

Méthode graphique pour le calcul des cheminées d'équilibre

Graphical method for calculating surge-tanks

PAR M. BOUVARD ET J. MOLBERT

INGÉNIEURS A L'ÉLECTRICITÉ DE FRANCE
R.E.H. Alpes II

English synopsis, p. 527.

I. — PRÉLIMINAIRES

A) Sources

La méthode que nous proposons nous a été suggérée par un article du Docteur-Ingénieur Traugott SCHIFFMANN, publié dans *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* de mars 1942.

Cette méthode avait déjà été traduite et complétée par le Docteur-Ingénieur DEL FELICE dans un article paru dans *Energia Elettrica* du 4 mai 1947.

Le principe fondamental restant le même, nous avons repris et modifié la méthode de SCHIFFMANN qui laissait place à une erreur systématique que nous pensons avoir pratiquement annulée.

B) Plan suivi

Nous allons, dans cette étude :

1° Exposer le principe de la méthode graphique en insistant, en particulier, sur la notion de hauteur accélératrice;

2° Appliquer ces principes à la construction d'épures permettant d'étudier une cheminée d'équilibre d'un type quelconque au cours de manœuvres d'ouvertures ou de fermetures totales ou partielles, instantanées ou non;

3° Donner en exemples quatre épures relatives à :

- une cheminée à expansion,
- une cheminée à étranglement,
- une cheminée déversante,
- une cheminée différentielle;

4° Etendre la construction graphique au cas plus compliqué d'une cheminée d'équilibre branchée sur une galerie en Y, les deux prises d'eau étant à des niveaux statiques différents.

— Etudier rapidement le cas particulier d'une galerie en V.

— Illustrer par deux épures cette dernière partie.

II. — PRINCIPE DE LA MÉTHODE

A) Notion de hauteur accélératrice H_a

Nous supposons connue la base théorique des cheminées d'équilibre.

Considérons le système prise d'eau - cheminée d'équilibre - conduite forcée, représenté par la figure 1.

Désignons par :

- F la section de la cheminée d'équilibre;
- f la section de la galerie;
- L la longueur de la galerie d'amenée;
- Z_0 la cote de l'eau à la prise d'eau;
- Z_v la cote de l'eau dans la cheminée d'équilibre en régime variable;
- Z_p la cote de l'eau dans la cheminée d'équilibre en régime permanent fictif (défini ultérieurement).

Les débits de la galerie, de la cheminée d'équilibre et de la conduite forcée sont respectivement Q_1 , Q_2 , Q_3 ; nous conviendrons qu'ils seront représentés par des nombres positifs lorsque le

courant se dirigera vers le point M, et négatifs dans le cas contraire. Moyennant cette convention, on pourra écrire à chaque instant :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

R_{1t} et R_{2t} dans la galerie et dans l'étranglement, soit :

$$Z_0 + R_{1t} + R_{2t} = Z_{pt}$$

En régime varié, nous appellerons hauteur ac-

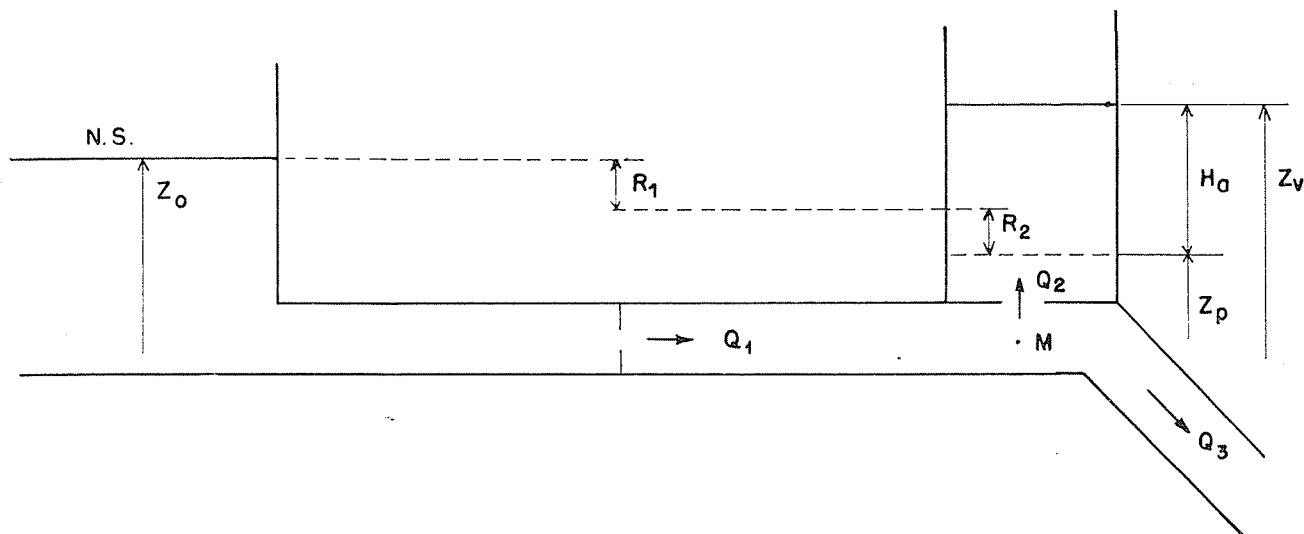


FIG. 1.

Les pertes de charge R_1 dans la galerie seront supposées, pour simplifier, concentrées en un diaphragme unique. Elles sont de la forme :

$$R_1 = K_1 (Q_1)^2.$$

De même les pertes de charge du diaphragme de la cheminée d'équilibre sont :

$$R_2 = K^2 (Q_2)^2.$$

Q_1 et Q_2 sont représentés par des nombres algébriques. Il en est de même de R_1 et R_2 avec les conventions nécessaires.

Néanmoins, dans ce chapitre, nous ne nous étendrons pas sur les questions de signe, qui risqueraient d'alourdir ce bref exposé.

En régime variable, à un instant t donné, les débits passant dans la galerie, la cheminée d'équilibre et la conduite forcée sont respectivement $Q_{1t} - Q_{2t} - Q_{3t}$: Q_3 est constant, Q_1 et Q_2 varient, (nous verrons ultérieurement comment ramener au cas Q_3 constant le cas Q_3 variable).

Supposons qu'il existe un régime permanent caractérisé par les débits $Q_{1t} - Q_{2t} - Q_{3t}$ (il suffit d'imaginer, par exemple, un déversoir placé à une cote judicieuse dans la cheminée d'équilibre permettant au débit Q_{2t} de rentrer dans celle-ci sans que le niveau de l'eau ne varie); le niveau de l'eau dans la cheminée d'équilibre se déduirait du N.S. de cote Z_0 à la prise d'eau en ajoutant à Z_0 (algébriquement) les pertes de charge

céléatrice H_a la différence $Z_v - Z_p$ entre le niveau de l'eau Z_v dans la cheminée d'équilibre à l'instant t et le niveau fictif Z_p que nous venons de définir. Cette hauteur H_a représente une charge qui a tendance à faire varier le régime de l'eau dans la galerie.

$$H_a \text{ sera } > 0 \text{ ou } < 0$$

suivant que Z_v sera $>$ ou $<$ Z_p .

L'accélération de la masse d'eau contenue dans la galerie d'amenée étant proportionnelle à la force $f H_a$ qui s'exerce sur elle, on peut écrire :

$$f H_a = \frac{L}{g} f \frac{dW}{dt}$$

(W étant la vitesse de l'eau dans la galerie), ce qui est une interprétation directe de la formule classique :

$$F = m\gamma.$$

Nous retrouvons ainsi, par un raisonnement un peu intuitif, les équations fondamentales des cheminées d'équilibre.

Si nous remarquons que :

$$W = \frac{Q_1}{f}$$

$$dW = \frac{dQ_1}{f}$$

On en déduit :

$$\frac{L}{g} \frac{dQ_1}{dt} = fH_a$$

d'où :

$$dQ_1 = \frac{gf}{L} H_a dt = -dQ_2$$

En remarquant que de l'expression :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

on tire :

$$dQ_1 + dQ_2 = 0 \quad (Q_3 = C^{te})$$

Passant des différentielles à des valeurs petites mais finies des variables, nous écrirons :

$$\Delta Q = \Delta Q_1 = -\Delta Q_2 = \frac{gf}{L} H_a \Delta t$$

ou encore :

$$\Delta Q = \alpha H_a \Delta t \quad \text{en posant } \alpha = \frac{g}{L} f$$

ce que nous interpréterons et résumerons ainsi :

La variation de débit dans la galerie (ou dans la cheminée d'équilibre puisque $Q_3 = \text{constante}$) est proportionnelle au temps et à la hauteur accélératrice H_a .

H_a représentant à un instant donné la différence entre le niveau réel dans la cheminée d'équilibre et le niveau fictif qui existerait dans la cheminée d'équilibre si le régime était permanent (les débits étant répartis comme les débits instantanés au temps t Q_{1t} , Q_{2t} , Q_{3t}).

B) Utilisation de cette notion

a) DÉFINITION DE L'ÉTAT DU SYSTÈME AU TEMPS t :

Supposons connus au temps t , Q_{1t} , Q_{3t} et Z_{vt} , nous pourrions en déduire toutes les autres variables du système et, en particulier :

— Le débit entrant dans la cheminée d'équilibre :

$$Q_{2t} = -(Q_{1t} + Q_{3t})$$

— Les pertes de charge :

$$R_{1t} = K_1 (Q_{1t})^2$$

$$R_{2t} = K_2 (Q_{2t})^2$$

— Puis, en donnant à R_{1t} et R_{2t} des signes adéquats, liés aux directions de l'écoulement :

$$Z_{pt} = Z_0 + R_{1t} + R_{2t}$$

d'où :

$$H_{at} = Z_{vt} - Z_{pt}$$

CONCLUSION

Connaissant Q_{1t} , Q_{3t} et Z_{vt} , on peut calculer Q_{2t} et H_{at} .

b) ETAT DU SYSTÈME AU TEMPS $t + \Delta t$.

Considérons un intervalle de temps Δt suffisamment petit pour qu'on puisse considérer que les variations de Q_2 et de H_a soient négligeables dans cet intervalle; on pourra déduire de ces valeurs supposées fixes l'état du système à l'instant $t + \Delta t$.

En effet, nous pouvons calculer :

— la variation de débit ΔQ :

$$\Delta Q = \alpha H_{at} \Delta t$$

d'où :

$$Q_{2(t+\Delta t)} = Q_{2t} + \Delta Q$$

— la montée ou la descente de l'eau dans la cheminée d'équilibre : ΔZ :

$$\Delta Z = \frac{Q_{2t}}{F} \Delta t$$

d'où :

$$Z_{v(t+\Delta t)} = Z_{vt} + \Delta Z$$

Le débit Q_3 n'ayant pas changé, nous connaissons l'état du système à l'instant $t + \Delta t$.

c) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE.

La méthode que nous exposons n'est pas autre chose que l'interprétation graphique de ce résultat.

Nous considérerons un système d'axes de coordonnées rectangulaires, dans lequel nous porterons en abscisses les débits Q_1 dans la galerie et en ordonnées les niveaux de l'eau Z_v dans la cheminée d'équilibre. Un mouvement non permanent du système sera représenté sur ce plan par une courbe (C).

La construction graphique consistera à construire une ligne brisée ABC inscrite dans cette courbe théorique et qui sera formée d'une succession de petits segments représentant les variations supposées linéaires du phénomène durant des intervalles de temps petits Δt (fig. 2).

