Mesure du débit solide des rivières en Hongrie

PAR LE DR. TECHN. J. BOGARDI

PRIVAT-DOCENT A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE BUDAPEST

English synopsis, p. 127.

La mesure du débit solide des cours d'eau se rapporte, en général, à l'étude :

- 1° des matériaux charriés sur le fond,
- 2° du débit solide en suspension,
- 3° des matériaux constituant le lit de la rivière.

Les premières mesures, dont les résultats nous sont connus, ont été effectuées en 1808 et 1809 par GROSSE et SUBUORS sur le Rhône; de 1837 à 1854, des mesures furent faites par BLOHM sur l'Elbe et de 1838 à 1846, par BAUMGARTEN sur la Garonne. Aux Etats-Unis, le pionnier de ce genre de recherches fut le capitaine TALCOTT qui effectua, en 1838, les premières mesures sur le Mississipi. Signalons encore FORSHEY qui étudia en 1851-1852 le débit solide de ce fleuve dans le cadre du levé général effectué par HUMPHREYS et ABBOT. Faisant suite à ces premiers essais, le nombre des chercheurs qui étudient le débit solide des cours d'eau naturels va croissant dans de larges proportions. Au fur et à mesure que se généralise l'aménagement des cours d'eau, le volume des connaissances concernant les débits solides augmente. Au début du XIX^e siècle, on note déjà des campagnes de mesure systématiques, tandis qu'à l'heure actuelle ces questions de charriage et de débit solide sont un vaste sujet de discussion chez les ingénieurs hydrauliciens.

En Hongrie, les premières mesures furent limitées à l'étude de *débits solides en suspension*. Elle ont été effectuées sur le Danube, à Budapest, par BALLÓ en 1871-1872, sur la Tisza par PASTEINER en 1901-1902 et par HORUSITZKY sur le Vág en 1903. Notons cependant que toutes ces mesures ont été faites pour les besoins du Ser-

vice d'Hydraulique Agricole et qu'elles ne peuvent être comparées à celles réalisées actuellement, qui s'étendent à tous les phénomènes de transport de matériaux solides sans exception.

Les mesures relatives au *transport des matériaux charriés sur le fond* ont, en Hongrie comme à l'étranger, une origine plus récente. Les premiers essais ne datent que de 1933 et ce n'est que depuis 1935 que l'on peut proprement parler de mesures.

Depuis cette date, et malgré les difficultés occasionnées par la guerre, on a obtenu dans ce domaine certains résultats dont nous allons donner un aperçu.

1. Charriage des matériaux sur le fond

Les matériaux solides reposant sur le fond du lit ne se mettent en mouvement ou ne poursuivent leur chemin que si certaines conditions sont satisfaites.

L'état en présence duquel le charriage commence, ou bien en présence duquel les éléments solides, se trouvant déjà en mouvement, poursuivent leur route, est appelé « *état critique* ». La vitesse, la force d'entraînement et les autres caractéristiques de l'écoulement correspondant à cet état peuvent être appelées « *vitesse critique* », « *force d'entraînement * critique* », etc...

Une particule de matériau reposant sur le fond ne peut être mise en mouvement qu'après suppression d'une certaine résistance. Au moment de la mise en mouvement, la force d'entraînement est égale à la force de résistance. Examinons tout d'abord cette force critique.

(*) N.d.T. : On rencontre les deux termes : « force d'entraînement » ou « force tractrice ».

a) FORCE CRITIQUE D'ENTRAÎNEMENT

D'après la loi de DU BOYS (1) ⁽¹⁾, fondée sur les recherches de DU BUAT, la force d'entraînement agissant sur l'unité de surface du fond du lit est :

$$S = \bar{\omega} m \sin \alpha$$

formule dans laquelle α désigne l'inclinaison du fond sur l'horizontale, m la profondeur d'eau, $\bar{\omega}$ le poids spécifique de l'eau.

La force d'entraînement agissant sur une particule charriée de diamètre d s'exprime par :

$$H = \Phi \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \bar{\omega} m \sin \alpha$$

où Φ désigne une constante qui dépend de la surface exposée aux forces de frottement.

Si le poids spécifique d'un élément charrié est $\bar{\omega}_1$, son poids dans l'eau est de la forme suivante :

$$G' = \frac{\pi}{6} d^3 \left(\frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}} - 1 \right) \bar{\omega}$$

l'état critique peut alors être caractérisé par l'équation :

$$\Phi \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \bar{\omega} m \sin \alpha = f \left[\frac{\pi}{6} d^3 \left(\frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}} - 1 \right) \bar{\omega} \right] \cos \alpha$$

(1) Les chiffres entre parenthèses se rapportent aux numéros correspondant de l'index bibliographique à la fin de l'article.

où le coefficient « f » est fonction du frottement du grain solide contre le fond. Dans le cas d'une pente faible : $J = \sin \alpha = \tan \alpha$. Aussi le rapport existant entre les caractéristiques du débit solide et la force critique d'entraînement s'exprime par la formule :

$$S_0 = \Psi d \left(\frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}} - 1 \right) \bar{\omega}$$

La force critique d'entraînement S_0 est déterminée de préférence par des expériences de laboratoires. De nombreuses formules donnant la valeur de cette force ont été établies par DU BOYS, KREY, SCHOKLITSCH, EISNER, KRAMER, CASEY et GILBERT. Notons, toutefois, que les formules accusent des différences sensibles, qui sont dues surtout à des divergences dans la disposition générale des expériences. Nous allons en donner d'ailleurs un exemple.

Au cours de nos expériences effectuées au Laboratoire de Iowa ⁽¹⁾, nous avons constaté que la grosseur des grains restant invariable, la force critique d'entraînement S_0 augmentait avec le coefficient n de rugosité du lit. La figure 1 représente, par exemple, les résultats d'un essai fait avec un matériau de 10 mm de diamètre. De

(1) Expériences faites en 1937/38 à l'Institute of Hydraulic Research of Iowa (U.S.A.).

FIG. 1.

FIG. 2.

cet essai il ressort nettement la proportionnalité entre force critique d'entraînement et coefficient de rugosité du lit. Notons également que nous avons observé le même rapport entre S_0 et n en employant des matériaux de granulométries différentes.

Considérons une loi de vitesse quelconque : n varie également avec le rayon hydraulique R . Par exemple, dans la formule de MANNING, n est proportionnel à $R^{2/3}$. Comme

$$R = \frac{\text{section du canal}}{\text{périmètre mouillé}} = \text{une fonction } f \text{ de la}$$

profondeur et de la largeur du lit,

on obtient une relation du type :

$$n = f_1 (\text{profondeur, largeur du lit})$$

et enfin :

$$S = f_2 (\text{profondeur, largeur du lit}).$$

Cette dernière relation montre que, pour un matériau donné, la force critique d'entraînement varie si la profondeur et la largeur du canal d'essai se modifient.

Par conséquent, en caractérisant l'état critique par la force critique d'entraînement, on ne peut pas obtenir de résultats ayant une signification unique, puisqu'ils dépendent de la disposition des expériences.

b) VITESSE CRITIQUE D'ENTRAÎNEMENT

Examinons maintenant la vitesse critique. Si v est la vitesse relative de l'eau rapportée au grain charrié, la force frappant celui-ci est :

$$H = k \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) v^2 \frac{\bar{w}}{g}$$

où k est une constante qui dépend de la nature de la surface frappée ainsi que de la pente du canal.

Soit G' le poids dans l'eau de la particule charriée. A l'état critique, $H = \varphi G'$ ou φ désigne une constante dont la valeur est fonction de la pente et des conditions de frottement,

donc :

$$k \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) v^2 \frac{\bar{w}}{g} = \varphi \frac{\pi}{6} d^3 \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} - 1 \right) \bar{w}$$

d'où on tire :

$$v = \text{const} \sqrt{d \left(\frac{\overline{w}_1}{\overline{w}} - 1 \right)}$$

Cette formule détermine le rapport théorique existant entre le diamètre et le poids spécifique du matériau entraîné et la vitesse critique. Il va de soi que l'état critique peut être caractérisé soit par la vitesse au fond, soit par la vitesse moyenne. A Iowa, F.-T. MAVIS (3) a déterminé le rapport suivant pour la vitesse critique au fond :

$$v_{of} \text{ cm/s} = 15,2 d_g^{4/9} \sqrt{\overline{w}_1 - 1}$$

les deux formules suivantes (voir les figures 2 et 3) :

$$v_{of} \text{ cm/s} = 21,5 d_g^{0,38}$$

$$v_{om} \text{ cm/s} = 30 d_g^{0,45}$$

Examinons maintenant si la vitesse critique de fond et la vitesse critique moyenne varient également avec les conditions dans lesquelles sont menés les essais.

On peut faire une étude analogue à celle que nous avons faite pour l'examen de la force critique d'entraînement. Les figures 4 et 5 représentent respectivement les vitesses critiques de

FIG. 3.

où d_g désigne le diamètre moyen en mm et $\overline{w}_1$ le poids spécifique du matériau entraîné. L'auteur a déterminé, à Iowa également, et avec le concours de M. C.-H. YEN, une formule analogue pour la vitesse critique moyenne :

$$v_{om} \text{ cm/s} = 22,9 d_g^{4/9} \sqrt{\overline{w}_1 - 1}$$

Pratiquement, le poids spécifique ne se modifie que très faiblement et peut être considéré comme constant; cela permet, au cours de calculs approchés, d'utiliser la fonction $v = f(d_g)$. En suivant cette hypothèse, nous avons déterminé

fond et moyenne en fonction du coefficient de rugosité. Les deux figures montrent que la vitesse critique ne dépend pas — tout au moins dans le sens observé dans le cas de la force critique d'entraînement — des conditions d'essais. Aussi, si l'on veut caractériser l'état critique, on aura recours à la vitesse critique qui se prête beaucoup mieux aux applications que la force d'entraînement critique.

