NOTULE HYDRAULIQUE

Schéma des conditions d'équilibre des barrages-poids et des barrages à voûtes multiples

PAR E. JAULIN

English text, p. 585.

I. — ÉQUILIBRE D'UN BARRAGE-POIDS

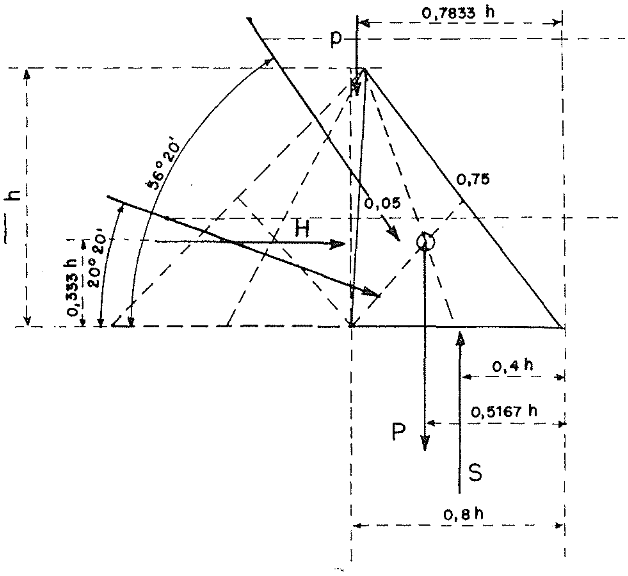
Hypothèse

Nous prenons 2,4 pour le poids spécifique de béton (même valeur que celle que nous avons prise pour le barrage à voûtes multiples) bien que le béton en grosses masses du barrage-poids soit plus léger par suite de la réduction du dosage et les drains.

Ramenés au mètre courant de barrage, nous appelons :

P = Poids du barrage.
p = Poids de l'eau qui surplombe le parement amont, ou poussée hydrostatique verticale.
H = Poussée hydrostatique horizontale.
S = Sous-pression.

	Forces			Bras de leviers	Moments	
	Verticales		Horizontales			
	+	—			+	—
$P = 0{,}8 \dfrac{h^2}{2} \times 2{,}4$	$0{,}96\ h^2$			$0{,}5167\ h$		$0{,}496\ h^3$
$p = 0{,}05\ h \times \dfrac{h}{2} \times 1$	$0{,}025\ h^2$			$0{,}7833\ h$		$0{,}0196\ h^3$
$H = h \times \dfrac{h}{2}$			$0{,}5\ h^2$	$0{,}3333\ h$	$0{,}167\ h^3$	
$S = 0{,}8 \times h^2$		$0{,}8\ h^2$		$0{,}4\ h$	$0{,}32\ h^3$	



Valeur maximum de la résultante en supposant que les injections éliminent 70 % de la sous-pression.
Maximum value of the resultant, on the supposition that grouting eliminates 70 % of the pore-pressure.

Résultante calculée avec l'hypothèse d'une sous-pression de 80 %.
Resultant calculated on the assumption 80 % pore-pressure.

FIG. 1.

A — Équilibre sans sous-pression

	FORCES			MOMENTS	
	Verticales		Horizontales	+	—
	+	—			
P...	0,96 h^2				0,496 h^3
p...	0,025 h^2				0,0196 h^3
H...			0,5 h^2	0,167 h^3	
	0,985 h^2		0,5 h^2	0,167 h^3	0,5156 h^3
				— 0,3486 h^3	

$$\text{Centre de pression : } \frac{0{,}3486\ h^3}{0{,}985\ h^2} = 0{,}3539\ h$$

a) RENVERSEMENT : 0,167 $h^3 < 0{,}5156\ h^3$

→ Coefficient de sécurité au renversement :

$$\frac{0{,}5156}{0{,}167} = 3{,}1$$

b) GLISSEMENT : Inclinaison de la résultante générale sur la verticale :

$$\frac{0{,}5}{0{,}985} = 0{,}5076$$

soit : Angle de la résultante générale avec le plan horizontal de fondations = 63° 05′.

