Quelques résultats nouveaux sur les pertes de charge singulières

Some new results on singular losses of head

PAR M. FORTIER

PROFESSEUR A LA SORBONNE

English synopsis, p. 577.

Rappel des définitions

On appelle pression totale moyenne dans une section S d'une canalisation parcourue par un fluide pesant incompressible en mouvement permanent en moyenne, la quantité :

$$(1) \qquad P = \frac{1}{\overline{Q}} \int\int_s \left(\overline{p + \rho g h + \rho \frac{V^2}{2}} \right) \overline{V_n \, d\sigma}$$

$\overline{Q}$ désigne le débit moyen en volume, p la pression, V la vitesse, V_n la projection de la vitesse sur la normale à l'élément $d\sigma$ au point M centre de l'élément $d\sigma$ de côté h au-dessus d'un plan horizontal de référence, ρ la masse spécifique. (D'une façon générale, on désigne par $\overline{A}$ la moyenne dans le temps de la quantité A.)

D'après le théorème de BERNOULLI généralisé, la puissance mécanique W transformée en chaleur entre deux sections S_1 et S_2 est égale à :

$$W = (P_1 - P_2)\,\overline{Q}$$

P_1 et P_2 désignant les pressions totales moyennes dans les sections S_1 et S_2. Au lieu de la pression totale moyenne on introduit plus généralement pour les liquides la charge totale moyenne $H = \dfrac{P}{\varpi}$, ϖ désignant le poids spécifique du liquide.

On appelle perte de charge entre les sections S_1 et S_2 la différence :

$$H_1 - H_2 = \frac{P_1 - P_2}{\varpi}$$

Mesure de la pression totale moyenne ou de la charge totale moyenne dans une section

Dans un écoulement très perturbé, les instruments dont nous disposons actuellement ne permettent pas de mesurer la pression totale moyenne définie par la relation (1). Pour que la mesure soit possible, il faut que les vitesses moyennes en tous les points d'une même section soient sensiblement parallèles à une direction fixe. Dans ces conditions, si on appelle section de la conduite la coupe de la conduite par un plan perpendiculaire à la direction fixe des vitesses moyennes, la répartition des pressions moyennes s'éloigne peu de la répartition hydrostatique et on peut écrire :

$$P = \overline{p} + \rho g h + \alpha \rho \frac{U^2}{2}$$

$$H = \frac{\overline{p}}{\varpi} + h + \alpha \frac{U^2}{2g}$$

U désigne le quotient du débit moyen $\overline{Q}$ par la surface S de la section, $\overline{p}$ la pression moyenne en un point M de cote h, α un coefficient sans dimension appelé coefficient d'énergie cinétique dans la section S.

On peut alors mesurer H en mesurant $\frac{\overline{p}}{\varpi} + h$ et en se contentant pour α d'une valeur approchée déduite de la répartition des vitesses moyennes.

Pertes de charges singulières

En toute rigueur, une singularité limitée par deux sections S_1 et S_2 (fig. 1) crée une perte de charge égale à la perte de charge entre les sections S_1 et S_2 telle que nous venons de la définir. Si nous désignons par U la vitesse moyenne dans une section S de la canalisation, on peut mettre cette perte de charge sous la forme :

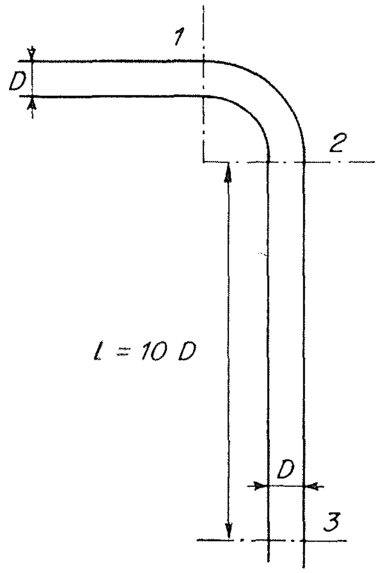

FIG. 1.