En comparant entre elles la vitesse critique de fond et la vitesse critique moyenne, il faut tenir compte de ce que la vitesse moyenne est fonction de la profondeur, tandis que la vitesse

de fond ne l'est pas. Il est en effet évident que, pour un matériau entraîné donné, plus la profondeur est grande, plus la vitesse moyenne critique s'accroît. Par conséquent, on peut dire que *c'est la vitesse critique de fond qui permet de caractériser le mieux l'état critique.*

Si la force d'entraînement et la vitesse dépassent leurs valeurs critiques, les grains au repos

se mettent en mouvement. Dans cette affaire, notre tâche est de déterminer le débit solide (en poids ou en volume) des matériaux charriés sur le fond : il faut donc que ce débit soit capté, puis mesuré.

Doit-on pour cela procéder à des essais en laboratoire ou à des mesures directes dans les cours d'eau? Les résultats obtenus en laboratoire

FIG. 4.

FIG. 5.

sont très divergents et généralement incertains. Aussi nous ne nous en occuperons pas au cours de notre étude.

Le débit en poids des matériaux charriés est mesuré au moyen de *nasses de prélèvement*. La première nasse hongroise fut réalisée par le *Bureau du Génie fluvial de Győr* en vue d'effectuer des mesures sur le haut Danube hongrois. La construction d'une bonne nasse de prélèvement

est très délicate, la difficulté résidant dans le captage du débit solide. De nombreux chercheurs ont affirmé que, jusqu'à maintenant, le captage du débit solide charrié sur le fond des cours d'eau était pratiquement impossible. C'est là un point de vue bien pessimiste, mais il montre, en tout cas, les multiples difficultés soulevées par ce problème.

La figure 6 représente la première nasse em-

ployée en Hongrie pour le prélèvement du débit solide (5). Le fond et les deux parois latérales de la nasse sont formés de plaques de fer de 2,5 mm d'épaisseur, tandis que les parties supérieures et postérieures sont formées d'un tamis aux mailles de 2 mm. La largeur utile de la nasse

est de 100 cm, sa hauteur est de 25 cm, elle pèse environ 100 kg. Un long gouvernail assure son orientation convenable dans le sens du courant. Deux étriers et deux câbles séparés sont prévus pour l'immersion et la remontée de l'appareil. Le dispositif adopté est tel qu'au cours de la re-

FIG. 6. — LA PREMIÈRE NASSE DE PRÉLÈVEMENT EMPLOYÉE EN HONGRIE (1933).

FIG. 7 ET 8. — LA NASSE DE 1938.

montée la nasse ne permet pas l'entraînement par l'eau des matériaux captés. La figure 7 représente un modèle de nasse plus récent. Les figures 8 et 9 montrent quelques améliorations apportées par la suite à l'appareil. Déjà la manipulation ne s'effectue plus qu'à l'aide d'un seul câble. Sa bonne adhérence sur le fond et

la fixité de sa position sont assurées par un long ancrage en amont. En outre l'appareil est muni, en plus de son gouvernail de direction, de deux plaques obliques latérales servant de gouvernail de profondeur. L'adhérence sur le fond du lit est automatiquement signalée par une lampe électrique.

FIG. 9. — LA NASSE DE 1938.

Les nasses que nous venons de décrire présentait, plus ou moins, deux inconvénients :

- 1° Elles n'assuraient pas un contact suffisant avec le lit du fleuve;
- 2° Elles ne retenaient que les matériaux d'une grosseur supérieure à la maille du tamis.

FIG. 10. — NASSE PERFECTIONNÉE.

La dernière nasse du bureau du génie fluvial de Győr (6) élimine le premier inconvénient par un ancrage à l'amont d'une part et, d'autre part, grâce à l'adoption d'un gouvernail de direction articulé; ces dispositifs assurent une bonne adhérence sur le fond même dans le cas où ce dernier accuse des inégalités (fig. 10). On a remédié au second inconvénient en perfectionnant la nasse de telle sorte que l'eau qui y rentre est obligée de remonter en suivant une plaque de forme sinusoïdale et qu'elle la quitte après avoir dé-

FIG. 11 ET 12. — MODÈLE DE LA NASSE PERFECTIONNÉE A LA SUITE DES ESSAIS FAITS AU LABORATOIRE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE BUDAPEST.

posé son débit solide. Le tamis est, du coup, complètement supprimé. La position et la forme de la plaque sinusoïdale ont été déterminées au préalable par des essais en laboratoire (figures 11 et 12). Au-dessus de l'entrée de la nasse se trouve une petite cage faite de grillage et destinée à retenir les grains qui sautent parfois sur le fond. (Voir sur la fig. 10.)

On peut remarquer sur la figure 13 le sac de

fin grillage qui peut être installé derrière la sortie de l'appareil et qui est destiné à contrôler si l'eau quittant la nasse entraîne encore ou non des matériaux. Or, au cours des mesures effectuées sur le Danube, on n'a jamais trouvé dans ce sac de matériaux entraînés, ce qui montre qu'à la sortie de l'appareil l'eau n'est plus à même de charrier des matériaux. D'ailleurs, les résultats des mesures montrent que la nasse capte et retient les particules les plus petites. Cette nasse, qui est représentée sur la figure 14, a été décrite en détail par M. KAROLYI dans le n° 1-4/1947 de la *Vizügyi Közlemények*. (*Revue d'Hydraulique* (6).)

Bien que cette dernière nasse se soit révélée très bonne, on continue les recherches. La section hydrographique du Service national des eaux qui a adopté la nasse ci-dessus pour des mesures sur la Tisza, rivière au débit solide très fin, a introduit cependant certaines modifications, d'ailleurs peu importantes, en changeant légèrement la courbure de la face supérieure de la cage.

En Hongrie, le Danube et la Tisza sont encore les seuls cours d'eau à avoir fait l'objet de mesures de débit solide. Malheureusement, la majeure partie des résultats obtenus sur le Danube hongrois a été perdue au cours de la guerre. Quant aux mesures anciennes, leur valeur se trouve sensiblement diminuée : d'une part, en effet, elles concernaient divers profils d'un secteur très mobile du lit, d'autre part, et en raison des travaux de régularisation aux basses eaux, le lit a été, depuis, très sensiblement modifié.

Toutefois, le relevé ci-dessous donne certains renseignements sur la quantité des matériaux charriés dans le haut Danube hongrois

Profil de mesure Distance en km depuis l'embouchure	Date de la mesure	Hauteurs d'eau à l'échelle de Oroszvár		Poids total des matériaux charriés dans le profil en kg/s
		en cm	en % de la différence entre min et max.	
1821,4	19.IX.1936	267	27	37,4
1818,9	22.IV.1936	403	48	34,7
1948,52	8.VI.1937	436	53	34,6

La plus grande partie des matériaux charriés se composait de gros graviers. Le diamètre moyen des grains était à peu près de 15 à 20 mm.

Il ressort de ces mesures que le charriage dans le haut Danube hongrois est d'environ 1.180.000 tonnes, soit 660.000 m³ par an, résultat qui correspond aux chiffres obtenus pour Vienne par M. EHRENBERGER.

Sur la Tisza, on a mesuré le charriage à Razompusztá. Comme Razompusztá se trouve dans la grande plaine hongroise où la Tisza n'a qu'une pente très faible (7 cm/km), le matériau charrié n'est que du sable et encore en quantité très faible. Suivant les cas, le poids des matériaux roulés sur le fond dans le profil entier était de 50 à 2.000 g/s selon le niveau de l'eau, quantité tout à fait insignifiante eu égard au débit solide en suspension. Le poids du débit solide charrié, comme les résultats des mesures le montrent, augmente dans un rapport bien défini au fur et à mesure que la hauteur d'eau s'élève. Nous y reviendrons plus loin en parlant du débit solide en suspension dans la Tisza.

FIG. 13. — NASSE PERFECTIONNÉE.

2. Le débit solide en suspension

La suspension des matériaux dans l'eau est interprétée de nombreuses façons. Suivant une hypothèse simple, un grain de matière solide est mis en suspension quand la *force d'ascension hydraulique* est égale au poids dans l'eau du grain.

Si donc on suppose que ce dernier a une forme sphérique :

$$\overline{w}_1 \frac{v_1^2}{2g} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^3}{6} (\overline{w}_1 - \overline{w})$$

La vitesse en présence de laquelle la particule est mise en suspension est alors :

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g d \left(\frac{\overline{w}_1 - \overline{w}}{\overline{w}} \right)} = \text{const} \sqrt{d \left(\frac{\overline{w}_1 - \overline{w}}{\overline{w}} \right)}$$

FIG. 14. — NASSE RÉCENTE DU BUREAU DU GÉNIE FLUVIAL DE GYOR.

