à l'amont du déversoir où la hauteur totale est $p + c$, et la section du déversoir dans laquelle $h = H_1$, on obtient, en tenant compte de la réaction horizontale de la paroi amont du déversoir mais sans faire intervenir les réactions tangentielles du seuil :

$$\frac{c^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot (p + c)} = \frac{H_1^2}{2} + \frac{q^2}{gH_1},$$

et comme q^2 vaut $g H_1^3$, cette relation devient :

$$\frac{c^2}{2} + \frac{H_1^3}{p + c} = \frac{3 \cdot H_1^3}{2} \quad (17)$$

Le rapport $\frac{c}{H_1}$ est donc une fonction de p que la résolution par tâtonnements de l'équation 17 permet de mettre sous la forme du diagramme 16.

Mais cette relation est malheureusement modifiée quand on tient compte des réactions tangen-

tielles du seuil. Mais, dans ce cas, le problème ne peut plus être traité d'une façon générale, car ces réactions dépendent des hauteurs d'eau, de la rugosité, de la longueur du seuil, etc.

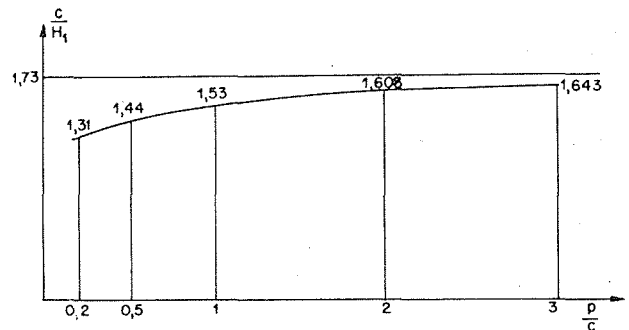


Fig. 16

Nous avons résolu l'équation 17 complétée par ce terme des réactions tangentielles du seuil, pour notre déversoir, dans quelques cas particuliers. ($\gamma = 0,4$ et $L = 1,80$ m.)

On trouve :

pour

$\frac{p}{c}$	$\frac{c}{H_1}$
∞	1,84
3	1,70
2	1,64.

Pour obtenir la valeur du rapport $\frac{h_0}{H_1}$, nous pouvons procéder de la même manière et appliquer le théorème des quantités de mouvement entre la section de hauteur H_1 et la section terminale de hauteur h_0 . Sans tenir compte des réactions tangentielles du lit, c'est-à-dire du seuil, entre ces deux sections et en adoptant pour la répartition des pressions dans la section h_0 celle indiquée par HUNTER ROUSE (*Verteilung der hydraulischen Energie bei einem lotrechten Absturz*), cette équation s'écrit :

$$\frac{H_1^2}{2} + \frac{q^2}{g \cdot H_1} = 0,1715 h_0^2 + \frac{q^2}{g h_0}$$

et en observant que $q^2 = g \cdot H_1^3$, on obtient :

$$1,5 \frac{h_0}{H_1} = 0,1715 \frac{h_0^3}{H_1^3} + 1 \quad (18)$$

relation qui conduit à la valeur 0,712 pour le rapport $\frac{h_0}{H_1}$, valeur très concordante avec celle de HUNTER ROUSE.

Toutefois, il n'a pas été tenu compte des réactions tangentielles du seuil entre ces deux sections. Ces réactions vont donner un terme positif dans le second membre des relations qui précèdent, ce qui va augmenter la valeur de $\frac{h_0}{H_1}$, d'autant plus que ces réactions seront relativement grandes. Le terme à ajouter au second membre de l'égalité 18 est égal à la perte de charge entre les deux sections multipliée par la section et h_0 et divisée par H_1^3 , c'est-à-dire :

$$\frac{L}{\omega^2} \cdot b \cdot q^2 \cdot \frac{h_0}{H_1^3} L'$$

L' étant la distance entre les deux sections considérées.

Nous avons calculé ce terme pour certains des essais dont les résultats ont été mentionnés ci-dessus et sont notamment partiellement repris par les figures 11 et 11 bis. Ainsi, pour le débit de 0,0459 m³/s, il ne faut ajouter au second membre de l'équation 18 que 0,0016, ce qui donne pour la solution exactement : 0,715. Par contre, pour le débit de 0,0115 m³/s, le terme à ajouter devient 0,04, et la solution est portée à 0,74. Ajoutons cependant que ces calculs du terme complémentaire ne sont qu'approximatifs.

Ils ont cependant l'avantage de montrer que, conformément aux résultats des essais, le rapport $\frac{h_0}{H_1}$ augmente pour les petits débits. Disons cependant que la valeur 0,715 semble pouvoir être utilisée pour les déversoirs à seuil lisse, relativement courts et pour des débits relativement élevés.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) BAZIN. — Recherches sur les déversoirs. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1895 à 1898.)
- (2) ESCANDE. — Le principe du maximum du débit des déversoirs à seuil épais. (*Génie Civil*, 1942.)
- (3) HUNTER ROUSE. — Fluid Mechanics for hydraulic Engineers.
HUNTER ROUSE. — Verteilung des Hydraulischen Energie bei einem lotrechten Absturz. Oldenbourg, 1933.
- (4) J. G. WOODBURN. — Tests of Broad-crested Weirs. Proceedings American Society of Civil Engineers, 1930. La discussion dans les numéros suivants.