Il n'y a pas de glissement si le plan de fondation reste voisin de l'horizontale.

B — Équilibre avec sous-pression

	FORCES			MOMENTS	
	Verticales		Horizontales	+	—
	+	—			
P...	0,96 h^2				0,496 h^3
p...	0,025 h^2				0,0196 h^3
H...			0,5 h^2	0,167 h^3	
S...		0,8 h^2		0,32 h^3	
	0,985 h^2	0,8 h^2	0,5 h^2	0,487 h^3	0,5156 h^3
	+ 0,185 h^2		0,5 h^2	— 0,0286 h^3	

a) RENVERSEMENT : 0,487 < 0,5156.

Mais le coefficient de sécurité au renversement n'est plus que de :

$$\frac{0{,}5156}{0{,}487} = 1{,}05 \text{ (absolument insuffisant).}$$

b) GLISSEMENT : Inclinaison de la résultante générale sur la verticale :

$$\frac{0{,}5}{0{,}185} = 2{,}7$$

→ correspondant à un angle de 69° 40′.

Angle de la résultante générale avec le plan horizontal des fondations :

→ 20° 20′

L'angle de frottement béton-rocher ou rocher-rocher étant, au minimum, de 45°, il y a nécessairement glissement.

Observations

Dans le barrage-poids, les injections et les drainages sont seuls chargés de rétablir l'équilibre, c'est-à-dire de supprimer les sous-pressions ou d'en réduire la valeur de façon qu'il n'y ait ni renversement ni glissement.

On peut se faire une idée sur le présent exemple de leur minimum d'efficacité indispensable.

Quatre facteurs principaux interviennent :

1° *L'angle de frottement béton-rocher :*

Les angles de frottement internes du béton et du rocher sont, à très peu de chose près, les mêmes, égaux à 45°. Si la surface de collage béton-rocher est bien réalisée, l'angle de frottement sur cette surface peut être aussi de 45°. On prend généralement, par un souci de sécurité bien légitime, un angle de 55° avec l'horizontale correspondant à un rapport de 0,70 entre les composantes horizontale et verticale de la résultante générale.

2° *La surface d'application des sous-pressions.*

Après plus de trente ans d'études, d'applications et de controverses, le troisième Congrès International des Grands Barrages, qui s'est tenu à Stockholm en juin 1948, semble avoir, pour le moment, tranché le débat en concluant qu'il fallait prendre en compte la surface totale d'une section horizontale ou la surface totale de la base.

3° *Les valeurs de la sous-pression: h_1 sous l'arête amont, h_2 sous l'arête aval.*

Ici encore, le III^e Congrès International a fixé un point très débattu, à savoir qu'il fallait prendre $h_1 = h$, h étant la pression hydrostatique ou hauteur d'eau, barrage plein.

Dans ces conditions, si T et N sont respectivement les composantes tangentielles et normale de la résultante générale, on a :

$$T = 0{,}5\ h^2$$

$$\frac{T}{N} \leqslant 0{,}70$$

$$N \geqslant 0{,}714\ h^2$$

On en déduit :

$$S \leqslant 0{,}985\ h^2 - 0{,}714\ h^2$$

ou :

$$S \leqslant 0{,}271\ h^2$$

Or,

$$S = 0{,}8\ h \times \frac{h_1 + h_2}{2}$$

On doit donc avoir :

$$0{,}8\ \frac{h_1 + h_2}{2} \leqslant 0{,}271\ h$$

soit :

$$1{,}47\ (h_1 + h_2) \leqslant h$$

ou enfin, sensiblement :

sous-pression moyenne :

$$\frac{h_1 + h_2}{2} \leqslant \frac{1}{3}\ h \qquad (1)$$

Si l'on avait pris l'angle de frottement égal à 45°, on aurait trouvé :

$$\frac{h_1 + h_2}{2} \leqslant 0{,}625\ h \qquad (2)$$

Si l'on tient compte de la conclusion du III^e Congrès International des Grands Barrages, $h_1 = h$, on voit :

1° Que l'inégalité (1) ne peut être satisfaite, même pour $h_2 = 0$, cette dernière condition n'étant d'ailleurs elle-même que très rarement réalisée. Si elle l'est cependant, il faut avoir $h_1 \leqslant \frac{2}{3}$ h, ce qui n'est pas conforme à la conclusion du III^e Congrès des Grands Barrages.

