Mesure des concentrations et des vitesses dans un courant mixte d'air et d'eau

The measurement of concentrations and of velocities in a current of air and water mixed

PAR G. HALBRONN

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSEES

English synopsis, p. 354.

I. — Nature du problème

Dans le domaine des écoulements uniformes à surface libre, l'attention des hydrauliciens s'est portée principalement, jusqu'à ce jour, sur l'étude des courants de pente modérée. Dans ce cas, il existe toujours une surface nette de séparation entre l'air, milieu ambiant, et le liquide; au contraire, lorsque la pente est forte et que de grandes vitesses sont atteintes, l'observation montre qu'il peut ne pas en être ainsi : l'agitation turbulente devient telle qu'il n'existe plus de surface délimitant les domaines de la phase gazeuse et de la phase liquide. Tandis que des gouttelettes liquides sont projetées à de grandes hauteurs, des bulles gazeuses pénètrent dans le liquide et s'écoulent avec lui, produisant un aspect caractéristique d'« eau blanche ».

Les lois de l'écoulement du fluide homogène et les lois de l'écoulement du mélange sont complètement différentes, mais très peu d'études expérimentales ont été consacrées, jusqu'ici, à la recherche de ces dernières. Ce fait est imputable à l'absence de moyens de mesure appropriés; nous nous proposons de relater les travaux poursuivis au Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique, afin de combler cette lacune.

Contrastant avec le cas d'un écoulement homogène défini par la mesure de la vitesse en chaque point, la description complète d'un écoulement mixte nécessite la connaissance locale de plusieurs grandeurs, à savoir :

1° La concentration spatiale moyenne en air $\bar{\gamma}_s$ définie comme étant la moyenne dans le temps du volume d'air contenu dans un volume unité entourant le point considéré. La concentration spatiale moyenne en eau est alors :

$$\bar{\gamma}_s = 1 - \bar{\gamma}_e$$

2° La vitesse moyenne de l'eau $\bar{v}_e$. Si dQ_e re-

présente le débit d'eau traversant à un instant donné une petite surface $d\sigma$ centrée au point considéré et normale à la direction de l'écoulement, la vitesse instantanée de l'eau v_e est définie par l'égalité :

$$dQ_e = \gamma_e v_e d\sigma$$

Si les fluctuations de débit et de concentration sont assez faibles, on pourra écrire :

$$\overline{dQ_e} = \bar{\gamma}_e \bar{v}_e d\sigma$$

qui définit $\bar{v}_e$.

3° Eventuellement, la vitesse moyenne de l'air $\bar{v}_a$, donnée de même par :

$$\overline{dQ_a} = \bar{\gamma}_a \bar{v}_a d\sigma$$

où dQ_a représente le débit d'air moyen traversant $d\sigma$. Si v_a est différent de v_e , nous définissons la vitesse moyenne de glissement $\bar{v}_g$ par

$$\bar{v}_g = \bar{v}_a - \bar{v}_e$$

L'expérience acquise dans le domaine de la mesure des concentrations spatiales des matériaux transportés en suspension nous a incité, pour déterminer $\bar{\gamma}_s$, à utiliser des sondes reliant la résistivité électrique du mélange air-eau à sa composition. Nous nous proposons de décrire les premiers types de sondes réalisés, les inconvénients qu'ils présentaient et la sonde bifilaire qui nous a permis de venir à bout des difficultés rencontrées. Nous exposerons également la solution adoptée pour la mesure des vitesses.

Afin de mettre au point ces différents instruments, il a été nécessaire d'établir une installation spéciale d'essais où nous espérons créer une mixture de composition connue; quoique les expériences ultérieures aient montré que nous n'y étions pas parvenus, cette installation nous a

cependant permis (par une méthode différente de celle qui était prévue initialement), de conclure à un fonctionnement correct des sondes réalisées.

