

NOTULES HYDRAULIQUES  
HYDRAULIC BRIEFS

# Calcul pratique de l'amplitude de la houle diffractée derrière une jetée semi-indéfinie

## Diffraction of water waves on the lee side of a jetty

*English synopsis, p. 7*

Le but de cette Notule est double : tout d'abord, traduire, sous forme d'abaques ou de formules asymptotiques, les résultats de la méthode exposée par MM. PUTNAM et ARTHUR pour le calcul de l'amplitude de la houle diffractée derrière une jetée semi-indéfinie (1). Ensuite, nous indiquons quelques expériences ayant pour but de vérifier cette théorie.

\*\*

Rappelons que cette théorie consiste à transposer les résultats de la théorie rigoureuse de la diffraction de la lumière (ou du son) derrière un écran semi-indéfini à la diffraction de la houle en profondeur constante derrière une jetée semi-indéfinie; si on se limite aux termes du premier ordre pour ce dernier problème, les équations et les conditions aux limites sont en effet les mêmes.

(1) PUTNAM & ARTHUR : *Diffraction of water waves by breakwaters*. (Transactions of the American Geophysical Union, août 1948, pages 481 à 490.)

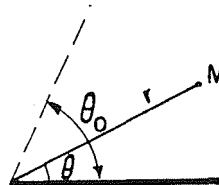
Remarquons que cette méthode de calcul avait été proposée auparavant par M. LARRAS (*Travaux*, juin 1942).

Le rapport de l'amplitude de la houle diffractée en un point de coordonnées polaires  $(r, \theta)$  à l'amplitude de la houle incidente est donné par le module de la fonction complexe suivante :

$$F(r, \theta) = f(u_1)e^{-i \frac{2\pi r}{L} \cos(\theta_0 - \theta)} + f(u_2)e^{-i \frac{2\pi r}{L} \cos(\theta_0 + \theta)}$$

où

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i \frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^u e^{-i \pi \frac{v^2}{2}} dv \quad (1)$$

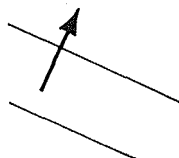


$L$  étant la longueur d'onde de la houle

et :

$$u_1 = -\sqrt{\frac{8r}{L}} \sin \frac{\theta_0 - \theta}{2}$$

$$u_2 = -\sqrt{\frac{8r}{L}} \sin \frac{\theta_0 + \theta}{2}$$



Remarquons que  $F(r, \theta)$  peut également s'écrire sous la forme :

$$F(r, \theta) = \rho(r, \theta) e^{i\phi(r, \theta)}$$

$\rho(r, \theta)$ , module de la fonction  $F$ , détermine l'amplitude relative de la houle.