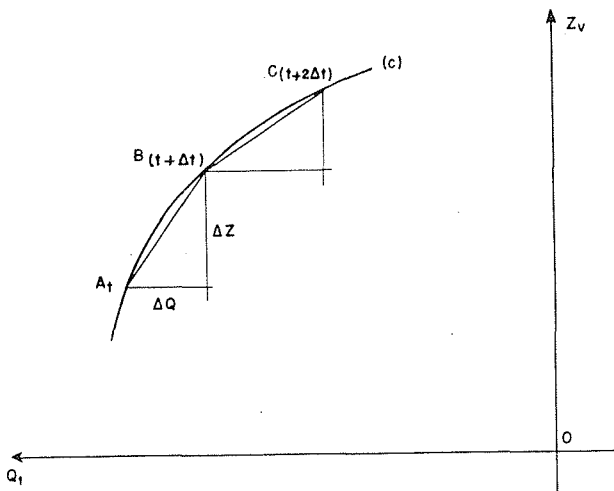


FIG. 2.

A partir de A_t déjà trouvé, on pourra construire le point $B_{(t+\Delta t)}$ en calculant séparément ΔQ et ΔZ , etc...

III. — CONSTRUCTION DE L'ÉPURE

A) Disposition de l'épure

Au centre de notre épure (fig. 3), nous traçons les axes de coordonnées QQ' et ZZ' : débit dans la galerie — niveau de l'eau dans la cheminée

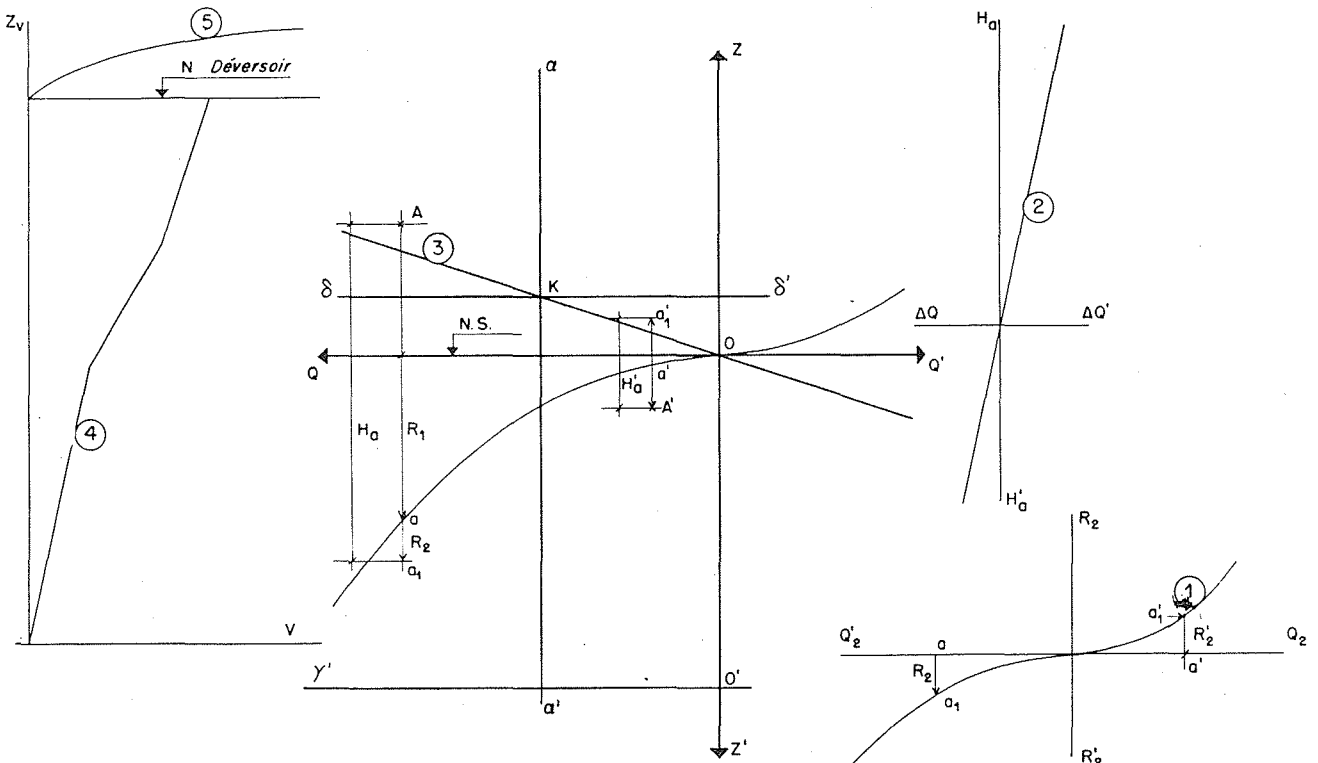


FIG. 3.

d'équilibre. Nous avons compté vers la gauche les Q_1 positifs. L'axe des abscisses est à la cote du niveau statique à la prise d'eau.

Nous traçons aussi la parabole des pertes de charge dans la galerie, en fonction du débit. Les points de cette parabole représentent le niveau piézométrique de l'eau au droit de la cheminée d'équilibre en régime permanent.

Dans le bas de l'épure, nous traçons un deuxième axe des abscises ($O'\gamma'$) sur lequel nous mesurons les débits Q_3 (en inversant le sens positif, les Q_3 négatifs étant dirigés vers la gauche). Ces débits sont fonction de l'ouverture des turbines et cet axe pourra aussi bien être gradué en ouverture.

Traçons également l'axe $\alpha\alpha'$ coupant $O'\gamma'$ à la distance Q_3 du point O. Soit A un point quelconque du plan; la distance de A à l'axe $\alpha\alpha'$ mesurera le débit Q_2 entrant dans la cheminée d'équilibre (figure 4).

Nous terminerons la préparation de notre épure en traçant les courbes (1) — (2) — (3) — (4) et éventuellement (5) dont nous expliquerons plus loin l'utilité (fig. 3).

B) Méthode de première approximation

Construction du point $B_{(t+\Delta t)}$ à partir du point A_t

Soit le point A_t représentant l'état de la cheminée d'équilibre à l'instant t . Nous allons indiquer

comment on peut construire le point B_(t+Δt) (représentatif de l'état de la cheminée d'équilibre au temps t + Δt) à partir du point A_t.

a) DÉTERMINATION DE H_{at} (voir fig. 3).

Traçons dans un coin de notre feuille la courbe (1) nous donnant les pertes de charge R₂ à travers l'étranglement, en fonction de Q₂ (il est commode de compter les Q₂ négatifs vers la gauche et de tracer la courbe comme il est indiqué sur la figure 3).

Considérons le point A de la figure 3, le point a de même abscisse situé dans la parabole des pertes de charge représente le niveau piézométrique fictif en régime permanent sous la cheminée d'équilibre. Si, à partir de a comme origine, nous portons le vecteur R₂ donné par la courbe (1), nous obtiendrons le point a₁ dont la cote représentera le niveau fictif, en régime permanent, de l'eau dans la cheminée d'équilibre (niveau dont nous avons parlé au chapitre précédent) défini

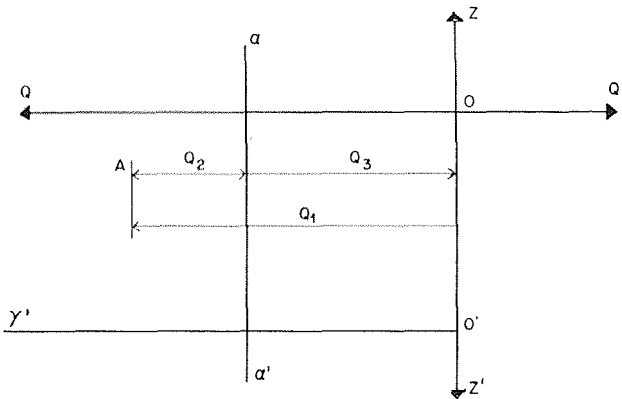


FIG. 4.

par les débits Q₁ — Q₂ — Q₃. La mesure de Aa₁ nous donnera la hauteur accélératrice H_a.

Sur la figure 3, nous avons représenté, outre la construction de H_a relative au point A, la même construction relative au point A' situé dans une autre partie du plan, ceci pour indiquer comment on doit se servir des vecteurs R₂ donnés par la courbe (1).

b) DÉTERMINATION DE ΔQ [courbe (2)].

Dans un système d'axe (H_a; ΔQ) et pour un Δt donné, on trace la droite (2) :

$$\Delta Q = \alpha H_a \Delta t$$

(Les unités sur ce graphique sont à la même échelle que sur les axes QQ' et ZZ' de l'épure.)

Connaissant H_a, la droite (2) nous donnera le ΔQ correspondant, d'où l'abscisse du point B.

Dans l'exemple de la figure 5, H_a est positif, (Z_r > Z_p) et ΔQ négatif.

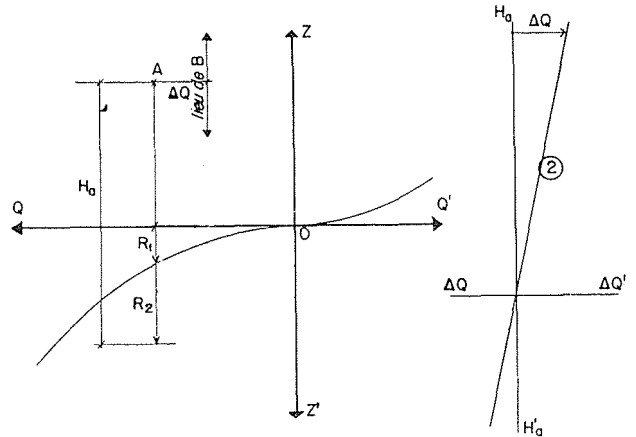


FIG. 5.

c) DÉTERMINATION DE ΔZ (COURBES 3 ET 4).

Donnons-nous une échelle convenable des volumes et traçons :

1° La droite (3) d'équation ΔV = QΔt.

Il est commode de prendre l'axe ZZ' pour axe des abscisses et de faire passer la droite (3) par le point O, comme il est indiqué sur la figure 6.

2° La courbe des volumes (4) donnant dans un système d'axe (volume-hauteur d'eau) le volume d'eau emmagasiné dans la cheminée d'équilibre en fonction du niveau.

L'axe αα' coupe la droite (3) en K. Par K, menons la parallèle δδ' à l'axe des abscisses. L'axe δδ' et la droite (3) découpent sur une verticale passant par A le segment cd représentant le ΔV entrant dans la cheminée d'équilibre pendant le temps Δt.

La figure 6 montre mieux que tout commentaire la construction très simple qui permet d'obtenir l'ordonnée de B_(t+Δt).

Remarque. — Pour diminuer les risques d'erreur dans les cas compliqués, on représente cd par une flèche ayant son origine en c sur l'axe δδ' et son extrémité en d sur la droite (3). Si cette flèche est dirigée vers le haut, l'eau monte dans la cheminée d'équilibre (exemple : point A), elle descend dans le cas contraire (exemple : point A').

d) CHEMINÉE AVEC DÉVERSOIR [courbe (5)].

On emploie la courbe (5) (fig. 3), qui donne, en fonction du débit déversé, le niveau de l'eau au-dessus du déversoir.

