COMMENTAIRES ET DISCUSSIONS
COMMENTS AND DISCUSSIONS

Sur l'étude des écoulements permanents, graduellement variés en canaux découverts

Study of flow in open channels

English synopsis, p. 462.

L'article de M. SILBER paru dans *la Houille Blanche* (n° spécial B de novembre 1950), a éveillé un vif intérêt chez les hydrauliciens de Yougoslavie.

L'exposé de l'étude faite sur le canal idéal est, en effet, si brillant, qu'il serait difficile d'échapper à l'impression profonde qu'il laisse sur le lecteur. Mais en ce qui concerne le canal réel, il nous semble « qu'une solution générale, simple et aussi précise que pourrait le désirer l'utilisateur » n'est pas atteinte.

M. SILBER dédouble la formule classique de l'écoulement permanent en deux équations. La première, par l'introduction de la charge spécifique, donne la relation entre le débit Q et les caractéristiques de la forme du canal (la profondeur, etc.) et ne contient aucune des caractéristiques du radier (la pente, la rugosité, etc.), qui ne figurent que dans la seconde équation :

$$\Delta x = \Delta \mathrm{H}_s \Big/ \frac{d\mathrm{H}_s}{dx}$$

M. SILBER a très ingénieusement composé, pour la première équation, un graphique général à l'aide duquel on peut trouver la courbe d'utilisation de chaque canal *pour un débit donné.*

Si les courbes d'utilisation ne dépendaient que d'un paramètre, nous pourrions construire *à l'avance,* une fois pour toutes, toute la famille des courbes d'utilisation.

Or, l'on peut prouver que cela n'est possible que pour le canal rectangulaire pour lequel, d'ailleurs, toutes ces courbes se réduisent à une seule.

Si nous divisions la charge spécifique par H_{sc}, nous trouvons :

$$\frac{\mathrm{H}_s}{\mathrm{H}_{sc}} = \frac{y + \dfrac{\mathrm{Q}^2}{2g\,\mathrm{S}^2}}{\mathrm{H}_{sc}} = \frac{y}{\mathrm{H}_{sc}} + \frac{\mathrm{Q}^2}{2\,gy^2 l_m{}^2} \cdot \frac{\mathrm{H}_{sc}{}^2}{\mathrm{H}_{sc}{}^3}$$

ou :

$$\frac{\mathrm{H}_s}{\mathrm{H}_{sc}} = \frac{y}{\mathrm{H}_{sc}} + \left(\frac{\mathrm{H}_{sc}}{y}\right)^2 \left[\frac{\mathrm{Q}/l_m}{\mathrm{H}_{sc}\sqrt{2g\,\mathrm{H}_{sc}}}\right]^2 \qquad (1)$$

L'expression dans la parenthèse moyenne désignée par l'auteur par q^* devient, pour le canal rectangulaire :

$$q^* = \frac{\mathrm{Q}^2/l^2}{2g\,(3/2\,y_c)^3} = \frac{\mathrm{Q}^2/l^2}{2g\,\dfrac{27}{8}\,\dfrac{\mathrm{Q}^2}{gl^2}} = \frac{4}{27}$$

Par conséquent, quand l'abscisse est graduée en y/H_{sc} et l'ordonnée en $\mathrm{H}_s/\mathrm{H}_{sc}$, toutes les courbes d'utilisation se réduisent à une seule courbe, indépendante de Q, car ce paramètre ne figure plus dans l'équation (1) qui se transforme en :

$$\frac{\mathrm{H}_s}{\mathrm{H}_{sc}} = \frac{y}{\mathrm{H}_{sc}} + \left(\frac{\mathrm{H}_{sc}}{y}\right)^2 \cdot \frac{4}{27}$$

ou :

$$F\left(\frac{y}{H_{sc}}, \frac{H_s}{H_{sc}}\right) = 0$$

Dans le cas général, le paramètre q^* est contenu dans l'équation (1) :

$$\frac{H_s}{H_{sc}} = \frac{y}{H_{sc}} + \left(\frac{H_{sc}}{y}\right)^2 q^*$$

et nous trouvons différentes courbes pour chaque valeur de q^*.