II. — Description de l'installation d'essai

1) PRINCIPE DE LA CONFECTION D'UN MÉLANGE DE COMPOSITION CONNUE

Nous avons défini ci-dessus les concentrations spatiales $\bar{c}_s$ et $\bar{\gamma}_s$; mais les quantités directement mesurables à l'aide des instruments habituels sont : le débit global en eau $\bar{Q}_e$ et le débit global en air $\bar{Q}_a$. On peut définir les concentrations de transport en air et en eau par les égalités :

$$C_T = \frac{\bar{Q}_a}{\bar{Q}_e + \bar{Q}_a}$$

$$\Gamma_T = \frac{\bar{Q}_e}{\bar{Q}_e + \bar{Q}_a} = 1 - C_T$$

Soit Σ la section de l'écoulement, on a :

$$(1) \quad \bar{Q}_e = \iint_{\Sigma} \bar{\gamma}_s \bar{v}_e d\sigma = \iint_{\Sigma} (1 - \bar{c}_s) \bar{v}_e d\sigma$$

De même :

$$(2) \quad \bar{Q}_a = \iint_{\Sigma} \bar{c}_s \bar{v}_a d\sigma = \iint_{\Sigma} \bar{c}_s (\bar{v}_e + \bar{v}_g) d\sigma$$

Supposons que $\bar{v}_g$ soit négligeable devant $\bar{v}_e$. Alors :

$$C_T = \frac{\iint_{\Sigma} \bar{c}_s \bar{v}_e d\sigma}{\iint_{\Sigma} \bar{v}_e d\sigma}$$

La concentration des transports n'est liée de façon simple à la concentration spatiale que si $\bar{c}_s$ ou $\bar{v}_e$ sont constants dans la section Σ ; dans les deux cas :

$$C_T = \frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} \bar{c}_s d\sigma = \bar{C}_s$$

Nous avons donc tenté de réaliser une section de mesure où la vitesse soit uniforme et le glissement faible. De la mesure de $\bar{Q}_e$ et $\bar{Q}_a$, on au-

rait alors déduit C_T qui devait être identique à la valeur moyenne spatiale $\bar{C}_s$ de $\bar{c}_s$ mesuré en chaque point à la sonde électrique.

2) RÉALISATION PRATIQUE

L'installation est verticale afin d'annuler le gradient transversal de c_s dû à la pesanteur. Une pompe Bergeron AK 34 refoule un débit maximum de 65 l/s dans une conduite de 350 mm de diamètre, prolongée par un convergent 350-150 d'un tracé tel qu'il donnerait une plage de vitesse uniforme à 1,5 % près en eau pure (1). La section de mesure (fig. 1) est placée au col du con-

FIG. 1. — SECTION DE MESURE.

vergent : les instruments d'essai peuvent y être introduits à travers l'un ou l'autre de deux boscages formant étanchéité disposés sur deux axes rectangulaires. Un tronçon de conduite en plexiglass permet d'observer l'écoulement immédiate-

(1) P. LEROUX et R. BOURGEAT. — Compte rendu des travaux de la S.H.F., n° 38, 28 avril 1928, p. 387 H.

ment à l'aval de la section de mesure (fig. 2). A la partie supérieure du modèle, la conduite débouche dans un bassin de dégazage suivi d'un déversoir triangulaire à 90° pour la mesure du débit liquide. L'eau fait ensuite retour au bassin d'aspiration de la pompe.

L'air, fourni par un compresseur volumétrique, est introduit à la partie inférieure de la conduite de 350, à travers une rampe réalisant une distribution aussi uniforme que possible de la concentration.

FIG. 2. — VISUALISATION DE L'ÉCOULEMENT.

La mesure du débit gazeux dans les conditions normales est assurée au moyen d'un débitmètre à diaphragme conforme à la norme AFNOR X 10-101.

Le diaphragme le plus couramment utilisé avait un diamètre de 20 mm.

Pour connaître le débit volumétrique de l'air dans la section de mesure, fonction des conditions locales de pression et de température, on détermine en outre :

- la pression statique au col du convergent, au moyen d'une prise de la paroi reliée à un manomètre à mercure;
- la température de l'eau, en équilibre thermique avec l'air, au moyen d'un thermomètre à mercure au demi-degré.