2° Que l'inégalité (2), où la sécurité du coefficient a été cependant supprimée, n'est satisfaite que pour $h_2 \leqslant \frac{h}{4}$.

Cet aspect simplifié de la question a l'intérêt de montrer le caractère à la fois impératif et cependant aléatoire d'injections et de drainages ne laissant subsister, dans le barrage-poids, aucune sous-pression. Que l'on y soit parvenu souvent, tous les barrages-poids qui sont debout le montrent indiscutablement; par contre, les nombreux accidents qui se sont produits à de tels barrages confirment l'incertitude et l'insécurité d'un mode de construction employé dans le passé mais qui ne semble plus devoir être appliqué que lorsqu'on ne peut vraiment pas faire autrement ou que l'on a affaire à un terrain rocheux particulièrement sain, homogène et sans faille ni fissure sur une grande étendue autour du barrage et une grande profondeur au-dessous.

II. — ÉQUILIBRE D'UN BARRAGE A CONTREFORTS AUTOSTABLES ET VOUTES MULTIPLES

Considérons un tel barrage avec la forme du contrefort défini par le croquis ci-joint :

Représentons l'ensemble de la « bouchure » par une épaisseur virtuelle εh, ce qui est plus défavorable que la réalité des voûtes par suite du moindre bras de levier.

— L'épaisseur moyenne des contreforts sera Kh.

— La densité de l'eau est représentée par W.

— Celle du béton prise égale à 2,4.

Dans le système métrique français,
W = 1.
1 m^3 d'eau pèse 1 t.
et 1 m^3 de béton pèse 2.400 kg, ou 2,4 t.

Nous appellerons :

P = Poids du contrefort.

p = Poids de la voûte.

H = Poussée hydrostatique résultante.

H_h = Poussée hydrostatique horizontale.

H_v = Poussée hydrostatique verticale.

L'équilibre résulte du tableau suivant qui donne les forces d'après leurs deux composantes (verticale et horizontale) et d'après leur moment de renversement par rapport à B.

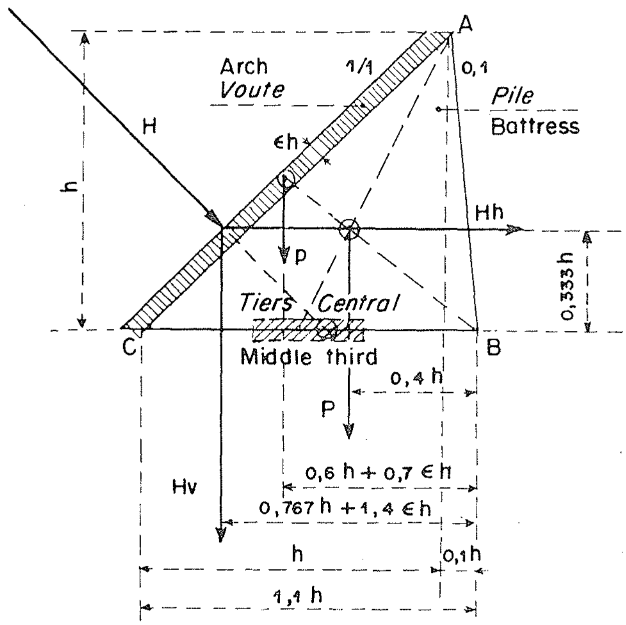


FIG. 2.

	FORCES			BRAS de leviers	MOMENTS	
	Verticales +	Verticales —	Horizontales		+	—
P......	2,4 k h^2			0,4 h		0,96 K h^3
p......	2,4 ε h^2			(0,6 + 0,7 ε) h		(1,44 + 1,68 ε) εh^3
H_h......			0,5 h^2	0,333 h	0,167 h^3	
H_v......	0,5 h^2			(0,767 + 1,4 ε) h		(0,384 + 0,7 ε) h^3

Le cas le plus défavorable correspond aux plus faibles valeurs de ε et de K.