Les mêmes paramètres que dans le réseau des caractéristiques de l'auteur figurent dans l'équation (2), c'est-à-dire :

$$\frac{y}{H_{sc}}, \frac{H_s}{H_{sc}} \text{ et } q^*$$

Il est clair qu'il est impossible de représenter l'équation (2) par une seule courbe, car q^* est une fonction de y, H_{sc}, Q ainsi que de plusieurs paramètres dépendant de la forme du canal.

Pour les canaux de forme trapézoïdale, qui sont les plus importants dans la pratique, nous avons :

$$q^* = \left[\frac{Q/m}{\left(\frac{b}{m} + y\right) H_{sc} \sqrt{2g\, H_{sc}}}\right]^2$$

$$= f\left(y, \frac{Q}{m}, \frac{b}{m}\right) \dots \qquad (3)$$

car :

$$H_{sc} = f\left(\frac{Q}{m}, \frac{b}{m}\right)$$

Nous avons désigné par b la largeur du fond du canal et par m la cotangente de l'angle des berges sur l'horizontale.

Les courbes d'utilisation dépendent des deux paramètres :

$\frac{Q}{m}$: paramètre de débit.

$\frac{b}{m}$: paramètre de forme.

Ces deux paramètres peuvent avoir d'innombrables valeurs et c'est pourquoi le nombre des courbes est ∞^2.

Quoique cela serait théoriquement possible, pratiquement il est très difficile de représenter à l'avance différentes courbes d'utilisation même pour des canaux à forme trapézoïdale, à cause de la confusion qui en résulterait.

Nous pourrions néanmoins nous demander : qu'obtenons nous, en fait, de ce réseau de caractéristiques, quand nous y construisons la courbe d'utilisation d'un canal?

Uniquement et exclusivement une série de valeurs y et H_s correspondent l'une à l'autre, pour le débit Q et la forme connue.

Le débit Q nous étant donné (comme de coutume), il ne nous reste qu'une relation nettement géométrique : il faut trouver, pour y et H_s, des valeurs satisfaisant l'équation de la charge spécifique. Si nous le voulons, nous pouvons les représenter aussi dans un graphique : nous obtenons ainsi la courbe de la charge spécifique, bien connue (fig. 1).

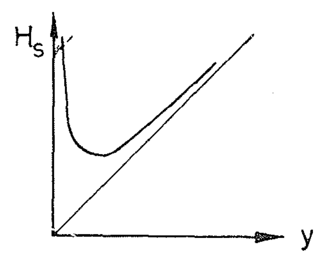

Fig. 1.

Ceci est tout à fait logique. Nous sommes partis de la définition de la charge spécifique et nous y revenons par la force des choses, ne pouvant atteindre rien de plus que ce qu'elle nous donne elle-même.

Il est donc beaucoup plus simple de trouver les valeurs correspondantes de y et de H_s *directement*, à la base de la définition de la charge spécifique, sans graphique.

Pour l'application de la seconde équation :

$$\Delta x = \Delta H_s / \frac{dH_s}{dx}$$

nous avons besoin de ΔH_s et du « y moyen » de l'intervalle considéré. Pour évaluer la différence des charges spécifiques, nous écrirons :

$$\Delta H_s = H_{s2} - H_{s1} = \left(y + \frac{Q^2}{2g\, S^2}\right)_2 - \left(y + \frac{Q^2}{2g\, S^2}\right)_1 \qquad (5)$$

Nous trouvons ainsi très vite la valeur de ΔH_s et celle de l' « y moyen ».

Nous voulons enfin démontrer que l'équation supérieure (4) peut être facilement transformée en celle de Husted. On voit tout de suite, d'après l'étude de M. SILBER, que :

$$\frac{dH_s}{dx} = -\frac{Q^2}{C^2\, S^2\, R_H} + i = -\mathcal{J}_e + i$$

où $\mathcal{J}_e$ signifie la pente variable de la ligne de l'énergie.