- a) plaque adhérente;
- b) clapet;
- c) clapet de vidange;
- d) appui pour fixer la nasse sur le fond en cas de faible profondeur.

Cette formule est sensiblement analogue à celle obtenue pour la vitesse critique dans le cas de matériaux charriés sur le fond, abstraction faite de la valeur différente du coefficient. La force d'ascension hydraulique n'explique cependant

que l'ascension dans l'eau des particules charriées, tandis qu'elle ne fournit aucune explication en ce qui concerne leur suspension permanente.

La suspension du débit solide ne s'explique pas

non plus par le *gradient de vitesse*, c'est-à-dire la variation de vitesse avec la profondeur. En effet, si la suspension était fonction de ce gradient de vitesse, il n'y aurait à l'endroit du maximum de vitesse ($\frac{dv}{dm} = 0$) aucun débit solide en suspension, ce qui est contredit par l'expérience.

Les récentes hypothèses cherchent à expliquer le phénomène de la suspension *par les forces intérieures dues à la turbulence de l'écoulement*. De cette turbulence de l'écoulement, il résulte que l'on peut associer au vecteur « vitesse principale » des vecteurs « vitesses instantanées » secondaires et susceptibles d'être caractérisées par des composantes horizontales ou verticales. En un point quelconque, la vitesse résultante varie à chaque instant. Et de petites masses liquides se déplacent en s'écartant de leur direction première qui était celle d'un mouvement dans le sens vertical. C'est de cette manière que ces masses liquides transmettent des quantités de mouvement ou d'énergie aux couches voisines de leur parcours. Ce phénomène permet la transmission des particules solides d'une couche à l'autre (Théorie des échanges). En supposant avec SCHMIDT (7) un *état d'équilibre*, le degré de précipitation du débit solide dû à la gravité est égal au degré possible de la transmission totale vers le haut des limons, cette transmission étant due à la turbulence :

soit :

$$\omega C = - \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{dC}{dm}$$

où ω désigne la vitesse de précipitation (ou vitesse de chute) des grains examinés, C en g/m³ la turbidité spécifique, ε le « coefficient d'échange » (1), ρ la densité de l'eau et $\frac{dC}{dm}$ le gradient de turbidité. On peut se faire une idée du phénomène en imaginant qu'il y aura toujours, sous l'effet de la gravité, des particules en précipitation, donc en mouvement descendant, tandis que, sous l'influence de la turbulence, une partie des particules sera entraînée vers le haut : on pourra donc toujours compter sur la présence de particules ascendantes. A l'état d'équilibre, la turbidité ne se modifie pas, de sorte que la chute due à la pesanteur est compensée, dans le sens vertical, par l'échange avec des particules enlevées par la turbulence. La valeur de ωC indique évidemment le poids du débit solide tombant sous l'effet de la gravité pendant l'unité de temps. D'un côté de l'équation figure le pro-

duit du coefficient de diffusion $\frac{\varepsilon}{\rho}$ et du *gradient de turbidité* $\frac{dC}{dm}$. D'après la relation de M. KALLINSKE (8) $\frac{\varepsilon}{\rho} = \bar{u} \bar{l}$ où $\bar{u}$ désigne la valeur moyenne de la composante verticale de la vitesse et $\bar{l}$ la *longueur de diffusion*, grandeur introduite par PRANDTL et qui représente la hauteur moyenne selon laquelle s'effectue l'échange vertical des masses liquides provenant de la turbulence. De la variation de la vitesse de l'eau et de la turbidité avec la profondeur, on obtient facilement que le débit solide ascendant résultant de la turbulence est de la forme :

$$\bar{u} \bar{l} \frac{dC}{dm}$$

En séparant les variables dans l'équation fondamentale et en intégrant, on obtient :

$$\log C - \log C_0 = - \omega \rho \int_0^m \frac{dm}{\varepsilon}$$

En passant aux exponentielles la formule :

$$C = C_0 e^{-\omega \rho \int_0^m \frac{dm}{\varepsilon}}$$

exprime la règle connue de O'BRIEN-CHRISTIANSEN concernant la variation de turbidité (9). Si nous connaissons la turbidité C_0 à l'endroit du maximum de vitesse, et si la variation du coefficient de diffusion avec la profondeur est donnée, il est possible de calculer la turbidité pour une profondeur quelconque, de même que l'on peut tracer la courbe représentant sa variation suivant la verticale.

Il n'est pas possible, en général, d'exprimer ε sous la forme d'une fonction intégrable. Aussi détermine-t-on graphiquement la valeur $\int_0^m \frac{dm}{\varepsilon}$

On calcule les valeurs de ε ainsi que celles de $\frac{1}{\varepsilon}$ pour toutes les profondeurs, au moyen de la courbe de répartition des vitesses à la verticale et de la formule relative à la force de frottement :

$$\tau = (h - m) \varpi J = \varepsilon \frac{dv}{dm}$$

où h désigne la profondeur totale, m la profondeur considérée et ϖ le poids spécifique de l'eau. L'aire de la figure représentant la variation de $\frac{1}{\varepsilon}$ suivant la verticale donne la valeur

cherchée de $\int_0^m \frac{dm}{d\varepsilon}$ (10).

(1) Mixing coefficient ou Austausch Koeffizient.

FIG. 15. — DÉTERMINATION DU DÉBIT SOLIDE EN SUSPENSION.

Résultats de la mesure effectuée sur la Tisza au profil de Rázompusztá le 8 février 1944.

La figure 15 montre l'établissement d'un calcul de débit solide à la suite des mesures effectuées dans le profil de Razompusztá sur la Tisza. À l'aide de la courbe de répartition des vitesses (v) selon une verticale, on a calculé, pour toutes les profondeurs, ϵ , puis $\frac{1}{\epsilon}$. L'aire hachurée fournit,

pour toutes les profondeurs, la valeur $\int_0^m \frac{dm}{\epsilon}$.

À l'aide de laquelle la turbidité C , prédominante dans la profondeur, a été déterminée au moyen de la formule d'O'BRIEN-CHRISTIANSEN. On a tracé ensuite la courbe de répartition de la turbidité. Bien que cette courbe accuse un léger écart par rapport à celle fournie par les mesures, elle semble toutefois susceptible d'être utilisée. Nous ne voulons pas en effet étudier en détail l'origine de ces écarts existant entre calculs et mesures. Au moyen de ces courbes de vitesses et de turbidité, on a tracé pour toutes les verticales la courbe représentative de $v.C$. Les valeurs moyennes $(v.C)_m$, qu'on en tire, fournissent le poids des matériaux solides passant au droit de la verticale par l'unité de largeur de la section et pendant l'unité de temps. En multipliant les valeurs $(v.C)_m$ par les profondeurs moyennes et

par les largeurs des bandes respectives, on obtient, après sommation, la valeur du débit solide à travers tout le profil.

Les « Collaborating Agencies » (qui représentent 7 corps ou administrations des U.S.A. : Tennessee Valley Authority, Corps of Engineers, Department of Agriculture, Geological Survey, Bureau of Reclamation, Indian Service et Iowa Institute of Hydraulic Research), après avoir exécuté récemment des études très poussées relatives au débit solide des cours d'eau, ont introduit, en vue d'éliminer le facteur ϵ , le paramètre

$t = \frac{\omega}{\sqrt{\tau_0/\rho}}$ employé primitivement dans une autre relation par MM. LANE et KALINSKE (11, 12, 13). Les travaux de ces derniers avaient en effet fait ressortir que l'introduction du paramètre t présenterait bien des avantages dans les études relatives au cheminement de matériaux solides. La déduction des « Collaborating Agencies » part également des relations existant d'une part entre force tangentielle sur le fond (τ_0), profondeur et pente de la surface libre, et, d'autre part, entre cette force τ_0 , le coefficient de diffusion ϵ et le gradient de vitesse.

Le gradient de vitesse $\frac{dv}{dm}$ fut éliminé en introduisant une certaine généralisation de la règle de KARMAN relative à la répartition des vitesses. En définitive, si h désigne la profondeur totale, C_a la turbidité connue à la profondeur a , la turbidité C pour une profondeur m quelconque s'exprime par :

$$C = C_a e^{-16 t (z-a)}$$

formule dans laquelle $z = \frac{m}{h}$ et où t est le paramètre sans dimension signalé ci-dessus. La valeur de t fut exprimée par *The Collaborating Agencies* grâce à la formule de vitesse de MANNING et de CHÉZY (14) :

$$t = k_1 \frac{\omega}{\frac{n}{h^{1/6}} v_m} \quad \text{et} \quad t = k_2 \frac{\omega C}{v_m}$$

k_1 et k_2 indiquent des constantes dépendant des unités de mesure, n le coefficient de rugosité de MANNING, ω la vitesse de précipitation de la matière en suspension, h la profondeur totale, v_m la vitesse moyenne et c le coefficient de la formule de vitesse de CHÉZY.

Antérieurement aux recherches faites par les *Collaborating Agencies*, MM. KALINSKE et LANE (15) se sont servis, au cours de leurs études, en dehors du paramètre t , d'autres paramètres qui présentaient certains avantages. Ces paramètres se sont avérés également très utiles au cours de l'étude du débit solide des rivières de Hongrie.