Pour un débit total de 80 l/s, la vitesse moyenne dans la section de mesure est de 4,50 m. Certaines expériences (2) ayant montré que, pour des bulles isolées, la vitesse ascensionnelle croît en fonction du rayon de ces bulles pour atteindre une valeur limite de 0,24 m/s environ, lorsqu'il dépasse 2 mm, nous pensions que le rapport $\frac{v_g}{v_e} \approx \frac{0,24}{4,5} = 5,3 \%$ demeurerait faible et que ce fait, joint à l'uniformité de la plage des vitesses, devait entraîner l'identité des valeurs de C_T mesuré directement et de $\bar{C}_s$ mesuré à la sonde électrique. L'expérience ne devait pas confirmer cette prévision.

III. — Dispositif électrique de mesure

Le principe des mesures consiste à comparer la résistance R_0 d'une sonde lorsqu'elle est immergée dans l'eau pure et sa résistance R lorsqu'elle est immergée dans la mixture. L'ensemble du montage électrique est décrit dans l'article de M. BOUDAN. Une des difficultés de la méthode réside dans la variation possible de R_0 au cours de la mesure; en particulier, la résistivité de l'eau variant de 3 % par degré, le moindre changement de température a une grosse influence. Dans le cas présent, le tableau I montre que, en dépit de la température assez élevée de l'air injecté, la température dans la conduite ne varie pratiquement pas, grâce au grand volume du bassin d'alimentation et à la forte capacité calorifique de l'eau devant celle de l'air.

TABLEAU I

Temps, minutes.....	0	7	10	15	20
Température de l'air injecté, degrés.....	15	18	21	25	30
Tempér. de l'eau, degrés	12	12	12	12,1	12,1

D'ailleurs, la mesure de R_0 avant et après chaque mesure de R aurait permis de déceler une variation s'il s'en était produit une.

(2) MIYAGI. — *Phil. Mag.* Vol. 50, n° 295, juillet 1925, p. 112.

IV. — Essais de sondes à plaques

1) PRINCIPE.

L'air se comportant comme un isolant vis-à-vis de l'eau, la résistance d'un certain volume de mixture est supérieure à celle du même volume d'eau pure. Pour des particules d'isolant sphériques disposées régulièrement dans un entrefer cubique de côté l , Lord RAYLEIGH (3) a montré que :

$$\frac{1}{R} = \frac{l}{\varphi} \left[1 - \frac{3 c_s}{2 + c_s - 0,98 c_s^{10/3} + \dots} \right]$$

φ désignant la résistivité du corps conducteur. Alors :

$$\frac{1}{R_0} = \frac{l}{\varphi}$$

et :

$$(3) \quad c_s = \frac{2}{3} \frac{R - R_0}{R} \left[1 + \frac{1}{3} \frac{R - R_0}{R} + \dots \right]$$

Pour les faibles concentrations, on obtient donc la formule simple :

$$c_s = \frac{2}{3} \frac{R - R_0}{R}$$

Le terme quadratique représente déjà 10 % du terme principal lorsque $c_s = 0,2$. Il est nécessaire d'en tenir compte pour des concentrations supérieures, ce qui complique considérablement la prise de la moyenne par l'appareillage électrique.

La validité de la formule (3) a été vérifiée expérimentalement au laboratoire; elle fournit un moyen de mesurer les concentrations en air lorsque les bulles sont effectivement sphériques, de taille uniforme et régulièrement distribuées.

2) RÉALISATION.

La sonde n° 1 (fig. 3) comportait deux électrodes en acier inoxydable de $20 \times 20 \times 1$, distantes de 20 mm et montées sur des plaques de plexiglass de 2 mm d'épaisseur reliées par un culot également en plexiglass abritant la sortie des fils de mesure; l'ensemble était supporté par un tube de laiton 12.16.

Les premiers essais révélèrent un certain nombre d'inconvénients :

a) Le champ n'est pas limité à sa partie uni-

forme entre les électrodes, mais comporte des « anses de panier » importantes à l'extérieur. Ce fait est mis en particulier en évidence par la variation de R_0 lorsqu'on approche la sonde d'une paroi de la conduite. La figure 4 montre une variation de 5,5/1.000 de R_0 lorsque le centre de la sonde se trouve à 15 mm de la paroi; dans ces

FIG. 3. — SONDE N° 1.

conditions, il serait impossible de mesurer la concentration en air au voisinage du fond d'un canal.

De plus, la formule (3) est valable pour un champ cubique, mais non pour un champ comportant des anses de panier. Enfin, la sonde pla-

FIG. 4.

cée dans une mixture présentant un gradient de concentration ne donne pas une indication liée de manière simple à la valeur de c_s en son centre.