Nous obtenons ainsi :

$$\Delta x = \frac{\Delta H_s}{i - \mathcal{J}_e} \qquad (6)$$

qui est l'équation bien connue de Husted. Comme nous le savons, la forme de la surface libre ne peut être déterminée par l'équation en question que de proche en proche, c'est-à-dire d'un intervalle à un autre, car l'équation n'est pas obtenue par intégration, mais représente les différences finies d'un intervalle. C'est le plus grand défaut de la formule.

La solution générale qui nous intéresserait serait une relation qui nous donnerait — soit implicitement, soit explicitement — une *relation directe* entre la profondeur et la distance considérée (avec le paramètre variable : Q).

La plupart du temps, dans la pratique, l'abscisse x est fixée et l'on cherche la profondeur à une distance Δx donnée. Suivant toutes les méthodes connues, ce problème se résoud de proche en proche. La solution générale sera celle qui résoudra ce problème directement, sous la forme d'une intégrale.

Nous sommes sûrs que l'article très remarquable de M. SILBER retiendra l'attention de nombreux lecteurs et que, d'ici peu, nous aurons de nouveaux articles concernant le même sujet.

G. BATA et M. BORELI,
Ingénieurs assistants
de l'Institut hydrotechnique
de l'Académie Serbe des Sciences
(Belgrade).

M. SILBER *nous prie d'insérer, à la suite des remarques ci-dessus, les quelques lignes qui suivent :*

J'ai été très sensible à l'intérêt qu'ont porté à mon étude MM. BATA et BORELI.

On peut toujours, par un retour en arrière, remplacer un diagramme ou un abaque par les équations auxquelles ils sont destinés à se substituer, en particulier mon diagramme par l'équation :

$$\Delta H_s = H_{s_2} - H_{s_1} = \left(y + \frac{Q^2}{2g\,S^2} \right)_2 - \left(y + \frac{Q^2}{2g\,S^2} \right)_1$$

Mais le gros avantage de tout diagramme est justement de remplacer des calculs longs et pénibles, que son auteur arrive par condensation à effectuer une fois pour toutes. Et c'est bien le cas ici.

Pour obtenir « une solution aussi précise que pourrait le désirer l'utilisateur », il est nécessaire de resserrer les intervalles, soit de diminuer ΔH_s en multipliant les points 1, 2 . . . ΔH_s est une différence de deux grandeurs dont le nombre s'accroît en même temps que ΔH_s en devient une fraction plus faible. Pour avoir une précision non dérisoire, il faudra effectuer les calculs de H_s, absolument indépendants les uns des autres, avec un très gros soin, *règle à calcul exclue.* Nous en parlons à bon escient, ayant effectué des calculs de courbes de remous par cette méthode.

Le diagramme tracé à grande échelle fournit par simple lecture des valeurs extrêmement précises de y, correspondant à une variation ΔH_s *constante*, allant sans interpolation de courbes jusqu'à 1 % de H_s, la valeur constante de ΔH_s ayant en plus l'avantage de donner tous les Δx *par une seule* opération à la règle de calcul, quel que soit le nombre de points que l'on peut multiplier sans allonger très sensiblement l'opération.

Son emploi ne nécessite que le tracé de la courbe d'utilisation, courbe de forme régulière, tracée en plaçant trois ou quatre points obtenus par simple règle de trois à la règle à calcul :

$$q^{\star} = q^{\star}{}_1 \, \frac{l_{m1}}{l_m\,(y)}$$

Il est bien inutile de vouloir préparer à l'avance ces courbes d'utilisation que l'on tracera rapidement pour chaque problème particulier.

La méthode est « aussi précise que l'on voudra » parce qu'il est facile et point onéreux de multiplier les points, et générale, car elle s'applique à tout canal prismatique ou non.

R. SILBER.