COMMENTAIRES ET DISCUSSIONS
COMMENTS AND DISCUSSIONS

Etude sur la détermination du tracé économique d'une galerie

Study on the determination of economical gallery design

English synopsis, p. 7

J'ai pris connaissance avec un vif intérêt de l'article intitulé : *Etude sur la détermination du tracé économique d'une galerie,* paru, sous la signature de M. J. CONTE, dans le numéro 3 de 1950 de votre Revue.

J'ai eu, moi-même, récemment, à étudier un problème du même ordre et je tiens à vous signaler que je suis d'accord avec les conclusions auxquelles aboutit M. CONTE dans son étude.

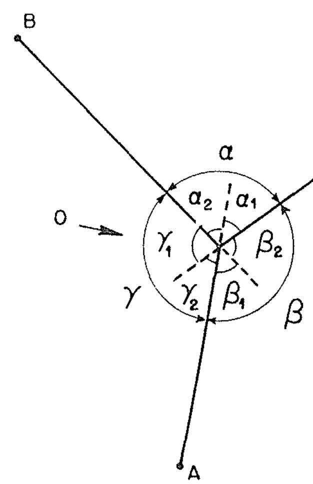
Les considérations développées dans ce texte présentent un réel intérêt, et sont bien souvent d'une grande utilité dans les applications pratiques des tracés de galeries d'amenée de chutes d'eau.

A titre de complément de cette étude, je me permets de vous soumettre un calcul qui permet d'expliciter directement les angles économiques formés par trois galeries concourantes d'un prix de revient différent. Les résultats auxquels on aboutit constituent d'ailleurs un cas particulier de la règle générale pour le tracé économique énoncé par M. CONTE, à la page 337, et le calcul qui suit peut être considéré comme une application de cette règle générale.

Considérons une galerie BOC et une fenêtre de percement AO; soit l, m et n les longueurs des tronçons AO, BO et CO et a, b, c, les prix respectifs du mètre linéaire du tunnel *au voisinage* du point de rencontre O. Les points A, B, C, étant considérés comme fixes, on se propose de déterminer la position du point O qui conduit au tracé économique en calculant la valeur des angles α, β, γ formés par les trois directions.

Nous faisons subir au point O des déplacements infiniment petits dl, dm et dn sur chacune des directions AO, BO et CO. Les conditions d'équilibre correspondant au tracé économique s'écrivent de la manière suivante :

$$a\,dl = b\,dm + c\,dn$$
$$b\,dm = c\,dn + a\,dl \quad \text{(Voir renvoi.)}$$
$$c\,dn = a\,dl + b\,dm$$



(1) Les différentielles qui figurent aux premiers membres de ces équations sont évidemment différentes de celles écrites aux seconds membres; ce n'est que pour simplifier les écritures que nous avons adopté des lettres identiques.

Ce qui s'écrit, en introduisant les angles indiqués sur la figure :

(1) $$\frac{b}{a} \cos \alpha_2 + \frac{c}{a} \cos \alpha_1 = 1$$

(2) $$\frac{c}{b} \cos \beta_2 + \frac{a}{b} \cos \beta_1 = 1$$

(3) $$\frac{a}{c} \cos \gamma_2 + \frac{b}{c} \cos \gamma_1 = 1$$

On a également :

(4) $$\alpha_1 = \gamma_2$$

(5) $$\alpha_2 = \beta_1$$

(6) $$\gamma_1 = \beta_2$$

On possède donc six équations pour déterminer les six inconnues : α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2.

La solution de ce système est évidente. On obtient, par exemple :

$$\cos \alpha_2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab},$$

et :

$$\cos \alpha_1 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}.$$

Les cosinus des autres angles s'obtiennent par permutation circulaire.

Les angles α, β, γ donnant le tracé économique sont alors les suivants :

(14)

$$\boxed{\gamma = \text{Arc cos}\,\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab} + \text{Arc cos}\,\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\,ac}}$$

(15)

$$\boxed{\beta = \text{Arc cos}\,\frac{b^2 + a^2 - c^2}{2\,ba} + \text{Arc cos}\,\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc}}$$

(16)

$$\boxed{\gamma = \text{Arc cos}\,\frac{c^2 + b^2 - a^2}{2\,cb} + \text{Arc cos}\,\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2\,ca}}$$

La détermination du point de rencontre O s'obtient alors par l'intersection de deux arcs de cercle capables.

L'application de ces formules permet d'ailleurs de vérifier l'exemple donné à la page 337 de l'article de M. CONTE, dans le cas où les prix unitaires de deux galeries sont identiques.

En pratique, les solutions obtenues de cette manière doivent subir une discussion; il est nécessaire en particulier que le point O tombe à l'intérieur du triangle ABC, c'est-à-dire que chacun des angles α, β, γ soient respectivement inférieurs ou égaux aux angles du triangle ABC.

Il faut également, pour que les formules soient applicables, que les cosinus obtenus soient inférieurs ou égaux à 1; cette condition conduit à énoncer la règle suivante : dans le cas où le prix unitaire d'un tronçon de galerie est inférieur ou égal à la différence des prix unitaires des deux autres tronçons, le point optimum O est situé en l'un des sommets du triangle ABC.

Je vous prie d'agréer...

R. LECOQ
Ingénieur E.C.P.
Etudes et Entreprises,
24, rue Lafin, Aix-les-Bains (Savoie)