$$\Delta P = K \rho \frac{U^2}{2}$$

$$\Delta H = K \frac{U^2}{2g}$$

K est un nombre sans dimension appelé coefficient de perte de charge de la singularité. Ce coefficient dépend du nombre de REYNOLDS de l'écoulement, de la forme géométrique de la singularité, de la rugosité de la paroi et de la structure de l'écoulement à l'amont de la singularité. La connaissance de ce coefficient K n'est pas suffisante pour résoudre les problèmes pratiques de calcul des pertes de charge singulières. En effet, la singularité perturbe l'écoulement aval et les pertes de charge de la conduite aval sont modifiées par la singularité elle-même.

Si l'écoulement est sensiblement uniforme en 1 à l'amont, il n'en est pas de même en 2 à l'aval, et l'hypothèse simplificatrice de la répartition hydrostatique des pressions n'est applicable que dans une section située à une distance à l'aval du coude, égale à environ dix fois le diamètre de la conduite. La perte de charge n'est mesurable qu'entre 1 et 3 et elle est égale à la somme de la perte de charge dans le coude, et de la perte de charge entre 2 et 3.

Une formule permettant de calculer K en fonction des paramètres dont il dépend n'est donc pas suffisante pour les calculs pratiques de pertes de charge singulières.

Si l'on veut séparer la perte de charge dans le coude, correspondant à la quantité d'énergie W dissipée en chaleur dans le coude, de la perte de charge supplémentaire créée par l'inégale répartition des vitesses dans le tronçon 2-3, il faut adjoindre à l'expression de K deux autres formules donnant les variations du *coefficient α d'énergie cinétique* dans la section de sortie de la singularité et du *coefficient β de quantité de mouvement* que l'on peut définir par la formule :

$$\beta \rho U^2 S = \int\int_S \rho V^2 d\sigma$$

Les coefficients α et β dépendent des mêmes paramètres que le coefficient K; ils permettent de prévoir l'augmentation de la perte de charge causée par la singularité dans le tronçon 2-3.

Exemples de calculs de pertes de charge singulières connaissant les coefficients K, α et β

1. *Coude de section constante suivi d'un élargissement brusque* (fig. 2) : la perte de charge du coude et de l'élargissement est égale à :

$$\Delta P_{1-2} = \Delta P + \alpha \rho \frac{U^2}{2} = (K + \alpha) \rho \frac{U^2}{2}$$

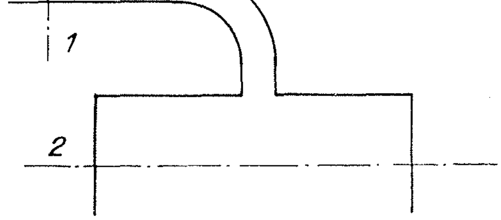

FIG. 2.

2. *Coude de section constante suivi d'une conduite cylindrique longue de même section* (fig. 3).

$$\Delta P = \left[K + (\alpha_1 - 2\beta_1) - (\alpha_2 - 2\beta_2) + \lambda \frac{l}{D} \right] \rho \frac{U^2}{2}$$

α_1 et β_1 désignent les coefficients d'énergie cinétique et de quantité de mouvement à la sortie du coude, α_2 et β_2 les mêmes coefficients dans la conduite loin à l'aval du coude, λ le coefficient, supposé connu, de la perte de charge de la conduite.