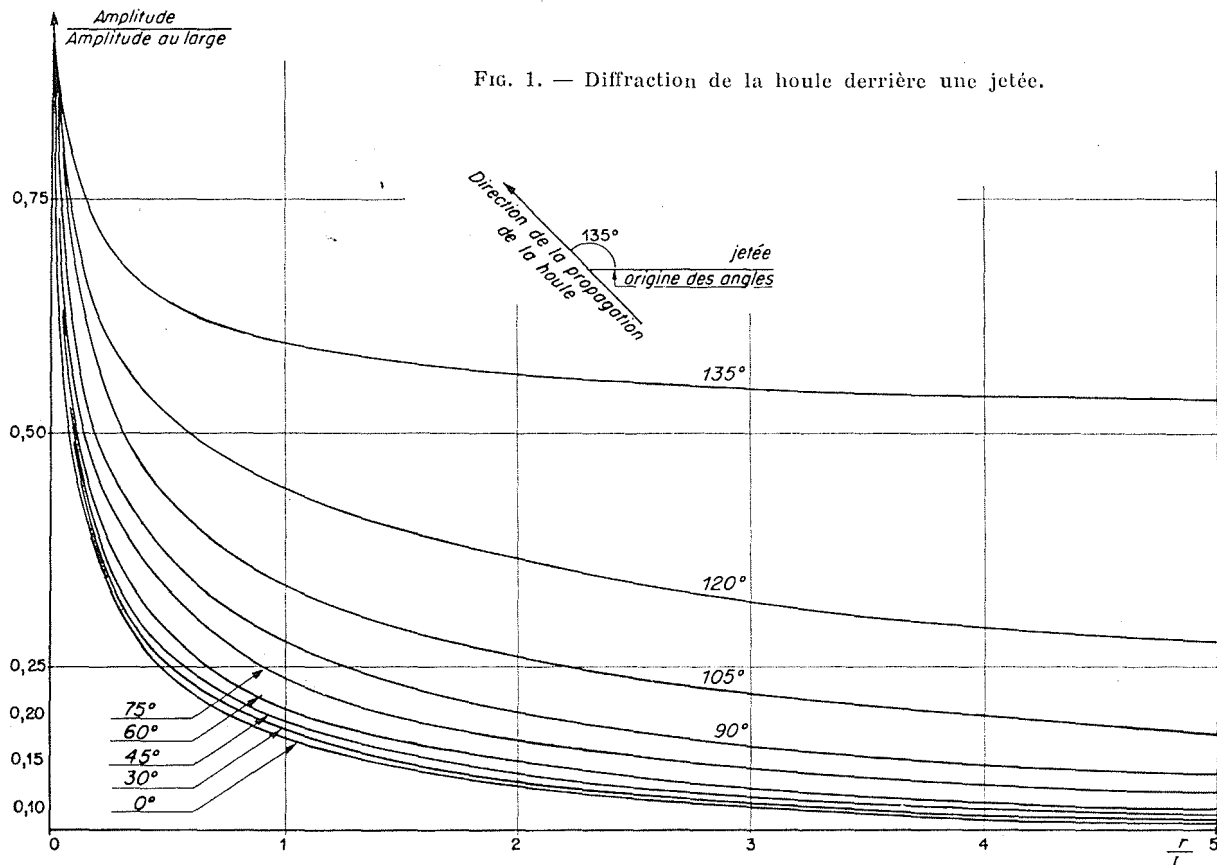
$\phi(r, \theta)$ , argument de la fonction  $F$ , détermine le « plan de vagues », autrement dit  $\phi(r, \theta) = \text{Cte}$  est, en coordonnées polaires, le lieu des points d'égale phase.

Notre but est le calcul des amplitudes, c'est-à-dire le calcul de  $\rho$ .

Nous conviendrons d'appeler « ombre géométrique » la zone située derrière la jetée correspondant à l'ombre géométrique de l'optique.

## I. — ABAQUES

Nous avons tracé (fig. 1, 2, 3) trois séries d'abaques correspondant aux incidences suivantes :



- Direction de propagation normale à la jetée (incidence normale).
- Direction de propagation faisant un angle de  $45^\circ$  avec la jetée.
- Direction de propagation faisant un angle de  $135^\circ$  avec la jetée.

Pour chaque incidence, nous avons tracé les courbes donnant la répartition de l'amplitude sur des rayons vecteurs issus du musoir et faisant un certain angle  $\theta$  avec la direction de la jetée. Nous avons tracé les courbes jusqu'à  $r = 5 L$ . Au-delà, on peut utiliser les formules asymptotiques.

Il faut distinguer plusieurs zones :

a) Dans l'ombre géométrique ( $\theta < \theta_0$ ), l'amplitude décroît de façon monotone lorsqu'on parcourt le rayon vecteur. On peut interpoler sans inconvénient entre les différentes courbes;

b) En dehors de l'ombre géométrique ( $\theta_0 < \theta < \pi$ ), l'amplitude présente une série de maxima et minima, fonction de  $\frac{r}{L}$  et  $\theta$ . Ces maxima et ces minima peuvent être très accusés et très rapprochés pour certaines valeurs de l'angle  $\theta$ ; pour d'autres valeurs, ils sont peu accusés ou très éloignés; comme exemple du premier cas, citons, pour l'incidence de  $45^\circ$ , la courbe correspondant à une valeur de  $\theta$  égale à  $56^\circ$ ; comme exemple du deuxième cas, nous pouvons citer,