Afin de remédier à ces inconvénients, nous avons réalisé une sonde comportant des plaques de garde, mais ses dimensions étaient prohibi-

(3) Lord RAYLEIGH. — *On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium*. Scientific Papers, Vol. IV, n° 200, p. 19.

FIG. 5. — SONDE N° 2.

tives. Nous avons alors réalisé la sonde n° 2 (fig. 5) analogue à la n° 1, mais de dimensions plus faibles ($20 \times 10 \times 10$) et comportant deux joues en plexiglass limitant le champ dans le sens du gradient de concentration. La figure 4 montre alors une variation de $1/1.000$ de R_0 lorsque le centre de la sonde s'approche à 8 mm de la paroi.

b) Les dimensions de la sonde demeuraient cependant trop importantes. Un obstacle dans

FIG. 6.

l'écoulement crée en effet une courbure des lignes de courant; le rapport de densité de l'eau et de l'air étant d'environ 800, les deux fluides ne suivent pas les mêmes trajectoires, et l'air s'accumule vers le centre de courbure. La mixture au voisinage de l'instrument de mesure risque donc d'être différente de celle qui s'écoule au même point lorsque cet obstacle n'est pas présent. Pour mettre ce fait en évidence, nous avons disposé une sonde-témoin fixe, au centre de la conduite; les conditions de débit liquide et gazeux restant invariables, nous introduisons par le second bossage à 90° , soit un tube schématisant le tube support, soit une sonde mobile identique à la sonde témoin. La figure 6 montre les variations de la concentration indiquée par la sonde témoin; l'écart $\frac{\Delta \bar{c}_s}{\bar{c}_s} = 14,3 \%$ entre les

FIG. 7.

lectures lorsque l'obstacle est très éloigné et lorsqu'il est rapproché indique la perturbation considérable apportée à l'écoulement par la présence de l'obstacle mobile.

c) Enfin la figure 7 montre les variations de la concentration lue par la sonde en fonction de son inclinaison sur les lignes de courant. Une inclinaison de 4° introduit une erreur $\frac{\Delta \bar{c}_s}{\bar{c}_s} = 30 \%$.

Il est donc nécessaire, avec une telle sonde, de procéder à un calage en direction très minutieux.

V. — Sonde bifilaire

1) PRINCIPE

Devant ces difficultés, nous avons cherché à réaliser une sonde dont les dimensions soient petites vis-à-vis de celles des bulles gazeuses; le dispositif utilisé comporte deux fils fins émaillés, torsadés mutuellement et dénudés chacun sur la partie de leur surface qui n'est pas en contact avec l'autre fil. S'ils sont portés à un potentiel différent, le circuit électrique se ferme à travers

FIG. 8.

l'électrolyte et l'expérience montre que le diamètre utile d du champ est de l'ordre du diamètre des fils. Supposons alors la sonde bifilaire, de longueur l , immergée dans un écoulement mixte, parallèlement aux lignes de courant (fig. 8). Soit un tube cylindrique de courant axé sur la sonde et de diamètre d ; si d est petit devant le diamètre des bulles, celles-ci découpent à un instant donné, à l'intérieur du tube, un certain nom-

bre de cylindres de longueur totale l_1 . A cet instant, dans le tube de courant :

$$c_s = \frac{l_1}{l}$$

L'écoulement moyen étant supposé uniforme, la moyenne dans le temps de c_s est la même en tout point de la sonde, donc :

$$\overline{c_s} = \frac{l_1}{l}$$

L'air étant isolant par rapport à l'eau, la résistance électrolytique est inversement proportionnelle à la longueur de sonde baignée par l'eau :

$$R_0 = \frac{K}{l}$$

$$(4) \quad R = \frac{K}{l - l_1}$$

D'où :

$$(5) \quad \overline{c_s} = \frac{\overline{R - R_0}}{R}$$

2) RÉALISATION

Le matériau adopté pour la construction de la sonde a été du fil de constantan émaillé de 0,3 mm de diamètre, qui a donné toute satisfac-

FIG. 9. — SONDE BIFILAIRE.