Si l'on étudie les lois de variation de la turbidité en fonction de la profondeur et si l'on considère que ω dépend surtout de la grandeur, de la forme et du poids spécifique du matériau en suspension, comme de plus ε est fonction de la turbulence, on peut dire que ce sont ces deux facteurs qui déterminent en premier lieu la variation effective de la turbidité.

Comme ω , ρ et ε sont fonctions de la température de l'eau, la variation de la turbidité est également influencée par elle.

M. Y.-L. CHANG (16), au cours des recherches qu'il fit en Angleterre, trouva expérimentalement que la variation effective de la turbidité différait de celle que donnait la théorie. Nous avons constaté également certaines différences dues évidemment aux hypothèses simplificatrices faites lors de l'établissement des formules. Ces différences ne sont pas pourtant assez importantes pour interdire l'application de la théorie dans le domaine pratique.

Pour pouvoir se servir de la formule de la variation de la turbidité, il faut connaître au moins

FIG. 16 ET 17. — ECHANTILLONNEUR DE DÉBIT SOLIDE EMPLOYÉ EN HONGRIE (système Tait-Binckley).
A gauche : appareil ouvert; à droite : appareil fermé.

la valeur de celle-ci en un point de la verticale, valeur que l'on détermine grâce au prélèvement et à l'analyse d'échantillons d'eau. Les dispositifs permettant de prélever les échantillons d'eau sont multiples. Un bon *appareil de prélèvement* doit satisfaire à de nombreuses exigences. Son fonctionnement impeccable est d'importance primordiale quand il s'agit de gros matériaux en suspension. *Les échantillonneurs américains* (17) et *français* sont conçus de telle sorte que l'eau pénètre dans l'espace de prélèvement avec la vitesse des filets liquides. Parmi ces derniers appareils on peut citer la *turbidisonde* brevetée des Etablissements Neyrpic à Grenoble.

Pour pouvoir satisfaire aux exigences diverses, il faut posséder des échantillonneurs complexes, fonctionnant avec précision. Les appareils employés dans le passé n'étaient cependant pas tellement précis. Les suspensions dans les cours d'eau hongrois sont très fines; aussi peut-on négliger les erreurs provenant des imperfections des échantillonneurs. Après plusieurs essais, on a construit un appareil de système *Tait-Binckley* qui fut employé au cours des mesures commencées en 1941 (18)). La figure 16 montre l'échantillonneur ouvert. Cet échantillonneur est composé de trois tubes métalliques de diamètres égaux et fixés à un cadre métallique; au moyen d'une cordelette manœuvrée depuis l'air libre, on peut faire tourner autour de son axe horizontal le tube médian qui est raccordé aux deux autres par des parois minces de caoutchouc. Ces parois de caoutchouc ainsi tordues retiennent l'échantillon contenu dans le tube. C'est de cette manière qu'on peut prélever des échantillons à l'endroit que l'on veut. La figure 17 représente l'instrument fermé. Cet appareil a été employé sur la *Tisza*, au cours des recherches se rapportant à la construction d'un barrage, dans les profils de *Zahony* et *Razompusztá*. Par la suite, nous avons été obligés, du fait de la pénurie de caout-

chouc, d'adopter un autre type d'appareils consistant en une simple bouteille à lait. On immerge la bouteille à la profondeur voulue pour la mesure, puis on la débouche à l'aide d'une corde tirée d'en haut. L'eau en pénétrant soulève la boule de liège qui se trouve dans la bouteille et cette dernière se bouche (fig. 18). Après relevage, on retourne la bouteille et on déverse l'échantillon (fig. 19). Des essais comparatifs ont été faits en employant alternativement les deux types cités d'échantillonneurs. Les écarts n'ont pas dépassé, étant donné la finesse du limon, ceux que l'on relève entre les résultats obtenus avec le même appareil au cours de mesures répétées.

La quantité totale de matériaux en suspension ne dépend théoriquement que de la turbidité et du débit liquide (Q) du cours d'eau. Ce dernier est toujours donné, tandis que la nature des suspensions et les caractéristiques du courant permettent de calculer la turbidité. Or, on est à même de déterminer le transport solide en suspension d'un cours d'eau par connaissance de ses caractéristiques hydrauliques et de la nature des matériaux en suspension. En caractérisant par exemple la qualité de la suspension par le diamètre d des grains et la vitesse d'eau, ainsi que la turbulence, par la pente J , le rapport $\frac{J^n}{d^r}$ peut être considéré comme proportionnel à la turbidité. D'après ce que nous avons dit, le débit solide en suspension G (g/s) peut être déterminé par la fonction générale :

$$G = f \left(\frac{Q^m J^n}{d^r} \right)$$

Il y a des cas où le débit liquide du cours d'eau seul permet de calculer le transport solide en suspension $G = aQ^n$.

FIG. 18 ET 19. — ECHANTILLONNEUR SIMPLIFIÉ EMPLOYÉ POUR LE PRÉLÈVEMENT DU DÉBIT FIN.
A droite : vidange de l'appareil.

Si le débit est une fonction définie de la hauteur d'eau $Q = f(h)$, on obtient le transport en suspension en fonction des hauteurs d'eau. Il en est de même en ce qui concerne la turbidité qui peut être déterminée en fonction des hauteurs d'eau, et cela d'une manière analogue à celle employée pour les transports en suspension.

Il existe des cours d'eau pour lesquels on ne peut déterminer de relations du type signalé ci-dessus, et pour lesquels intervient la grosseur des matériaux. Il est évident que dans le cas où le diamètre des grains en suspension est inférieur à une certaine valeur, l'influence de la vitesse de l'eau, de la turbulence et du débit, c'est-à-dire des caractéristiques hydrauliques, est plus faible que dans le cas où les matériaux sont plus gros. En effet, si le fleuve reçoit en grande quantité de matières extrêmement fines, il les transporte sans difficulté. Par conséquent, si la quantité des particules fines est trop grande par rapport au débit total en suspension, les règles citées ci-dessus cessent d'être valables. Selon les recherches de MM. LANE, SHULTS et JOHNSON, la limite du diamètre au-dessus duquel le transport solide peut être considéré comme proportionnel aux caractéristiques hydrauliques du courant, est d'à peu près 0,01 mm. Il semble que nos mesures sur la Tisza vérifient également cette supposition. Etant donné que le diamètre moyen des grains était justement 0,01 mm, nous avons réussi à déterminer les relations précitées. Soit h la hauteur d'eau lue à l'échelle limnimétrique en cm, et v_m la vitesse moyenne de la section en m/s, nous avons obtenu sur la Tisza pour le profil de Zahony :

$$C_m \text{ (g/m}^3\text{)} = 10^{-4} \cdot 274 h^{1,73}$$

$$C_m \text{ (g/m}^3\text{)} = \log \frac{v_m + 0,2412}{0,3911}$$

$$G \text{ (kg/s)} = 10^{-6} \cdot 104 h^{2,54}$$

$$G \text{ (kg/s)} = \log \frac{v_m - 0,2186}{0,2288}$$

et pour le profil de Rázompusztla :

$$C_m \text{ (g/m}^3\text{)} = 10^{-6} \cdot 149 h^{2,44}$$

$$C_m \text{ (g/m}^3\text{)} = \log \frac{v_m + 0,2520}{0,3920}$$

$$G \text{ (kg/s)} = 10^{-8} \cdot 2 h^{3,79}$$

$$G \text{ (kg/s)} = \log \frac{v_m - 0,2000}{0,2319}$$

dans les formules exprimant C_m et G en fonction de h , les constantes se rapportant aux profils de

Záhony et de Rázompusztá montrent de grands écarts qui proviennent de la différence des valeurs absolues des lectures d'échelles correspon-

dantes (il y a lieu de remarquer qu'à $h = 0$ correspond un niveau d'eau de -300 cm). Il va de soi que, dans les formules où interviennent les

FIG. 20.

vitesses moyennes, les valeurs des constantes sont sensiblement égales.

Si nous avons réussi, pour certains cours d'eau,

à déterminer des rapports simples entre les valeurs de C , G , h et v_m , il ne faut pas oublier que ceux-ci ne sont valables que par suite de l'im-

portance réduite de certains facteurs. Les relations obtenues n'expriment donc pas de règles exactes, mais elles livrent des chiffres approximatifs.

MM. LANE et SHULITS, se fondant sur les mesures effectuées sur les divers fleuves, ont constaté que le poids des matières solides transportées par jour est proportionnel à la puissance 3 de la pente. Cette relation se rapporte à un débit moyen annuel d'eau de $510 \text{ m}^3/\text{s}$ ($= 18.000 \text{ pied}^3/\text{s}$), ce qui veut dire qu'ils ont remplacé les débits solides mesurés par des valeurs réduites en suivant la proportionnalité entre le débit d'eau effectif et le débit de $510 \text{ m}^3/\text{s}$. La relation est indiquée sur la figure 20, dans laquelle les valeurs obtenues pour les profils de Záhony ($G = 21.200 \text{ t/jour}$, $J = 9 \text{ cm/km}$) ainsi que de Rázompusztá ($G = 25.200 \text{ t/jour}$, $J = 7 \text{ cm/km}$) sont également représentées. Les valeurs se rapportant à la Tisza permettent de constater qu'elles répondent à peu près au rapport $G = 21 J^3$ indiqué sur la figure. Nous avons complété la figure par les données de M. PARDÉ se rapportant au débit moyen annuel en suspension de quelques cours d'eau. Nous avons rapporté toutes les valeurs au débit $Q = 510 \text{ m}^3/\text{s}$. Les chiffres figurant sur la figure 20 correspondent au numérotage du relevé ci-contre.