Nous constatons d'abord qu'en ce qui concerne le renversement, sous la seule action de la poussée hydrostatique et indépendamment des poids de béton, le barrage est stable avec un rapport de sécurité de $\frac{0,384}{0,164} = 2,3$.

Mais si nous donnons à ε et K les plus faibles valeurs possibles, soit $\varepsilon = 0{,}03$ et $K = 0{,}12$, le tableau ci-dessus devient :

a) RENVERSEMENT : Rapport de sécurité :

$$\frac{0{,}5644}{0{,}167} = 3{,}38,$$

supérieur à celui du barrage-poids sans sous-pression.

b) GLISSEMENT :

Angle de la résultante générale sur la verticale :

$$\frac{0{,}5}{0{,}86} = 0{,}582 \quad \text{soit : } 30^\circ\ 12'.$$

	Forces			Bras de levier	Moments	
	Verticales		Horizontales			
	+	—			+	—
P......	0,288 h^2			0,4 h		0,1152 h^3
p......	0,072 h^2			0,621 h		0,0447 h^3
H_h......			0,5 h^2	0,333 h	0,167 h^3	
H_v......	0,5 h^2			0,809 h		0,4045 h^3
	0,860 h^2		0,5 h^2		0,167 h^3	0,5644 h^3

Angle de la résultante générale sur l'horizontale : 59° 48',
supérieur à l'angle de frottement béton rocher, égal à 45°, et que, par sécurité, on prend généralement égal à 54°. La situation est donc très favorable.

Enfin, en tenant compte d'une sous-pression éventuelle régnant sous toute la bouchure en contact avec l'eau — sous-pression qui est d'ailleurs irréalisable, sauf en cas de bombardement — les conditions d'équilibre deviennent :

Nous admettons — ainsi que nous l'avons exposé, qu'il ne peut y avoir de sous-pression dans la section d'un contrefort. La sous-pression dont nous tenons compte ici a donc pour valeur 0,03 h^2 : nous la prenons dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire au pied du parement amont : son bras de levier est alors :

$$1{,}1\ h + \frac{0{,}03\ h}{2} = 1{,}115\ h$$

Son moment de *renversement* est :

$$0{,}03\ h^2 \times 1{,}115\ h = 0{,}03345\ h^3$$

En composant cette force nouvelle avec celles ci-dessus, nous obtenons :

a) RENVERSEMENT :

$$0{,}167\ h^3 + 0{,}033\ h^3 = 0{,}200\ h^3$$

Rapport de sécurité :

$$\frac{0{,}5644}{0{,}200} = 2{,}82 \text{ (très favorable)}$$

(on avait 1,05 avec le barrage-poids).

b) GLISSEMENT :

Force verticale : $0{,}86\ h^2 - 0{,}03\ h^2 = 0{,}83\ h^2$.

Angle de la résultante générale sur la verticale :

$$\frac{0{,}5}{0{,}83} = 0{,}6024$$

correspondant à un angle de 31° 4'.

Angle de la résultante générale sur l'horizontale : 58° 56'.

Ce barrage ne peut ni glisser ni se renverser.

RÉSISTANCE DU BÉTON. — Nous avons vu que les masses de béton ne sont nécessaires, au point de vue de l'équilibre, que pour la résistance au glissement. Elles le sont aussi, naturellement, pour résister aux efforts auxquels le matériau lui-même est soumis. La note de calculs détermine les taux de travail en tous points et dans tous les cas. Les coefficients de sécurité ne sont jamais inférieurs à ceux prescrits par les documents officiels.

Remarque. — Il est possible d'obtenir la même sécurité en donnant au parement amont une inclinaison un peu supérieure à 45°, ce qui peut être nécessaire dans certains cas pour adapter le barrage aux exigences du terrain.