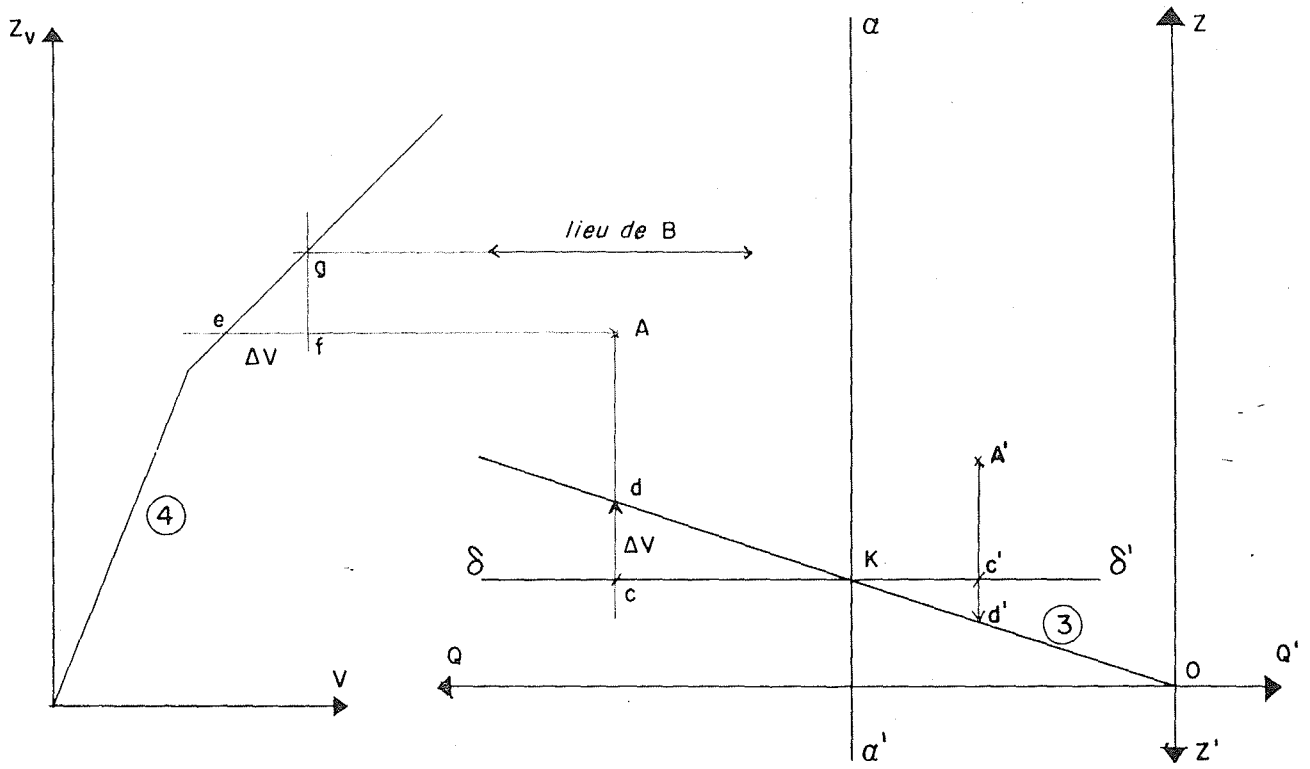


FIG. 6.

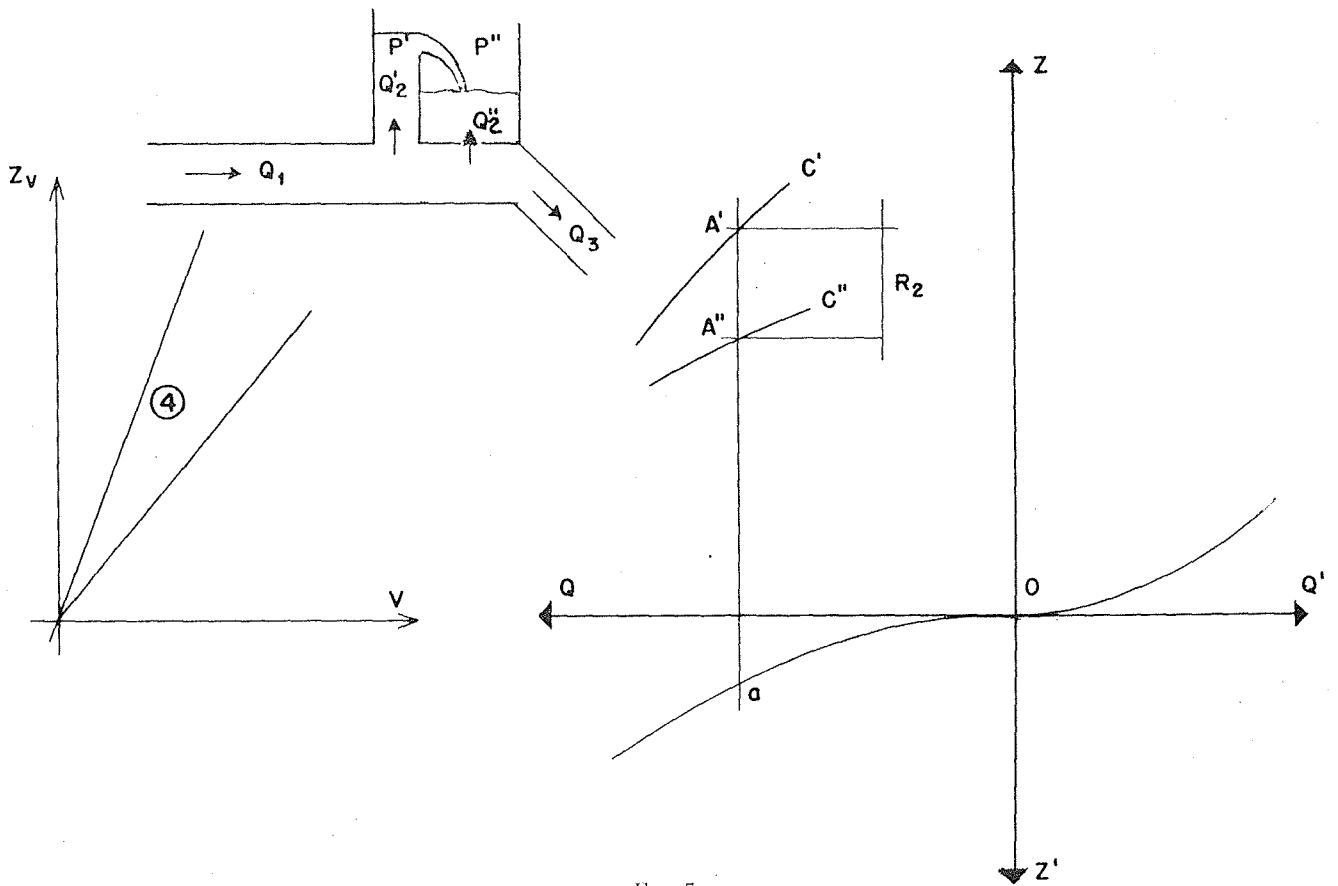


FIG. 7.

e) CAS PARTICULIER DES CHEMINÉES DIFFÉRENTIELLES.

Les constructions sont un peu plus compliquées par le fait que la cheminée se compose, en réalité, de deux puits P' et P'' dans lesquels passent, à un instant donné t, les débits Q₂' et Q₂'' liés par Q₂' + Q₂'' = Q₂.

Le puits P'' possède à la base un étranglement créant une perte de charge R₂ pour le débit Q₂''. La courbe (4) sera évidemment formée de deux lignes représentant le volume de chacun des puits en fonction de la cote (fig. 7).

La courbe représentative d'un fonctionnement de la cheminée sera formée également de deux lignes, C' et C''. Ainsi au point A' représentant l'état du puits P' au temps t, correspond A'' représentant P'' au même instant. A' et A'' ont même abscisse et la distance A'A'' représente la perte de charge R₂ créée par l'étranglement.

Nous conseillons alors de disposer la courbe (1) représentant R₂ en fonction de Q₂'', comme il est indiqué sur la figure 8, ce qui permet d'obtenir facilement Q₂' et Q₂'', d'où ΔV' et ΔV''. Le reste de la construction n'a rien de particulier.

C) Méthode de deuxième approximation

Nous venons de voir comment, connaissant le point A à l'instant t, on pouvait trouver le point B à l'instant t + Δt en supposant que pendant le temps Δt les quantités caractéristiques du point A (Q₂ et H_a) restaient les mêmes et égales à leurs valeurs au point A.

Une deuxième approximation consisterait à faire les deux opérations successives suivantes :

1° Construire le point B à partir de A, comme on vient de l'indiquer, et en déduire le milieu M du segment AB;

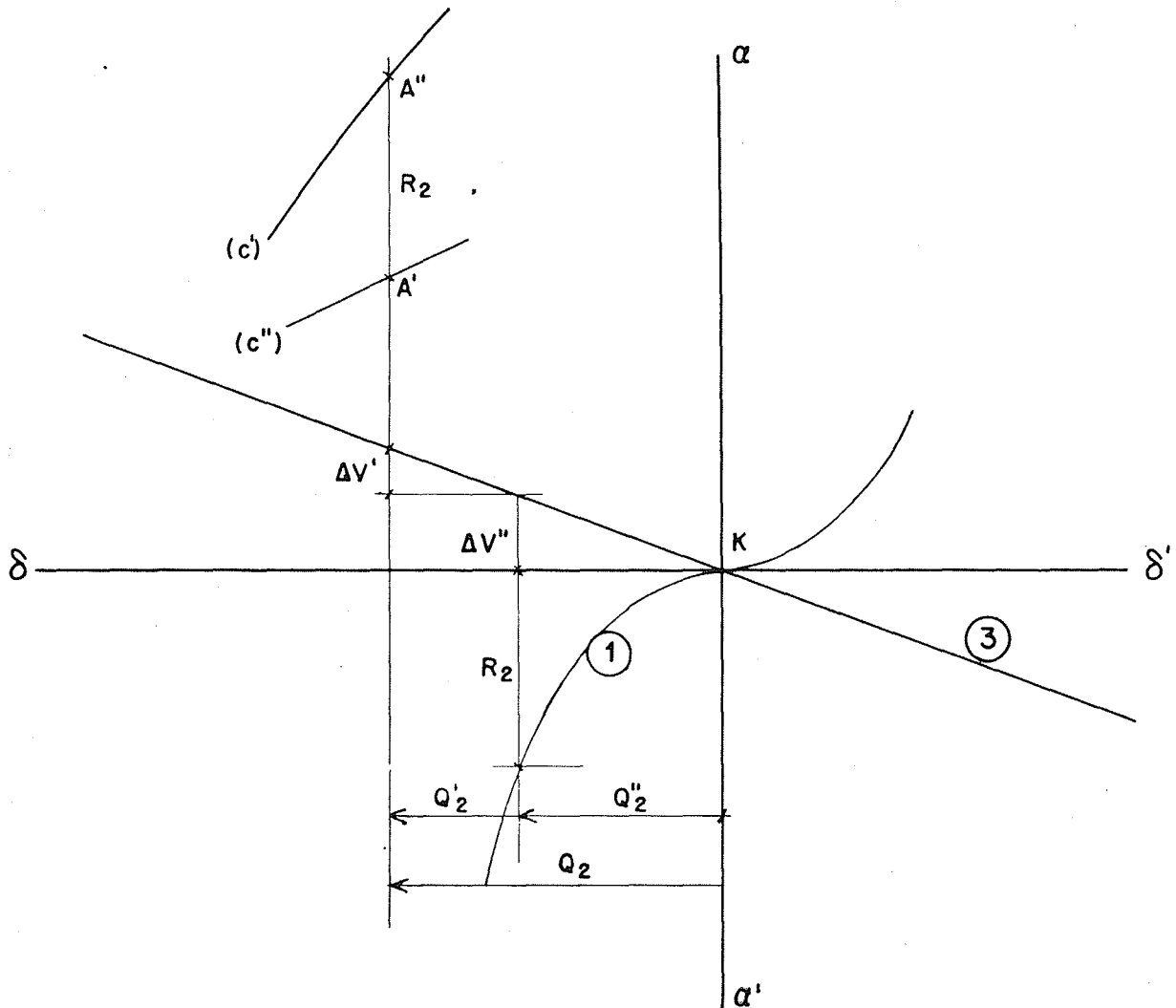


FIG. 8.