Il va de soi que cette relation n'exprime pas une régularité parfaite, mais elle est susceptible d'être utilisée pour une estimation approximative de débit solide. Les écarts proviennent d'une part du fait que certaines valeurs sont rapportées — sans indication du profil — à toute la longueur de la rivière et, d'autre part, de ce que le débit solide n'a pas été déterminé par des mesures directes.

Les mesures effectuées sur la Tisza montrent que l'eau de la Tisza n'est généralement jamais saturée de limon à un degré qui corresponde à la vitesse de son courant, c'est-à-dire qu'elle serait à même d'en transporter davantage. Par exemple, lors de l'étiage, nous avons mesuré 1,84 m de profondeur moyenne, 0,24 m/s de vitesse moyenne et 11 g/m^3 de suspension, tandis qu'à ladite vitesse correspondrait, comme maximum de transport solide, 2.550 g/m^3 . Lors des hautes eaux, en présence d'une profondeur moyenne de 7,38 m, les valeurs correspondantes étaient les suivantes : vitesse moyenne mesurée, 0,96 m/s, et turbidité mesurée, 1418 g/m^3 , bien que celle-ci eût pu atteindre, étant donné la vitesse, la valeur de 10.260 g/m^3 . Les 1.418 g/m^3 de limon auraient pu être tenus en suspension par une vitesse de saturation de 0,36 m/s.

Faisons une comparaison entre les vitesses mesurées et les vitesses de saturation, de même qu'entre les turbidités correspondantes. A la

RELEVÉ I

NUMÉROTAGE (fig. 20)	COURS D'EAU	STATIONS
Données de MM. E. W. LANE et S. SHULITS		
1	Colorado....	Laguna Dam, Arizona.
2	Tigre.....	Amara, Mésopotamie.
3	Missouri....	Kansas City, Missouri.
4	Arkansas....	Ozark, Arkansas.
5	Mississipi...	Grafton, Illinois.
6	—	St. Louis, Missouri.
7	—	Fulton, Tennessee.
8	Missouri....	St. Charles, Missouri.
9	R. Rouge....	Alexandrea, Louisiana.
10	Rio-Grande..	San Marcial, New Mexico
11	Yangtsekiang	Hankow, Chine.
12	Fen Ho.....	Tai Yuan, Chine.
13	Yellow River	Chik-Chia-Wa, Chine.
14	Colorado....	Topock, Arizona.
15	Yung-Tin-Ho	Lu Kou Chiao, Chine.
Données de M. BOGARDI		
16	Tisza.....	Záhony, Hongrie.
17	Tisza.....	Rázompusztá, Hongrie.
Données de M. PARDE		
18	Isère.....	France.
19	Rhône.....	Lyon, France.
20	—	Beaucaire, France.
21	Garonne....	Toulouse, France.
22	Seine.....	Paris, France.
23	Rhin.....	Rhin supérieur, Allemagne.
24	Pô.....	Piacenza, Italie.
25	Danube....	Budapest, Hongrie.
26	Tisza.....	Hongrie.
27	Volga.....	Kujbisev, U.R.S.S.
28	Tigre.....	Bagdad, Irak.
29	Irraouadi...	Inde.
30	Missouri....	U.S.A.
31	Ohio.....	U.S.A.
32	Mississipi...	Supérieur, U.S.A.
33	—	Inférieur, U.S.A.

vitesse mesurée v correspond la turbidité de saturation C_s , par contre la turbidité C a besoin d'une vitesse de saturation de v_s au minimum.

En calculant les rapports $\frac{v}{v_s}$ et $\frac{C}{C_s}$, nous avons constaté que, pour la Tisza, ces rapports se modifient, suivant la profondeur moyenne, avec une certaine régularité.

Nous fondant sur les mesures de débit solide, nous avons déterminé, pour le profil de Záhony sur la Tisza, les relations suivantes :

$$\frac{v}{v_s} = f(H), \quad \frac{C}{C_s} = f(H) \quad \text{et} \quad \frac{C}{C_s} = f\left(\frac{v}{v_s}\right)$$

pour ce qui est du profil de Rázompusztá, nous avons obtenu, aux erreurs de mesure près, des relations identiques. Cela nous autorise à supposer que les relations entre les valeurs H , v , v_s , C et C_s sont les mêmes pour toute la longueur de la Tisza. Et même nous allons plus loin : si le débit solide d'une rivière quelconque, ayant un régime d'eau analogue à celui de la Tisza, arrive en un lit aux conditions identiques à celles de la Tisza, les relations établies pour la Tisza peuvent être appliquées pour le calcul du transport solide de la rivière en question pour diverses hauteurs d'eau. Il va de soi qu'il faut, pour cela,

connaître les vitesses moyennes effectives correspondant aux diverses profondeurs moyennes. En effet, si nous connaissons la profondeur moyenne H , nous obtenons de la figure 21 la valeur $\frac{v}{v_s}$ correspondante, puis de la figure 22 la valeur de $\frac{C}{C_s}$ en fonction de H ainsi que de $\frac{v}{v_s}$ (les deux valeurs doivent être égales). Si nous connaissons la vitesse v , ainsi que la granulométrie et le poids spécifique du débit solide, on peut calculer la valeur de C_s , puis la turbidité

FIG. 21. — RELATION ENTRE LA PROFONDEUR MOYENNE, LA VITESSE MOYENNE MESURÉE ET LA VITESSE DE SATURATION SUR LA TISZA A ZAHONY.

effective C . Nous nous proposons d'ailleurs de continuer l'étude de ces relations et de les étendre aux cours d'eau de moindre importance.

Enfin, nous allons énumérer quelques données caractéristiques relatives au débit en suspension de la Tisza. A Záhony, le minimum de turbidité ($10,7 \text{ g/m}^3$) a été mesuré en présence d'une couche de glace, alors que le maximum était de 2.950 g/m^3 .

La moyenne de la turbidité se rapportant à la décade de 1931/40 est de 450 g/m^3 à Záhony et 420 g/m^3 à Rázompusztá, ce qui veut dire que les débits solides en suspension étaient respec-

tivement de 21.200 et de 25.200 tonnes/jour. Les valeurs limites journalières étaient de 52 t et 290.000 t.

En cherchant une comparaison entre les débits solides de la Tisza, débit solide en suspension et matériaux charriés sur le fond, nous avons établi, pour le profil de Rázompusztá, que le débit en poids du premier est, en général, mille fois supérieur à celui du second. Comme les résultats des mesures ont montré que ce rapport était valable pour les hauteurs d'eau les plus diverses de la Tisza, la formule

$$G (\text{g/s}) = 10^{-8} \cdot 2 h^{3,79}$$

fournit approximativement la grandeur du débit solide charrié sur le fond en fonction du niveau d'eau. C'est en s'appuyant sur des considérations

analogues qu'on obtient, pour le profil de Rázompuszta et pour la décade 1931/40, la valeur moyenne du débit solide charrié de 25,2 t/jour.

FIG. 22. — RAPPORT DE LA TURBIDITÉ MESURÉE À LA TURBIDITÉ DE SATURATION RESPECTIVEMENT EN FONCTION DE LA PROFONDEUR MOYENNE ET DU RAPPORT DE LA VITESSE MOYENNE À LA VITESSE DE SATURATION.

3. Examen des matières recouvrant le lit des cours d'eau

La granulométrie des matériaux recouvrant le lit des cours d'eau et celle des matériaux charriés sur leur fond sont identiques. L'examen des matériaux du fond du lit rentre donc dans le cadre des études relatives au débit solide des cours d'eau. Son importance a été prouvée par les études récentes de MM. LANE et KALINSKE (11, 12, 13) qui ont déterminé pour le cas de l'équilibre une relation entre la turbidité au voisinage du fond (C_l) et la concentration de la matière constituant le fond rapportée au même diamètre de grain (C_f). Ladite relation est de la forme $\frac{C_l}{C_f} = \varphi \left(\frac{\omega}{\sqrt{\tau_0/\rho}} \right)$, ce qui veut dire que le rapport des deux concentrations susmentionnées est fonction du paramètre t . Cette fonction, représentée au moyen des valeurs correspondantes de C_l/C_s et t , obtenues pour divers cours d'eau (fig. 23), permet de constater si un tronçon de cours d'eau accuse un approfondissement ou un exhaussement de son lit. Nous avons porté, sur la figure 23, les données de six mesures faites

sur la Tisza, respectivement en temps de hautes eaux et à l'étiage. Les points se trouvant au-dessous de la courbe affirment notre constatation que le tronçon de la Rázompuszta est en cours d'approfondissement, ce qui correspond bien à la réalité (10).

En Hongrie, c'est vue sous l'angle de la régularisation des fleuves que l'étude des matériaux du fond des lits prend toute son importance. En effet, il existe une relation étroite entre les matériaux du lit et les propriétés hydrauliques des cours d'eau. On sait très bien que, de l'amont vers l'aval, la matière du lit devient de plus en plus fine au fur et à mesure que la pente et la vitesse diminuent. La diminution de volume des grains est, cependant, en général, bien supérieure à celle qu'on peut expliquer par des causes mécaniques (usure, désagrégation). Pour ce qui est du Danube supérieur hongrois, nous avons vérifié ce phénomène moyennant des calculs (19).