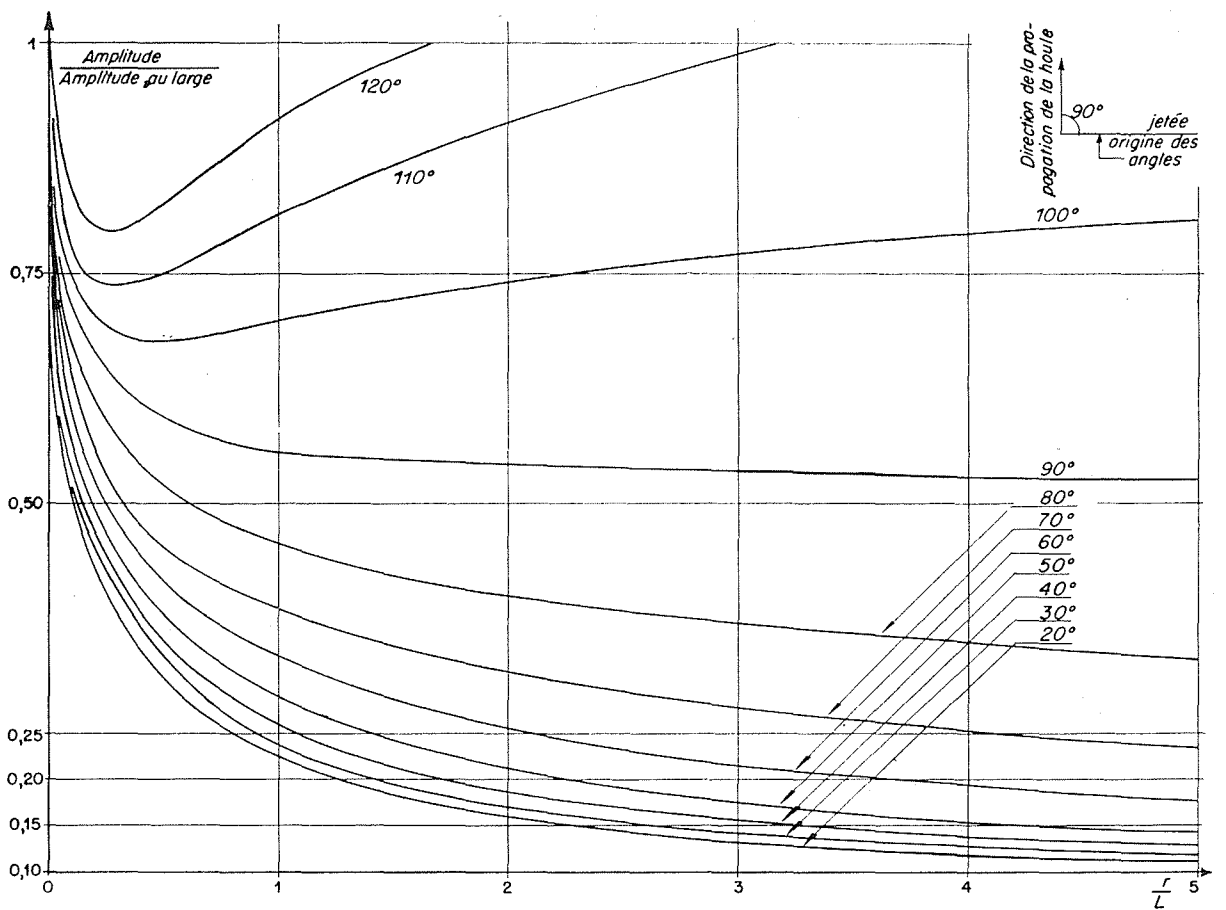


FIG. 2. — Diffraction de la houle derrière une jetée.