C'est ainsi qu'au barrage de la Girotte, cette inclinaison est de 53° sur l'horizontale. La poussée hydrostatique verticale, résistant au renversement, diminue un peu, mais son bras de levier augmente; les bras de leviers, appliqués aux poids des maçonneries, augmentent également, et enfin, les variables, constituées par les épaisseurs de béton des voûtes et des piles et par l'inclinaison du parement aval, permettent toujours de conserver les conditions de sécurité que nous avons fait ressortir ci-dessus sans augmenter sensiblement le cube total de béton.

E. JAULIN.

HYDRAULIC BRIEF

Conditions of stability of gravity and multiple-arch dams

Texte français, p. 580.

I. — STABILITY OF GRAVITY DAM

ASSUMPTIONS : The specific gravity of concrete is taken equal to 2.4; the same value will be assumed for the multiple-arch type, though the mass concrete in a gravity dam is actually lighter on account of the lower cement ratio and the presence of drains.

In the metric system, specific gravities and specific densities have the same numerical values, the specific weight of water being 1 metric ton per cubic metre.

NOTATION : Consider a unit thickness of the dam (i.e. a thickness of 1 mètre) :

P = weight of concrete in the dam.
p = vertical component of water pressure.
H = horizontal component of water pressure.
S = uplift due to pore pressure.

Cf. fig. 1 in French text, p. 581

	Forces			Lever Arm	Moments About A	
	Vertical		Horizontal			
	+	—			+	—
$P = 0.8 \frac{h^2}{2} \times 2.4$	$0.96\ h^2$			$0.5167\ h$		$0.496\ h^3$
$p = 0.05\ h \times \frac{h}{2} \times 1$	$0.025\ h^2$			$0.7833\ h$		$0.0196\ h^3$
$H = h \times \frac{h}{2}$			$0.5\ h^2$	$0.3333\ h$	$0.167\ h^3$	
$S = 0.8 \times h^2$		$0.8\ h^2$		$0.4\ h$	$0.32\ h^3$	

A — Stability assuming that S = 0

	Forces			Moments About A	
	Vertical		Horizontal		
	+	—		+	—
P...	$0.96\ h^2$				$0.496\ h^3$
p...	$0.025\ h^2$				$0.0196\ h^3$
H...			$0.5\ h^2$	$0.167\ h^3$	
	$0.985\ h^2$		$0.5\ h^2$	$0.167\ h^3$	$0.5156\ h^3$
				$-\ 0.3486\ h^3$	

Centre of Pressure : $\frac{0.3486\ h^3}{0.895\ h^2} = 0.3539\ h$

a) OVERTURNING. — Factor of safety of :

$$\frac{0.5156}{0.167} = 3.1$$

b) SLIDING : Gradient of the resulting force :

$$\frac{0.985}{0.5} = 1.97$$

i.e. angle which the resultant makes with the horironzal = 63° 05′.

There is no sliding if the foundation is horizontal or nearly so.

B — Stability taking account of uplift pressure

	Forces			Moments About A	
	Vertical		Horizontal	+	—
	+	—			
P...	$0.96\ h^2$				$0.496\ h^3$
p...	$0.025\ h^2$				$0.0196\ h^3$
H...			$0.5\ h^2$	$0.167\ h^3$	
S...		$0.8\ h^2$		$0.32\ h^3$	
	$0.985\ h^2$	$0.8\ h^2$	$0.5\ h^2$	$0.487\ h^3$	$0.5156\ h^3$
	$+\ 0.185\ h^2$		$0.5\ h^2$	$-\ 0.0286\ h^3$	

a) OVERTURNING : Overturning safety factor is only :

$$\frac{0.5156}{0.487} = 1.05 \text{ (quite inadequate).}$$

b) SLIDING : Gradient of the resultant :

$$\frac{0.185}{0.5}$$

i.e., angle made by the resultant with the horizontal

$$= 20^\circ\ 20'.$$

As the angle of friction between concrete and rock, or rock and rock is at the very least 45°, sliding must take place.