2° Construire le point B' (très proche de B) à partir de A, en supposant que, pendant l'inter-

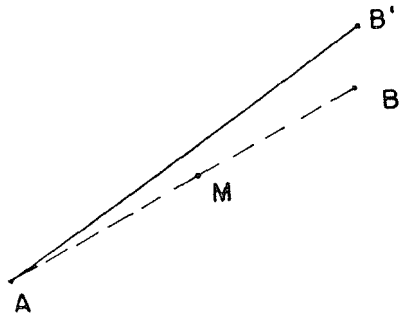


FIG. 9.

valle Δt , les conditions moyennes sont représentées par Q_2 et H_a relatifs au point M (fig. 9).

Remarque. — L'erreur que l'on fait alors est un infiniment petit, d'un ordre de grandeur supérieur à celui de la première opération.

En réalité, on ne fait pas les deux opérations

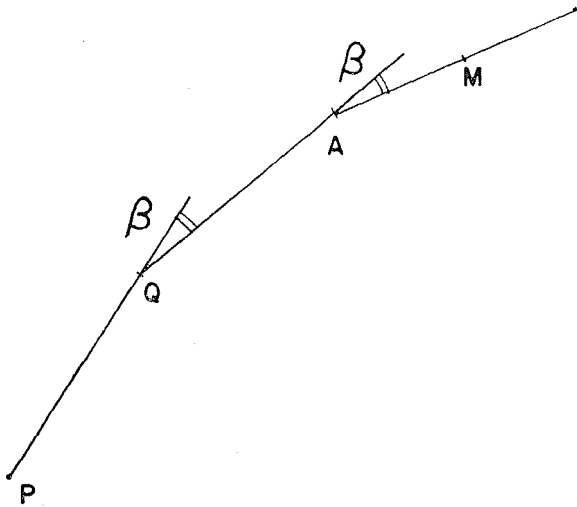


FIG. 10.

successives précédentes. Supposons déjà construits les segments PQ QA (fig. 10). L'expérience montre que la longueur de ces segments, ainsi que l'angle β que deux segments font entre eux, varient très peu (et, de toutes façons, d'une manière continue) d'un segment de droite à l'autre. Il est donc facile, connaissant P.Q.A., de supputer l'emplacement du milieu M de AB,

- soit au jugé, quand on en a l'habitude,
- soit en traçant le segment $AM = \frac{QA}{2}$ faisant un angle β avec QA.

A notre avis d'ailleurs, la méthode qui consiste à estimer sans calcul la position du futur point M est meilleure, car les petites erreurs que fait

l'opérateur à chaque supputation ne sont pas toutes systématiquement dans le même sens. Il est donc très probable qu'elles se contrebalancent, ce qui a d'ailleurs été vérifié par les épures que nous avons faites.

Au début d'un mouvement non permanent, il est évidemment impossible de supputer l'emplacement du milieu du segment AB; il suffit, dans ce cas, de faire les deux opérations successives indiquées plus haut (fig. 11).

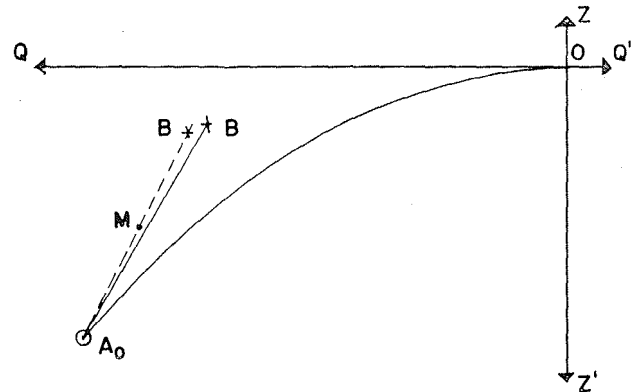


FIG. 11.

D) Manœuvres non instantanées. Axe mobile

L'axe mobile $\alpha\alpha'$ permet d'étudier des manœuvres de vannage non instantanées.

Considérons, par exemple, une ouverture totale en 30 secondes (fig. 12); si nous utilisons des Δt de 10 secondes, il suffira de déplacer trois fois l'axe mobile $\alpha\alpha'$. En effet, au temps 0, $\alpha\alpha'$ sera confondu avec l'axe des coordonnées ZZ' ($Q_3=0$); au bout de 30 secondes, il sera à gauche de cet axe, à la distance Q_3 de O' (Q_3 représentant le débit passant dans les turbines à la fin de la manœuvre d'ouverture). Pratiquement, pendant les dix premières secondes, l'axe $\alpha\alpha'$ se déplaçant de O' au point a (figure 12), nous ferons les

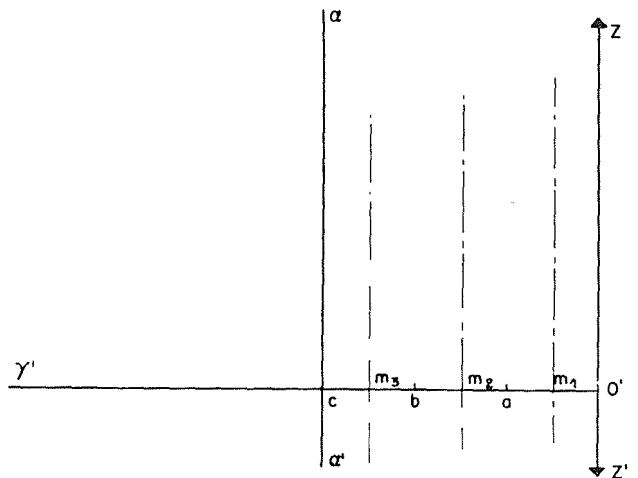


FIG. 12.

constructions habituelles en supposant qu'il reste fixe et coupe $O'\gamma'$ au point m_1 milieu de $O'a$ — pendant les dix secondes suivantes, il sera également supposé immobile et coupera $O'\gamma'$ en m_2 milieu de ab , etc...

E) Choix de l'intervalle Δt

On prend, en général, $\Delta t = 5, 10$ ou 20 secondes; cela dépend du degré de précision cherché et des caractéristiques du système galerie-cheminée d'équilibre.

Si on prend un Δt trop petit, les opérations deviennent longues et fastidieuses. Si on prend un Δt trop grand, la précision du graphique risque de s'en ressentir. Ce n'est qu'après avoir fait quelques épures que l'opérateur pourra apprécier à l'avance le Δt le plus adéquat.

Il est d'ailleurs très facile de changer de Δt et il est même souvent conseillé de le faire au cours d'une épure; en effet, à mesure que le mouvement s'amortit, les segments représentatifs des temps Δt diminuent et il est commode de prendre un Δt deux ou quatre fois plus grand. Pour cela, il suffit simplement de multiplier par 2 ou 4

la pente des droites des graphiques (2) et (3).

Dans certaines opérations, il est même commode de prendre momentanément des Δt tout à fait quelconques, comme nous le verrons plus loin dans les épures concernant les cheminées déversantes ou différentielles.

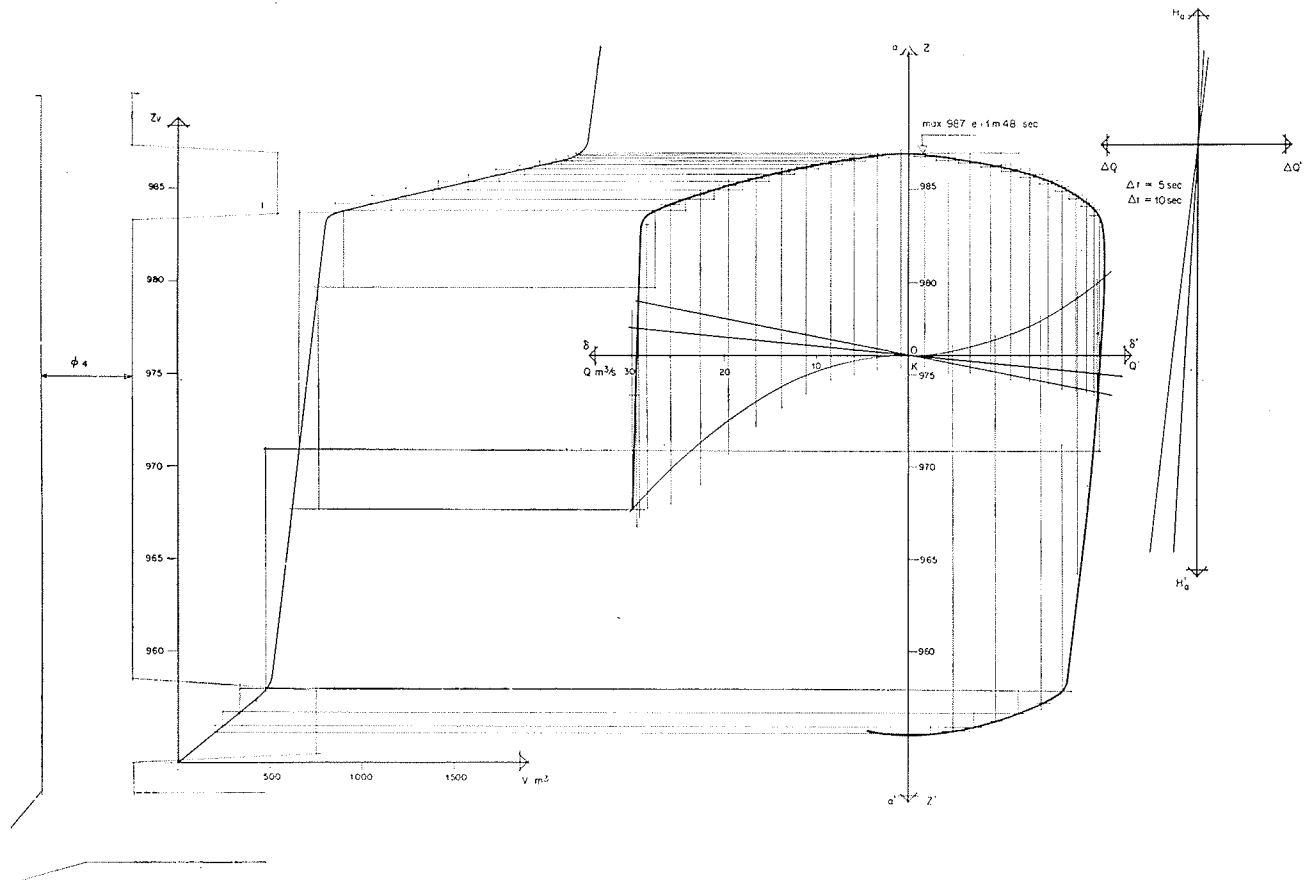
F) Construction de la courbe Z_v en fonction du temps

Cette courbe se déduit immédiatement des épures en Z_v et Q_t dont nous venons de parler, puisque nous connaissons, en chaque point de la ligne représentative du mouvement, le temps et le niveau de l'eau dans la cheminée d'équilibre.