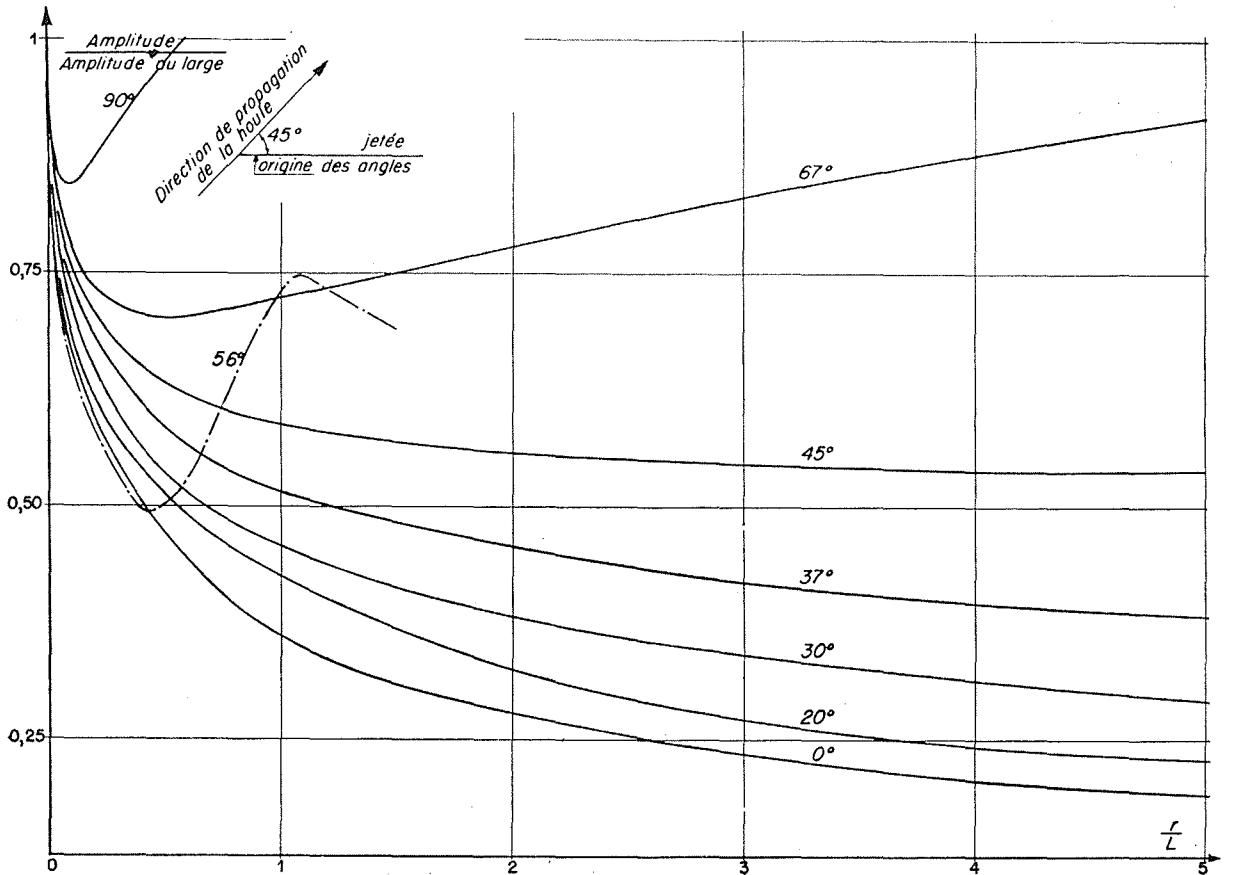


FIG. 3. — Diffraction de la houle derrière une jetée.

pour l'incidence de  $45^\circ$ , la courbe correspondant à une valeur de  $\theta$  égale à  $67^\circ$ . Pour ces raisons, le tracé des courbes est très laborieux et présente de grandes difficultés. Pour la même raison, il est impossible d'interpoler entre les courbes.

On peut dire cependant qu'au voisinage de l'origine existe un minimum qui peut être très accusé.

Quand  $r$  augmente indéfiniment, le rapport de l'amplitude à l'amplitude au large tend vers 1;

c) Sur l'ombre géométrique, l'amplitude décroît régulièrement jusqu'à 0,5;

d) Sur la prolongation de la jetée, on a à peu près l'amplitude unité.