Il est évident que la diminution des grains des matériaux du lit dépend aussi des facteurs hydrauliques de la rivière. Cette diminution peut être exprimée pour la plus grande partie du cours des fleuves, ou pour des secteurs de ceux-ci suf-

FIG. 23.

fisamment longs, en fonction de la longueur. Soit d_g le diamètre moyen et L la longueur :

$$d_g = f(L)$$

On sait que la vitesse moyenne critique correspondant à un débit solide d'une grosseur donnée est proportionnelle à la racine carrée du diamètre de grain. Si le lit du secteur en question se trouve en équilibre, on peut supposer que la vitesse moyenne de l'eau s'écoulant par le profil est proportionnelle à la vitesse critique correspondant au matériau dont est constitué le lit, car c'est sous l'effet de ladite vitesse moyenne que le diamètre moyen d_g de ce matériau est devenu et reste constant. Par conséquent, la vitesse moyenne du cours d'eau doit être proportionnelle à la racine carrée du diamètre moyen du matériau que forme le lit :

$$v_m = a\sqrt{d_g}$$

En exprimant la vitesse moyenne à l'aide d'une formule de vitesse quelconque en fonction de la pente J et du rayon hydraulique R , nous trouvons que le rapport du diamètre de grain et du rayon hydraulique est proportionnel à la pente, soit, en se servant de la formule de CHÉZY :

$$\frac{d_g}{R} = bJ$$

Il va de soi que cette formule n'exprime pas une relation exacte. En effet, le coefficient b se modifie suivant le carré du coefficient de rugo-

sité, tandis que les exposants de d_g et de R peuvent être respectivement inférieur et supérieur à l'unité.

On peut très bien comprendre la modification éventuelle des exposants en tenant compte d'une part des essais cités du Laboratoire de Iowa (la vitesse critique moyenne variant comme la puissance 4/9 du diamètre de grain) et, d'autre part, du fait que la vitesse moyenne peut être exprimée, non pas par la formule de CHÉZY, mais par celle de MANNING où la vitesse moyenne est proportionnelle à la puissance 2/3 du rayon hydraulique.

Bien que la formule ci-dessus ne soit pas exacte, elle aide cependant beaucoup à déterminer la *largeur normale*, grandeur très importante du point de vue régularisation des rivières. En effet, une fois déterminés le coefficient et les exposants, pour un secteur bien défini et en équilibre, on obtient, à l'aide de cette formule, le rayon hydraulique correspondant à la pente ainsi que la granulométrie du débit solide.

Quant à la matière du lit, on peut en prélever un échantillon d'une manière très simple. La figure 24 représente un échantillonneur utilisé sur le Danube. Il consiste en un tube de fer de 80 cm de longueur et de 20 cm de diamètre dont une extrémité est fermée tandis que l'autre s'élargit en épousant la forme d'un cône. L'échantillonneur est immergé à l'endroit voulu, puis il est traîné vers l'aval, en râclant le fond; il se remplit et rassemble l'échantillon voulu.

La granulométrie des matières constituant le

lit n'a été déterminée, jusqu'à l'heure actuelle, que sur le Danube. L'élaboration des données, en cours, donne la preuve de la justesse de nos suppositions. Nous avons calculé la fonction $d_g = f(L)$ séparément pour de longs secteurs. Par exemple, pour le secteur Bratislava (km 1.867), Komarom (km 1.768), le diamètre moyen, suivant la longueur du fleuve, s'exprime par la formule :

$$d_g = 19,5 - (1.880 - L_1) 0,096$$

Tenant compte de la pente et du rayon hydraulique effectif des secteurs courts et bien développés, on peut également calculer le facteur b . En analysant les valeurs de b , il ressort qu'elles

se modifient suivant la longueur. Pour un secteur long, la fonction originale peut être exprimée par l'équation :

$$\frac{d_g}{J} = R \left[a_1 - (L_0 - L_1) a_2 \right]$$

où L_0 désigne le kilométrage du secteur amont, L_1 celui du profil examiné, d_g le diamètre moyen des grains, J la pente moyenne, R le rayon hydraulique cherché, enfin a_1 et a_2 des constantes valables pour les secteurs en question. On obtient, par exemple, pour le secteur Bratislava (km 1.867), Bos (km 1.820) :

$$\frac{d_g}{J} = R \left[1,7 - (1.880 - L_1) 0,010 \right]$$

Cette formule permet de calculer, dans un profil quelconque dudit secteur, le rayon hydraulique correspondant à la matière du fond et à la pente, pour l'équilibre. Le rayon hydraulique

que ainsi obtenu est une valeur moyenne. Ce rayon hydraulique, si on l'augmente ou si on le diminue suivant un certain rapport, permet de calculer le rayon hydraulique à réaliser aux sommets des courbes et aux inflexions.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) DU BOYS : « Le Rhône et les rivières à lit affouillable ». *Ann. des Ponts et Chaussées*, 1879/2.
- (2) DU BUAT : « Principes d'hydraulique ». Paris, 1786.
- (3) MAVIS, F.T. — HO, C. — TU, Y.C. : « The transportation of detritus by flowing water ». University of Iowa Studies, *Bull.* 5, 1935.
- (4) BOGARDI, J. — YEN, C.H. : « Traction of pebbles by flowing water ». Iowa City, 1938.
- (5) *Collaborating Agencies* : « Equipment used for sampling bed-load and bed material ». Report N° 2. Iowa City, 1940.
- (6) KAROLYI Z. : « Kiserletek a hordalékfogóval » (Experiments with bed-load traps). *Vízügyi Közlemények* (Revue d'Hydraulique). Budapest, 1947. N° 1/4. (En hongrois, avec résumés anglais et allemand.)
- (7) SCHMIDT, W. : « Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probleme der Kosmischen Physik ». Vol. (7) Hamburg, 1925.
- (8) KALINSKE, A.A. : « Relation of the statistical theory of turbulence to hydraulics ». *Trans. Am. S.C.E.* Vol. 105, 1940.
- (9) CHRISTIANSEN J.E. : « Distribution of silt in open channels ». *Trans. Am. Geophysical Union*, Sixteenth Meeting, 1935.
- (10) BOGARDI J. : « A lebegtetett hordalék töménysége » (Saturation des cours d'eau par matériaux en suspension). *Section Hydrographique de l'Office National des Eaux*. N° 5. Budapest, 1948. (En hongrois avec résumés français et anglais.)
- (11) LANE E.W., KALINSKE A.A. : « The relation of suspended to bed material in rivers ». *Trans. Am. Geop. Union*, 1939.
- (12) KALINSKE A.A. : « Suspended material transportation under non equilibrium conditions ». *Trans. Am. Geop. Union*, 1940.
- (13) KALINSKE A.A. : « Investigation of liquid turbulence and suspended material transportation ». *University of Pennsylvania, Bicentennial Conference*.
- (14) *Collaborating Agencies* : « Analytical Study of methods of sampling suspended sediment ». Report N° 3. Iowa City, 1941.
- (15) KALINSKE A.A., HSIA, C.H. : « Study of transportation of fine sediments by flowing water ». *University of Iowa Studies in Engineering, Bul.* N° 29. Iowa City, 1945.
- (16) CHANG Y.L. : « Laboratory investigation of flume traction and transportation ». *Proceedings. Am. S.C.E.* Nov. 1937.
- (17) NELSON M.E. — BENEDICT P.C. : « Study of methods used in measurement and analysis of sediment loads in streams ». *Am. S.C.E. Annual Convention Spokane*, Washington, July, 1946.
- (18) BOGARDI J. : « Vizfolyások Hordalékmérései ». (Geschiebemessungen in Flussläufen). *Hidrologiai Közlemény* (Revue Hydrologique). Tome XXII, N° 7/12. Budapest, 1942. (En hongrois, avec résumé allemand.)
- (19) BOGARDI J. : « Hordalékmozgás a folyoszabályozásban » (Mouvement du débit solide des rivières au point de vue régularisation). *Vízügyi Közlemények* (Revue d'Hydraulique). Budapest, 1943. (En hongrois.)

Solid transportation by rivers

with special reference to measurements made in Hungary

by J. BOGARDI

English synopsis of the French text, p. 108.

INTRODUCTION

The paper opens with a brief historical survey of the subject, which may be divided into the following three topics :

- (i) The investigation of bed-load movement,
- (ii) The investigation of suspended load, and
- (iii) The study of the material comprising the river bed itself.

If the second of these subjects has been studied for well over a century, attention has been paid to the first only since recently; however, even in this case, a number of results have already been obtained as will be shown below.

NOTATION

In order of appearance, the symbols used are as follows :

S = drag on stream bed per unit area.

$\bar{\omega}$ = specific weight of water.

m = flow depth at point being considered in the analysis; but, in Part 1 (a), (i), the total depth of flow...

α = slope of stream bed.

H = drag acting on a single particle.

d = diameter of the particle.

Φ = a constant, depending on the way in which the particle is exposed to the current.

G' = apparent weight of a particle in water.

$\bar{\omega}_1$ = specific weight of a particle.

f = a coefficient depending on the friction between bed particles.

$$\Psi = \frac{2f}{3\Phi}$$

S_0 = critical drag, for which bed-load movement commences.

n = a "rugosity coefficient"—not the Manning n , but this latter multiplied by $R^{2/3}$...