FIG. 10. — DISPOSITIF D'ÉTALONNAGE STATIQUE.

tion au triple point de vue de l'invariabilité des caractéristiques électriques, de l'isolement et de la résistance mécanique.

Après divers tâtonnements, la sonde définitive (fig. 9) a été constituée par un tube de garde (diamètre extérieur 1,5 mm) prolongé par un cône de raccordement en plexiglass d'où émergent à l'avant les deux fils torsadés, dénudés sur un centimètre de longueur. Les deux fils isolés se prolongent dans le tube support et se raccordent aux fils de liaison avec l'appareillage de mesure dans un boîtier étanche situé hors d'eau. Seul le tube de garde très fin se trouve donc immergé à l'aval des électrodes de mesure.

VI. — Etalonnage de la sonde bifilaire

Il était nécessaire de vérifier les hypothèses sur lesquelles repose l'établissement de la formule (5). D'autre part, nous désirions examiner si les inconvénients signalés à propos des sondes à plaques étaient éliminés.

1) PREMIÈRE MÉTHODE

Cet essai, purement statique, visait à vérifier la validité de la formule fondamentale (4) et à étudier l'incidence des caractéristiques constructives de la sonde sur son comportement électrique.

Pour cela, une bulle d'air était mise en équilibre dans un tube ($\varnothing = 4$ mm) paraffiné intérieurement et rempli d'eau. La sonde à essayer était déplacée suivant l'axe du tube au moyen d'une vis micrométrique permettant d'apprécier le 1/100 de mm. Une circulation d'eau extérieure maintenait constante la température du tube (fig. 10).

La figure 11 montre la variation de $\frac{1}{R}$ en fonction des positions relatives de la bulle et de la sonde. Les deux parties à pente opposée correspondant à l'entrée et à la sortie de la sonde dans la bulle, la partie horizontale au déplacement de la sonde à travers la bulle. Un tel graphique confirme parfaitement la validité de la formule (4).

Grâce à ce dispositif, nous avons pu constater en outre que l'influence du champ des bouts était tout à fait négligeable.

2) SECONDE MÉTHODE.

Après cet essai purement statique, nous avons étudié le comportement de la sonde dans un courant de bulles d'air traversant de l'eau au repos. L'installation comportait un tube de verre vertical de 12 mm de diamètre, rempli d'eau jusqu'à un niveau h_0 lu à l'aide d'un curseur à vernier sur une règle graduée. Un débit d'air constant était injecté à la base du tube à travers une aiguille hypodermique; les bulles produites avaient un diamètre approximatif de 5 mm et une vitesse ascensionnelle $\bar{v}_g$ à peu près constante sur toute la longueur du tube. Si h_1 représente le niveau de la surface libre en cours de soufflage, le volume d'air contenu dans le tube de section Σ était à un instant donné $\Sigma(h_1 - h_0)$. Ici, $\bar{Q}_a$ est nul, mais on a d'après (2) :

$$\bar{Q}_a = \bar{C}_s \bar{v}_g \Sigma$$

$\bar{Q}_a$, $\bar{v}_g$ et Σ étant constants tout le long du tube, il en est de même de $\bar{C}_s$; comme :

$$\Sigma(\bar{h}_1 - h_0) = \bar{Q}_a \frac{\bar{h}_1}{\bar{v}_g}$$

on doit avoir :

$$(6) \quad \bar{C}_s = \frac{\bar{h}_1 - h_0}{\bar{h}_1} = 1 - \frac{h_0}{\bar{h}_1}$$

FIG. 11.

Le tableau II permet de comparer les valeurs mesurées de $\bar{C}_s$ et de $1 - \frac{h_0}{h_1}$.