## II. — FORMULES ASYMPTOTIQUES

1° Dans l'ombre géométrique, on peut, lorsque  $u_1$  et  $u_2$  sont inférieurs à  $-2$ , substituer à  $f(u)$  l'expression équivalente suivante :

$$f(u) = -\frac{1}{\pi u \sqrt{2}} e^{-i\pi(1/4 + u^2/2)}$$

ou :

$$f(u) = \frac{1}{4\pi \sqrt{\frac{r}{L}} \sin \frac{\theta_0 \pm \theta}{2}} e^{-i\pi(1/4 + u^2/2)} \quad (2)$$

Dans ce cas,

$$f(u_1) e^{-i\frac{2\pi r}{L} \cos(\theta_0 - \theta)}$$

$$\text{et} \quad f(u_2) e^{-i\frac{2\pi r}{L} \cos(\theta_0 + \theta)}$$

ont même phase; l'amplitude relative devient alors :

$$2a = \frac{1}{4\pi \sqrt{\frac{r}{L}}} \left[ \frac{1}{\sin \frac{\theta_0 + \theta}{2}} + \frac{1}{\sin \frac{\theta_0 - \theta}{2}} \right] \quad (3)$$

Le long de la jetée ( $\theta = 0$ ), on a :

$$2a = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{r}{L}} \sin \frac{\theta_0}{2}} \quad (4)$$

2° Sur l'ombre géométrique où  $u_1 = 0$ , on a  $f(u_1) = 0,5$ , et, à partir de  $u_2 < -2$ , l'amplitude relative de la houle est fournie par le module de l'expression complexe :

$$A = 0,5 + \frac{1}{4\pi \sqrt{\frac{r}{L}} \sin \theta_0} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

3° En dehors de l'ombre géométrique :

a) Lorsque  $u_1$  est supérieur à 2, on peut écrire :

$$f(u_1) = 1 + \frac{1}{\pi u_1 \sqrt{2}} e^{-i\pi(-3/4 + u_1^2/2)}$$

b) Lorsque l'on a  $u_1 > 2$  et  $u_2 < -2$ , l'amplitude a pour valeur asymptotique le module de l'expression complexe suivante :

$$A = 1 + \frac{1}{\pi \sqrt{\frac{r}{L}}} \frac{\cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta_0}{2}}{\cos \theta - \cos \theta_0} e^{-i\frac{2\pi r}{L} - i\frac{\pi}{4}}$$

Dans cette zone, il ne semble pas que la variation du deuxième terme de A puisse dépasser  $\pm 0,16$ .

c) Lorsque  $u_1$  est plus petit que 2, il faut s'attendre en général à avoir un maximum de l'amplitude sur la courbe :

$$x = 0,60 \sqrt{0,36 + 2y}$$

et un minimum sur la courbe :

$$x = 0,92 \sqrt{0,92^2 + 2y}$$

l'axe Ox étant la droite d'angle polaire  $\theta_0$ , et l'axe Oy la droite d'angle polaire  $\theta_0 + \frac{\pi}{2}$ .

\*\*\*

Il nous reste maintenant à examiner dans quelle mesure la théorie précédente représente le phénomène réel.

Dans leur article cité ci-dessus, MM. PUTNAM et ARTHUR donnent les résultats d'expériences effectuées à l'Université de la Californie; elles ont été conduites en eau profonde (profondeur supérieure à  $L/2$ ) et elles sont relatives à des angles d'incidence de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $135^\circ$ ; l'amplitude de la houle diffractée a été mesurée le long de parallèles à la jetée et comparée à la courbe théorique correspondante; ces parallèles étant situées à des distances de la jetée variant de 3,38 L à 17,85 L avec cependant une prédominance pour les grandes distances. La concordance était bonne entre théorie et expérience à l'intérieur de l'ombre géométrique.