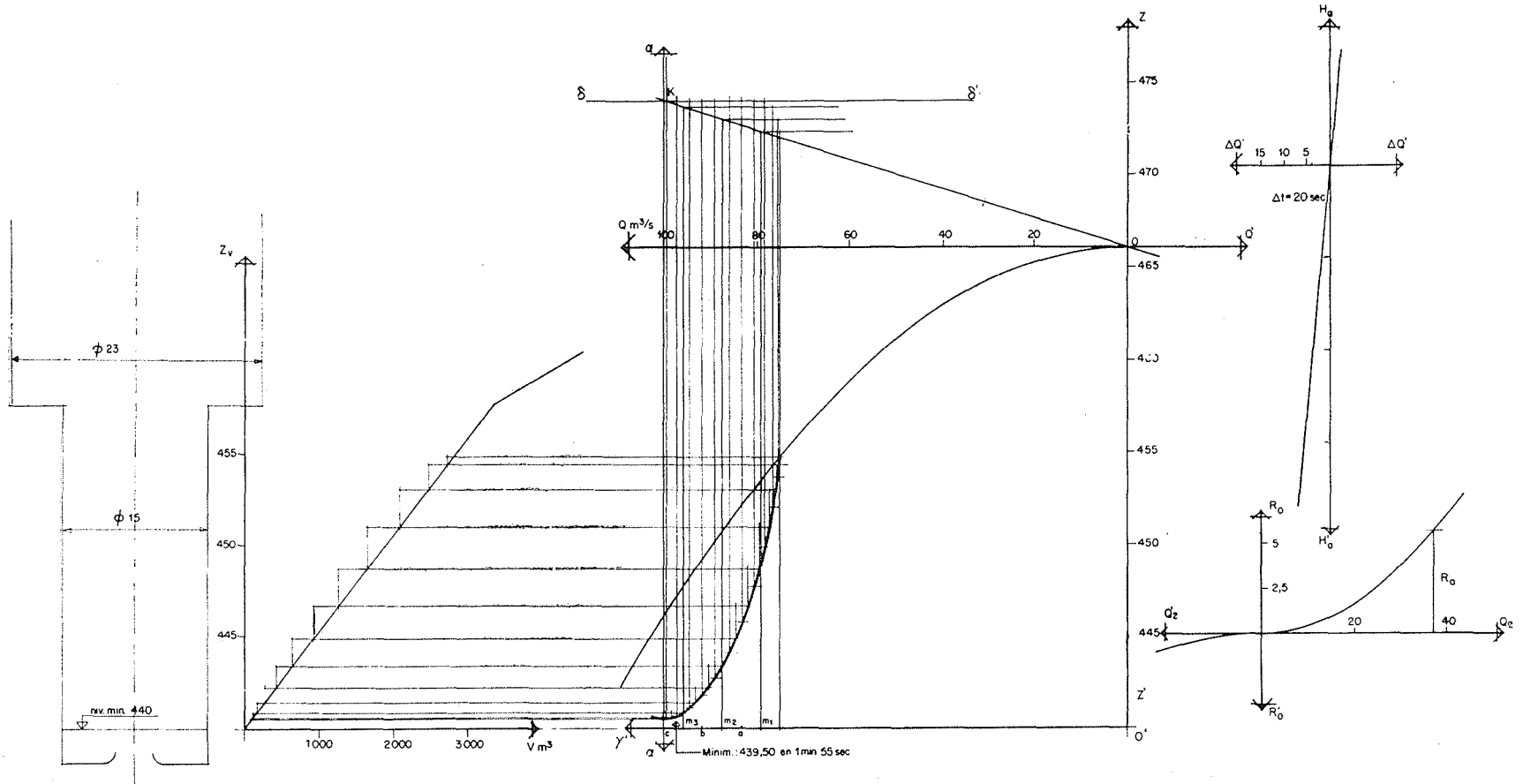
IV. — EXEMPLES D'ÉPURES

A) Cheminée d'équilibre à chambres d'expansion (épure n° 1)

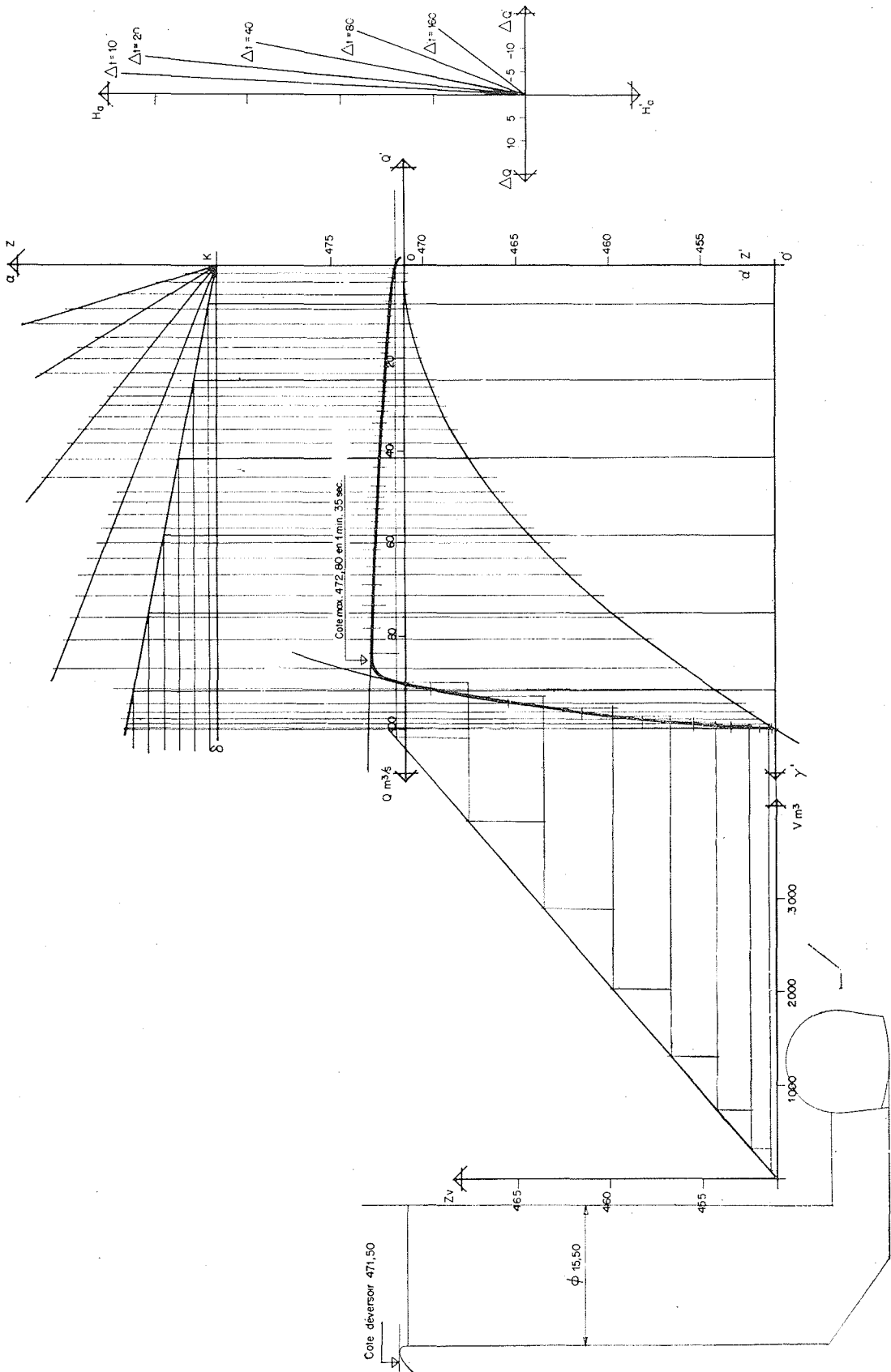
EXEMPLE. — *Cheminée d'équilibre de la chute de Passy*
— Epure de fermeture totale instantanée :



ÉPURE N° 1



ÉPURE N° 2



EPURE N° 3

Caractéristiques

$Q_1 = 30 \text{ m}^3/\text{s}.$

$L = 5.885 \text{ m}.$

$f = 13,70 \text{ m}^2.$

$Z_0 = 976.$

$R_1 = 8,30 \text{ m pour } Q_1 = 30 \text{ m}^3/\text{s}$

 Δt utilisés = 5 et 10 secondes.**B) Cheminée d'équilibre à étranglement**

(épure n° 2)

EXEMPLE. — *Cheminée d'équilibre de la chute de Randens*

— Epure d'ouverture linéaire de 75 à 100 % (temps d'ouverture : 1 minute).

Caractéristiques

$Q_1 = 100 \text{ m}^3/\text{s}.$

$L = 16.144 \text{ m}.$

$f = 31,10 \text{ m}^2.$

$R_1 = 20 \text{ m, pour } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}.$

$R_2 = 40 \text{ m (pour } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}).$

$Z_0 = 466.$

 Δt utilisé = 20 secondes.**C) Cheminée d'équilibre déversante**

(épure n° 3)

EXEMPLE. — *Adapté à la chute de Randens*

— Epure de fermeture linéaire totale en 1 minute.

Caractéristiques

$Q_1 = 100 \text{ m}^3/\text{s}.$

$L = 16.144 \text{ m}.$

$f = 31,10 \text{ m}^2.$

$Z_0 = 471.$

$R_1 = 20 \text{ m pour } Q_1 = 100 \text{ m}^3/\text{s}$

 Δt utilisés = 10, 20, 40, 80, 160 secondes.*Remarques :*1. La partie supérieure de la courbe n'est pas autre chose que la courbe caractéristique (5) du déversoir de la cheminée; elle est de la forme $Q = Kh^{3/2}$, h étant la hauteur de l'eau au-dessus du déversoir.2. Le volume d'eau déversé se mesure aisément en additionnant tous les segments découpés entre les droites (3) et l'axe des Q .Dans le cas de l'épure, il est de $V = 45.000 \text{ m}^3$.**D) Cheminée d'équilibre différentielle**

(épure n° 4)

EXEMPLE. — *Adapté à la chute de Randens*

— Epure de fermeture totale instantanée.