TABLEAU II

Essai n°	$1 - \frac{h_0}{h_1}$	$\bar{C}_s$	Erreur relative %
1	3,65	3,58	-1,9
2	7,35	7,18	+0,47
3	12,60	12,90	-2,18
4	6,40	6,33	+2,18
5	6,70	6,60	-1,49
6	7,62	7,52	-1,33
7	4,58	4,50	-1,74
8	2,19	2,20	+0,45
9	11,05	9,95	-1,00
10	15,70	16,14	+2,80

Les écarts sont faibles; on peut d'ailleurs préciser ce point; la principale erreur provient de la

mesure de $\bar{h}_1$ car le niveau libre fluctue d'autant plus que le débit d'air introduit est plus élevé et la prise de la moyenne à l'œil est sujette à caution. On a par différenciation de (6) :

$$\frac{d\bar{C}_s}{\bar{C}_s} = \frac{h_0}{h_1 - h_0} \frac{d\bar{h}_1}{\bar{h}_1}$$

On en déduit pour les débits extrêmes :

$$\text{Expérience 1 : } d\bar{h}_1 = 0,47 \text{ mm}$$

$$\text{Expérience 10 : } d\bar{h}_1 = 3,8 \text{ mm}$$

Ces valeurs paraissent demeurer dans le domaine des erreurs expérimentales possibles.

3) TROISIÈME MÉTHODE.

Le fonctionnement de la sonde paraissant conforme aux prévisions dans les deux cas particuliers précédents, il restait à contrôler qu'il en était encore de même pour un écoulement de

mixture. Les expériences dans la conduite d'essai décrite plus haut ont montré les points suivants :

a) la variation de R_0 n'est que de 5/1.000 lorsque le tube de garde vient au contact de la conduite; l'axe de la sonde est alors à 0,75 mm de la paroi (voir fig. 4). Ce fait justifie notre affirmation concernant les dimensions utiles au champ électrique; il montre que la sonde permet la mesure de $\bar{c}_s$ au voisinage du fond d'un canal.

b) suivant la méthode précédente, l'approche d'une sonde mobile et d'une sonde témoin, jusqu'au contact des tubes de garde, produit une variation $\frac{\Delta \bar{c}_s}{\bar{c}_s} = 4,3 \%$ indiquant une faible perturbation de l'écoulement (voir fig. 6);

c) enfin, dans un écoulement mixte, uniforme (ou à faible gradient de concentration), l'indication de la sonde est peu sensible à une erreur accidentelle d'orientation; la figure 7 indique une variation $\frac{\Delta \bar{c}_s}{\bar{c}_s}$ de 2,2 % pour une inclinaison de

4° de la sonde sur les lignes de courant.

En dépit de toutes ces améliorations, la valeur moyenne lue $\bar{C}_s$ demeurerait constamment inférieure à C_T . Ce fait pourrait être attribué :

- à une répartition non uniforme de $\bar{v}_e$,
- à une vitesse de glissement $\bar{v}_g$ non négligeable.

En effet, dans ce cas, en supposant $\bar{v}_g$ constant dans toute la section S et en posant :

$$\bar{V}_e = \frac{1}{\Sigma} \iint_{\Sigma} \bar{v}_e d\sigma$$

on obtient, par addition de (1) et (2) :

$$(7) \quad \bar{Q}_e + \bar{Q}_a = \Sigma (\bar{V}_e + \bar{v}_g \bar{C}_s)$$

d'où :

$$C_T = \bar{C}_s \left[1 + \frac{1 - \bar{C}_s}{\bar{V}_e / \bar{v}_g + \bar{C}_s} \right] > \bar{C}_s$$

Pour conclure, il était indispensable de combiner la mesure des concentrations spatiales et celle des vitesses locales.

VII. — Principe de la mesure des vitesses

1) APPAREIL UTILISÉ.

Cette mesure a été effectuée au moyen d'une prise dynamique constituée par un élément de tube identique au tube de garde de la sonde électrique. Dans la section de mesure horizontale, les filets liquides sont parallèles, donc la pression statique est constante. Il suffit, pour la mesurer, d'une prise de pression à la paroi; prise dynamique et prise statique sont reliées à un manomètre différentiel à eau qui mesure une dénivellation H. Un jeu de robinets à trois voies permet une purge aisée à l'aide d'eau sous pression; le courant de purge étant établi dans le sens manomètre-prise, de l'eau s'écoule constamment par la prise entre la fin de la purge et l'instant de la mesure, empêchant ainsi l'air de pénétrer dans les tuyaux, ce qui risquerait de fausser les lectures.

2) INDICATIONS DE L'APPAREIL.