Dans une thèse soutenue devant la Faculté des Sciences de Grenoble, en juillet 1949, et préparée au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique Neyrpic, M. DIXON a étudié le même problème pour l'incidence normale dans une zone que n'avaient pas étudiée MM. PUTNAM et ARTHUR : les lignes suivant lesquelles M. DIXON a me-

suré l'amplitude étaient situées en effet à une distance de la jetée variant de 0,41 L à 3,35 L. De plus, l'étude a été conduite en eau « peu profonde », c'est-à-dire en profondeur inférieure à la demi-longueur d'onde utilisée, soit 12 cm pour une longueur d'onde de 60 cm. L'accord était bon avec la théorie à l'intérieur de l'ombre géométrique et au voisinage du musoir.

Enfin, au cours d'essais sur la diffraction, actuellement en cours au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique Neyrpic, nous avons fait des mesures le long même de la jetée pour des incidences de 45°, 90° et 135°, afin de vérifier l'équation (4). Le bassin d'essais, le même que celui

qui a été utilisé par M. DIXON, avait 25 m de longueur sur 4 m de largeur et 0,50 m de profondeur. Les ports maritimes étant toujours établis sur des fonds relativement faibles, nous nous sommes limités au cas de la diffraction en eau peu profonde. Très simple en apparence, cette condition nécessitait l'emploi d'un bassin à fond absolument horizontal, dont la réalisation pratique ne fut pas facile. On sait, en effet, qu'en eau peu profonde, la houle se réfracte et se réfléchit en se modelant sur les fonds qu'elle rencontre. Les modifications de propagation qui en résultent peuvent donner, parfois fort loin de leur cause topographique originelle, des accroisse-