Caractéristiques

$Q_1 = 100 \text{ m}^3/\text{s}.$

$L = 16.144 \text{ m}.$

$f = 31,10 \text{ m}^2.$

$R_1 = 15 \text{ m pour } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$

$R_2 = 90 \text{ m pour } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$

$Z_0 = 471.$

 Δt utilisés = 20 et 4 secondes.**EXTENSION A UNE CHEMINÉE D'ÉQUILIBRE
BRANCHÉE SUR UNE GALERIE EN Y**

(N.S. DIFFÉRENTS)

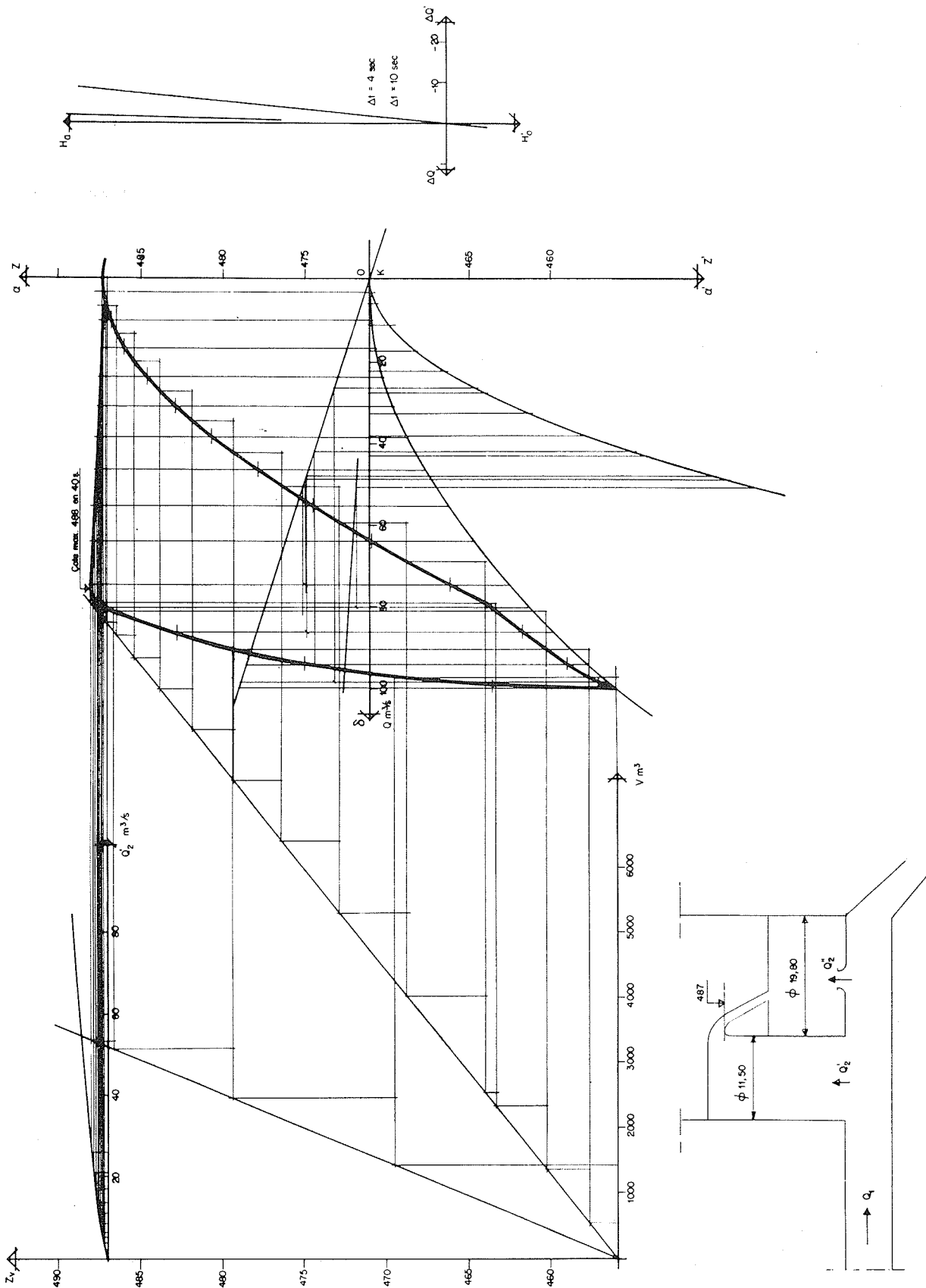
Considérons une cheminée d'équilibre branchée sur une galerie en Y reliée à deux prises d'eau à

des niveaux statiques différents fixes, représentée sur la figure 13.

Désignons par :

 Q_1 , le débit de la galerie principale, q' et q'' , le débit des galeries secondaires, f' , f'' et f , les sections des galeries, z_0' et z_0'' , les niveaux statiques aux prises d'eau, r' et r'' , les pertes de charge des galeries secondaires, R_1 , la perte de charge de la galerie principale.

Les autres notations seront celles de la première partie.



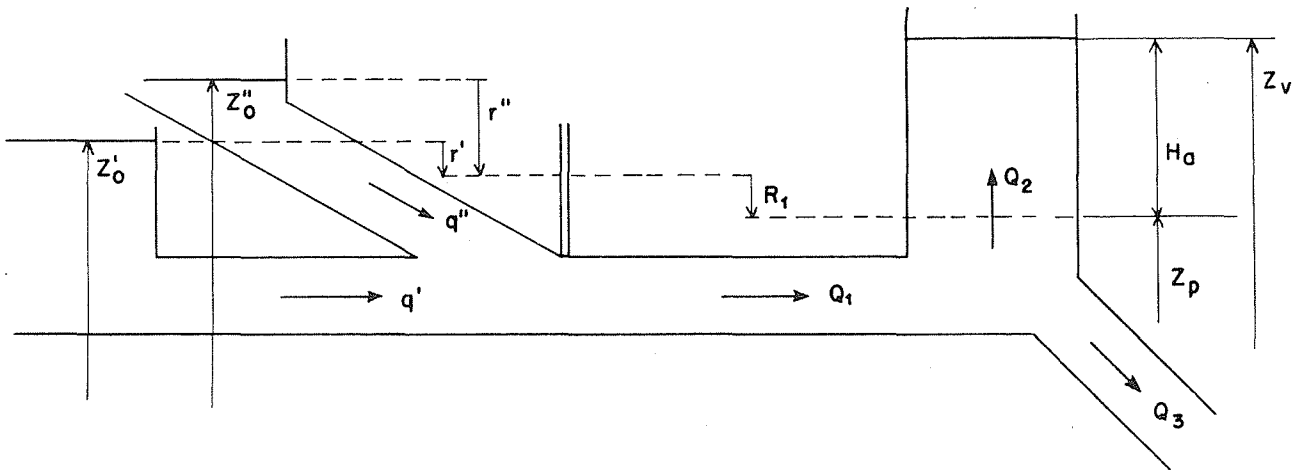


Fig. 13.

I. — PRINCIPE

Nous imaginerons qu'il existe, au confluent des trois galeries appelé « point triple », un tube piézométrique de section très petite, qui se bornerait à enregistrer les pressions. Supposons connus, à un instant, les débits dans chacune des galeries, ainsi que le niveau à la cheminée d'équilibre et la pression au point triple.

Examinons comment ce système de trois galeries peut être décomposé en éléments simples qui nous ramènent au cas du système galerie unique-cheminée d'équilibre.

A) Galeries secondaires

Les variations de débit de ces galeries sont les mêmes que si elles étaient alimentées par les prises d'eau, le tube piézométrique jouant à leur égard le rôle de cheminée d'équilibre. Ceci posé, les hauteurs accélératrices se calculent comme au chapitre II.

B) Galerie principale

Le niveau dans le tube piézométrique joue, à l'instant t , le rôle de niveau à la prise d'eau dans un système classique galerie-cheminée d'équilibre, d'où le calcul de H_a relatif à ce tronçon.

Ces diverses hauteurs accélératrices, h'_a , h''_a , H_a entraîneront, durant l'intervalle du temps Δt , des variations de débit données par :

$$\Delta q' = \frac{gf'}{v} h'_a \Delta t = k' h'_a \Delta t$$

$$\Delta q'' = \frac{gf''}{v'} h''_a \Delta t = k'' h''_a \Delta t$$

$$\Delta Q_1 = \frac{gf}{L} H_a \Delta t = K H_a \Delta t$$

Les débits et leurs variations devront satisfaire en outre l'équation de continuité.

$$Q_1 = q' + q''$$

$$\Delta Q_1 = \Delta q' + \Delta q''$$

Nous allons exposer une méthode graphique, qui permettra, à partir de ces égalités, de déterminer la montée de l'eau dans la cheminée d'équilibre en cas de fermeture ou d'ouverture des turbines. Nous n'examinerons que les manœuvres brusques, mais les manœuvres simples (ouvertures ou fermetures non instantanées) pourront être ramenées à ce cas particulier, en utilisant l'axe mobile indiqué précédemment.

L'application de cette méthode peut comporter deux stades d'approximation que nous examinerons successivement :

1° Etape de première approximation laissant subsister l'erreur systématique existant dans les méthodes SCHIFFMAN-DEL FELICE pour les cheminées simples. Les variables, au cours d'un instant Δt , sont supposées conserver les valeurs qu'elles avaient au début de cet instant;

2° Nous verrons qu'il est ensuite facile de passer à la seconde approximation en éliminant cette erreur systématique.

II. — CONSTRUCTION D'UNE ÉPURE

A) Disposition de l'épure

Le fonctionnement du système sera examiné dans un graphique représentant en ordonnée le

niveau dans la cheminée, et, en abscisse, les débits dans les galeries secondaires et principales. La cote de l'eau dans la cheminée sera représentée en fonction du débit total Q_1 . Nous représenterons, en outre, les niveaux piézométriques en régime permanent de l'extrémité aval des deux galeries secondaires à leurs cotes respectives, en portant, à partir des cotes statiques, les pertes de charge en fonction du débit, représentées par des paraboles. Nous nous limiterons, pour la clarté de l'exposé, au cas où la cheminée d'équilibre ne comporte pas d'étranglement, mais le principe de l'étude est le même quel que soit le type de cheminée.

Les pertes de charge dans la galerie principale seront représentées, en fonction du débit, en dessous des paraboles précédentes, à une distance quelconque des niveaux statiques des prises d'eau (fig. 14).

En régime permanent, les points de fonctionnement des galeries secondaires seront sur les paraboles correspondantes, et sur une même parallèle à l'axe des abscisses. Il en sera autrement en régime transitoire.

Fixons-nous à l'instant t :

- les débits q' , q'' , Q_1 ,
- le niveau dans la cheminée d'équilibre,

qui déterminent un point représentatif du mouvement de coordonnées Q_1 et Z à l'instant t .

Nous allons déterminer :

- la pression au point triple à l'instant t ,
- les débits q' , q'' , Q_1 à l'instant $t + \Delta t$,
- le niveau dans la cheminée d'équilibre à l'instant $t + \Delta t$,

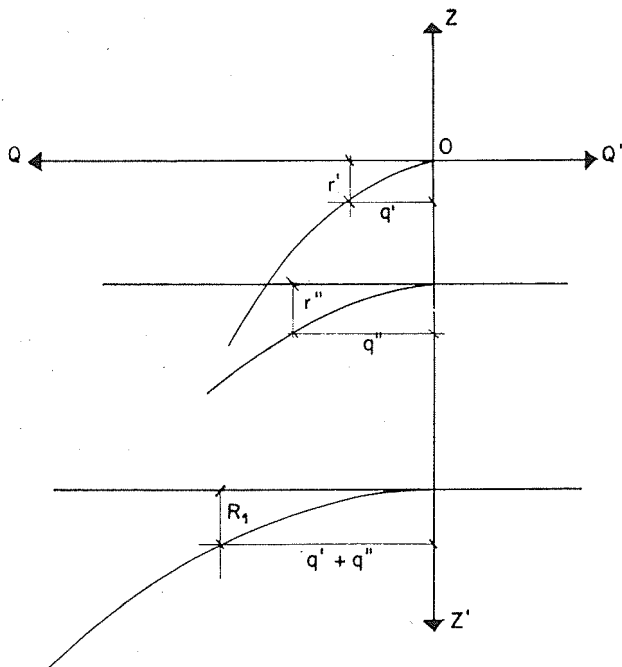


Fig. 14.