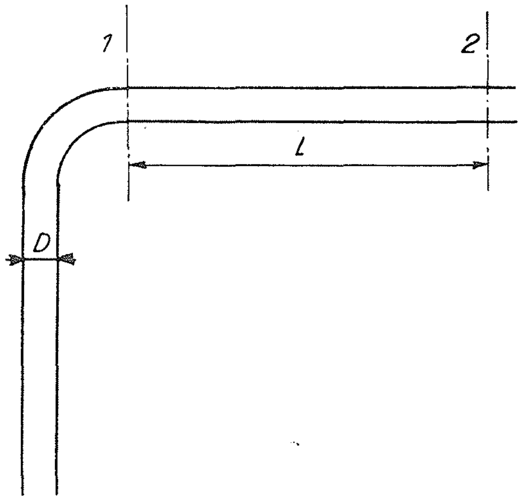

FIG. 3.

Si l'on se donne α_1 et β_1 (valeurs correspondant à la section 1), les valeurs α_2 et β_2 dans la section 2 sont fonction du nombre de REYNOLDS, $R = \frac{UD}{\nu}$, de la rugosité relative $\frac{\varepsilon}{D}$ et de α_1 et β_1.

La détermination des coefficients K, α et β pour toutes les singularités usuelles dont la diversité est très grande, exigera un très gros travail expérimental et on peut tout au plus actuellement donner des ordres de grandeur de ces coefficients. Un effort dans cette voie a été fait par C. COTTIGNIES qui a rassemblé dans la publication scientifique et technique du Ministère de l'Air, n° 231, « Contribution à l'étude des pertes de charge singulières », un ensemble de résultats expérimentaux d'*aérodynamique* que l'on peut exploiter pour déterminer dans quelques cas particuliers les valeurs des coefficients K, α et β.

Exemples de cas traités par M. Cottignies

1° *Divergent conique de section circulaire et d'angle 7°.*

On a, dans ce cas, entre l'entrée et la sortie du divergent :

$$\Delta P_1{}^2 = K\rho \frac{U_1{}^2}{2}$$

M. COTTIGNIES a étudié la variation de K en fonction du nombre de REYNOLDS et pour diverses répartitions des vitesses et longueurs de conduites à l'amont : en général K diminue lorsque R croît.

L'influence de la répartition des vitesses à l'amont se traduit par les résultats suivants :

a) Dans le cas d'un divergent très long placé à la suite d'une tuyère (répartition de vitesse uniforme) K # 0,1 (fig. 4).

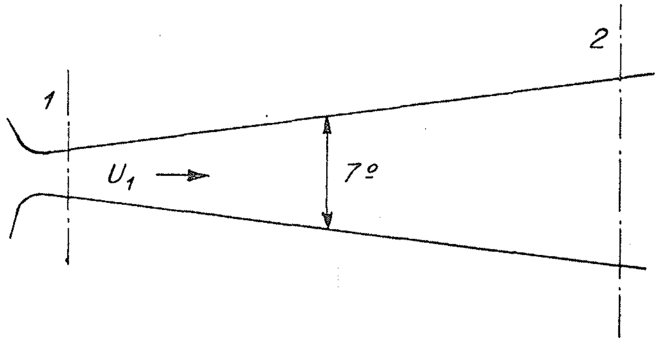

FIG. 4.

b) Dans le cas d'un divergent très long placé à la suite d'une conduite longue (fig. 5) K # 0,2.

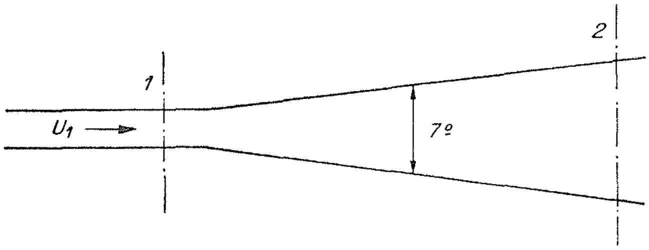

FIG. 5.

c) Dans le cas d'un divergent très long placé à la suite d'un coude à angle droit (fig. 6) K # 0,4.