Remarks :

The only means of maintaining the stability of a gravity dam is by grouting and drainage; that is, the pore-pressure must be reduced or entirely eliminated so that neither slipping nor overturning can occur. Such expedients, in order to achieve their purpose, must fulfil certain minimum requirements; this can be seen from the foregoing example, as follows :

Four main factors are involved :

1. *The limiting angle of friction between rock and concrete.*

The internal angles of friction for both rock and concrete attain approximately the same limiting value of 45°. In general, however, 55° is taken as the minimum allowable figure; this corresponds to a ratio of 10 : 100 between horizontal and vertical components of the total resultant force.

2. *The surface of application of the pore-pressure.*

After more than thirty years' investigation and controversy, the third International Congress on Large Dams at Stockholm in June 1948, seems to have settled the question by deciding that the total area of the base or of a horizontal section of a dam must be considered.

3. *The values* h_1 *and* h_2 of the pore-pressure under the upstream toe and under the heel of the dam respectively.

Here, again, the 3rd International Congress settled a much debated point by deciding that h_1 must be taken equal to h, where h is the hydrostatic pressure corresponding to full supply level.

In these circumstances, if T and N are the tangential and normal components, respectively, of the resultant force, referred to a horizontal plane :

$$T = 0.5\ h^2$$

Since :

$$\frac{T}{N} \leqslant 0.70$$

$$N \geqslant 0.714\ h^2$$

Hence :

$$S \leqslant 0.985\ h^2 - 0.714\ h^2$$

$$\leqslant 0.271\ h^2$$

Seeing that :

$$S = 0.8\ h \times \frac{h_1 + h_2}{2}$$

We have the following inequality :

$$0.8\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) \leqslant 0.271\ h$$

i.e. $$1.47\ (h_1 + h_2) \leqslant h$$

or, what amounts to practically the same thing :

The mean pore-pressure :

$$\frac{h_1 + h_2}{2} \leqslant 1/3\ h \qquad (1)$$

If the allowable angle of friction is assumed to be 45°, instead of 55°, the following inequality is obtained :

$$\frac{h_1 + h_2}{2} \leqslant 5/8\ h \qquad (2)$$

If the decision of the 3rd International Congress on Large Dams to take $h_1 = h$ is borne in mind, it is seen

1. That the inequality (1) cannot be satisfied even should $h_2 = 0$; this latter condition is itself only rarely fulfilled, in any case. If it did happen that $h_2 = 0$, however, it would be necessary to have $h_1 \leqslant \frac{2}{3}$ h; this does not conform with the decision of the Large Dams Congress.

2. That the inequality (2) is only satisfied for :

$$h_2 \leqslant h/4.$$

In this case, however, the margin of safety is reduced to zero.

*
**

This simplified approach has the value of showing how vitally necessary, albeit subject to hazard, is the provision of grout curtains and drainage galleries beneath a gravity dam in order to eliminate all pore-pressure. The proof that such efforts have often been crowned with success is afforded by the many gravity structures in existence today; on the other hand, the numerous accidents which have occurred to such dams show clearly that this type of design is dubious. Though used in the past, its use in the future should, it seems, be limited to sites where the foundations are of very sound, homogeneous rock, without fault or fissure for a considerable distance around the dam and for a considerable depth below.

II. — MULTIPLE-ARCH DAM WITH SELF-SUPPORTING BUTTRESSES

ASSUMPTIONS : Take the case of buttresses having an upstream slope of 1 : 1 and a downstream slope of 10 : 1.

We suppose the arch to be replaced by an imaginary slab of thickness εh; this is an assumption on the safe side, seeing that the lever arm is reduced in length. The average thickness of the buttress is kh and, finally, the weight of 1 cu. metre of concrete is supposed equal to 2.4 metric tons.

NOTATION :

P = weight of a buttress.
p = weight of an arch.
H = hydrostatic thrust on an arch.
H_h = horizontal component of H.
H_v = vertical component of H.

The stability of the structure depends on the ratio of the vertical and horizontal components of the various forces, and on their moments about the toe of the buttress, B.