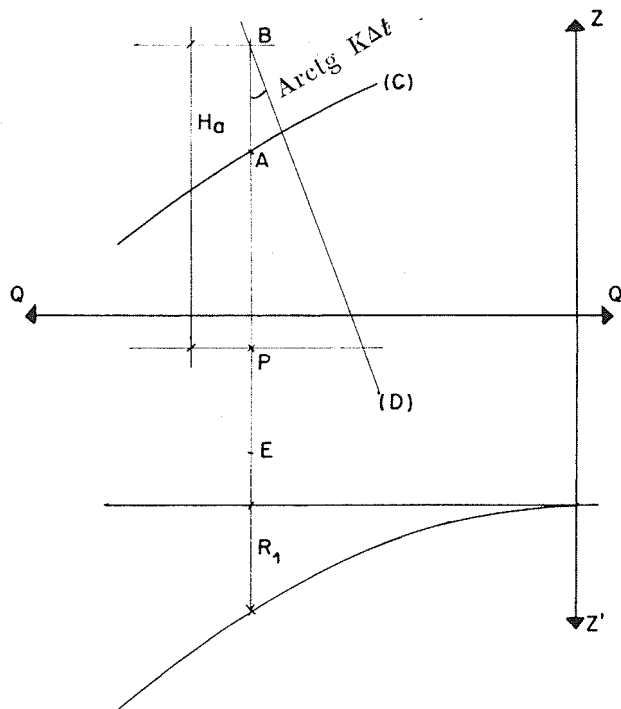


Fig. 15.

qui déterminent le point de fonctionnement à l'instant $t + \Delta t$.

Soit le point représentatif A, à l'instant t .

Supposons connue, pour la commodité de l'exposé, la pression au point triple, et représentons-la par le point P dans le graphique.

B) Détermination de ΔQ

1° GALERIE PRINCIPALE. — Conformément au partage en éléments simples, la hauteur accélératrice de cette galerie s'obtiendra de la façon suivante :

On détermine le niveau de régime permanent en retranchant ou en ajoutant (suivant le sens de l'écoulement dans la galerie) les pertes de charge R_1 , de la pression au point triple, ce qui donne le nouveau point E. La distance verticale EA représente la hauteur accélératrice H_a de la galerie principale; il revient au même et il est préférable pour la commodité du graphique de calculer H_a , en ajoutant au niveau de la cheminée les pertes de charge dans la galerie principale, ce qui donne le point B. La distance BP représente alors la hauteur accélératrice H_a (figure 15).

Portons alors, à partir du point B, une droite de coefficient angulaire $K\Delta t$, par rapport à la verticale. La distance horizontale déterminée entre cette droite et la verticale de B sur une horizontale passant par P représente la variation

de débit dans la galerie principale durant l'intervalle de temps Δt .

2° GALERIES SECONDAIRES. — Les hauteurs accélératrices respectives se déduisent des niveaux de régime permanent, comme dans un système classique. Elles sont représentée par h_a' et h_a'' dans la figure 16. Menons les droites d' et d'' faisant, avec la verticale de P, des angles dont les tangentes seront respectivement égales à $k'\Delta t$ et $k''\Delta t$. On aura alors $\Delta q'$ et $\Delta q''$, comme l'indique la figure 16.

C) Détermination de la pression au point triple

En réalité, la position du point P est inconnue, mais l'équation de continuité va nous permettre de la déterminer, et, par là, de connaître ΔQ_1 , $\Delta q'$ et $\Delta q''$.

Soit A le point représentatif de l'état de la cheminée d'équilibre à l'instant t .

Portons, à partir de A, les pertes de charge R_1 , d'où le point B, et menons par B la droite D de coefficient angulaire $K\Delta t$ par rapport à la verticale.

Menons, à partir de i' et de i'' situés à l'intersection de la verticale du point A avec le niveau de régime permanent des galeries secondaires, les droites d' et d'' , de coefficients angulaires $k'\Delta t$ et $k''\Delta t$ du même côté par rapport à BB' que la droite D. Additionnons les abscisses de (d') et de (d'') comme indiqué sur la figure 17. L'intersection de (D) avec ($d' + d''$) se produit à une cote représentant précisément la pression du point triple puisqu'on a, par construction :

$$\Delta Q_1 = \Delta q' + \Delta q''$$

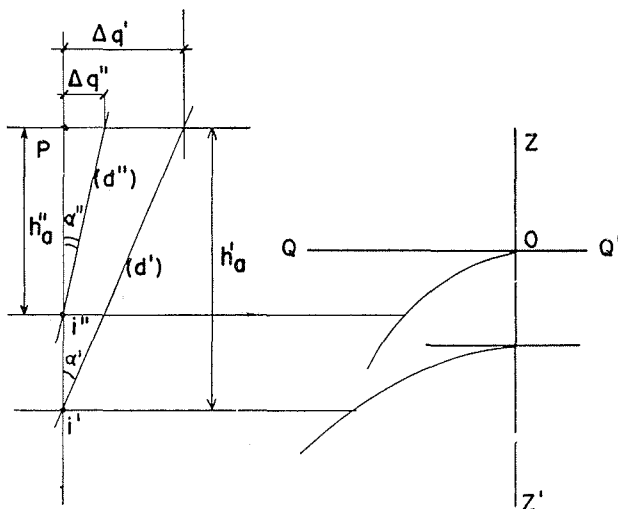


FIG. 16.

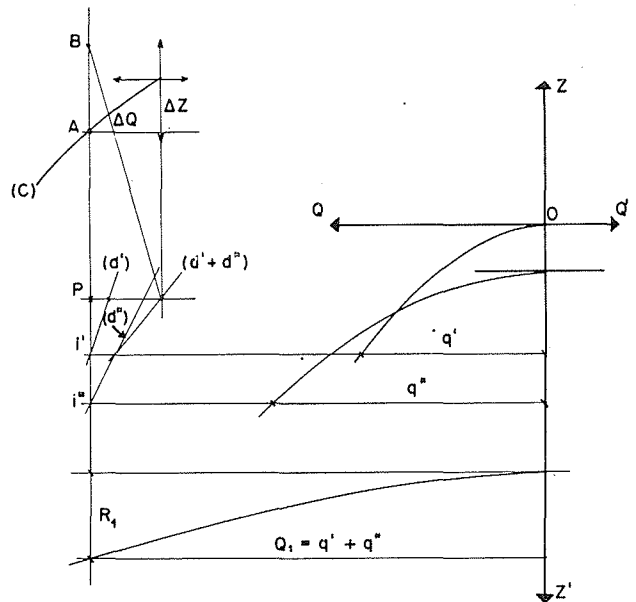


FIG. 17.

Pratiquement, on mène d'abord la droite issue du point i le plus bas (i'' dans le cas de la figure), puis, à partir de son intersection avec l'horizontale de i' , une droite de coefficient angulaire $(k' + k'')\Delta t$.

On retranche ensuite les variations de débit ΔQ_1 , $\Delta q'$ et $\Delta q''$ des débits respectifs à l'instant t , ce qui donne les nouvelles valeurs de ces débits à l'instant $t + \Delta t$. Pratiquement, on a intérêt, pour la précision du graphique, à reporter les deux variations les plus importantes, soit, par exemple, ΔQ_1 et $\Delta q''$, et à en déduire le débit q' par différence.

D) Détermination de ΔZ

La méthode est la même que pour une cheminée d'équilibre branchée sur une galerie simple. On a encore :

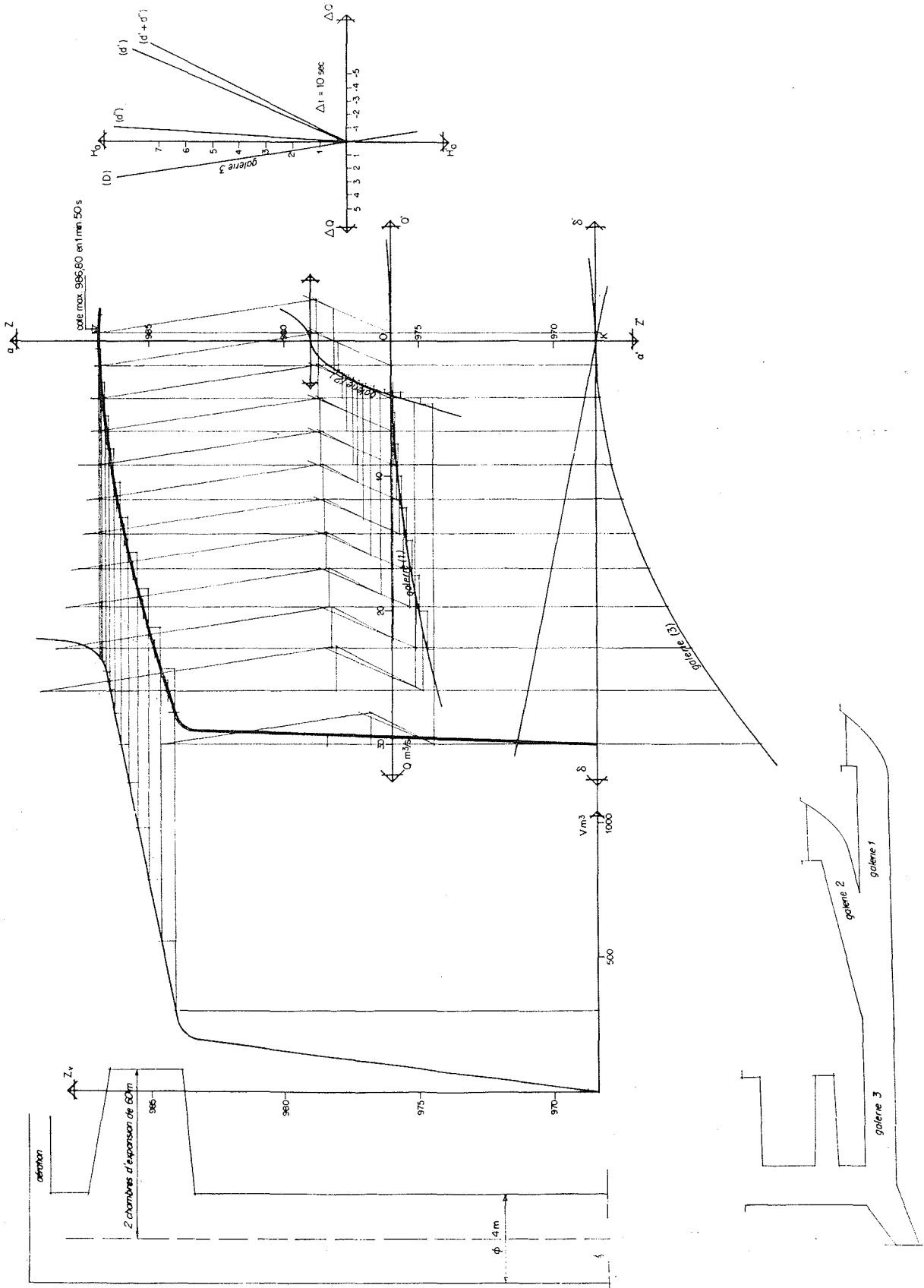
$$\Delta Z = \frac{Q_2}{F} \Delta t$$

avec les notations des autres chapitres. La montée se détermine donc à l'aide des mêmes constructions graphiques que précédemment (courbes (3) et (4) des exposés précédents).