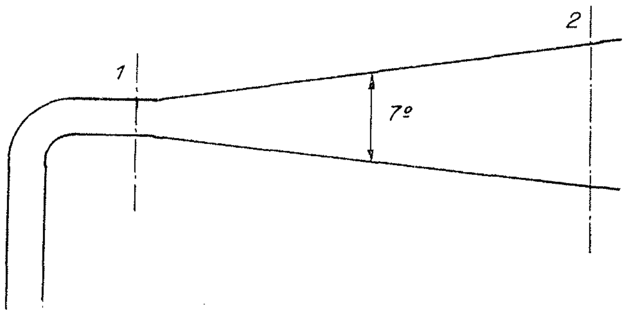

FIG. 6.

2° *Coude à rayon simple* ($r = D$) *précédé d'une tuyère et débouchant à angle droit dans un collecteur* (fig. 7).

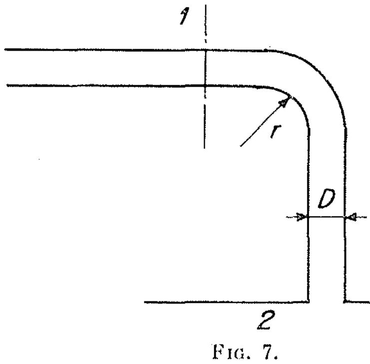

FIG. 7.

Cet exemple est un des nombreux cas de coudes étudiés par M. COTTIGNIES, qui comprennent différentes conditions à l'amont et à l'aval.

La perte de charge rapportée à l'énergie cinétique est ici :

$$\Delta P = (K + \alpha)\, \rho\, \frac{u_1^2}{2}$$

avec :

$$K + \alpha \# 1{,}64$$

3° *Relation entre α et β dans quelques cas particuliers.*

Lorsque la répartion des vitesses se rapproche d'une répartition uniforme, on a :

$$\alpha = 1 + x$$

et on peut démontrer que :

$$\beta = 1 + \frac{x}{3}$$

On peut alors, à partir des mesures séparées de $(K + \alpha)$ et de $(K + \alpha - 2\beta)$ déduire α, β et K; par exemple pour un coude très court, pour lequel il n'y a pratiquement pas de perte d'énergie dans le coude lui-même, on a :

$$\alpha = 1{,}60 \quad ; \quad \beta = 1{,}20$$

et on tire :

$$K = 0{,}05$$

Les résultats obtenus sont assez cohérents.

4° *Singularités en série.*

Contrairement à l'affirmation des manuels, la perte de charge totale est presque toujours inférieure à la somme des pertes de charge calculées séparément. Pour deux coudes en série, le maximum est obtenu pour un angle de 45° entre l'entrée et la sortie de la série, et la position en U donne moins de perte que la position en S.

DISCUSSION

M. le Président souligne l'intérêt tant pour les théoriciens que pour les praticiens des définitions des différents facteurs des pertes de charge singulières que vient de donner M. FORTIER.

M. DANEL se joint à M. le Président pour féliciter M. FORTIER d'avoir clarifié encore plus qu'il ne l'avait fait dans des communications précédentes, les définitions des pertes de charge singulières. En effet, les rapports incomplets et les définitions fausses dont la littérature est infestée sont, plus que les difficultés expérimentales propres, la cause des grandes variations des coefficients publiés, lesquels n'ont généralement pas de sens, comme M. FORTIER l'a montré. D'autre part, M. DANEL signale que depuis très longtemps, il fait, comme expérimentateur, sans l'exprimer avec la même clarié, des choses analogues: il assimile ce qui se passe dans un coude à une sorte d'écoulement moyen, puis il applique la formule d'élargissement brusque. M. DANEL met en garde contre la tendance à considérer comme invariable les coefficients définis par M. FORTIER pour les singularités en série: ces coefficients varient infiniment avec le rapport des rayons des coudes suivant une théorie appuyée par des expériences d'aérodynamique du Massachusset's Institute of Technology, d'après laquelle on calcule la répartition des vitesses à l'aval du coude en fonction de la répartition à l'amont. Enfin, M. DANEL signale que le Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique a étudié une méthode de tracé de coudes culottes et bifurcation basée sur une première approximation de la théorie de l'écoulement potentiel à trois dimensions, et qui réduit les pertes de charge au dixième de leur valeur habituelle.