Cf. fig. 2 in French text, p. 583

	Forces			Lever Arm	Moments About B	
	Vertical		Horizontal		+	—
	+	—				
P......	$2.4\,k\,h^2$			0.4 h		$0.96\,K\,h^3$
p......	$2.4\,\varepsilon\,h^2$			$(0.6 + 0.7\,\varepsilon)\,h$		$(1.44 + 1.68\,\varepsilon)\varepsilon h^3$
H_h......			$0.5\,h^2$	0.333 h	$0.167\,h^3$	
H_v......	$0.5\,h^2$			$(0.767 + 1.4\,\varepsilon)\,h$		$(0.384 + 0.7\,\varepsilon)\,h^3$

The most unfavourable assumption that can be made is to take values as small as possible for ε and K. However, even if we neglect ε and K altogether, and consider the hydrostatic force only, the factor of safety against overturning is found to be

$$\frac{0.374}{0.167} = 2.3.$$

If now we assign values as small as reasonably possible to these parameters ($\varepsilon = 0.03$ and $K = 0.12$), the forces and moments are found to be as follows :

	Forces			Lever Arm	Moments About B	
	Vertical		Horizontal		+	—
	+	—				
P......	$0.288\,h^2$			0.4 h		$0.1152\,h^3$
p......	$0.072\,h^2$			0.621 h		$0.0447\,h^3$
H_h......			$0.5\,h^2$	0.333 h	$0.167\,h^3$	
H_v......	$0.5\,h^2$			0.809 h		$0.4045\,h^3$
	$0.860\,h^2$		$0.5\,h^2$		$0.167\,h^3$	$0.5644\,h^3$

a) OVERTURNING. — Factor of safety :

$$\frac{0.5644}{0.167} = 3.38$$

which exceeds the factor of safety of the gravity dam, even without any uplift at all.

b) SLIDING. — The gradient of the resultant is :

$$\frac{0.86}{0.5} = 1.72$$

i.e. the resutant is inclined at 59° 48′ to the horizontal. This angle is much greater than the limiting friction angle concrete-rock which is roughly 45°.

Moreover even if we consider the possibility of full uplift under the whole arch (which cannot happen except in case of bombing), no uplift can exist under the buttress.

The value of this supposed uplift is $0.03\ h^2$ and supposing this uplift is applied at the upstream heel of the arch (which is the most unfavourable position) its lever arm is :

$$1.1\ h + \frac{0.03}{2}\ h = 1.115\ h.$$

The overturning moment due to this force is :

$$0.03\ h^2 \times 1.115\ h = 0.03345\ h^3.$$

The TOTAL OVERTURNING MOMENT will be :

$$0.167\ h^3 + 0.033\ h^3 = 0.200\ h^3.$$

Factor of safety :

$$\frac{0.5644}{0,200} = 2.82$$

which is very satisfactory (for the gravity dam this was only 1.05).

SLIDING :

Vertical force : $0.86\ h^2 - 0.03\ h^2 = 0.83\ h.$

Le gradient of the resultant is :

$$\frac{0.83}{0.5} = 1.66$$

i.e. the resultant is inclined at 58° 56′ to the horizontal.

The multiple arch dam cannot either slide or be overturned.

STRENGTH AND STRESSES OF CONCRETE. — As has been seen, the concrete in the structure is necessary (from the point of view of equilibrium) only for increasing the sliding resistance, though naturally it is also needed to resist the forces acting on the structure. Detailed calculations enable the stresses to be calculated throughout the entire structure. Safety factors are never lower than those prescribed by official regulations.

N.B.—It is possible to obtain the same safety factors, if the inclination of the upstream face to the horizontal is slightly greater than 45°; this may prove necessary in certain cases, in order to adapt the dam to the topography of the site.

That is why at la Girotte Dam the angle of the upstream face with the horizontal is 53°. The vertical component of the hydrostatic pressure which resists the overturning moment is slightly decreased, but its lever arm is increased; the lever arm of the centre of gravity of the masonry increases also, and finally, the thickness of the arches and buttresses, and inclination of the downstream face may be slightly changed so as preserve satisfactory safety factors, without notably increasing the total quantity of concrete.

E. JAULIN.