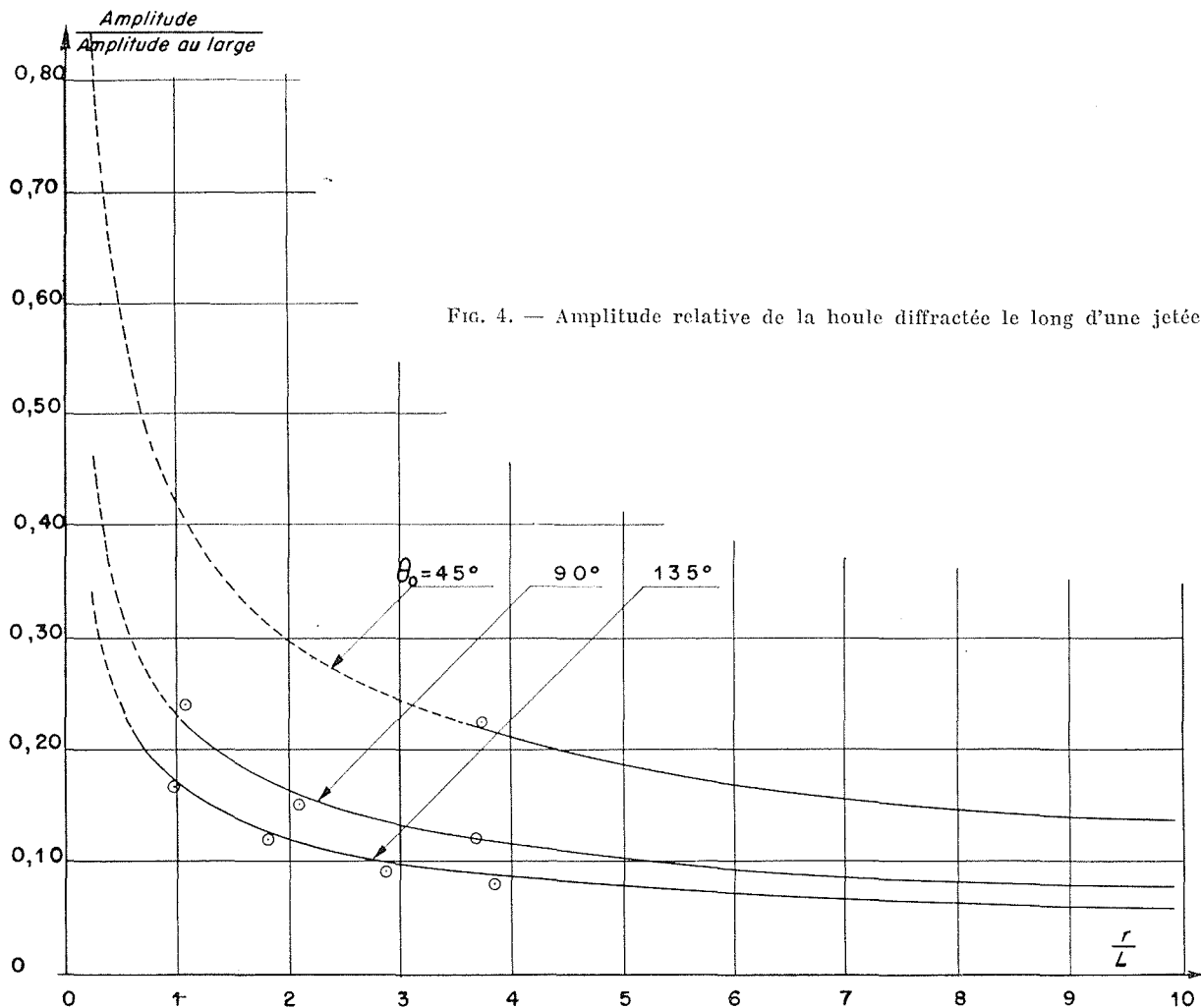


FIG. 4. — Amplitude relative de la houle diffractée le long d'une jetée.

ments ou diminutions notables de l'amplitude instantanée. Nous pensons cependant avoir éliminé cette cause d'erreur car la dénivelée entre deux points quelconques du fond du bassin était en moyenne de l'ordre du demi-millimètre et ne dépassait jamais 1,5 mm.

L'équipement du bassin était le même que lors des essais de M. DIXON. L'appareil généra-

teur de houle était un volet solidaire de l'élément moyen d'un trois-barres entraîné par un bloc moteur comprenant un moteur électrique de 2 ch fonctionnant sous courant alternatif de 220 Volts, un variateur et un réducteur. A l'extrémité et le long de la paroi du bassin; abritées par la jetée des plages absorbantes en graviers roulés supprimaient toute réflexion. Une jetée

rectiligne à parois verticales était implantée sur une des parois longitudinales du bassin, à 9 m du batteur, et laissait une passe minimum de 1,2 m. Pour éviter les réflexions de la houle incidente sur la jetée, une plage absorbante était disposée devant elle; un guideau de tôle bien plane et de 0,5 m de long, placé perpendiculairement à l'extrémité de la jetée, évitait un amortissement latéral de la houle pénétrant dans la passe. Les amplitudes furent mesurées au moyen d'une sonde à résistance; les variations de tension aux bornes du circuit sonde-eau en fonction de l'enfoncement de la pointe, traduites par une variation de spot sur l'écran d'un oscillographe cathodique, étaient enregistrées photographiquement.

Les résultats, obtenus avec une houle de 76 cm de longueur d'onde et une profondeur d'eau de 13 cm, sont représentés par des points sur la figure 4. Les courbes de cette figure correspondent à l'équation (4) pour des angles d'incidence  $\theta_0$  de 45°, 90° et 135°. Les parties des courbes en pointillé correspondent au domaine où :

$$\frac{r}{L} < \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2}}$$

c'est-à-dire où l'approximation de l'équation (2) n'est plus valable. Les courbes donnent des valeurs supérieures à la réalité dans ce domaine.

Remarquons que la théorie précédente concerne un écran semi-indéfini, infiniment mince et parfaitement réfléchissant; sur notre modèle, le problème étudié différait légèrement du problème théorique mais en était cependant très proche dans la zone où nous avons fait nos mesures.

\*  
\*\*

REMARQUE. — *Les abaques donnés dans cette note ont été calculés avant que ne paraisse, dans les Annales Hydrographiques, la théorie approchée de la diffraction de M. LACOMBE; ce fait explique que nous n'avons pas tracé les abaques correspondants, dont l'intérêt est cependant évident.*

C. CARRY et E. CHAPUS,