Le report de ΔQ_1 et de ΔZ permet de déterminer le point de fonctionnement à l'instant $t + \Delta t$.

E) Seconde approximation

Nous venons de voir comment, connaissant le point A à l'instant t , on pouvait trouver le point A' à l'instant $t + \Delta t$ en supposant que, pendant l'intervalle de temps Δt , les quantités



EPURE N° 5

caractéristiques Q_1 et H_a restaient les mêmes et égales à leurs valeurs au point A.

La seconde approximation consiste à opérer par réitération, en construisant, à partir de A, le nouveau point A', et en le précisant en prenant les quantités caractéristiques du milieu M de AA'.

L'expérience montre d'ailleurs, sauf cas particulier où la hauteur accélératrice varie beaucoup au cours d'un intervalle Δt , qu'il est possible d'estimer directement la position des milieux des segments intervenant dans la construction, ce qui permet de déterminer A ($t + \Delta t$) par une seule opération.

CAS PARTICULIER

CHEMINÉE D'ÉQUILIBRE BRANCHÉE SUR UNE GALERIE EN V

(N.S. DIFFÉRENTS)

Différents procédés de calcul concernant les cheminées branchées sur des galeries de ce type avaient été proposés à propos de la cheminée d'équilibre de l'usine de BROGE.

1° M. V. GOUTKIN a admis que, en régime permanent et en régime transitoire, la différence des pertes de charge des deux galeries reste constante et égale à la dénivellation existant entre les deux prises d'eau. On peut alors remplacer, dans les calculs, les deux galeries par une galerie équivalente qui permet de rentrer dans le cadre des calculs classiques de MM. CALAME et GADEN. Cependant, cette méthode présente l'inconvénient de reposer sur une hypothèse approximative, comme nous le verrons plus loin.

2° M. L. ESCANDE a effectué le calcul en appliquant une méthode d'intégration par différences finies, qui présente certains inconvénients : elle demande beaucoup de temps, ne permet de traiter que des cas simples, non seulement pour les manœuvres envisagées (fermetures ou ouvertures complètes instantanées), mais aussi pour le type de cheminée (le cas des cheminées à section multiple doit lui-même être ramené par un artifice de pondération au cas des cheminées à une seule section). Enfin, son approximation équivaut à celle de la méthode graphique « de première approximation ».

Dans le but de trouver une méthode qui ne présente pas les inconvénients précités, nous avons essayé d'adapter la construction graphique précédente à ce cas particulier.

La décomposition en éléments simples, relative

L'épure que nous donnons en annexe (5) a été réalisée suivant cette méthode. Elle concerne la cheminée à expansion de la chute de PASSY, compte tenu de l'adduction complémentaire de la DIOSAZ. Les caractéristiques des trois galeries sont les suivantes :

$$\begin{array}{ll} Q_1 = 30 \text{ m}^3/\text{s.} & f = 13,7 \text{ m}^2 \\ q' = 25 \text{ m}^3/\text{s.} & z_0' - z_0'' = 3 \text{ m.} \\ q'' = 5 \text{ m}^3/\text{s.} & R_1 = 6,10 \text{ m.} \\ f' = 13,7 \text{ m}^2 & r' = 1,50 \text{ m.} \\ f'' = 5 \text{ m}^2 & r'' = 4,50 \text{ m.} \end{array}$$

aux galeries en Y, reste valable, mais on n'a plus besoin de faire appel à l'équation de continuité pour déterminer les variations de débit.

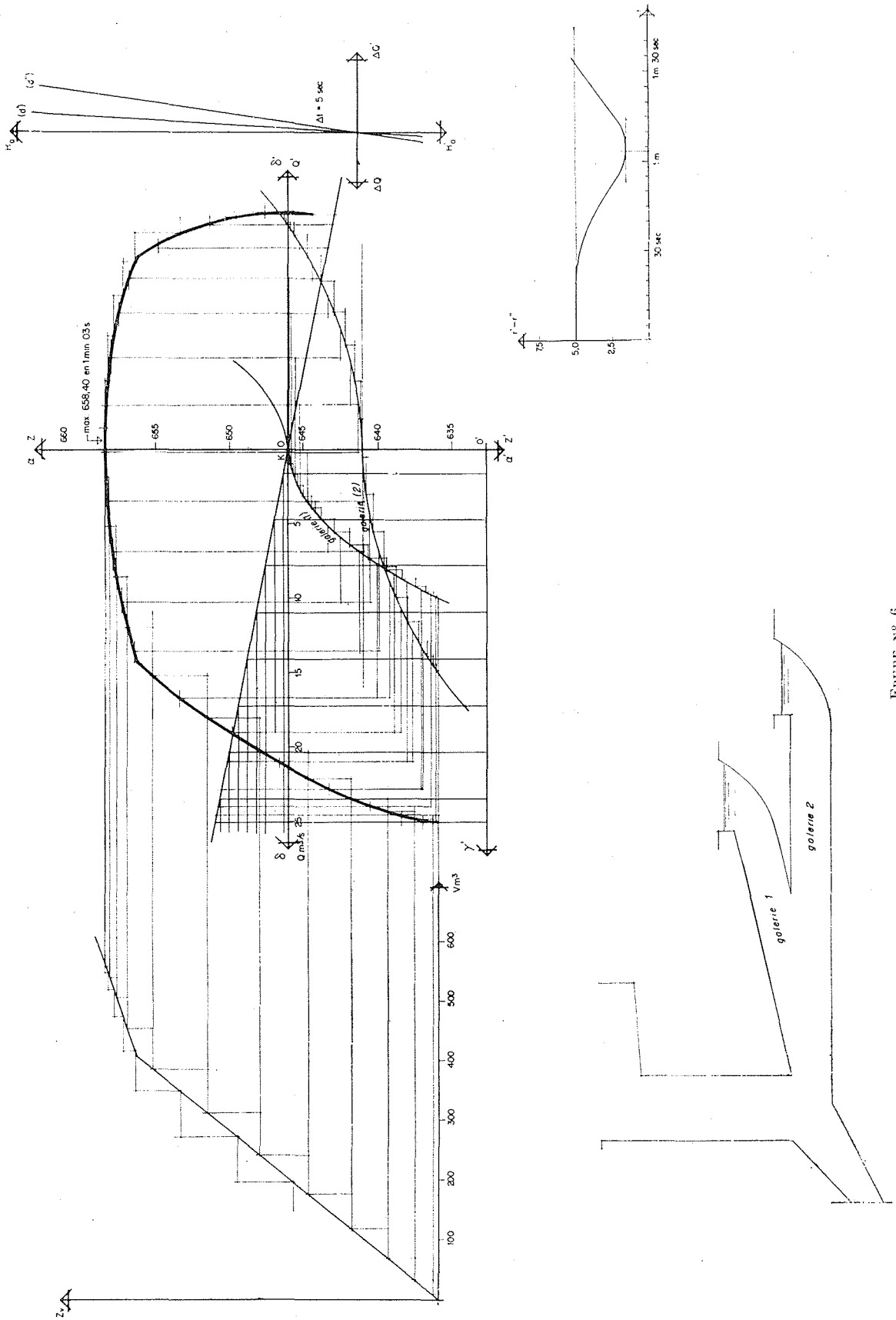
La disposition de l'épure est analogue à celle des galeries en Y : représentation des niveaux statiques et des pertes de charge dans les galeries; étude du mouvement dans un système de coordonnées, niveau dans la cheminée d'équilibre, débit total de deux galeries. Le tube piézométrique précédent est ici remplacé par la cheminée elle-même, et la recherche de la hauteur accélératrice résulte des mêmes opérations que dans les cheminées branchées sur galerie simple.

Nous donnons ci-joint (épure n° 6) une épure concernant une fermeture linéaire en 40 secondes d'une installation fictive analogue à celle de BROGE dont les caractéristiques sont les suivantes :

Fermeture linéaire en 40 s. Δt utilisé = 5 s.

$$\begin{array}{l} q' = 10 \text{ m}^3/\text{sec.} \\ q'' = 15 \text{ m}^3/\text{sec.} \\ f = 3,6 \text{ m}^2 \\ f'' = 6 \text{ m}^2 \\ z_0' - z_0'' = 5 \text{ m} \\ r' = 10 \text{ m pour } q' = 10 \text{ m}^3/\text{sec.} \\ r'' = 5 \text{ m pour } q'' = 15 \text{ m}^3/\text{sec.} \end{array}$$

Nous avons tracé la courbe donnant la différence des pertes de charge entre les deux galeries, en fonction du temps, ce qui nous a montré qu'elle ne restait pas constante.



EPURE N° 6

CONCLUSION ⁽¹⁾

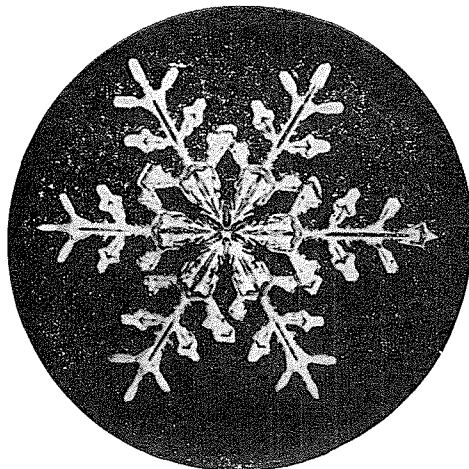
La méthode graphique exposée, qui a pour origine l'article de SCHIFFMAN cité en référence, nous a paru intéressante à cause de sa grande généralité. En effet :

- La forme de la cheminée d'équilibre n'intervient que dans la courbe des volumes (courbe 4), de sorte que les cheminées à sections multiples, aussi compliquées soient-elles, se traitent aussi facilement que les cheminées à section constante.
- L'axe mobile xx' permet d'étudier des manœuvres d'ouverture ou de fermeture non instantanées (linéaires ou non) presque aussi facilement que des manœuvres instantanées.
- Dans le cas des galeries en Y, le tube piézométrique fictif placé au confluent des trois galeries permet de ramener le problème au cas simple des galeries uniques.

— L'emploi de coordonnées non réduites et d'intervalles de temps Δt fixes a l'avantage de permettre à l'opérateur de suivre physiquement le phénomène d'accélération. La moindre erreur dans la construction graphique est par suite facilement décelable.

— Enfin, et ceci n'est pas un détail négligeable, cette méthode est rapide. Pour peu que l'opérateur soit entraîné à son maniement, une épure même compliquée peut se faire en deux ou trois heures. Et les résultats sont (nous l'avons vérifié plusieurs fois) aussi précis que ceux obtenus par les épures de MM. CALAME et GADEN.

Nous avons plus particulièrement mis en évidence la notion de hauteur accélératrice qui s'est avérée extrêmement pratique. Nous estimons d'ailleurs qu'elle dépasse le cadre de cette méthode et qu'elle représente une grandeur physique permettant de mieux saisir les phénomènes d'accélération dans les cheminées d'équilibre.



(1) Dans un prochain exposé nous ajouterons à cette étude quelques compléments d'ordre théorique et expérimental.