M. FORTIER conseille de se méfier des coudes à ailettes profilés qui créent des pertes par frottement quelquefois supérieures aux gains escomptés; il cite notamment des coudes à ailettes intercalés entre deux conduites cylindriques longues qui, pour les nombre de Reynolds inférieurs à 10^5 ont donné des pertes de charges supérieures à celles des coudes ordinaires.

M. SCHLAG signale, qu'au Laboratoire d'Hydraulique de l'Université de Liége, des essais ont été effectués sur deux installations : l'une constituée par deux courbes successives, à angle droit, situées dans deux plans perpendiculaires, la première courbe ayant un diamètre intérieur de 50 mm et un rayon de courbure moyen de 350 mm, la seconde ayant un diamètre croissant de 50 mm à l'entrée à 100 mm à la sortie et un rayon de courbure moyen de 150 mm; l'autre constituée d'une courbe à angle droit de 100 mm de diamètre intérieur et de 500 mm de rayon de courbure moyen.

Les pressions ont été relevées tout le long de quatre génératrices à 90°, d'un tronçon rectiligne faisant suite à ces installations.

Dans tous les cas, il est apparu que la régularité du courant était rétablie après une longueur égale à une dizaine de diamètres (diamètre de sortie de la dernière courbe).

M. DANEL remarque que la longueur de 10 diamètres donnée comme maximum de l'écoulement perturbé peut être transgressée quand la perturbation prend la forme d'une rotation, et, rappelant des essais faits il y a une quinzaine d'années à l'Université d'Ohio, pense que cette longueur varie de toute façon suivant les coudes et surtout suivant la répartition des vitesses à l'amont des coudes et que sa détermination dépend de la précision admise : si la formule des dix diamètres est bonne à 5 % près, elle ne paraît pas suffisante, à son avis, pour être codifiée; notamment la vanne papillon à l'entrée d'une turbine ou d'une pompe, prise en compte dans les essais, tantôt diminue, tantôt augmente le rendement de la machine, suivant le jeu des répartitions des vitesses dont parlait M. FORTIER et en fonction semble-t-il de la distance à la bâche, à tel point qu'il paraît prématuré de codifier complètement ces pertes de charge.

M. GADEN est bien d'accord sur les réserves de M. DANEL du point de vue théorique, mais pense qu'avec les tolérances admises dans les essais de rendement, compte tenu de la précision qu'on peut y atteindre par ailleurs, on peut tout de même commencer à codifier ces résultats.

M. DANEL en convient à la condition que l'on se limite à des ordres de grandeur de tolérance d'un %.

M. FORTIER dit que dans les expériences de M. COTTIGNIES, faites avec une précision assez grande, l'augmentation de la perte de charge était inférieure à 1 % dans le tronçon de conduite compris entre 10 et 20 diamètres à l'aval d'un divergent, cas dans lequel la perte de charge est beaucoup plus sensible que dans un coude.

M. DANEL observe que ces résultats se lient à ceux d'essais faits par lui il y a une vingtaine d'années sur l'augmentation du débit à charge constante au moyen d'un divergent à 7° : on arrive à tripler le débit d'un orifice sous forme d'ajutage, si on y adapte directement le divergent, mais ce débit diminue beaucoup dès qu'on insère un bout de conduite droite entre les deux, et l'effet du divergent s'annule presque à 20 diamètres de l'orifice : l'action du divergent suppose, en effet, que les pertes de charge qui ont précédé sont presque négligeables.

M. le Président remercie M. FORTIER et aussi tous les argumentateurs dont les interventions ont montré l'intérêt attaché à la question des pertes de charge singulières.