R = hydraulic radius.

v = horizontal velocity of water at a given point.

k = a constant, depending on the particle shape and on the stream slope.

φ = a constant, depending on the stream slope and the friction between particles.

v_{of} = critical velocity at bed level (cm/sec.).

d_g = mean particle diameter (mm).

v_{om} = mean critical velocity of flow (cm/sec).

$f()$ = usual functional symbol, to be distinguished from f defined above...

w = fall velocity of particles, depending on the size, shape and S.G. of particles in suspension.

ϵ = mixing coefficient, a function of the degree of turbulence.

C = concentration of suspended solids (grams/ m^3), also termed specific turbidity.

$\frac{dC}{dm}$ = turbidity gradient.

ϱ = density of water.

$\bar{l}$ = diffusion length.

$\bar{u}$ = mean value of the vertical component of the turbulent velocity at a given point.

C_0 = value of the turbidity at the point of maximum velocity on a given vertical.

$(vC)_m$ = mean value of vC on a vertical.

$t = \frac{w}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\varrho}}}$, a dimensionless coefficient, where τ_0 (identical, as it happens, to S above) is the drag per unit area on the stream bed...

h = total depth of flow.

C_a = the turbidity at depth a (i.e., concentration of suspended solids).

k_1, k_2 = constants depending on the system of units being employed.

c = Chézy coefficient.

G = rate of discharge of suspended solids, in metric units.

J = slope of the stream.

a = an experimentally determined constant; the indices m, n, r , are similarly determined.

C_m = mean value of the turbidity measured across a given profile in a river.

v_m = mean velocity of flow of a river.

Q = mean annual stream flow.

H = stage of a given stream (to be distinguished from H given above)...; h is also used with the same meaning...

C_s = saturation turbidity corresponding to a measured velocity v .

v_s = saturation velocity, i.e., velocity for which the concentration of suspended solids at saturation point equals that actually measured, C . Evidently; $v_s \leq v$.

C_1 = concentration of suspended material of a given grain size measured close to the stream bed.

C_t = percentage of bed material of the same grain size as C_1

a = another constant, not to be confused with "a" above...

b = a coefficient varying as the square of the rugosity of the stream bed.

L = length measured down a given river from some datum point (used in finding a working formula for "b").

PART I : THE STUDY OF BED-LOAD MOVEMENT

a) DETERMINATION OF THE CRITICAL STATE FOR WHICH MOVEMENT OF BED MATERIAL BEGINS

A choice of several theories is available for determining the critical conditions of flow under which bed-load movement just commences; the author, after a brief discussion, comes to the conclusion that the velocity at bed level is the parameter best suited for this purpose.

By way of comparison, we shall consider the different theories in turn :

(i) Theory based on S_0 , the critical drag :

According to du Boys' law ¹,

$$S = \bar{w} m \sin \alpha$$

We have also that

$$H = \Phi \cdot \frac{\pi d^2}{4} \bar{w} m \sin \alpha$$

The apparent weight of the particle being considered is

$$G' = \frac{\pi}{6} d^3 \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} - 1 \right) \bar{w}$$

From the two foregoing equations, we arrive at the following equality which should be satisfied in the critical state :

$$\Phi \frac{\pi d^2}{4} \bar{w} m \sin \alpha = f \cdot \left[\frac{\pi}{6} d^3 \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} - 1 \right) \right] \bar{w} \cdot \cos \alpha$$

For small α , we thereupon find that :

$$S_0 = \Psi d \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} - 1 \right) \bar{w}$$

after substitution of S from the very first equation above.

The actual value of S_0 has been determined by a large number of experimenters. However, there are

noteworthy discrepancies between different experimental determinations which M. BOGARDI puts down to the following cause :—

While working at Iowa, he observed that the value of S_0 varied with the "rugosity" n , even though the grain size being tested remained constant (see fig. 1). Since "n" is itself a function of R (e.g., according to the Manning formula n varies as $R^{2/3}$), S_0 must also vary with R for a given bed material. Thus it is actually impossible to characterize the critical state for incipient bed-load by means of the drag S_0 alone, as other factors also must be taken into account.

(ii) Theory based on v_{om} , the critical mean velocity.

Supposing for the moment that v is measured relative to the particle in motion, we have that :

$$H = k \frac{\pi d^2}{4} v^2 \frac{\bar{w}}{g}$$

In the critical state we have, by a similar argument to that used in (i), $H = \varphi G'$ and hence after substitution and simplification, that :

$$v = \text{const.} \times \sqrt{d \left(\frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} - 1 \right)}$$

At Iowa, the author ⁴ found from experiment that :

$$v_{om} = 22.9 d_g^{4/9} \sqrt{\bar{w}_1 - 1}$$

where, presumably, $\bar{w}_1$ is the specific gravity of the particles. If now we substitute for $\bar{w}_1$ its usual value of about 2.6, the foregoing formula boils down to :

$$v_{om} = 30 d_g^{0.45} \quad (\text{see fig. 3}).$$

The deficiency in this theory is however that the velocity near the bed, which really causes the particle to move, does not bear a constant ratio to the mean velocity of flow, but depends on the depth of flow. We thus must turn to a third theory which, in the author's opinion, is the best of those available :

(iii) Theory based on v_{of} , the critical bed velocity :

The analysis in this case is of course exactly similar to that in (ii); the numerical constants alone are changed. MAVIS ³, also at Iowa, found that :

$$v_{of} = 15.2 d_g^{4/9} \sqrt{\bar{w}_1 - 1}$$

$$v_{of} = 21.5 d_g^{0.38} \quad (\text{see fig. 2})$$

In connexion with theories (ii) and (iii), it should be remarked that the bed rugosity does not influence the critical velocities; this is shown by figs. 4 and 5. The superiority of the latter over theory (i) is thus evident.

(b) DETERMINATION OF THE AMOUNT OF BED-LOAD MOVEMENT ONCE THE CRITICAL VELOCITY IS EXCEEDED.
(i) Laboratory tests :

The author remarks that these have given widely divergent results, which he does not propose studying.

(1) Superscripts refer to the list of references at the end of the French text.

(ii) Field methods of measuring bed-load movement :

The author mentions several types of bed-load samplers devised in Hungary.

The first⁵ of these is shown in fig. 6; it measures 25 cm in height and weighs 220 lb. Figure 7 shows a more recent type, only requiring one hoisting cable (see figs. 8 and 9 for additional improvements). Good adhesion to the bottom is ensured by a long anchor chain located upstream, while two elevator flaps serve as depth controls (the orientation may be varied at will, as in the first type, by a rudder fin). An electric light globe indicates whether or not the sampler is really in contact with the bottom.

The foregoing samplers have however certain drawbacks :

1 : They do not adjust themselves properly to the shape of the river bed.

2 : They only retain material greater in size than the mesh of the outlet screen.

The first of these drawbacks has been eliminated in Hungary by the adoption of an articulated rudder fin (see fig. 10). The second has been overcome by changing the inside shape of the samplers; the screen can then even be dispensed with entirely.

It should be mentioned in passing that the proper shape of the curved guide inside the sampler was determined by model studies, as shown in figs. 11 and 12. Notice also that a small wire-netting cage is fitted to the sampler above the intake (see fig. 10) to catch grains rebounding from the stream bed.

An interesting series of tests carried out on the Danube has shown that this type of sampler catches even the finest particles. The way in which this was done is shown in fig. 13. A very fine mesh was fitted to the outlet of the apparatus; the fact that no grains were to be found in this mesh after immersion is conclusive proof that no material, however fine, succeeds in escaping from the sampler. A complete description of the device (also to be seen in fig. 14) has been given by M. KAROLYI⁶.

(iii) Field measurements in Hungary :

Only two rivers, the Danube and the Tisza, have so far been studied. The author cites a few results; for example, the bed-load movement in the Danube amounts to 1,150,000 tons annually.

PART II : THE STUDY OF SUSPENDED LOAD

a) THEORETICAL INVESTIGATIONS

Once again numerous theories have been put forward to explain the observed facts.

(i) Simple lift theory.

Let us make the simple assumption that the upward drag on a given particle is equal to its apparent weight in water :

$$\bar{w}_1 \frac{v_1^2}{2g} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^3}{6} (\bar{w}_1 - \bar{w})$$

where v_1 is now evidently the upward component of velocity at the point considered.

If we suppose that v is proportional to v_1 , we arrive at the following formula :

$$v = \text{const.} \times \sqrt{d \left(\frac{\bar{w}_1 - \bar{w}}{\bar{w}} \right)}$$

which is similar in appearance to those already found for the critical bed-load velocities. This approach to the problem, while furnishing an adequate explanation of how particles rise in water, is incapable of explaining how they stay in suspension.

The suspension of solid matter cannot be explained any better by the substitution of the velocity gradient for the velocity in the foregoing argument; in this case, the concentration of solids would have to be nil at the point of maximum velocity, and this is of course not the case.

(ii) The Austausch or turbulent mixing theory :

According to this theory, which is now in general vogue, the tendency of particles to fall is compensated by turbulent mixing—eddy rising from zones of high concentration bring up more solids than are carried down in eddies coming from levels where the solid concentration is less.