La présence du tube de PITOT introduit des courbures des lignes de courant; imaginons pour un instant que les bulles d'air suivent les mêmes trajectoires que les filets fluides; la valeur de la concentration spatiale c_s au voisinage de la prise demeurerait identique à sa valeur lorsque l'obstacle est absent. Soit un petit volume dV situé devant le tube; sur une période de temps T, longue, ce volume est rempli d'eau pendant le temps global t_1 et la prise dynamique subit une surpression :

$$\varrho_e \frac{v_e^2}{2g}$$

où ϱ_e désigne la masse spécifique de l'eau.

Pendant le temps $t_2 = T - t_1$, le volume dV est rempli d'air et la prise subit la surpression :

$$\varrho_a \frac{v_a^2}{2g}$$

où ϱ_a désigne la masse spécifique de l'air. Etant donné la grande constante de temps du tube de diamètre 1,5 mm et des tuyauteries de liaison, le manomètre différentiel indique pratiquement la moyenne dans le temps des surpressions instantanées. Si les fluctuations de v_e et de v_a sont faibles :

$$H = \varrho_e \frac{\bar{v}_e^2}{2g} \frac{t_1}{T} + \varrho_a \frac{\bar{v}_a^2}{2g} \frac{t_2}{T} = \varrho_e (1 - \bar{c}_s) \frac{\bar{v}_e^2}{2g} + \varrho_a \bar{c}_s \frac{\bar{v}_a^2}{2g}$$

3) COEFFICIENT DE CAPTATION.

En réalité, nous avons déjà signalé que les bulles d'air se déplacent vers le centre de courbure des filets fluides; à l'instar de ce qui a déjà été fait pour les suspensions solides (4), introduisons un coefficient de captation γ qui peut être défini comme le rapport de la valeur de la concentration spatiale en air devant la prise à sa valeur au même point lorsque l'obstacle est absent ($0 \leq \gamma \leq 1$). Les valeurs des vitesses étant peu modifiées, on a :

$$H = \varphi_e (1 - \gamma \bar{c}_s) \frac{\bar{v}_e^2}{2g} + \varphi_a \gamma \bar{c}_s \frac{\bar{v}_a^2}{2g}$$

Il est facile de voir que :

$$\gamma = f(d, D, v_e, \varphi_e, \mu_e, g, \bar{c}_s)$$

d désignant le diamètre des bulles, D celui du tube de PROR, μ_e la viscosité de l'eau; φ_a est très faible devant φ_e et n'intervient pratiquement pas.

Un calcul d'analyse dimensionnel conduit alors au groupement suivant des variables :

$$\gamma = f\left(\frac{d}{D}, \frac{v_e d}{\nu_e}, \frac{v_e^2}{gD}, \bar{c}_s\right)$$

$$\text{où } \nu_e = \frac{\mu_e}{\varphi_e}.$$

$\frac{v_e^2}{gD}$ mesure le rapport de l'accélération locale due à l'obstacle $\frac{v_e^2}{D}$ à l'intensité de la pesanteur; dans nos expériences, v_e est grand et D petit, l'accélération locale l'emporte, la pesanteur n'intervient plus et le terme $\frac{v_e^2}{gD}$ disparaît.

Le nombre de Reynolds $\frac{v_e d}{\nu_e}$ influe par la valeur du coefficient de traînée C_x qui détermine la résistance rencontrée par la bulle dans son mouvement relatif; or, si $v_e = 500$ cm/s, $d = 0,2$ cm, $\nu_e = 0,01$ cm²/s, $\frac{v_e d}{\nu_e} = 10^4$ et dans cette gamme de nombre de Reynolds C_x est pratiquement constant. Le terme $\frac{v_e d}{\nu_e}$ disparaît donc lui aussi et on aboutit à la relation simple approchée :

$$\gamma = f\left(\frac{d}{D}, \bar{c}_s\right)$$

On peut tenter de prévoir qualitativement le sens de variation en fonction de $\frac{d}{D}$ et de $\bar{c}_s$.

a) Pour $\bar{c}_s = 0$ et $\bar{c}_s = 1$, $\gamma = 1$.

b) Lorsque d augmente, D restant constant, les forces d'inertie proportionnelles à d^3 croissent plus vite que la résistance hydrodynamique qui est proportionnelle à une puissance de d comprise entre 1 et 2. Il semble donc que γ doive diminuer lorsque $\frac{d}{D}$ augmente et que les courbes représentatives de γ aient l'allure représentée figure 12.