The equation for equilibrium is⁷ :

$$wC = - \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{dC}{dm}$$

Notice that we may also express the coefficient of diffusion in terms of the mixing length, as follows (8) :

$$\frac{\varepsilon}{\rho} = \bar{u} l$$

The first equation may be integrated at once and gives the well known formula of O'BRIEN and CHRISTIANSEN⁹ for the variation of concentration on a vertical :

$$C = C_0 e^{-w\rho} \int_0^m \frac{dm}{\varepsilon}$$

It is generally speaking impossible to express ε in analytic form; the integral occurring in the index must therefore be evaluated graphically¹⁰, from a knowledge of the curve of velocity distribution on the vertical under study, and from the relation :

$$\tau = (h - m) \bar{w} J = \varepsilon \frac{dv}{dm}$$

An example of this procedure is shown in fig. 15; ε has been calculated for each depth from the velocity distribution curve, the curve of $1/\varepsilon$ then plotted (the hatched area representing the value of the integral mentioned above), and finally the solid concentration curve has been drawn. It is true that there are some discrepancies between the measured concentrations and those calculated; the author does not however wish to discuss this point in detail. In any case, it is now easy to trace

curves giving $v.C$ for each vertical; from the mean values $(v.C)_m$ of solid discharge thus obtained and the corresponding depths of flow, the total flow of solids can readily be determined.

A number of American organizations (the "Collaborating Agencies") have recently carried out extensive research work in this field, and have proposed the introduction of a dimensionless number " t " so as to eliminate the coefficient ε ; the number in question was in fact employed earlier on by Messrs. LANE and KALINSKE^{11, 12, 13}, though in another connexion. The formulae arrived at in this way are as follows :

$$C = C_a e^{-1.6 t (z-a)}$$

where t may be found from the CHÉZY formula :

$$t = k_2 \frac{wC}{v_m}$$

(b) FIELD TESTS

(i) Equipment available :

In order to apply the formulae derived in the previous paragraphs, we must know the value of C at some point on the vertical being considered. It is thus necessary to take samples of the river water, and for this purpose a variety of equipment is available :—

French (e.g., the silt sampler patented by Ets NEYR-PIC, Grenoble) and American¹⁷ types are designed in such a way that the water to be sampler enters the device with the same velocity as that of the undisturbed current.

In Hungary, a silt-sampler of the Tail-Binckley type has been adopted as being best suited for the extremely fine sediments found in Hungarian rivers¹⁸. The instrument is shown in the open position in fig. 16, and closed in fig. 17; the central tube is connected to two others of the diameter by thin rubber sheeting, which can be twisted so as to retain the sample in place. Subsequently, a rubber shortage made it imperative to find a substitute device—this was done by making use of nothing more complicated than a milk-bottle. The bottle is lowered to the required depth and opened by pulling a cord; the water then enters and in so doing, pushes up the cork stopper in the interior, finally sealing the bottle (see fig. 18). The bottle is thereupon hoisted to the surface, turned upside down and emptied (fig. 19).

Comparative tests on the two types of sampler just described have shown that they give similar results, such discrepancies as may exist between them being no greater than those found when repeated measurements are made with a single instrument.

(ii) Working formulae for suspended load in actual rivers.

The total suspended load of a stream depends only on the discharge Q and the solid concentration C . One may for example suppose that the concen-

tration of solid matter is proportional to some such expression as :

$$\frac{J^n}{d^r}$$

It follows that the total flow of solids may be expressed as :

$$G = f \left(\frac{Q^n J^n}{d^r} \right)$$

In some cases one can simply put :

$$G = a Q^n$$

If the stage-discharge relation $Q = f(H)$ is known, the solid flow may at once be found as a function of stage at the point being considered.

However, it is often impossible to neglect the grain size of the material in suspension; as has been shown by Messrs. LANE, SHULITS and JOHNSON, the limit of grain size below which a knowledge of the hydraulic characteristics of a stream is insufficient to determine the solid flow, but must be supplemented by information about the granulometry of these solids, is approximately 0.01 mm. As can be readily understood, a stream is capable of transporting great quantities of very finely-divided material and it is for this reason that the velocity and turbulence of the flowing water has less and less influence on the total transported load as this latter becomes finer and finer.

This has proved to be correct in the case of the Tisza River, Hungary, where the mean grain size happens to be just 0.01 mm. The author gives 8 formulae for C and G in terms (alternatively) of v_m and h (i.e., H) for two gauging points; it will be noted that no mention is made of the grain size, d .

Messrs. LANE and SHULITS have also discovered an interesting relation between the stream slope and the solid flow. In order to do this, they first reduced the actual solid load measured in a given stream to a hypothetical load based on an arbitrary mean annual stream discharge of 18,000 cusecs (this being done by simple proportionality, in the ratio of the mean annual discharges). They then found that the total amount of solids transported daily varied directly as the third power of the stream slope. Their results, together with some additional figures supplied by M. PARDÉ and by the author himself are shown in fig. 20 (see also table headed Relevé 1 in the French text). The scatter of the points in fig. 20 may be ascribed to various reasons—certain results are given for the entire length of a river without specification of the gauging point and others have been determined by indirect methods. In any case, the rule makes no pretence of being highly accurate, being intended to give an approximate estimate only of the amount of solids in transportation.

(iii) Detailed study of the Tisza River, Hungary :

The author gives some interesting information on the suspension load in the Tisza River, which it appears is never saturated with silt to the limit of its carrying capacity. Measurements have shown that the ratios of v to v_s , and of C to C_s vary in a

regular way with the stage of the stream, so that it is possible to plot the relationships :—

$$\frac{v}{v_s} = f(H)$$

$$\frac{C}{C_s} = f(H)$$

$$\frac{C}{C_s} = f\left(\frac{v}{v_s}\right)$$

as shown in figs. 21 and 22 for the Zahony gauging station. The same curves fit measurements at the Rázompusta gauging station, and it can be inferred that they characterize the river over its entire course. More generally, it would be possible to extend these results to any river similar to the Tisza, and hence, knowing the stage-discharge relation as well as the grading and S.G. of the solid matter in suspension, the total flow of solids for the stream in question could at once be obtained.

The author concludes the discussion, with the statement of a few figures on the solid load transported by the Tisza. Thus, the total solid load passing the gauging points mentioned above is respectively 21,200 and 25,200 metric tons daily on an average (extreme values measured are 52 and 290,000 tons). It is also interesting to note that the suspension load measured in this stream is about 1,000 times bigger than the bed-load which travels down it.

PART III : THE STUDY OF THE MATERIAL COMPRISING THE BED OF THE RIVER ITSELF

The materials which comprise the bed of a river are identical in grading to those which move along in the form of bed-load.

(a) THEORETICAL CONSIDERATIONS

- (i) Theoretical relationship for finding out whether a river bed is in equilibrium with its bed load :

Messrs. LANE and KALINSKE have, in recent studies^{11, 12, 13}, determined an equilibrium relationship between the concentration of solids near the bed, C_1 , and the concentration of the bed material of the same grain diameter, C_f . This relationship, which is of the form :

$$\frac{C_1}{C_f} = f(t),$$

is illustrated in fig. 23. In this same figure are shown the results of six gaugings carried out on the River Tisza (both at low and high stages), which all fall beneath the curve in question. This should mean that the river is in the process of deepening its bed—a deduction that fits the facts.

- (ii) Theoretical aspects of river regulation :

It is well known that the grain size of the bed

material of a river decreases with decreasing velocity and slope, i.e. proceeding downstream, and this cannot be explained by the progressive disintegration of the bed particles¹⁹; it is in fact quite evident that the reason for this reduction in grain size must largely depend on hydraulic factors.

Now the mean critical velocity is roughly proportional to the square root of the grain diameter (see Pt. 1, (a), ii); since moreover the mean stream velocity is proportional to the critical velocity when the stream bed reaches a state of equilibrium, we may finally write the following equation expressing the relationship between v_m and d_g :

$$v_m = a\sqrt{d_g}$$

The Chézy formula then supplies us with the value of v_m in terms of slope and hydraulic radius, giving ultimately an expression for the average grain size of the bed material in the following form :

$$\frac{d_g}{R} = bJ$$

This equation is by no means rigorous, of course, as strictly speaking the variation of the Chézy coefficient with R , as well as a more accurate value of the exponent of d_g , should be incorporated in it.

Without going into details, however, it may be readily seen that a formula of this type enables us to find the normal width of a stream, given the slope and the grain size of the bed material (the normal width being a function of R). This is naturally of great importance in river regulation work.

(b) FIELD WORK

- (i) Samplers :

The sampling of bed material requires equipment of an extremely simple type, such as the steel tube shown in fig. 24 which is used on the Danube; this is simply laid on the river bed and dragged downstream, scraping the bottom, and is then lifted to the surface.

- (ii) Working formulae for the Hungarian section of the Danube :

For the majority of streams it should be possible to find an empirical formula of the type :

$$d_g = f(L)$$

For instance, on the Danube downstream from Bratislava, it has been found that :

$$d_g = 19.5 - (1880 - L) 0.096,$$

the kilometrage of Bratislava being 1867.

In much the same way, we should be able to express the coefficient "b" in terms of distance; in the foregoing case, for example, it is found that

$$\frac{d_g}{J} = bR = \left\{ 1.7 - (1880 - L) 0.010 \right\} . R$$

This formula is suitable for use in river regulation design, as already explained.