L'observation visuelle nous a montré que, pour la convection forcée réalisée dans la conduite, les bulles d'air sont de dimensions impor-

FIG. 12

tantes devant D ; d'autre part, nous réalisons des émulsions dont la concentration $\bar{c}_s$ est voisine de 20 %; on doit donc commettre une erreur faible en prenant $\gamma = 0$; comme $\frac{\varphi_e}{\varphi_a} \approx 800$, la suppression due à l'air demeure très petite. Finalement :

$$H \approx \varphi_e \frac{\bar{v}_e^2}{2g}$$

Or, indépendamment de toute hypothèse sur la distribution des vitesses dans la section de mesure et sur la valeur de la vitesse de glissement, on a l'égalité :

$$\bar{Q}_e = \iint_S (1 - \bar{c}_s) \bar{v}_e d\sigma$$

Si le fonctionnement de la sonde bifilaire et du tube de PROR est correct, leurs indications doivent vérifier cette relation où le débit liquide est mesuré au moyen du déversoir.

(4) BRUN, CARON et VASSEUR. Introduction à l'étude de la mécanique des suspensions. G.R.A., Rapport technique n° 15, Paris, 1945.

FIG. 13

VIII. — Vérification expérimentale du fonctionnement correct des sondes

Nous avons utilisé une sonde électrique et une prise dynamique montées à un centimètre de distance sur un tube commun ($\varnothing = 1,5$ mm); par translation de ce tube, nous pouvions explorer deux diamètres de la section de mesure. Le tableau III et la figure 13 résument les résultats de ces expériences. On constate que l'accord entre les valeurs mesurées et calculées de $\overline{Q_e}$ est réalisé avec une erreur inférieure à 1 %, ceci pour de larges variations de débit d'air injecté.

Il faut remarquer que la valeur de $\overline{Q_a}$ n'a pas été utilisée dans ce processus de vérification : sa mesure permet cependant de se faire une idée de l'ordre de grandeur de v_g supposé constant dans toute la section Σ . En effet, on tire de (7) :

$$\overline{v_g} = \frac{\overline{Q_e} + \overline{Q_a} - \Sigma \overline{V_e}}{\Sigma \overline{C_s}}$$

On notera dans le tableau III les fortes valeurs obtenues pour $\overline{v_g}$. On s'éloigne en réalité beaucoup des conditions de MIYAGI et chaque bulle profite ici du sillage de celles qui la précèdent. Elle se trouve donc beaucoup moins freinée que lorsqu'elle est isolée. De plus, la figure 12 montre que, lorsque $\overline{C_s}$ est faible, l'air est bien distribué dans toute la section, sauf au voisinage des parois où la valeur de $\overline{C_s}$ augmente beaucoup. Lorsque $\overline{C_s}$ croît, une partie de l'air se rassemble dans l'axe de la conduite, en formant une sorte de cheminée où son mouvement doit être fort peu freiné. Enfin il est possible que l'effet accélérateur du convergent soit encore sensible dans la section de mesure.

TABLEAU III

Expérience n°	1	2	3	4	5	6
$\overline{Q_a}$ l/s	20,1	12,0	7,7	28,2	19,5	25
$\overline{Q_e}$ l/s	63,2	65,4	65,6	47,6	50,6	68,8
$\int \int_{\Sigma} (1 - \overline{C_s}) \overline{v_e} d\sigma$	63,2	65,8	65,9	47,5	51,1	68,85
$\overline{V_e}$ cm/s	445	424	400	356	349	487
$\overline{C_s}$	0,190	0,122	0,066	0,245	0,186	0,195
$\overline{v_g}$ cm/s	133	113	224	297	246	219

IX. — Conclusion

Des expériences précédentes, on peut conclure que la sonde bifilaire, telle qu'elle a été décrite, permet une mesure correcte des concentrations spatiales moyennes en chaque point dans un courant mixte d'air et d'eau où l'air est présent sous la forme de bulles et où la vitesse est de l'ordre de quelques mètres par seconde. Dans le même domaine, une prise dynamique permet une mesure commode de la vitesse, moyennant une estimation préalable de la valeur du coefficient de captation.